Class AS142

Book V314

SMITHSONIAN DEPOSIT.

917

KAISERLICHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN WIEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

DENKSCHRIFTEN

93. BAND

(MIT 51 TAFELN, 60 TEXTFIGUREN, 1 KARTE UND 9 TABELLEN)

539656

WIEN, 1917
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER
K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

4

740
286
D

KAISERLICHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN WIEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

DENKSCHRIFTEN

93. BAND

(MIT 51 TAFELN, 60 TEXTFIGUREN, 1 KARTE UND 9 TABELLEN)

APR 27 1922

WIEN
AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI
1917

AS142
.V314

Inhalt.

Seite

Krasser F.: Männliche Williamsonien aus dem Sandsteinschiefer des unteren Lias von Steierdorf im Banat (mit 3 Tafeln) 1

Steindachner F.: Beiträge zur Kenntnis der Flußfische Südamerikas, V. (mit 13 Tafeln und 4 Textfiguren) 15

Linsbauer K.: Studien über die Regeneration des Sproßvegetationspunktes (mit 6 Tafeln und 2 Textfiguren) 107

Diener C.: Über Ammoniten mit Adventivloben (mit 2 Tafeln) 139

Holetschek J.: Untersuchungen über die Größe und Helligkeit der Kometen und ihrer Schweife. IV. Teil: Die helleren periodischen Kometen 201

Oppenheim S.: Über die Eigenbewegungen der Fixsterne. 3. Mitteilung: Kritik der Ellipsoidhypothese 307

Lohr E.: Entropieprinzip und geschlossenes Gleichungssystem 339

Rebel H. und *Zerny H.:* Wissenschaftliche Ergebnisse der mit Unterstützung der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien aus der Erbschaft Treitl von F. Werner unternommenen zoologischen Expedition nach dem Anglo-Ägyptischen Sudan (Kordofan) 1914. I. Lepidoptera (mit 1 Tafel, 3 Textfiguren und 1 Karte) 423

Defant A.: Die Verteilung des Luftdrucks über dem nordatlantischen Ozean und den anliegenden Teilen der Kontinente auf Grund der Beobachtungsergebnisse der 25-jährigen Periode 1881 bis 1905 (mit 13 Tafeln und 10 Textfiguren) 447

Heinricher E.: Der Kampf zwischen Mistel und Birnbaum. Immune, unecht immune und nicht immune Birnrassen; Immunwerden für das Mistelgift früher sehr empfindlicher Bäume nach dem Überstehen einer ersten Infektion (mit 4 Tafeln) 501

Hochstetter F.: Über die Vaskularisation der Haut des Schädeldaches menschlicher Embryonen (mit 2 Tafeln und 5 Textfiguren) 535

Kubart B.: Ein Beitrag zur Kenntnis von *Anachoropteris pulchra corda* (eine Primofilicineenstudie) (mit 7 Tafeln und 26 Textfiguren) 551

Hahn H.: Über die Darstellung gegebener Funktionen durch singuläre Integrale (1. Mitteilung) . 585

Hahn H.: Über die Darstellung gegebener Funktionen durch singuläre Integrale (2. Mitteilung) . 657

Furlani J.: Das Lichtklima im österreichischen Küstenlande (mit 10 Textfiguren und 9 Tabellen) . 693

MÄNNLICHE WILLIAMSONIEN AUS DEM SANDSTEINSCHIEFER DES UNTEREN LIAS VON STEIERDORF IM BANAT

VON

DR. FRIDOLIN KRASSER

DURCHGEFÜHRT MIT UNTERSTÜTZUNG AUS DER ERBSCHAFT TREITL

MIT 3 TAFELN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 28. OKTOBER 1915.

Inhaltsübersicht.

	Seite	
rwort	2	[2]
I. *Williamsonia Alfredi* n. sp.	2	[2]
W. Nathorsti Wieland msc.	2	[2]
Diagnose und Beschreibung der *W. Alfredi*	3	[3]
Vergleichung mit den aus der Literatur nachweisbaren ähnlichsten Vorkommnissen und den übrigen Arten männlicher Blüten von *Williamsonia*. Begründung der Artberechtigung	4	[4]
A. Williamson's »carpellary disc«	4, 6	[4, 6]
Williamsonia bituberculata Nath.	4, 6	[4, 6]
W. whitbiensis Nath.	5	[5]
B. Williamsonia peelen Seward	7	[7]
Die Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen *W. peelen* Seward nec Nathorst, *W. bituberculata* Nath., *W. whitbiensis* Nath. und *W. Alfredi* F. Krasser	7	[7]
Williamsonia peelen Seward ist eine eigene Art: *Williamsonia Sewardi* F. Krasser	7	[7]
Zu *W. Sewardi* kann auch die *W. whitbiensis* von Sardinien gehören	8	[8]
II. *Williamsonia banatica* n. sp.		
Diagnose und Beschreibung der *W. banatica*	8	[8]
Vergleichung mit *Williamsonia setosa* Nath.	9	[9]
Vergleichung mit *Williamsonia mexicana* Wieland msc.	9	[9]
Cycadeoidea-Stämme im Lias	10	[10]
Vergleichung mit *Williamsonia Zeilleri* Sap. und Diskussion über die Deutung dieses Fossiles	10	[10]
Übersicht über die wichtigsten Untersuchungsergebnisse	11	[11]
Register	12	[12]
Literaturliste	14	[14]
Erklärung der Tafeln	14	[14]

Vorwort.

Bis jetzt sind überhaupt nur wenig Reste von männlichen *Williamsonia*-Blüten in mehr plastischer Erhaltungsweise bekannt, da die meisten als Abdrücke mit Kohlebelag in stark gequetschtem Zustande in Tonschichten entdeckt wurden. Im Gestein erhalten sind, wie aus den von Saporta in der »Paléontologie francaise 2me sér.: Plantes jurassiques« und von Seward in seiner »Jurassic Flora I. — The Yorkshire Coast« mitgeteilten Angaben und Abbildungen zu entnehmen ist, von hier in Betracht kommenden Objekten Williamson's »Carpellary disc« = *Williamsonia bituberculata* Nath. und einige von Seward als »flowers« bei *Williamsonia pecten* (Phill.) Sew. besprochene Stücke. Das wichtigste der letzteren ist, wie Nathorst in seiner neunten paläobotanischen Mitteilung, p. 16, gezeigt hat, als eine männliche *Williamsonia*-Blüte aufzufassen. Diesen Stücken reiht sich nun das Steierdorfer Vorkommen an. Da die englischen Funde aus dem Inferior Oolithe der Yorkshire-Küste stammen, der pflanzenführende Sandsteinschiefer von Steierdorf aber nach Johann Kudernatsch (Geologie des Banater Gebirges, Sitzungsber. der kais. Akademie der Wissensch. 1857, XXIII, p. 90) und Dionys Stur (Geologie der Steiermark, Graz 1871, p. 461) dem Lias angehört, so beanspruchen die Williamsonien des genannten Gebietes ein umso höheres Interesse, als sie auch geologisch älter sind, als die von der Küste von Yorkshire.

I.

Aus verschiedenen Gründen, die in der vorliegenden Abhandlung an der entsprechenden Stelle werden erörtert werden, sehe ich den im folgenden zunächst kurz charakterisierten Erhaltungszustand einer männlichen *Williamsonia*-Blüte zugleich als Repräsentanten einer bisher nicht beschriebenen A[illegible] an. Ich nenne diese Art zu Ehren von Alfred Gabriel Nathorst, dem die Wissenschaft so wich[illegible] deckungen im Bereiche der Cykadophytenforschung verdankt, *Williamsonia Alfredi*.[1]

---

[1] Die in dieser Abhandlung als *Williamsonia Alfredi* n. sp. beschriebene Art hatte ich im Manuskript Alfred Gabriel zu Ehren ursprünglich *W. Nathorsti* genannt, war aber später nach der im Nachstehenden auseinandergesetzten Sachlag[illegible] eine Umtaufung vorzunehmen. Ich wählte nun Nathorst's Vornamen Alfred.

G. R. Wieland hat in seiner Abhandlung: The Liassic Flora of the Mixteca Alta of Mexico. — Its composition, age (Americ. Journ. of Science, Fourth Series, Vol. XXXVI, No. 213, September 1913) auch eine *W. Nathorsti* angeführt, je[illegible] Diagnose und auch keine Abbildung mitgeteilt. Was *Williamsonia Nathorsti* Wieland darstellt, läßt sich nur aus der »Re[illegible] Table of the Mixteca Alta Flora showing relationsships to the most nearly allied previously known Floras« auf p. 265 entnehm[illegible] denn dort lesen wir bei *W. Nathorsti* in der Rubrik »Affiliated forms«: »Podocarya ovulate cone of Buckland, Lias of Lyme Regis«. Daraus geht unzweifelhaft hervor, daß sich Wieland's *Williamsonia Nathorsti* auf einen Cycadophyten-Zapfen bezieht.

Man erkennt die Oberflächenfelderung mit den Mikropylartuben, die Strahlen und ihren Ursprung aus dem Polster, zwischen den Strahlen unter dem Panzer die Samenhöhlen. Die Dimensionen des Panzerzapfens werden 9·5 *cm* Breite und 8 *cm* Höhe angegeben und die »unique and beautiful fruit« in dieser Beziehung mit einer großen Orange verglichen.

Wenn also *Williamsonia Bucklandi* Sap. oder was dasselbe ist »Podocarya ovulate cone of Buckland« von Wieland als verwandte Form seiner unbeschriebenen *W. Nathorsti* bezeichnet wird, so ergibt sich aus den obigen Erörterungen, daß es sich bei der letzteren um einen weiblichen *Williamsonia*-Zapfen mit relativ großer Felderung und wohlausgebildetem Polster handeln muß, denn das sind die auffälligsten Eigentümlichkeiten von *W. Bucklandi*. Wenngleich *W. Nathorsti* Wieland noch unbeschrieben und unabgebildet ist, so ist sie durch die Namhaftmachung der verwandten Form doch soweit charakterisiert, daß sich die Verwendung des gleichen Artnamens für eine männliche *Williamsonia* insolange von selbst verbietet, als nicht die Unterscheidung mehrerer Gattungen für die männlichen Blüten innerhalb der Sammelgattung *Williamsonia* sich als notwendig herausstellt.

Über *Podocarya* Buckl. informier man sich am besten, wenn das Werk von Buckland »Geology and Mineralogy considered with reference to Natural Theology, London 1836«, nicht zugänglich ist, in bezug auf die Abbildungen aus Saporta »Plantes jurassiques, tome IV, Paris 1891« und im Hinblick auf die Literatur in Seward »Jurassic Flora II, London 1904«.

Unger erst hat den Artnamen gegeben, *Podocarya Bucklandi*, und zwar in »Genera et species plantarum fossilium, Vindobonae 1850« (p. 327). Sowohl Buckland, als auch Unger hielten dieses Fossil für einen Pandaneen-Zapfen, erst Saporta brachte es in die Gattung *Williamsonia*.

Williamsonia Alfredi nov. spec.

Taf. I, Fig. 1 und 2.

Männliche Blüte mit seichtem Becher und 13 an der Spitze krallenartig eingebogenen Lappen. Becher und Lappen von derber Konsistenz. Blüte sitzend. Die Lappen auf der Innenseite median gekielt. Kiele scharf, von der eingebogenen Lappenspitze bis zum Zentrum des Becherbodens sich hinziehend, begleitet von in gleicher Weise orientierten feinen Streifen. Lappen relativ kurz, bis zur Einbiegung etwa 27 *mm* lang, an der Ursprungsstelle bis 9 *mm* breit, von einander durch spitze Winkel getrennt. Jeder Lappen trägt etwa 6 *mm* über der Ursprungsstelle beiderseits des Kieles je ein längliches als Höcker sich repräsentierendes Synangium (etwa 6 *mm* Länge bei fast 3 *mm* Breite und 1 *mm* Erhebung über die Lappenspreite). Vom Becherrand ziehen zu beiden Seiten jedes Kieles die in Rudimente übergehenden Synangien in Radialreihen zum Mittelfeld des Bechergrundes hinab.

Williamsonia Alfredi liegt gegenwärtig nur in einem Ausguß [1] der Blüte vor, der trotz des groben Materials, wie es eben der glimmerreiche Sandsteinschiefer des unteren Lias von Steierdorf ist, zahlreiche Details erkennen läßt. Die Oberfläche des Ausgusses ist im Wesentlichen der Abklatsch der Innenseite der Blüte. Jedoch erscheinen auf demselben die Lappenspitzen und die im Becher sitzenden Synangien und Rudimente nicht; die ersteren nicht, weil sie krallenförmig eingekrümmt sind, die letzteren nicht, weil sie in der Ausgußmasse eingeschlossen sind. Beide bilden im Handstück entsprechend geformte Hohlräume mit Kohlebelag, denn man sieht an einzelnen Stellen in der Einbiegungszone der Lappen und an den Abbruchstellen der kupularen Synangien und Appendizes sehr deutlich den sich in die Höhlungen hineinziehenden Kohlebelag. Speziell der kräftige Kohlebelag in der Umbiegungsregion der Lappen, der den spärlichen Rest des einst die ganze Ausgußoberfläche überziehenden Kohlebelages darstellt, im Vereine mit den scharfen durch die Kiele der Lappen verursachten Furchen und die deutliche radiäre Streifung beweisen die derbe Konsistenz der Blüte. Sie erscheint etwas seitlich gequetscht, es kann daher der Durchmesser des Bechers und seine Tiefe nur beiläufig angegeben werden. Der Durchmesser des Bechers mag wohl über den Rand zwischen zwei gegenüberstehenden Lappen gemessen an 40 *mm* betragen haben. Der Becher war jedenfalls seicht, denn sein Ausguß ragt kaum 5 *mm* über die Schichtfläche. Das spricht, selbst wenn wir eine erhebliche Pressung annehmen, dafür, daß der Becher kaum einen Zentimeter tief war. Von den Synangien sind nur die auf den Lappen sitzenden der Form nach bekannt, denn sie hinterließen am Ausguß Höhlungen, die auf ihre Dimensionen und ihre Stellung an den Lappen unmittelbar schließen lassen. Die kupularen Synangien und Rudimente sind bei *Williamsonia Alfredi* der Form nach unsicher bekannt. Ihre Abbruchstellen auf der Oberfläche des Ausgusses lassen dieselben Verhältnisse erkennen, wie sie von Nathorst bereits für *Williamsonia whitbiensis* angegeben werden. Dieser Forscher hat nämlich bereits in seinen Paläobotanischen Mitteilungen 9 (1911), p. 10/11 festgestellt und auch durch Abbildungen erhärtet, daß die Eindrücke am Abdruck der Innenseite etwas in die Quere gezogen und erst in der unteren Partie des Bechers kreisrund sind. Das ist, wie wir sehen werden, auch von Bedeutung für die Artcharakteristik. In dem gequetschten Teile unseres Fossiles sieht man einige nierenförmige Eindrücke. Sie können nach der Lage und Form kaum von etwas anderem als von Synangien herrühren, die möglicherweise funktionslos waren, in welchem Falle sie einfach als Rudimente im Sinne von Nathorst zu bezeichnen wären. Da aber selbst bei *Williamsonia whitbiensis* nach dem Nathorst'schen Befund Pollenkörner aus dem Kohlebelag unmittelbar unterhalb der Lappen mit Hilfe der Mazerationsmethode erhalten wurden, während sie in dem Kohlebelag aus der unteren Becherregion nicht

---

Nach Seward (l. c., p. 105) ist Buckland's Original unauffindbar. Es stammte aus den dem Inferior Oolite angehörigen Gesteinen von Charmouth in Dorsetshire.

Nach den Abbildungen zu urteilen, gehört *Williamsonia Bucklandi* zu den am besten erhaltenen Panzerzapfen, der Verlust ist demnach sehr zu bedauern, umsomehr als hier offensichtlich eine vollkommene Versteinerung vorliegt, welche schon auf den Bruchflächen Details erkennen läßt, die bei anderen Arten nur an kunstgerecht gesetzten Schliffen zutage treten.

[1] Der Gegendruck ist leider nicht erhalten.

erhalten werden konnten, so halte ich es für zweckmäßig, bei *Williamsonia Alfredi* von Synangien und Rudimenten zu sprechen, bis einmal die Untersuchung eines mit entsprechendem Kohlebelag versehenen Exemplares eine genaue Scheidung in dieser Beziehung zuläßt. Überdies ist bei der Erörterung dieser Frage noch daran zu erinnern, daß gleichfalls Nathorst (Paläobot. Mitt. 9, p. 20) schon die Aufmerksamkeit darauf gelenkt hat, daß bei *Williamsonia pecten* Synangien fast bis an das Zentrum des Bechers vorkommen, »obschon mehrere derselben hier eine unvollständige Entwicklung zeigen, indem sie nur aus einer fast homogenen dicken Kutikula bestehen, ohne Pollenkörner zu enthalten«. »Es ist wohl wahrscheinlich, daß diese verkümmerten Synangien den Rudimenten von *Williamsonia whitbiensis* entsprechen.« Die Form der Synangien hat Nathorst, wie hier angemerkt sei, bei allen Arten von *Williamsonia* gleich befunden, nämlich gekrümmt oder nierenförmig. Speziell für die Synangien von *Williamsonia pecten* gibt er l. c. noch an: »Die Länge beträgt etwa 2·5 *mm*, während die rudimentären nur die Hälfte von dieser Größe erreichen.«

Wenn man versucht, für *Williamsonia Alfredi* die Anzahl der in einer Radialreihe im Becher vereinigten Synangien und Rudimente festzustellen, so findet man, daß dieselben am Becherausguß zu beiden Seiten der Kiele je bis zu 8 Abbruchstellen in radialer Reihung vom Becherrand bis zum Mittelfelde des Bechergrundes hinterlassen haben, wo die Trennung des Ausgusses von der Gegenplatte glatt vor sich ging. Das läßt wohl darauf schließen, daß in einer solchen Radialreihe mindestens etwa 8 deutliche Anhangsgebilde vorhanden waren. Überdies läßt sich erkennen, daß die Abbruchstellen auch in Wirteln angeordnet sind, von denen sich durch deutlich in die Quere gezogene Glieder die beiden dem Becherrande am nächsten stehenden herausheben. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß wenigstens diese Wirtel von fertilen Synangien gebildet wurden.

Nach den im Vorhergehenden festgelegten Eigentümlichkeiten unseres Fossiles können wir nun die Vergleichung mit den aus der Literatur nachweisbaren ähnlichsten Vorkommnissen und den übrigen Arten männlicher Blüten von *Williamsonia* durchführen. Dabei wird sich ganz von selbst die Artberechtigung der *Williamsonia Alfredi* ergeben.

Wenn wir in Kenntnis der nicht geringen Literatur über die fossilen Zykadophyten unsere *Williamsonia Alfredi* betrachten, so werden wir durch die Eigentümlichkeiten der Lappen an eine der beiden Formen von Williamson's »carpellary disc«, durch die Eigentümlichkeiten des Becherausgusses aber an das von Seward zu *Williamsonia pecten* gezogene Fossil erinnert, das er in seiner Jurassic Flora I (1900) auf Taf. 88, Fig. 7 abbildet und p. 201/202 mit einigen ähnlichen Vorkommnissen beschreibt. Mit beiden Fossilien hat sich auch Nathorst befaßt und seine Ausführungen über die erwähnten Fossile sind von umso größerer Wichtigkeit, als er die Originalien von Williamson und Seward nachuntersuchen konnte.

Das zitierte Seward'sche Fossil wurde auch von mir bereits, gelegentlich meiner Untersuchungen über die Williamsonien von Sardinien in der Sammlung von Prof. Lovisato in Cagliari, diskutiert.

A.

An das von Williamson in den »Contributions towards the history of Zamia gigas Lindl. & Hutt.« (Transact. Linn. Soc. London, Vol. XXVI, part 4, Pl. 52, Fig. 1) als »carpellary disc« abgebildete Fossil erinnert unsere *Williamsonia Alfredi* durch die großen lappenständigen Synangienpaare; sie unterscheidet sich aber durch die geringe Zahl der Lappen, 13 gegen 15, und durch ihren Zuschnitt, denn sie schließen bei *W. Alfredi* mit etwas verbreiterter Basis dicht aneinander und laden unter spitzem Winkel aus, während sie bei Williamson's »carpellary disc« = *Williamsonia bituberculata* Nath. am Grunde eher verschmälert und jedenfalls durch runde Buchten voneinander getrennt sind. Bei beiden finden wir die Innenseite der Lappen scharf gekielt und können die Kiele in den Becher verfolgen. Die Ähnlichkeit

wächst noch in den Augen des Beobachters, wenn er das von Williamson auf Taf. 53 in Fig. 2 dargebotene Idealbild einer restaurierten Hälfte vom »capellary disc« betrachtet. Man meint im ersten Augenblick geradezu das Positiv zu unserer nur als Ausguß erhaltenen *Williamsonia* abgebildet vor sich zu haben. Es zeigt diese Abbildung einen flachen Becher, in den die Lappenkiele hinabsteigen, beiderseits von je einer Radialreihe runder Male begleitet, die so regelmäßig angeordnet sind, daß man auch den Eindruck von Wirteln gewinnt. Es darf aber nicht übersehen werden, daß es sich um ein restauriertes Bild handelt. Die Anordnung und namentlich die Form der Male beruhen in dem Williamson'schen Restaurationsversuch mehr auf Kombination als auf direkter Beobachtung, da Williamson selbst in der zitierten Abhandlung erklärt, er habe an dem Originalexemplare eine Reihe von kleinen kreisrunden Eindrücken an jeder Seite der Mittellinie beobachten können, wenngleich sie öfters sehr undeutlich waren. Williamson hielt übrigens die Synangien auf den Lappen für Samen und demgemäß die radiär gereihten Gebilde für Samennarben. Bei Williamson gibt es auch in der Beschreibung mancherlei Unklarheiten, deren Klarstellung, wie auch die richtige Deutung des »carpellary disc« überhaupt, den Untersuchungen von Nathorst zu verdanken ist. Er hat die Ergebnisse derselben in der 8. und 9. seiner »Paläobotanischen Mitteilungen« 1909 und 1911 niedergelegt, nachdem er schon in seiner an Beobachtungen so reichen Abhandlung über *Williamsonia* vom Jahre 1880 (Några anmärkningar om *Williamsonia* Carruthers.- Ofversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1880, No. 9, Stockholm) bemerkt hatte (l. c., p. 42/43), daß Williamson's »carpellary disc« zwei verschiedene Gebilde umfasse. In der 8. Paläobotanischen Mitteilung hat Nathorst dies auf p. 13 folgendermaßen präzisiert: »»Williamson's »carpellary disc« umfaßt also zwei verschiedene Dinge, und zwar teils die männlichen Blüten von *W. pecten* und damit verwandten Arten, teils den trichterförmigen Anhang an der Spitze der weiblichen Blüte von *W. gigas*.«« In derselben Abhandlung (p. 11) hatte Nathorst Williamson's »carpellary disc« mit den paarigen Höckern auf den Lappen »als eine männliche Blüte eigener Art, freilich mit *Williamsonia pecten* analog, aber durch das Vorkommen der paarigen Höckerchen von dieser abweichend« betrachtet und hinzugefügt: »Man könnte sie *W. bituberculata* nennen.« Diese Auffassung war durch die Analogie der von Williamson als »Narben« bezeichneten Gebilde mit den von Nathorst an den als Kohlebelag erhaltenen Williamsonien entdeckten Narben der Mikrosporangien tragenden Segmente gegeben, zumal auch Wieland in den »American fossil Cycads« (Washington, August 1906) die Samennarben Williamson's für die Narben abgefallener sporangientragender Segmente ansah (l. c., p. 156). Die lappenständigen Synangien waren damals auch von Nathorst noch nicht als solche erkannt, sondern als Schwielen unbekannter Bedeutung angesehen, wie sie Nathorst damals an den Staubblättern seiner *Wielandiella punctata* entdeckt hatte. In der 9. Paläobotanischen Mitteilung hat Nathorst dann die Synangiennatur derselben nachgewiesen und durch die Nachuntersuchung des Williamson'schen Originalexemplares die Anschauung, daß es sich um eine männliche Blüte handelt, noch mehr erhärtet. Den Anschauungen Wieland's entsprechend, hätte man nur an das Androeceum einer *Williamsonia*-Blüte denken können, denn erst die Untersuchungen Nathorst's haben uns einen Einblick in die biologische Differenzierung und die Formenmannigfaltigkeit der Williamsonienblüten eröffnet.

Wie aus den vorhergehenden Ausführungen wohl hervorgeht, faßt Nathorst die *Williamsonia bituberculata* zwar als einen besonderen Blütentypus auf, ist aber sehr geneigt, ihn einer in mehreren Exemplaren bekannten Art unterzuordnen, nämlich bestimmten Formen der 1909 von ihm als *Williamsonia pecten* zusammengefaßten Vorkommnisse männlicher Blüten. Es sind dieselben, die Nathorst in der 9. Paläobotanischen Mitteilung 1911 *Williamsonia whitbiensis* benannte, noch genauer charakterisierte und von *Williamsonia pecten* abtrennte. Auch die von ihm früher als die weiblichen Blüten von *Williamsonia pecten* betrachteten Blüten hat er da ebenfalls noch genauer charakterisiert und als *Williamsonia Leckenbyi* Nath., unter welchem Namen das erste hiehergehörige Exemplar von ihm schon 1880 in den bereits zitierten »Några anmärkningar om *Williamsonia*« auf p. 39 beschrieben und als Fig. 5 und 6 abgebildet worden war, aufgeführt, indem er sich von der Erwägung leiten ließ, daß gegenwärtig ein strenger Beweis für die Artzugehörigkeit dieser weiblichen Blüte zu einer bestimmten männlichen nicht

erbracht werden kann. Unter Berücksichtigung aller dieser Verhältnisse kommt Nathorst nun zu dem Schlusse, daß der »carpellary disc« (*Williamsonia bituberculata* Nath.) wenigstens in den Hauptzügen seines Baues mit *Williamsonia whitbiensis* übereinstimme, obschon die schlechte Erhaltung desselben nicht die Entscheidung zuläßt, ob die Übereinstimmung sich auch auf die Details erstreckt. Es ist daher unmöglich zu sagen, ob beide zu ein und derselben Art gehören, man kann es weder beweisen, noch verneinen (Nathorst, l. c., p. 15). Zu diesem Ergebnisse gelangte Nathorst erst nach sorgfältiger Untersuchung des im Museum zu Whitby befindlichen Originales, welches, wie er nach der Angabe des Direktors des erwähnten Museums, Herrn Th. Newbitt, mitteilt, aus den »Lower Estuarine Series« des Saltwick Nab stammt, wo es an der Whitby zugekehrten Seite, jedoch wahrscheinlich in einem etwas höheren Niveau als *Williamsonia whitbiensis*, gefunden ward.

Am Originale, von dem Nathorst in Fig. 8 auf Taf. 3 der 9. Paläobot. Mitteil. eine photographische Aufnahme in natürlicher Größe reproduziert[1] und das er p. 14 bis 16 zusammenfassend bespricht, findet er die Spitzen der Sporophylle (Lappen) klauenförmig in das Gestein hineingebogen, und konstatiert, daß die Zahl der Sporophylle 15 beträgt, wie schon bekannt, und daß sie paarweise gestellte Erhöhungen tragen, die Williamson, da es sich um den Abdruck der Innenseite der Lappen handelt, als die Abdrücke von kleinen Höhlungen, in welchen Samen ihren Platz gehabt hätten, betrachtete. Daß es sich aber um Synangien handelt, ergibt sich daraus, daß bei *Williamsonia whitbiensis* an den Lappen je zwei Längsreihen von Synangien an der Innenseite der Lappen verkohlt erhaltener Exemplare aus den Lower Estuarine Series bei Whitby von Nathorst nicht bloß im Abdruck, sondern auch nach der Struktur und dem Inhalte (Pollenkörner) nachgewiesen werden konnten, und daraus, daß eben die *Williamsonia whitbiensis* die meisten Analogien unter den bisher bekannten Arten zur *Williamsonia bituberculata* bietet. Nathorst bildet speziell auf Taf. 2 eine ziemlich vollständige Blüte von *Williamsonia whitbiensis*[2] ab, deren Kohlebelag die Außenseite (Unterseite) der Blüte zeigt (Fig. 1); wo er fehlt, erblickt man den Abdruck der Innenseite und erkennt die Abdrücke der Synangien und der Rudimente, die namentlich in Fig. 2, die eine solche Stelle in anderthalbmaliger Vergrößerung wiedergibt, sehr deutlich hervortreten. Im Schema, das Nathorst in der Abhandlung »Die Mikrosporophylle von *Williamsonia*« (Arkiv för Botanik utgifvet af k. svenska vetenskapsakademien i Stockholm, Bd. 12, No. 6, 1912) in Fig. 11 gibt, sehen wir dann die nierenförmigen Synangien mit kurzen Stielchen an dem Kiele des Lappens alternierend entspringen, doch so, daß sie trotzdem paarweise angeordnet erscheinen; ihnen schließen sich die zwei becherständigen Rudimentreihen an. In Williamson's Schema der *Williamsonia bituberculata* sind die Reihen der Rudimente gleichfalls sehr prägnant eingetragen, sie sind jedoch weniger sicher beobachtet, denn sie wurden, wie schon früher bemerkt, von Williamson selbst als öfter sehr undeutlich bezeichnet und von Nathorst (9. Paläobot. Mitteil., p. 10) an dem Originalexemplare Williamson's nicht mehr wahrgenommen. Es ist somit die *Williamsonia Alfredi* von Steierdorf das einzige Exemplar einer *Williamsonia* vom Typus der *W. bituberculata* Nath., welche die Rudimentreihen deutlich zeigt, überdies auch die Synangienpaare im Hohldruck, sowie zum Teile auch plastisch, während sie am Original der *W. bituberculata*, obzwar auch dieses einen Abdruck der Innenseite der Blüte darstellt, nur als Vorwölbungen zu sehen sind. Das könnte dafür sprechen, daß die Synangien in Gewebeeinsenkungen, die man Synangiumhöhlen benennen kann, neben dem Kiel standen und gleich den Synangien anderer Arten abfällig waren. War zur Zeit der Einbettung der Blüte die Synangiumhöhle leer, so muß sie natürlich am Ausguß sich als Wölbung zeigen, war das Synangium aber noch nicht abgefallen, so mußte es sich in die Füllmasse eindrücken, also an der Oberfläche des Ausgusses als Einsenkung erscheinen. Gelingt es den Abdruck der Synangiumnarbe am Ausguß der Synangiumhöhle mit Sicherheit aufzufinden, dann kann dieser Erklärungsversuch als den tatsächlichen Verhältnissen entsprechend angenommen werden. Entschieden kann diese Frage freilich erst werden, wenn mehr Untersuchungsmaterial vorliegt als

[1] Diese Abhandlung Taf. I, Fig. 3.

[2] Taf. III, Fig. 6 dieser Abhandlung.

gegenwärtig. Ich muß hier daran erinnern, daß auch Nathorst (l. c., p. 14) bei seinen Erklärungsversuchen »an eine Einsenkung in das Sporophyll, dort wo die Synangien angeheftet waren« gedacht hat.

Soweit man die Sache gegenwärtig übersehen kann, liegt in dem Besitze dieses eingesenkten lappenständigen Synangiumpaares das unterscheidende Merkmal von *Williamsonia bituberculata* Nath. und *Williamsonia Alfredi* nov. sp. gegenüber der *Williamsonia whitbiensis* Nath., denn letztere besitzt mehrere nicht eingesenkte lappenständige Synangienpaare und alle drei besitzen becherständige Rudimentreihen. Wahrscheinlich sind die obersten Wirtel der Rudimentreihen bei *W. Nathorsti* und bei *W. whitbiensis* eigentlich Synangienwirtel. Dafür spricht der Nachweis von Pollenkörnern im Kohlebelag aus diesem Bereiche bei *W. whitbiensis*, den, wie schon gelegentlich erwähnt wurde, Nathorst erbracht hat. So gewinnt es den Anschein, als ob die auffallend quer gezogenen Eindrücke an der Oberfläche der Innenseite bei mehr flach gedrückten in Form von mit Kohlebelag bedeckten Abdrücken erhaltenen Blüten, respektive die mehr in die Quere gezogenen Abbruchstellen an Ausgüssen des Blüteninneren auf Synangien in der Region der Rudimente zurückzuführen wären, während die runden Eindrücke, respektive Abbruchstellen auf Rudimente hinweisen. In diesem Falle müßten der *W. bituberculata* im Becher lediglich Rudimente zugeschrieben werden, denn Williamson zeichnet und gibt an nur runde Narben, wobei allerdings das Original eine Kontrolle in dieser Beziehung, wie gleichfalls bereits früher bemerkt wurde, nicht mehr zuläßt. Jedenfalls ist aber die *W. bituberculata* durch die Ausrundungen zwischen den Lappen von der *W. Alfredi* unterschieden, die denselben Zuschnitt der Lappenzwischenräume wie *W. whitbiensis* besitzt, das heißt es treten bei den beiden eben genannten Arten die Lappen unter scharfem Winkel auseinander. Dazu kommt noch, daß bei *W. whitbiensis* die Rudimentreihen bis zum Zentrum laufen, während bei *W. Nathorsti* deutlich ein zentrales Feld (Mittelfeld) am Becherboden in Erscheinung tritt.

B.

Es erübrigt nunmehr nur noch der Vergleich mit der schon eingangs dieser Abhandlung erwähnten, von Seward als *W. pecten* betrachteten, gleich unserer *W. Nathorsti* als Ausguß erhaltenen Blüte.[1] Sie ist in Seward's »Jurassic Flora« I beschrieben (p. 202) und abgebildet (Taf. II, Fig. 7).

Diese Blüte gehört, wie Nathorst in der 9. Paläobotanischen Mitteilung (p. 16) ausführt, wahrscheinlich zur *W. whitbiensis*, besitzt jedoch einen mehr glockenförmigen Becher. Die einzelnen Rudimentreihen zeigen mindestens 10 Paare von Eindrücken, während bei *W. Nathorsti* nur höchstens 8 Paare beobachtet werden konnten. Wie sowohl aus der von Seward, als auch aus der von Nathorst (l. c., Taf. 3, Fig. 10) gegebenen Abbildung des Seward'schen Originales entnommen werden kann, zeigt dieser Blütenausguß an seiner Spitze eine Einsenkung, was natürlich einer entsprechenden Wölbung des zentralen Becherbodens entspricht. Gleiches ist auch bei *W. whitbiensis* zu beobachten, sowie bei *W. Alfredi*. Für *W. whitbiensis* verweise ich auf die Abbildungen bei Nathorst (l. c., Taf. 2, Fig. 1, 2).[2] Bei *W. Alfredi* ist der Durchmesser des eingesenkten Feldes größer wie bei den beiden anderen Arten. Aus dem Umstande, daß bei den verkohlt erhaltenen Exemplaren von *W. whitbiensis* und dem Seward'schen Blütenausguß die Einsenkung in gleicher Weise ausgeprägt und in beiden Fällen der Becher unversehrt erhalten ist, muß geschlossen werden, daß der Becher von *W. whitbiensis* seichter war als der von »*Williamsonia pecten*« Seward's. Es spricht dieser Umstand im Vereine mit der Tatsache, daß die einem Blütentypus angehörenden *W. bituberculata* und *W. Alfredi* seichte Becher besaßen, dafür, daß Seward's Fossil, für welches ich hiemit die Benennung *Williamsonia Sewardi*[3] vorschlage, wegen des 4 *cm* tiefen Bechers als eine der *W. whitbiensis* zwar sehr nahestehende, aber von ihr verschiedene Art aufzufassen ist. Ob etwa auch die bei Seward l. c., Taf. III, Fig. 8 abgebildete *Williamsonia* mit

---

[1] Diese Abhandlung Taf. III, Fig. 1, 2 (*Williamsonia Sewardi* F. Krasser).

[2] Siehe auch Taf. III, Fig. 6 dieser Abhandlung.

[3] Siehe auch Taf. III, Fig. 3.

13 Lappen zur *Williamsonia Sewardi* gehört, läßt sich umso weniger entscheiden, als sie das Äußere der Blüte zeigt, daher außer dem sehr stark hervortretenden Becher insbesondere nicht erkennen läßt, ob die lappenständigen Synangien vom Typus der *W. whitbiensis* oder der *W. bituberculata* sind. Mit unserer *W. Nathorsti* hat *W. Sewardi* außer der Erhaltungsweise im Sandstein nichts gemein, denn die zum Teil, wie aus der Nathorst'schen Abbildung ersehen werden kann, nicht schlecht erhaltenen Lappen besitzen sicher keine Synangiumhöhlen, wodurch eben der Anschluß an *W. whitbiensis* gegeben ist. Die Rudimentreihen jedoch, die auf den Sandsteinausgüssen der *W. Sewardi* und der *W. Alfredi* so deutlich hervortreten und bei der ersten Betrachtung die beiden so ähnlich erscheinen lassen, daß man sie identifizieren möchte, bilden aber ein gemeinsames Merkmal sonst gut unterschiedener Typen männlicher Blüten von *Williamsonia*.

Zur *Williamsonia Sewardi* kann des tiefen Bechers halber auch der teilweise mit Kohlebelag versehene Abdruck einer männlichen *Williamsonia*-Blüte vom Typus der *W. whitbiensis* gehören, den ich in meiner Abhandlung »*Williamsonia* in Sardinien« in den Sitzungsberichten der kais. Akad. der Wissenschaften, Bd. CXXI, I. Abt. (Novemb. 1912) abgebildet (Fig. 14) und beschrieben (p. 22 und folgende) habe. Es ist das Handstück Nr. 49/1*a* der Sammlung von Prof. Dr. Domenico Lovisato in Cagliari (Sardinien). Dasselbe zeigt den Längsaufbruch eines verkohlten Bechers, in welchem man die Rudimentreihen teilweise sehr schön ausgeprägt vorfindet. Man sieht hier nicht nur deutlich die Stellungsverhältnisse der Rudimente, sondern findet an den Ursprungsstellen ihre Reste in Form von Kohlestiftchen, was vermutlich nach Analogie mit den stark kutinisierten rudimentären Synangien von *Williamsonia pecten* (im Sinne von Nathorst) auf den Besitz einer mächtigen Kutikula hindeutet. Man kann leicht feststellen, daß die sardinische *Williamsonia* in Übereinstimmung mit dem Original der *W. Sewardi* mindestens 10-zählige Rudimentreihen besitzt.[1]

II.

Der Grestener Sandsteinschiefer von Steierdorf umschloß auch eine ganz eigenartige *Williamsonia*-Blüte, welche Merkmale der *Williamsonia setosa* Nath. und, wie es scheint, auch der *W. mexicana* Wieland vereinigt. Leider scheint die letztere noch nicht beschrieben zu sein. Es ist mir wenigstens bisher nur das kleine Habitusbild davon bekannt geworden, welches Wieland in seiner Abhandlung »On the *Williamsonian* triebe« 1911 im American Journal of Science (Vol. XXXII, Dezember 1911, p. 461, Fig. 17 *C*) veröffentlichte.

Da das Fossil, weil es mit keiner der bisher beschriebenen *Williamsonia*-Arten identisch ist, einen wissenschaftlichen Namen erhalten muß, stelle ich denselben schon der Bequemlichkeit und Kürze des Ausdruckes halber, die daraus der nachfolgenden Darstellung erwachsen, an die Spitze meiner Darlegungen.

Williamsonia banatica nov. spec.

Taf. II, Fig. 1, 2.

Wirtel von 21 männlichen Sporophyllen, welche nur am Grunde zusammenhängen. Enden zugespitzt und eingebogen. Synangien zahlreich, bei seitlicher Ansicht des Sporophylles imbrikaten streifigen Fiedern gleichend, von eiförmiger Gestalt, in zwei Reihen angeordnet. Spreite der nach Außen gewölbten Sporophylle schmal, größte Breite 4 *mm*, Länge bis zur Einbiegungsstelle zirka 22 bis 30 *mm*. Der Durchmesser des Sporophyllwirtels beträgt in der Höhe der Einbiegung gemessen etwa 55 *mm*.

Der Sporophyllwirtel von *Williamsonia banatica*, der entweder das Androeceum einer Zwitterblüte oder eine männliche Blüte darstellt, ist als Abdruck der Außenseite (Unterseite) erhalten. Da aber die Sporophylle zum Teile bei der Einbettung durch Druck aus ihrer natürlichen Lage gebracht wurden, so

[1] Siehe Taf. III, Fig. 5.

kommt an verschiedenen Stellen ihre Innenseite mehr oder minder zur Ansicht, oder man erkennt den Abdruck der Profilstellung. So ließen sich die wichtigsten Merkmale der Synangien feststellen. Leider wurde seinerzeit der Kohlebelag so gut wie vollständig beim Präparieren entfernt. Der Gegendruck ist ebenfalls nicht mehr vorhanden.

Die *Williamsonia setosa*,[1] mit welcher unsere *Williamsonia banatica* in erster Linie verglichen werden muß, wurde von Nathorst in seiner 9. Paläobotanischen Mitteilung (1911) p. 17/18 beschrieben und auf Taf. 4 derselben Abhandlung durch 11 Figuren erläutert. Ihre wesentlichen Merkmale sind der Mangel eines durch Verwachsung der Sporophyllbasen entstehenden Bechers, also die am Grunde nur schwach verwachsenen, vielleicht nur infolge der eigentümlichen borstigen Behaarung zusammenhängenden Sporophylle; die große Zahl der Sporophylle (anscheinend 21); die Borsten, an welchen auch kleine Sporophyllfragmente dieser Art leicht erkannt werden können; die spiralig (farnartig) eingerollten Spitzen der Sporophylle. Die Synangien haben dieselbe gekrümmte Form, wie sie bei den Williamsonien gewöhnlich vorkommt. Die Pollenkörner gleichen denen von *W. whitbiensis*. Die Dimensionen der Sporophylle sind bedeutend größer als bei *Williamsonia banatica*.

Mit der *Williamsonia setosa* hat die *W. banatica* die große Zahl der Sporophylle gemeinsam. Obgleich sie in der Form im allgemeinen übereinstimmen, sind sie doch weder mit Borsten versehen, noch sind sie an der Spitze spiralig eingerollt. Die Sporophyllspitzen der *W. banatica* sind an dem einzigen uns vorliegenden Exemplare in das Gestein hineingekrümmt, man erhält jedoch nicht den Eindruck spiraliger Einrollung, sondern klauenartiger Einkrümmung. Überdies scheinen die Sporophylle der *W. banatica* schärfer gekielt gewesen zu sein als die Sporophylle der *W. setosa*. Ein vollständiger Sporophyllwirtel von *W. setosa* umschließt eine Lichte von ovalem Umriß und nach Nathorst's Angabe und Abbildung (l. c., p. 17 und Taf. 4, Fig. 1) von $12 \times 19\,mm$ Durchmesser. Bei *W. banatica* ist der Umriß dieser Lichte fast kreisförmig und beträgt der Durchmesser je nach der Orientierung 6 bis $7\,mm$.

Abweichend vom gewöhnlichen Typus der Synangien, dem auch *W. setosa* folgt, ist die Form derselben bei *W. banatica*. Wie bereits in der Diagnose angegeben, gleichen sie streifigen Fiedern von eiförmiger Gestalt. Die Synangiennatur dieser Gebilde kann gegenwärtig nur aus ihren Stellungsverhältnissen erschlossen werden, da sie nur im Abdruck und nicht in Substanz erhalten sind. Aus demselben Grunde kann auch nicht angegeben werden, ob Rudimente bei dieser Art vorhanden sind, respektive in welcher Sporophyllregion die Sterilität einsetzt. Jedenfalls ist aber die Behauptung gerechtfertigt, daß die Sporophylle von *W. banatica* zahlreiche randnahe, in zwei Zeilen angeordnete Gebilde tragen, die zwar nicht nierenförmig ausgebildet sind, aber doch dieselbe Anordnung wie Synangien besitzen.

Die Ähnlichkeit der *W. banatica* mit *W. mexicana* Wieland MS. besteht insbesondere darin, daß letztere Art nach der bereits zitierten von Wieland 1911 publizierten Abbildung streifige Synangien aufweist. Auch die dem Rande nähere Insertion und die mehr ovale Form der Synangien scheint die *W. mexicana* zu besitzen, desgleichen sind nach der Abbildung, es sind ihrer mehr als 10, die Synangien tragenden Lappenteile sehr deutlich gekielt. Im übrigen besteht keine Ähnlichkeit, denn die *W. mexicana* hat einen mächtigen Becher, welcher mehrmals tiefer ist als die Synangien tragenden Lappen lang sind.

Sollte *W. banatica* den männlichen Wirtel einer Zwitterblüte darstellen, so liegt vielleicht eine *Cycadeoidea*-Art vor. Es ist daher von Interesse festzustellen, daß *Cycadeoidea*-Stämme im Lias von Yorkshire vorkommen, wie man aus Seward's »The Jurassic Flora« II (London 1904) Liassic and oolitic Floras of England, p. 45, ersehen kann: *Cycadeoidea gracilis* (Carr.) Sew. und *C. pygmaea* Lindl. & Hutt. Sie stammen aus dem Unterlias von Dorsetshire von dem interessanten Fundorte von Liaspflanzen in marinen Schichten nächst Lyme Regis. Williamsonien sind indessen von dort bisher nicht bekannt.

[1] Taf. II, Fig. 3.

Wie die Fig. 3 auf Taf. 234 der »Plantes jurassiques« von Saporta lehrt, muß zum Vergleich mit unserer *Williamsonia banatica* auch der von Saporta als *Williamsonia Zeilleri*[1] beschriebene Abdruck herangezogen werden. Die von Saporta am angegebenen Orte auf p. 180 mitgeteilte Diagnose lautet: »*W.*, appendice terminali? profunde partito, ex segmentis 12 obtuse lanceolatis basi extrema coalitis composito, post anthesin autem deciduo.«

In der weiteren Erörterung weist Saporta auf die Ähnlichkeit mit *Weltrichia* und auch auf die unterscheidenden Merkmale hin, um schließlich den fraglichen Abdruck als mutmaßlichen terminalen Anhang (»appendice terminal présumé«) einer von *Williamsonia gigas* verschiedenen Art zu erklären. Saporta tut dar, daß die für *Weltrichia* charakteristischen Appendices fehlen und daß die Segmente des in Rede stehenden Abdruckes am Grunde einen Tubus bilden. Die Segmente, ungefähr 12 an Zahl besitzen eine lanzettliche Form, waren, nach der Beschaffenheit des Kohlebelages zu urteilen, von ledriger Konsistenz und sind leicht zurückgekrümmt. Dem terminalen Appendix von *Williamsonia gigas* gegenüber ist *Williamsonia Zeilleri* kleiner, tiefer geteilt und die Segmente hängen also in geringerem Maße zusammen. Es handelt sich nach diesen Ausführungen Saporta's also um jenes Gebilde, das Williamson zugleich mit dem später von Nathorst als männliche *Williamsonia*-Blüte (= *W. bituberculata* Nath.) aufgeklärten Gebilde als »carpellary disc« bezeichnet hatte, das von Nathorst in Übereinstimmung mit Saporta und Lignier als »trichterförmiger Anhang« an der Spitze der weiblichen Blüte von *Williamsonia gigas*« aufgefaßt wird, wie seine Ausführungen in der 9. Paläobotanischen Mitteilung von 1909 auf p. 13 lehren. Es ist aber gerade für *Williamsonia Zeilleri* ganz und gar nicht ausgeschlossen, daß es sich um eine männliche Blüte (resp. männlichen Wirtel) handelt, was sich allerdings aus der Abbildung allein nicht feststellen läßt. Auf *Williamsonia Zeilleri* mußte im Zusammenhang mit unserer *Williamsonia banatica* wegen des Habitus und der Größenverhältnisse (Durchmesser zirka 60 *mm*) des Gebildes und der Lappendimensionen (etwa 30 *mm*) Länge bei 3 bis 5 *mm* größter Breite) hingewiesen werden. Es besteht für *Williamsonia Zeilleri* noch eine Deutungsmöglichkeit, auf die ich, da von diesem Fossil nun schon die Rede ist, hinweisen möchte; es liegt vielleicht das Perianth einer weiblichen Blüte vor oder ein Cycadophytenrest vom äußeren Aussehen des *Cycadocephalus Sewardi* Nath. Die letztere Auffassung, die selbstverständlich nur haltbar wäre, wenn die Untersuchung des Originales die *Cycadocephalus*-Merkmale zutage fördern kann, läßt sich als möglicherweise berechtigt nur deshalb vorbringen, weil nach Saporta's Abbildung die Segmente gleich den Außenseiten der Sporophylle von *Cycadocephalus* nach den Abbildungen in Nathorst's 11. Paläobotanischen Mitteilung auf Taf. 1, wenigstens teilweise, einen Medianus erkennen lassen und auch die Dimensionen und Formverhältnisse nicht widersprechen. Von Synangien ist allerdings auf der Zeiller-Saporta'schen Abbildung keine Spur zu entdecken. Eine nähere erneute Untersuchung der *Williamsonia Zeilleri* wäre sicherlich nicht nur zur Entscheidung der möglichen verschiedenen Auffassungen halber, sondern auch des geologischen Alters wegen interessant, denn das Objekt stammt aus einem Horizont des unteren Kimmeridge von Orbagnoux (Ain). Auch im Kimmeridge von Sutherland finden sich Williamsonien, welche Seward in seiner Abhandlung »The jurassic Flora of Sutherland« als »a protecting envelope to a fertile shoot« deutet und mit *Blastolepis otozamitis* Zign., *Williamsonia cretacea* Heer, *Williamsonia microps* Feistm. und *Williamsonia oregonensis* Font. vergleicht.

Alle diese Vergleiche hinken indes, soweit unsere *Williamsonia banatica* in Betracht kommt, es wird dadurch nur deutlicher, daß in der Tat die meiste Ähnlichkeit mit *Williamsonia setosa* Nath. besteht.

* * *

Die Originale von *Williamsonia Alfredi* und *Williamsonia banatica* befinden sich im Museum der k. k. Geologischen Reichsanstalt in Wien. Für beide gilt die nähere Fundortsbezeichnung »Wetterstollen, Mittel im Liegenden vom Hauptflötz, Steierdorf.«

---

[1] Siehe Taf. III, Fig. 7 der vorliegenden Abhandlung.

Ich erfülle eine angenehme Pflicht, indem ich an dieser Stelle allen Personen auf das Verbindlichste danke, welche in irgend einer Weise meine Cycadophytenstudien gefördert haben.

Zu tiefster Dankbarkeit fühle ich mich der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften gegenüber verpflichtet, welche durch eine namhafte Subvention aus der Erbschaft Treitl meine ausgedehnten Untersuchungen über Cycadophyten möglich machte, über deren Ergebnisse ich nun in einer Reihe von Abhandlungen, von denen die erste hier vorliegt, berichten kann. Besonderen Dank schulde ich auch der k. k. Geologischen Reichsanstalt in Wien, deren Schätze mir in liberalster Weise zugänglich gemacht wurden.

Übersicht über die wichtigsten Untersuchungsergebnisse.

1. Im Grestener Sandstein von Steierdorf im Banat kommen zwei Williamsonien vor, von denen die eine, *Williamsonia Alfredi*[1] n. sp., an Williamson's »*carpellary disc*« (*Williamsonia bituberculata* Nath.), die andere, *Williamsonia banatica* n. sp., an die *Williamsonia setosa* Nath. sich anschließt.

2. Während *W. Alfredi* sicher eine männliche Blüte darstellt, besteht für *W. banatica* die Möglichkeit, daß sie als Androeceum zu einer morphologisch als Zwitterblüte zu betrachtenden *Williamsonia* gehört. Panzerzapfen sind bisher jedoch aus Steierdorf nicht bekannt geworden.

3. Die *W. Alfredi*, welche gegenwärtig nur als Ausguß der Blüte bekannt ist, zeigt durch die Eigentümlichkeiten der Lappen morphologische Beziehungen zu *W. bituberculata* Nath., durch die Eigentümlichkeiten des Becherausgusses aber zu *W. pecten* Sew. non Nath. (= *W. Sewardi* F. Krasser n. sp.), welche Art sich an *W. whitbiensis* Nath. anschließt.

4. Die *W. Alfredi* von Steierdorf ist zur Zeit das einzige Exemplar einer *Williamsonia* vom Habitus der *W. bituberculata*, welches die Rudimentreihen deutlich zeigt, überdies die Synangienpaare im Hohldruck, sowie zum Teile auch plastisch, während sie am Originale der *W. bituberculata*, obzwar auch letztere einen Abdruck der Innenseite der Blüte darstellt, nur als Vorwölbungen zu sehen sind. Das erlaubt die Deutung, daß diese Synangien in Gewebeeinsenkungen, die man Synangiumhöhlen benennen kann, neben dem Kiele standen und gleich den Synangien anderer Arten abfällig waren. War zur Zeit der Einbettung der Blüte eine Synangiumhöhle leer, so mußte sie natürlich am Ausguß sich als Wölbung zeigen; war das Synangium aber noch nicht abgefallen, so wurde es von der Füllmasse eingeschlossen und muß sich also an der Oberfläche des Ausgusses als Einsenkung zu erkennen geben.

5. Durch den Besitz der eingesenkten lappenständigen Synangiumpaare unterscheiden sich *W. bituberculata* und *Alfredi* von *W. whitbiensis* und *Sewardi*, da letztere keine eingesenkten Synangiumpaare aufweisen. Von anderen schwieriger festzustellenden Merkmalen abgesehen, unterscheidet sich *W. bituberculata* durch die Ausrundungen zwischen den Lappen von der *W. Alfredi*, die gleich der *W. whitbiensis* und *Sewardi* unter scharfem Winkel austretende Lappen zeigt. *W. Sewardi* ist von *whitbiensis* durch den tieferen Becher unterschieden. *W. bituberculata* und *W. Alfredi* besitzen entschieden seichte Becher.

6. Die in den Juraschichten von Sardinien vorkommenden Williamsonien vom Typus der *W. whitbiensis* sind des tieferen Bechers halber (mindestens 10-zählige Rudimentreihen) besser als *W. Sewardi* zu bezeichnen.

7. Die *Williamsonia banatica* ist als Abdruck der Außenseite (Unterseite) erhalten. Da aber die Sporophylle durch den Druck der Einschlußmasse zum Teile aus ihrer natürlichen Lage gebracht wurden, so kommt an verschiedenen Stellen ihre Innenseite teilweise zur Ansicht, oder man erkennt den Abdruck der Profilstellung.

8. Von der *W. setosa* unterscheidet sich *W. banatica* trotz großer habitueller Übereinstimmung durch den Mangel an Borsten und das Fehlen spiraliger Einrollung der Sporophyllspitzen, da letztere lediglich

[1] Die Originale von *W. Alfredi* und *W. banatica* sind Unika! *W. Alfredi* wurde Alfred G. Nathorst zu Ehren so genannt.

klauenartig in das Gestein hineingekrümmt sind. Die von dem Sporophyllwirtel umschlossene Lichte ist bei *W. banatica* wesentlich enger, und die Synangien gleichen streifigen Fiedern von eiförmiger Gestalt, wodurch die Sporophylle der *W. banatica* den Lappen der *W. mexicana* Wiel. msc. — die aber einen mächtigen Becher besitzt, also mit dem *setosa*-Typus nichts weiter gemein hat — ähnelt.

9. Sämtliche für den Vergleich in Betracht kommende Arten gehören den von den Geologen Großbritanniens als »Lower Estuarine Series« bezeichneten Schichten der Küste von Yorkshire an. Da die Lower Estuarine Series aber zum Inferior Oolite (Bajocian) gehören, also bestimmten Schichten des mittleren Jura (Dogger) entspricht, die Grestener Sandsteine des Banates aber sicher dem Unterlias angehören, so ergibt sich die bemerkenswerte Tatsache, daß sowohl der Typus der männlichen *Williamsonia*-Becherblüte mit Synangienhöhlen, als der männlichen *Williamsonia*-Wirtelblüte mit kaum verwachsenen Sporophyllen (also becherlos, daher kurz »Wirtelblüte« genannt) in nahestehenden Arten ein beträchtlich höheres geologisches Alter besitzen, als man bisher annehmen konnte.

10. Sollte die Wirtelblüte von Steierdorf nur das Androeceum einer Bennettitalesblüte repräsentieren, so könnte an das Vorkommen des bisporangiaten *Cycadeoidea*-Typus in den Grestener Schichten gedacht werden. In dieser Beziehung ist es interessant, daß aus dem Lias von Lyme Regis in England *Cycadeoidea*-Stämme (*Cycadeoidea gracilis* [Carr.] Sew. und *C. pygmaea* L. et H.) bekannt sind, aber keine Cycadophytenblüten oder Teile solcher.

Register.

Seite

Becherblüte (von *Williamsonia*) . . . . . 12 [12]
Blastolepis Otozamitis Zigno . . . . . 10 [10]
carpellary disc . . . . . 4, 5, 10, 11 [4, 5, 10, 11]
Williamson's Restaurationsversuch . . . . . 5, 7 [5, 7]
Nathorst's und Williamson's Schema . . . . . 6 [6]
Cycadeoidea . . . . . 9, 12 [9, 12]
— *gracilis* (Carr.) Sew. . . . . 9, 12 [9, 12]
— *pygmaea* L. et H. . . . . 9, 12 [9, 12]
Cycadocephalus . . . . . 10 [10]
Cycadophytenstämme im Lias, welche auf *Cycadeoidea* hinweisen . . . . 9, 12 [9, 12]
Podocarya Buckl. . . . . 2 [2]
— *Bucklandi* Ung. . . . . 2 [2]
Synangienhöhle . . . . . 7, 11 [7, 11]
Wielandiella punctata Nath. . . . . 5 [5]
Williamsonia Alfredi n. sp. . . . . 2—7 [2—7]
Kurze Diagnose . . . . . 3 [3]
Rudimentreihen und Synangien im Vergleich mit *Williamsonia bituberculata* . . . . . 7 [7]
Unterscheidung von *W. bituberculata* . . . . . 10 [10]
» » *W. whitbiensis* . . . . . 7 [7]
Vergleichung mit anderen männlichen *Williamsonia*-Blüten . . . 4 [4]
— *banatica* n. sp. . . . . 8, 11 [8, 11]
Diagnose . . . . . 8 [8]

Seite

Synangien . . . . . 9 [9]
Unterschiede von *W. setosa* . . . . . 9 [9]
Williamsonia bituberculata Nath. . . . . 5, 11 [5, 11]
Unterscheidung von *W. Alfredi* . . . . . 7 [7]
» » *W. whitbiensis* . . . . . 7 [7]
— *Bucklandi* (Ung.) Sap. . . . . 2 [2]
— *cretacea* Heer . . . . . 10 [10]
— *gigas*, terminaler Anhang . . . . . 10 [10]
— *Leckenbyi* Nath. . . . . 7 [7]
— *mexicana* Wiel. . . . . 9, 12 [9, 12]
— *microps* Feistm. . . . . 10 [10]
— *Nathorsti* Wiel. msc. . . . . 2 [2]
— *oregonensis* Font. . . . . 10 [10]
— *pecten* Nath., Synangien . . . . . 4 [4]
— — Sew. = *W. Sewardi* F. Krasser . . . . . 4, 5, 11 [4, 5, 11]
— — Sew., mit 13 Lappen . . . . . 8 [8]
— *setosa* Nath. . . . . 9, 11 [9, 11]
— *Sewardi* F. Krasser . . . . . 7, 8, 11 [7, 8, 11]
Anschluß an *W. whitbiensis* . . . . . 8 [8]
Namengebung . . . . . 7 [7]
Vorkommen in Sardinien . . . . . 8 [8]
— *whitbiensis* Nath. . . . . 3, 5, 7, 8 [3, 5, 7, 8]
Whitbiensis-Typus in Sardinien kann *W. Sewardi* sein . . . . . 8 [8]
— *Zeilleri* Sap. . . . . 10 [10]
Ähnlichkeit mit *W. banatica* . . . . . 10 [10]
Deutungsmöglichkeiten . . . . . 10 [10]
Wirtelblüte (von *Williamsonia*) . . . . . 10, 12 [10, 12]

Literaturliste.

Krasser F. *Williamsonia* in Sardinien. — Sitzungsber. der kais. Akad. der Wissensch. in Wien, math.-naturw. Kl., Bd. CXXI, Abt. I, November 1912.

— Die fossile Flora der Williamsonien bergenden Juraschichten von Sardinien. — Anzeiger der kais. Akad. der Wissensch. in Wien, Sitzungsber. der math.-naturw. Kl. vom 6. Februar 1913.

Kudernatsch J. Geologie des Banater Gebirges. — Sitzungsber. der kais. Akad. der Wissensch. in Wien, math.-naturw. Kl., 1857, Bd. XXIII, 1857.

Nathorst A. G. Några anmärkningar om *Williamsonia* Carr. — Ofversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1880, No. 9, Stockholm.

— Paläobotanische Mitteilungen:
8. Über *Williamsonia, Wielandiella, Cycadocephalus* und *Weltrichia* (Bd. 45, Nr. 4, 1909).
9. Neue Beiträge zur Kenntnis der *Williamsonia*-Blüten (Bd. 46, Nr. 4, 1911).
11. Zur Kenntnis der *Cycadocephalus*-Blüte (Bd. 48, Nr. 2, 1912).
Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar.

— Die Mikrosporophylle von *Williamsonia.* — Arkiv för Botanik. Bd. 12, No. 6, 1912.

Saporta G. de. Paléontologie française. Plantes jurassiques, Paris, 4 vol., 1872—1891.

Seward A. C. The jurassic flora I. — The Yorkshire coast. London 1900.
The jurassic flora II. — Liassic and oolitic floras of England. (Excluding the inferior oolitic plants of the Yorkshire coast.) London 1904.

— The jurassic flora of Sutherland. — Transact. of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XLVII, part IV, No. 23. Edinburgh 1911.

Stur D. Geologie der Steiermark. Graz 1871.

Wieland G. R. American fossil Cycads. Carnegie Institution. Washington 1906.

— The *Williamsonias* of the Mixteca Alta. — Botan. Gazette, vol. 48, No. 6, Dezember 1909.

— On the *Williamsonian* tribe. — Americ. Journ. of science. Vol. XXXII, Dezember 1911.

— The Liassic Flora of the Mixteca Alta of Mexico, its composition, age and source. — Americ. Journ. of science. Vol. XXXVI, No. 213, September 1913.

Williamson W. C. Contributios towards the history of Zamia gigas L. & H. — Transact. of the Linn. soc., vol. XXVI, 1870.

Erklärung der Tafeln.

Wenn nicht anders angegeben, stellen die Figuren das Objekt in natürlicher Größe dar. Die photographischen Aufnahmen wurden nicht retouchiert.

Tafel I.

Tafel I.

Williamsonia Alfredi F. Krasser ♂.

p. 3 [3].

Das Originalexemplar befindet sich im Museum der k. k. Geologischen Reichsanstalt in Wien.

Fig. 1 ($^{9}/_{10}$ n. Gr.). Das vollständige Exemplar. Ausguß der Blüte durch das Einschlußmedium. Die Oberfläche zeigt also den Abdruck der Innenseite der Blüte.

Fig. 2. Vergrößerung nach einem von der Originalaufnahme hergestellten Diapositiv. Die gleiche Orientierung wie in Fig. 1.

Williamsonia bituberculata Nath. ♂.

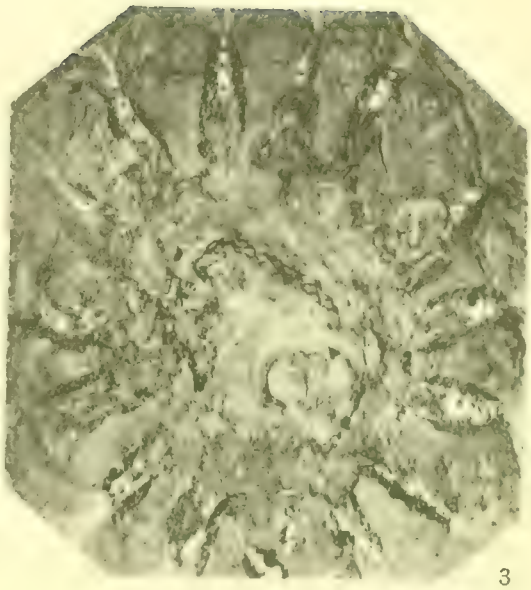
p. 5 [5].

Das Original, Williamson's »carpellary disc«, liegt im Museum zu Whitby, Yorkshire.

Fig. 3. Wiedergabe der von Nathorst (Paläobotan. Mitt. 9, Taf. 3, Fig. 8) nach dem Originalexemplar gebotenen photographischen Abbildung.

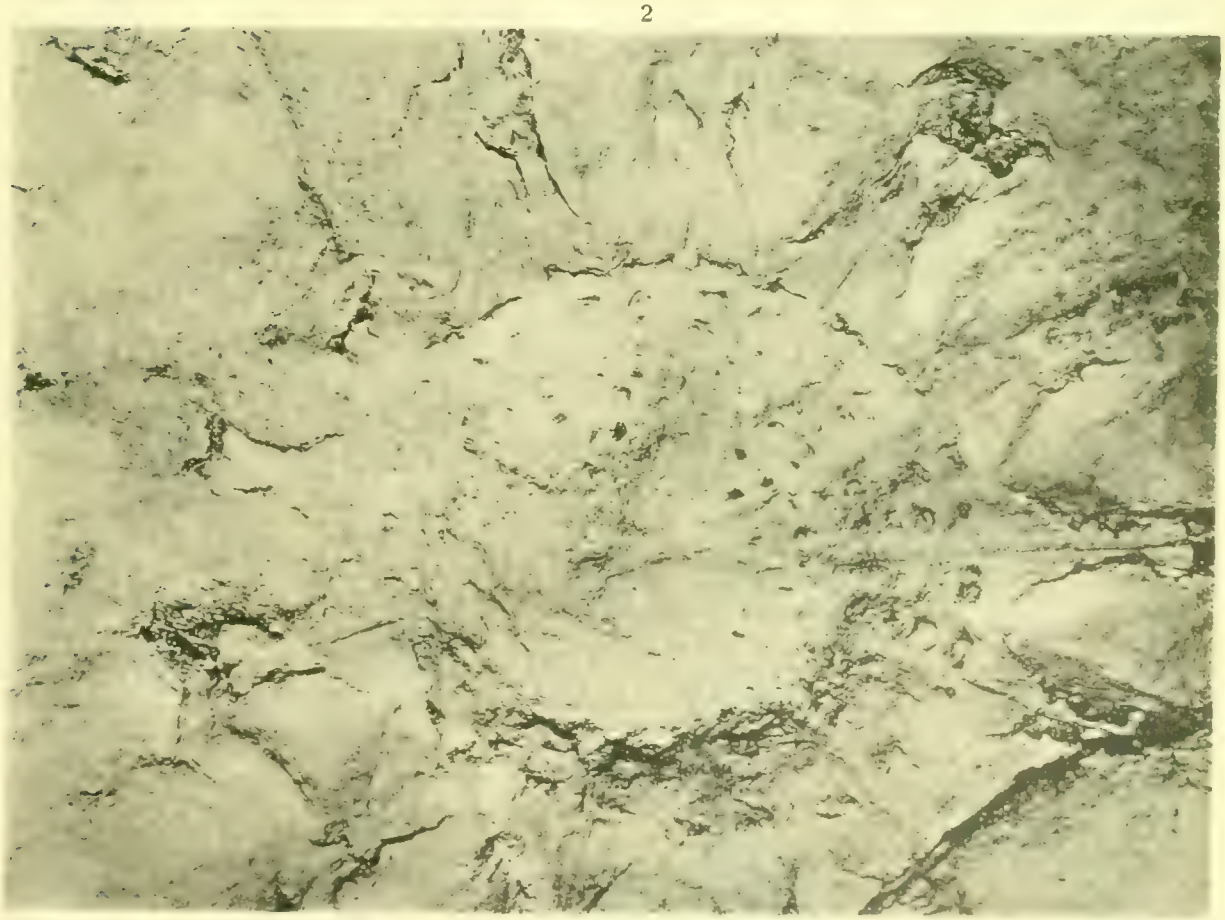
Die von Williamson selbst seinerzeit veröffentlichte zeichnerische Darstellung ist ungenau, umsomehr die Schemen.

1



3

2



F, Krasser phot. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel II.

Tafel II.

Williamsonia banatica F. Krasser ♂.

p. 8 [8].

Das Original befindet sich in der Geologischen Reichsanstalt in Wien.

Fig. 1 ($^9/_{10}$ n. Gr.). Das vollständige Exemplar. Im Wesentlichen Abdruck der Außenseite. Da die Sporophylle bei der Einbettung durch den Druck der Einbettungsmasse zum Teil aus ihrer natürlichen Lage gebracht wurden, so kommt auch ihre Innenseite an verschiedenen Stellen mehr oder minder deutlich zur Ansicht, oder man erblickt die Sporophylle in der Profilstellung.

Fig. 2. Vergrößerung nach einem Diapositiv von der Aufnahme, welche der Fig. 1 zugrunde liegt. Gleiche Orientierung.

Williamsonia setosa Nath. ♂.

p. 9 [9].

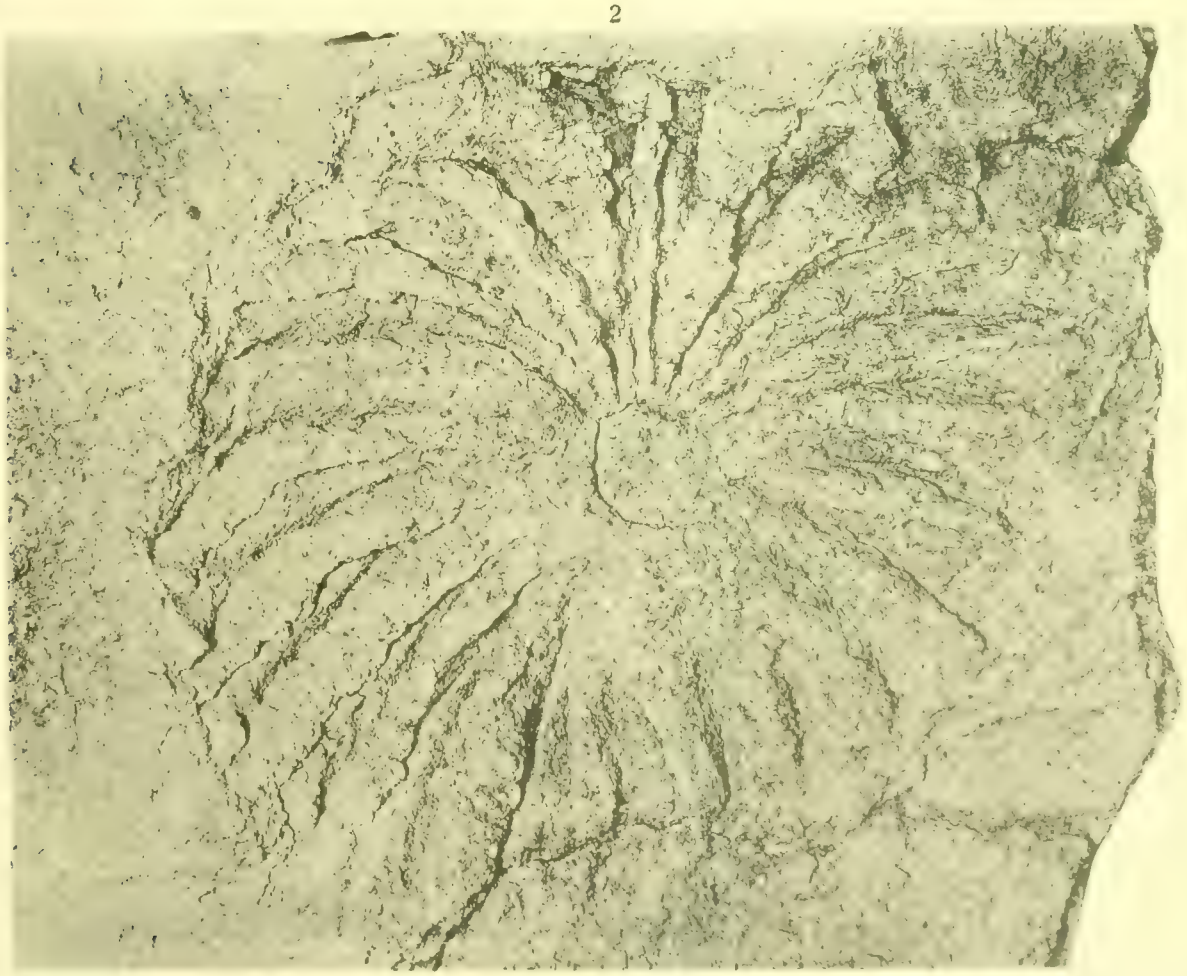
Das Originalexemplar liegt im Naturhistorischen Reichsmuseum in Stockholm.

Fig. 3. Reproduktion nach Nathorst. (Paläobotan. Mitt. 9, Taf. 4, Fig. 1.) »Ein ziemlich vollständiges Exemplar mit anscheinend 21 Sporophyllen (dasselbe, welches in Paläobotan. Mitt. 8, Taf. 7, Fig. 1 abgebildet ist).« Letztere Abbildung war als *Williamsonia gigas* (Williamson) Carr. ♀ bezeichnet und als »der mutmaßliche trichter- oder regenschirmartige Anhang am Gipfel der weiblichen Blüte» gedeutet worden, da erst das von Halle im Sommer 1910 in den Estuarine Series bei Whitby aufgesammelte reiche Material von Williamsonien die Existenz der in der Folge als *Williamsonia setosa* Nath. bezeichneten Art erkennen ließ.

1

3

2



F. Krasser phot. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel III.

Tafel III.

Williamsonia Sewardi F. Krasser ♂.

(Synon.: *W. pecten* Sew. non Nath.)

p. 7 [7].

Die Originale aus dem Dogger der Yorkshire Coast gehören dem British Museum (Natural History) in London.

Fig. 1. Ausguß der Becherblüte, dessen Oberfläche demnach den Abklatsch der Innenseite dieser Blüte zeigt.
Nach der Lithographie in Seward, Jur. Flora L (Taf. 2, Fig. 7), jedoch richtig orientiert.

Fig. 2. Lichtbild desselben Seward'schen Originales nach der von Nathorst (Paläobotan. Mitt. 9, Taf. 3, Fig. 10) reproduzierten für ihn von Miss Dr. Stopes hergestellten Aufnahme.

Fig. 3. Die Außenseite einer anderen Blüte derselben Art in der Aufsicht auf den Becher.
Nach der Lithographie in Seward, Jur. Flora I (Taf. III, Fig. 8).

Williamsonia Sewardi F. Krasser.

(Synon.: *W. whitbiensis* F. Krasser non Nath.)

p. 8 [8].

Die von Prof. Dr. Lovisato im Dogger von Sardinien gefundenen Belegstücke befinden sich in seiner Sammlung im Geologischen Institut der Universität in Cagliari.

Fig. 4 und 5 nach F. Krasser, *Williamsonia* in Sardinien, Taf. 2, Fig. 13 beziehungsweise 14.

Fig. 4 zeigt einen Teil der Innenseite und die basalen Teile der Lappen.

Fig. 5 zeigt die Innenseite des Bechers bis zum Grunde. Nähere Ausführungen bei Krasser, l. c., p. 18 (960).

Williamsonia whitbiensis Nath. ♂.

p. 7 [7].

Das Original befindet sich im Naturhistorischen Reichsmuseum in Stockholm.

Fig. 6 ist nach einer mir von Nathorst mitgeteilten scharfen Kopie von dem seiner Fig. 1 auf Taf. 2 der 9. Paläobotan. Mitt. zugrunde liegenden Negativ hergestellt worden.

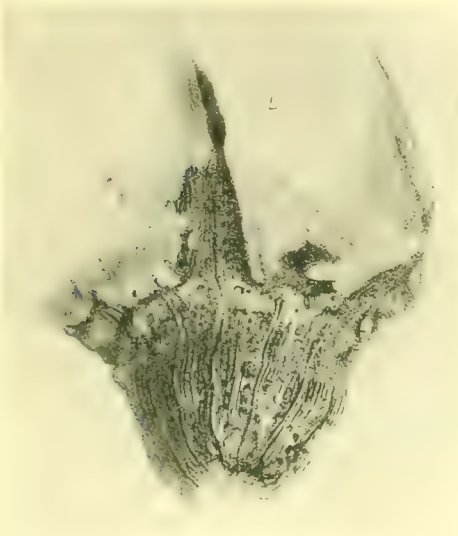
Eine ziemlich vollständige Blüte von der Außenseite (Unterseite) gesehen. Wo der Kohlebelag fehlt, treten die Abdrücke der Rudimente und Synangien deutlich hervor.

Williamsonia Zeilleri Sap.

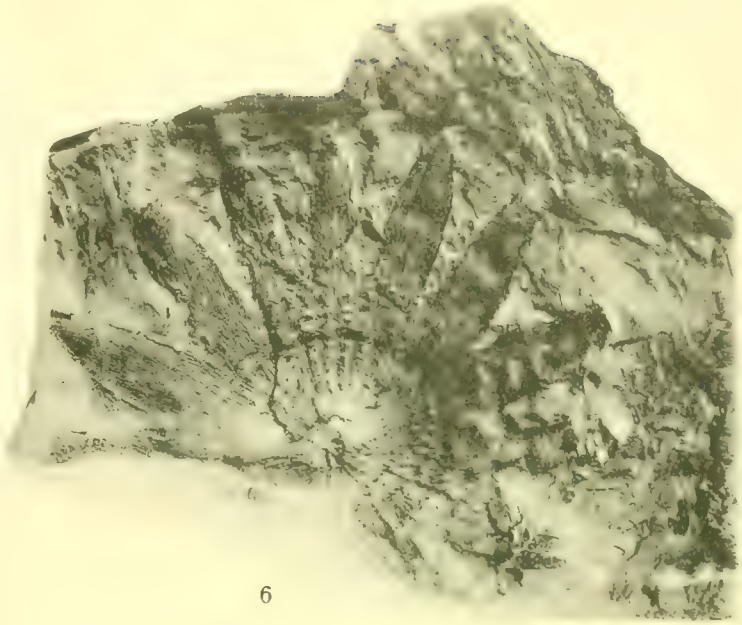
p. 10 [10].

Das Original befindet sich wahrscheinlich im Museum d'histoire naturelle zu Paris.

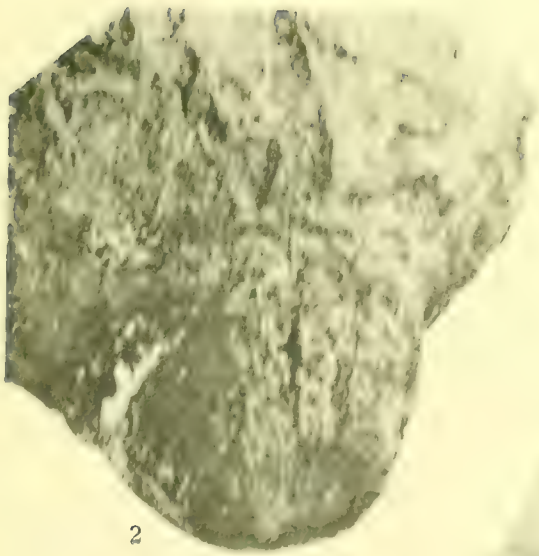
Fig. 7. Nach der Lithographie in Saporta, Plantes jurassiques, Taf. 234, Fig. 3.



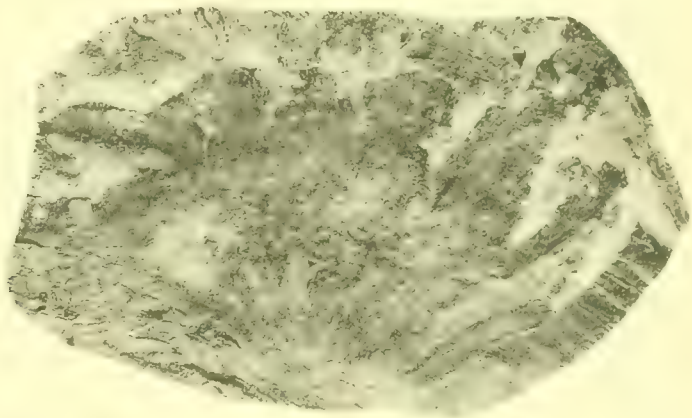
1



6

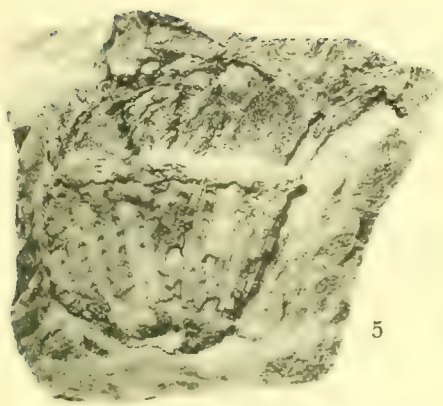


2

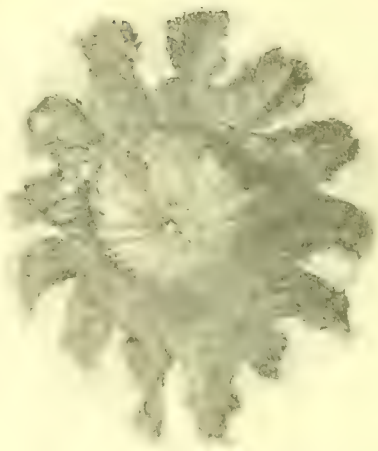


4

7



5



3

F. Krasser phot.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

BEITRÄGE ZUR KENNTNIS DER FLUSSFISCHE SÜDAMERIKAS

V.

VON

DR. FRANZ STEINDACHNER

W. M. K. A.

Mit 13 Tafeln und 4 Textfiguren

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 8. JULI 1915

Acara geayi Pell.

Tafel VI, Fig. 5.

Diese Art war bisher nur von wenigen Zuflüssen des Amazonenstromes bekannt. Dr. Haseman sammelte sie während seiner letzten südamerikanischen Reise in den Jahren 1912 und 1913 in großer Menge in Rio branco bei Boa Vista und Bem Querer, in einem Sumpfe des Urubú, der in den Tacutú fließt, sowie im Rupununi.

Bei jungen Exemplaren von 19 bis 44 *mm* zieht, wie bei älteren Individuen, eine dunkle Binde von der Spitze des Occipitalfortsatzes nach vorne, vom Auge unterbrochen, im Bogen über die Wangen zum Winkel des Vordeckels und unteren Rande des Zwischendeckels und eine zweite Binde von der Basis des 5. bis 7. Dorsalstachels schräge nach hinten und unten nahezu bis zum Bauchrande in geringer Entfernung vor dem Beginne der Anale herab. Überdies liegt aber eine Reihe brauner Flecken längs der Basis der Dorsale und eine zweite Reihe längs der Höhenmitte des Rumpfes. Diese beiden Fleckenreihen sind mehr minder deutlich durch hellbraune Querbinden verbunden, die noch ein wenig über die zweite Fleckreihe hinabreichen. Ein brauner Querstreif an der Basis der Caudale.

Bei jungen Individuen sind nur 3 Schuppenreihen auf den Wangen, bei älteren 4 bis 5. Bei einem Exemplar von 104 *mm* Länge aus einem Sumpfe des Urubú bei Fazenda Serra da Lua ist die vordere Querbinde in ihrem mittleren Teile (unter dem Auge) erloschen.

D. 15/10—11. A. 3/7—9. L. l. 18/8—10 + 2 auf d. C. L. tr. $4^1/_2$, $1, 8^1/_2$—9.

	Maße in Millimetern	
Körperlänge (ohne Caudale)	74	33½
Kopflänge	26	12
Kopfbreite	14	—
Größte Rumpfhöhe	34	14
Höhe des Schwanzstieles	12	6
Länge » »	8	—
» » Auges	7	3½
» der Schnauze	13	4
Breite des Interorbitalraumes	8	3½
Höhe des letzten Dorsalstachels	14	—
» » vierten höchsten Gliederstrahles der Dorsale	33	—
» dritten höchsten Gliederstrahles der Anale	33	—
Länge der Pektorale	23½	12
» Ventrale	32	12

Bivibranchia protractila Eig.

Bivibranchia protactila Eig., Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. Carnegie Mus., Vol. V, 1912, p. 259, Pl. 23, Fig. 1—5.

Nach der großen Anzahl der von Dr. Haseman gesammelten Exemplare zu schließen, ist diese Art sehr gemein im Rio branco bei Boa Vista, Conceiçaõ, Serra grande und im Rio Parimé an seichten, sandigen Stellen und es ist hiemit deren Vorkommen im Amazonenstromgebiet nachgewiesen. Das größte der uns vorliegenden Exemplare ist 141 *mm* lang. Die Seitenlinie durchbohrt 51 bis 54 Schuppen am Rumpfe und 4 bis 6 auf der Caudale; 7 bis 7½ Schuppen liegen über und 4 Schuppen unter der Seitenlinie in einer vertikalen Reihe zwischen dem Beginn der Dorsale und der Basis der Ventrale.

D. 2/9. V. 1/9. A. 2/7.

	Maße in Millimetern, Zahl der Flossenstrahlen und Schuppenformeln		
Totallänge	141	135	114
Körperlänge	117	114	91
Kopflänge	33	31	26½
Kopfbreite	18	16	14
Rumpfhöhe	27	25	21
Höhe des Schwanzstieles	—	—	8
Länge » »	—	—	10
» » Auges	9	9	7
» der Schnauze	11½	11	9½
Breite des Interorbitalraumes	11½	10½	8
Höhe der Dorsale	27	26½	19
Basislänge der Dorsale	14	—	11
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	53	51	42
» von der Fettflosse	34½	33	27
Länge der Pektorale	23	21	17
» Ventrale	17	17	14½

	Maße in Millimetern, Zahl der Flossenstrahlen und Schuppenformeln		
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende . . .	63	62	50½
Höhe der Anale	—	—	12
Basislänge der Anale	—	—	8
L. l.	54+6	53+4	51+4
L. tr.	—	—	—
Zahl der Dorsalstrahlen	2/9	2/9	2/9
» » Analstrahlen	2/7	2/7	2/7

Curimatus (Curimatella) alburnus M. Tr.

Taf. V, Fig. 4.

In der für das Hofmuseum erworbenen Sammlung brasilianischer Flußfische, welche in den Jahren 1912 und 1913 von Dr. J. Haseman angelegt wurde, befinden sich nebst zahlreichen jüngeren Exemplaren von *Curimatus* (*Curimatella*) *alburnus* M. Tr. 2 erwachsene Männchen im Hochzeitskleide mit außerordentlich stark entwickelten fahnenartigen Flossen. Ich gebe nachfolgend die Maße dieser beiden Männchen und zum Vergleiche mit diesen die zweier hochträchtiger Weibchen, welche zusammen am 12. April 1913 im Rio Surumú bei Serra do Mello gefischt wurden.

	Maße in Millimetern			
	♂	♂	♀	♀
Totallänge	116	101	117	114
Körperlänge (ohne Caudale)	83	74	91	90
Rumpfhöhe	34	27	32	35
Höhe des Schwanzstieles	12	10	12½	12½
Länge » »	12	10	10	10
Kopflänge	22	21½	24½	24
Kopfbreite	13	13	15½	14
Augendurchmesser	7	6⅔	7½	7½
Schnauzenlänge	6½	5½	6½	6½
Breite des Interorbitalraumes	9	9	10	10
Höhe der ersten Dorsale	33	26½	24	24
Basislänge der ersten Dorsale	15	14	15½	15½
Abstand der ersten Dorsale vom vorderen Kopfende	39	34½	44	44
Abstand der ersten Dorsale von der Fettflosse . .	19	17	21	20
Länge der Pektorale	20½	20	16	16
» » Ventrale	27	25	20	18
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende . .	44½	40	51	50
Höhe der Anale	23½	23	15	15
Basislänge der Anale	9	9	10	9
Länge der Caudale	37	31	26	26
» » mittleren Caudalstrahlen	19	15	13	13

Curimatus semitaeniatus n. sp.

Körperform sehr gestreckt; größte Rumpfhöhe zirka $4^2/_3$ mal, Kopflänge $3^1/_5$ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale) enthalten. Bauch vor und hinter den Ventralen gerundet. Eine intensiv schwarze Binde längs der Seitenlinie, in vertikaler Richtung hinter der Dorsale beginnend und über den unteren Caudallappen auf dessen oberen Strahlen bis zu deren Spitze sich fortsetzend. Zirka 66 Schuppen längs der Seitenlinie am Rumpfe, 12 Schuppen über und 9 Schuppen unter der Seitenlinie zwischen dem Beginne der Dorsale und der Basis der Ventralen.

D. 2/9. A. 3/7. V. 1/10. L. l. c. 66 (+ 3 auf d. C.) L. tr. 12/1/9.

In der Körperform und Rumpfzeichnung hat diese Art eine auffallende Ähnlichkeit mit *Hemiodus semitaeniatus* Kn.

Die größte Rumpfhöhe ist zirka $4^2/_3$ mal, die Kopflänge zirka $4^2/_3$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), der Durchmesser des Auges 4 mal, die Schnauzenlänge $3^1/_5$ mal, die Kopfbreite $2^2/_7$ mal, die Breite der quergestellten Mundspalte zirka $3^1/_5$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $3^1/_5$ mal, die Höhe der Dorsale zirka $1^2/_5$ mal, die Länge der Pektorale 2 mal, die der Ventrale zirka $1^6/_7$ mal, die Höhe des Schwanzstieles $3^1/_5$ mal, die Länge desselben zirka $2^2/_7$ mal in der Kopflänge enthalten.

Wangen von geringer Höhe, bis zur Vorleiste des unteren Vordeckelrandes vollständig von Suborbitalia überdeckt. Winkel des Vordeckels gerundet, einem rechten gleich. Der Kiemendeckel ist zirka $1^3/_4$ mal höher als lang. Fettlid des Auges gut entwickelt, sehr dünnhäutig, postorbitaler Teil des Kopfes nahezu 2 mal länger als das Auge. Schwanzstiel ebenso hoch wie lang, an Höhe zirka $2^3/_4$ bis $2^2/_5$ mal in der Kopflänge und zirka $3^1/_3$ bis $3^3/_4$ mal in der größten Rumpfhöhe enthalten.

Die Dorsale beginnt in vertikaler Richtung vor der Basis der Ventralen näher zum vorderen Kopfende als zur Basis der mittleren Caudalstrahlen. Der Abstand der Fettflosse von der Dorsale gleicht der doppelten Basislänge der Dorsale.

Caudale tief dreieckig ausgeschnitten mit zugespitzten Lappen, von denen der untere längere unbedeutend länger als der Kopf ist.

Die schwarze Längsbinde an den Seiten des Rumpfes beginnt bei dem vorliegenden Exemplar von 70 *mm* Totallänge auf der 38. oder 39. Schuppe der Seitenlinie und ist am Rumpfe von durchgängig gleicher Höhe. Untere Körperhälfte silberfarbig, metallisch glänzend.

Fundort: Moura nächst der Mündung des Rio branco in den Rio Negro.

	Maße in Millimetern
Totallänge	70
Körperlänge (ohne Caudale)	53
Kopflänge	16
Kopfbreite	7
Mundbreite	5
Länge des Auges	4
» der Schnauze	5
Breite des Interorbitalraumes	5
Höhe des Kiemendeckels	7
Länge » »	4
Rumpfhöhe	12
Höhe des Schwanzstieles	5

	Maße in Millimetern
Länge des Schwanzstieles	7
Höhe der Dorsale	11½
Basislänge der Dorsale	6½
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	26
» » » von der Fettflosse	12
Länge der Pektorale	zirka 8
» Ventrale	8½
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	28
Höhe der Anale	5½
Basislänge der Anale	5½

Curimatus vittatus Kn.

Bei 12 ganz jungen Exemplaren von 42 bis 68 *mm* Länge, welche Dr. Haseman im Rio Negro nächst dessen Mündung sammelte, sind noch keine Querbinden entwickelt, dagegen liegen 2 intensiv dunkelbraune Flecken an der Nackenlinie, und zwar der vordere in geringer Entfernung hinter der Spitze des Occipitalfortsatzes, der hintere unmittelbar vor dem Beginne der Dorsale. Bei eben diesen Exemplaren durchbohrt die Seitenlinie 60 bis 64 Schuppen am Rumpfe und 2 bis 3 auf der Basis der Caudale; 10 bis 11 Schuppen zwischen dem Beginne der Dorsale und der Seitenlinie und 7 bis 8 zwischen letzterer und der Basis der Ventralen in einer vertikalen Reihe.

Bei einem zirka 123 *mm* langen Exemplar aus einer Lagoa nächst dem Rio branco bei Boa Vista durchhohrt die Seitenlinie 60 Schuppen am Rumpfe, 3 bis 4 auf der Schwanzflosse; 13 Schuppen liegen über 8 unter der Seitenlinie zwischen dem Beginne der Dorsale und der Basis der Ventralen. Auf einer Körperseite ziehen 12, auf der anderen 11 dunkle Querbinden vom Rücken zur Seitenlinie; von diesen liegen 4 vor der Dorsale, 3 zwischen der Dorsale und der Fettflosse, 2 am Schwanzstiele und 2 bis 3 unterhalb der Basis der Dorsale. Die Querbinde kurz vor Beginn der Dorsale ist beiderseits in 2 Flecken aufgelöst

Bei einem zirka 190 *mm* langen Exemplar aus dem Tocantins bei Cametá durchbohrt die Seitenlinie nur 53 Schuppen am Rumpfe, 3 auf der Schwanzflosse.

Bauch vor den Ventralen flach, am Seitenrande stumpfkantig. Die Schuppen nehmen vom Rücken herab bis zum Bauchrande allmählich an Größe zu. An der Bauchfläche vor der Ventrale liegen die Schuppen in 3 Längsreihen und sind in der Mittelreihe zirka 2mal breiter als lang.

Bei den hier erwähnten 2 großen Exemplaren sind die Rumpfschuppen deutlich gezähnt, während bei den jungen Individuen nur die Bauchschuppen sich zuweilen rauh anfühlen.

	Maße in Millimetern, Schuppenformel und Zahl der Flossenstrahlen bei *Curimatus vittatus* Kn.			
Totallänge	zirka 213	zirka 190	—	50
Körperlänge	166	146	50	37
Kopflänge	54	50	15	11
Kopfbreite	32½	26	8	6
Größte Rumpfhöhe	58	50	14	10

	Maße in Millimetern, Schuppenformel und Zahl der Flossenstrahlen bei *Curimatus vittatus* Kn.			
Höhe des Schwanzstieles	23	17	6	4
Länge » »	23	18	7	$4^1/_2$
» » Auges	15	15	5	4
» der Schnauze	19	17	4	3
Breite des Interorbitalraumes	22	21	6	4
Höhe des Kiemendeckels	$21^1/_2$	23	7	5
Länge » »	15	$14^1/_2$	4	$2^1/_2$
Breite der Mundspalte	19	17	5	4
Höhe der Dorsale	58	50	15	12
Länge » »	28	23	9	7
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	82	75	22	16
» » » von der Fettflosse	—	34	10	8
Länge der Pektorale	35	32	12	7
» » Ventrale	40	34	10	10
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	89	76	25	19
Höhe der Anale	26 ?	24 ?	11	8
Länge » »	—	19	$5^1/_2$	zirka 3
Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie	60+3	53+3	63+3	61+3
» » » zwischen dem Beginn der Dorsale und der Basis der Ventrale in einer Querreihe	13/1/8	11—12/1/7	11/1/8	11/1/8
Flossenstrahlen der Dorsale	2/9	2/9	2/9	2/9
» » Anale	3/10	3/9	3/8	3/8
» » Ventrale	10	10	10	10
» » Brustflosse	15	15	—	15

Sehr nahe verwandt mit *C. vittatus* Kn. ist *C. semiornatus* Steind.[1] von der Mündung des Rio Negro, die sich von ersterer Art durch die bedeutend geringere Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie sowie ober- und unterhalb derselben zwischen dem Beginne der Dorsale und der Basis der Ventralen (L. l. 45—46 + 3 auf d. C., L. tr. $7-7^1/_2/1/6$) unterscheidet. Eine Abbildung ist auf Tafel V, Fig. 5 gegeben.

	Maße in Millimetern, Schuppenformel und Zahl der Flossenstrahlen bei *Curimatus semiornatus* Steind.		
Totallänge	100	110	95
Körperlänge	82	88	78
Kopflänge	23	$24^1/_2$	21
Kopfbreite	12	$13^1/_2$	12
Größte Rumpfhöhe	26	$27^1/_2$	25
Höhe des Schwanzstieles	10	11	10
Länge » »	10	11	10
» » Auges	6	7	$6^1/_2$
» der Schnauze	7	6	$5^1/_2$

[1] Siehe Anzeiger d. kais. Akademie d. Wissensch., 51. Jahrg., Nr. 12 vom 14. Mai 1914, p. 262.

	Maße in Millimetern, Schuppenformel und Zahl der Flossenstrahlen bei *Curimatus semiornatus* Steind.		
Breite des Interorbitalraumes	$8^1/_2$	9	$8^1/_2$
Höhe der Dorsale	—	37	34
Basislänge der Dorsale	15	—	—
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	36	—	—
» » » von der Fettflosse	16	—	—
Länge der Pektorale	18	$20^1/_2$	$16^1/_2$
» » Ventrale	20	$20^1/_2$	$17^1/_2$
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	40	—	—
Höhe der Anale	11	—	—
Länge » »	8	—	—
Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie	44+3	46+3	45+3
» » » zwischen dem Beginn der Dorsale und der Basis der Ventrale in einer Querreihe	8/1/6	$7^1/_2$/1/6	7/1/6
Flossenstrahlen der Dorsale	2/9	2/9	2/9
» » Anale	3/7	3/7	3/7
» » Ventrale	9	9	9

Prochilodus argenteus Agass.

Prochilodus argenteus Agass., in Spix, Selecta gen. et spec. Pisc. Bras., p. 71, Tab. 38 (1829).

— — Ag., C. V. Hist. nat. des Poissons, Vol XXII, p. 71–78 (1849).

— — Gthr., Catal. of the Fish. of the Brit. Mus., Vol. V, p. 294 (1864).

— — Ltkn., Velhas Flodens Fiske, p. 149, et Synopsis, p. X (1875).

? *Prochilodus cephalotes* Cope, Synops. of the Fish. of the Peruv. Amaz., Proc. Amer. Phil. Soc., XVII, p. 686 (1870).

Prochilodus lacustris Steind., Anz. der kais. Akad. d. Wissensch., math. naturw. Kl.

? *Prochilodus costatus* C. V., l. c., p. 79.

Taf. I, Fig. 4, Taf. II, Fig. 1.

Prochilodus argenteus wurde zuerst von L. Agassiz im Jahre 1829 nach einem im Münchner Museum befindlichen, trocken präparierten, alten Exemplar der Spix'schen Sammlung aus dem Rio San Francisco beschrieben. Die von dem typischen Exemplar, l. c. auf Taf. 38, gegebene Abbildung ist namentlich bezüglich der Größenverhältnisse der Rumpfschuppen ganz verfehlt, wie schon aus der Beschreibung Agassiz' zu entnehmen ist.

Während der brasilianischen zoologischen Expedition der Wiener Akademie im Jahre 1903 hatte ich Gelegenheit, im Rio San Francisco bei Barra und Sambaiba eine große Anzahl einer *Prochilodus*-Art in verschiedenen Altersstufen, zumeist in großen Exemplaren, ferner dieselbe Art in nicht minder zahlreichen Exemplaren im Flußgebiete des Parnahyba, und zwar im See von Parnagua, in einer kleinen, stark versumpften Lagoa in nächster Nähe von Sa. Filomena, in einer größeren, teilweise von Bergen umschlossenen Lagoa südwestlich von Sa. Filomena, der Lagoa da Missão, in einer sumpfigen Lagoa nächst dem Rio Medonho sowie im Rio Parnahyba bei Theresina zu sammeln. Bei allen diesen Exemplaren durchbohrt die Seitenlinie nur 42 bis 43, selten 41 oder 44 Schuppen am Rumpfe und 3 bis 4 kleinere Schuppen auf der Schwanzflosse; ferner liegen 10 bis 11 Schuppen oberhalb, 8 bis $8^1/_2$, selten 7 oder 9 Schuppen unterhalb der Seitenlinie zwischen der Basis des ersten Dorsalstrahles und der Einlenkungsstelle der Ventralen.

Da nach Agassiz bei dem typischen Exemplar von *Prochilodus argenteus* die Seitenlinie 52, nach Valenciennes bei einem gleichfalls großen Exemplar des Pariser Museums aus dem Rio San Francisco 47, nach Dr. Günther bei 2 trocken präparierten Exemplaren des Britischen Museums aus dem Sipo, einem

Nebenflusse des Rio das Velhas, 45 Schuppen, nach Lütken bei einem Exemplar im Museum zu Kopenhagen aus dem Rio das Velhas 49 Schuppen durchbohrt, glaubte ich, die von mir in San Francisco sowie im Stromgebiete des Parnahyba gesammelten Exemplare, bei denen die Seitenlinie nur 42 bis 43, selten 41 oder 44 Schuppen am Rumpfe durchbohrt und 10 bis 11 Schuppen über und in der Regel 8 bis $8^1/_2$, selten 7 oder 9 unter der Seitenlinie (in einer vertikalen Reihe zwischen der Basis des ersten Dorsalstrahles und der des äußeren Ventralstrahles) liegen, nicht zu *Pr. argenteus* beziehen zu dürfen und beschrieb sie als *Pr. lacustris.*

In neuester Zeit erhielt ich durch Dr. Haseman aus einem Nebenflusse des Parnahyba (Engenho da Agua) 11 vortrefflich erhaltene junge Exemplare, die zweifellos einer und derselben *Prochilodus*-Art angehören, bei denen die Zahl der von der Seitenlinie am Rumpfe durchbohrten Schuppen zwischen 42 bis 45 schwankt, während 10 bis 12 Schuppen über und $8^1/_2$ bis $9^1/_2$, selten 10 Schuppen in einer vertikalen Reihe zwischen dem Beginne der Dorsale und der Basis des ersten Ventralstrahles liegen.

Ich glaube daher nunmehr annehmen zu dürfen, daß alle diese hier erwähnten *Prochilodus*-Exemplare aus dem Gebiete des San Francisco und des Parnahyba einer und derselben Art, dem *Pr. argenteus*, angehören und daß somit *Pr. lacustris* m. (vielleicht auch *Pr. cephalotes* Cope, dessen Schuppenformel 10 bis ? 41 bis ? lautet, aus den Zuflüssen des Marañon) von *Pr. argenteus* nicht spezifisch verschieden seien, da die Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie sowie der Längsschuppen in gewissen Lokalitäten variabel ist und andere durchgreifende Unterscheidungsmerkmale fehlen.

Bei älteren Exemplaren aus dem San Francisco- wie Parnahyba-Gebiete zeigen sämtliche Schuppenreihen der Bauchseite vor den Ventralen sowie die Längsschuppenreihe nächst dem oberen und unteren Rande des Schwanzstieles einen mehr minder schwach hervortretenden, stumpfen Kiel längs der Mitte jeder Schuppe. Es ist daher mehr als wahrscheinlich, daß *Prochilodus costatus* Val. aus dem Rio San Francisco mit 5 schwachen Kielen an den Seiten des Schwanzes nicht spezifisch von *Pr. argenteus* zu trennen sei, wie bereits von Günther bemerkt wurde.

Bei jüngeren Exemplaren von *Pr. argenteus* finde ich die Stirnfontanelle relativ ein wenig breiter und die Dorsale nach oben stärker zugespitzt und etwas höher als bei älteren Exemplaren.

Da namentlich die alten Exemplare sich im dicken Schlamm aufhalten und in diesem herumwühlen, ferner aus dem Wasser gezogen bei ihrer Lebenszähigkeit lange mit dem Schwanze ausschlagen, ist es bei der Brüchigkeit der Dorsal- und Caudalstrahlen fast unmöglich, größere Exemplare mit vollkommen intakt erhaltener Dorsale und Caudale zu erhalten; bei allen von mir gesammelten Exemplaren von mehr als 145 *mm* an sind mindestens die Spitzen der Caudallappen, sehr häufig auch das obere Ende der Dorsale abgebrochen.

Die Verhältnisse der Körperteile zueinander variieren nicht unbedeutend, doch unabhängig von dem Alter der Exemplare.

Bei alten Exemplaren bis zu 400 *mm* Länge (mit Einschluß der Caudale) ist die Kopflänge $3^1/_7$ bis $3^5/_7$ mal, bei nahezu halberwachsenen Exemplaren von 145 bis 151 *mm* Länge durchschnittlich etwas mehr als 3 bis $3^1/_2$ mal, bei jungen Individuen von 80 bis 120 *mm* Länge gleichfalls etwas mehr als 3 bis $3^2/_5$ mal, die größte Rumpfhöhe bei älteren Exemplaren $2^1/_7$ bis $2^1/_2$ mal, bei jungen Exemplaren etwas mehr als $2^1/_2$ bis $2^3/_4$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Caudale, die Breite des Interorbitalraumes bei alten Individuen 2 bis $1^7/_9$ mal, auch bei jungen Exemplaren 2 bis $1^3/_4$ mal, die Augenlänge dagegen bei ersteren $4^2/_3$ bis 4 mal bei letzteren nur 3 bis $3^1/_3$ mal, die Schnauzenlänge bei alten Individuen $2^2/_3$ bis $2^2/_5$ mal, bei jungen $2^1/_2$ bis $2^4/_5$ mal, die Kopfbreite bei ersteren $1^2/_3$ bis $1^4/_5$ mal, bei letzteren $1^2/_3$ bis etwas mehr als $1^3/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Pektorale ist bald etwas länger, bald unbedeutend kürzer als die Ventrale und durchschnittlich $1^1/_3$ bis $1^4/_9$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Suborbitalia sind von geringer Höhe und decken die Wangen der Höhe nach zirka zur Hälfte. Sämtliche Orbitalia sind an der Außenseite mehr oder minder zart ziseliert.

Maße in Millimetern und Zahl der Flossenstrahlen und der Schuppen

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Körperlänge mit Ausschluß der Caudale	336	316	267	221	207	177	127	100	96	84	77	68	53	58
Größte Rumpfhöhe	129	125	108	82	81	76	54	44	39	32½	34	25	23	24
Höhe des Schwanzstieles	44	40	22	27	27	22	16	13	12	10	9½	8	7	9
Länge » »	47	44	24	30	28	24	18	14	13	11	9	9	6	—
Kopflange	86	79	72	65	59	53	36½	30	28	26	25	22	18	21
Kopfbreite	53	47	44	40½	35	29	22½	18	18	15½	15	13	10½	12
Mundbreite	42	32	31	30	27	18½	16	14	12	12	10	9	7½	8
Länge der Schnauze	37	33	28	28	23	20	13	11	10½	10	10	8	6	7
» des Auges	21	18	16	15	14	13	11	9	9	8	8	8	6	6
Breite des Interokularraumes	50	44	42	35	34	26½	21	16½	16	14	13	11	8	10
Höhe des Kiemendeckels	50	45	38	—	33	32	22	17	16	14	14	12	10	-
Länge » »	25	24	18	—	16	15	10	9	8	6½	6½	6	5	
Höhe der Dorsale	ca. 72	90 ?	86 ?	58	50	52	38	30	27	25	27	21	20	28
Basislänge der Dorsale	59	57	48	36	36	30	22	18	18	16½	14½	12½	9	11
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	151	148	126	104	99	88	62	50	43	41	40	33	25	31
» » » von der Fettflosse	86	83	66	55	49	42	31	25	22	19	16	14½	13	11
Länge der Pectorale	63	63	54	47	—	39 ?	26	23	22	19½	18	15	12	14
» » Ventrale	57	61	54	46		40	27	23	20½	18	16½	14	12	14
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	159	148	126	116	110	94½	68	53	52	44	41	36	30	32½
Höhe der Anale	53	53 ?	—	32 ?		—	19	19	18	14	13	14	11	—
Basislänge der Anale	44	38	38	30	25		17	15	13	12	10	9	7	
Zahl der Dorsalstrahlen	2/9	2/10	2/10	2/9	2/9	2/9	2/9	2/9	2/10	2/9	2/10	2/10	2/10	2/9
» Analstrahlen	3/9	3/8	3/8	3/9	3/8	3/8	3/9	3/9	3/9	3/9	3/9	3/9	3/9	3/9
Schuppen der Seitenlinie bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen	42	44	42	42	43	42	44	44	44	43	44	43	42	42
Schuppen in einer Querreihe über der L. l. zum ersten Dorsalstrahl	11	9½	11	10½	11	11	10½	10½	12	11	11	10½	10½	10½
Schuppen in einer Querreihe von der L. l. zum ersten Ventralstrahl	8½	7½	8½	8	9	8	8½	8½	9½	9	8½	9	9	8

1. Lagoa do Miranda bei S. Francisco. 2. Barra do Rio grande (Nebenfluß des S. Francisco). 3. Barra do Rio grande. 4. Lagoa da Missaõ. 5. Lagoa da Missaõ. 7. Sco[illegible] 8. Lagoa Vera Cruz. 9. Engenho da Agua. 10. Engenho da Agua. 14. Barra do Rio grande 6. IV. 1903.

D. 2/9–10. A. 3/8–9. V. 1/8. P. 1/13–15. L. l. 41 (selten)–44 (selten 45)+3–4 auf d. C. L. tr. 9 (nach Gthr.)–11 (selten 12)/1/8–9 (10½ zur Bauchlinie).

Die Breite der schwach unterständigen Mundspalte ist bei alten Exemplaren fast $2^8/_9$ bis $2^1/_3$ mal, bei jungen Individuen etwas mehr als $2^2/_3$ mal, die Höhe des stark radienförmig gestreiften Kiemendeckels bei alten Individuen $1^3/_4$ bis $1^4/_5$ mal, bei jungen $1^4/_5$ bis $1^6/_7$ mal, die Länge desselben bei alten Exemplaren $3^1/_2$ bis $3^7/_9$ mal, bei jungen $3^3/_5$ bis $3^6/_7$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Länge des Kiemendeckels gleicht durchschnittlich der Hälfte seiner Höhe.

Die Schnauze überragt nur mäßig den Mundrand. Die breite Stirne ist querüber schwach gewölbt, der hintere Winkel des Vordeckels gerundet und einem rechten gleich, der Winkel des Zwischendeckels zugespitzt und etwas kleiner als ein rechter.

Der Beginn der Dorsale fällt durchschnittlich um eine Schnauzenlänge näher zum vorderen Kopfende als zur Basis der mittleren Caudalstrahlen, die Einlenkungsstelle der Ventrale in vertikaler Richtung stets hinter den Beginn der Dorsale und die Spitze der Pektorale zirka um 3 Schuppenlängen vor die Einlenkungsstelle der Ventralen.

Nackenlinie bis zum Beginn der Dorsale mehr minder stumpf schneidig und konvex; längs derselben liegen zirka 18 Schuppen. Obere Profillinie des Kopfes schwach konkav.

Bauchrand zwischen den Ventralen und der Anallinie schneidig. Rumpfschuppen am freien Rande dicht gezähnt. Am freien Schuppenfelde liegen bei alten Exemplaren stets zahllose, sehr zarte konzentrische Streifen und eine geringere Anzahl von Radien, von denen einige wenige bei der Mehrzahl der Schuppen sehr stark hervortreten.

Bei jungen Exemplaren ziehen 15 bis 18 grauviolette schmale Binden über die Rumpfseiten fast bis zum Bauchrande herab und werden am Schwanzstiele undeutlich; sie sind durchschnittlich ebenso breit wie die sie trennenden Zwischenräume. Ferner sind bei denselben die aneinander stoßenden Ränder der Längsschuppenreihen sehr schmal dunkel gesäumt, wodurch schmale Längslinien, der Zahl der Schuppenreihen entsprechend, längs der Rumpfseiten gebildet werden. Bei älteren Exemplaren nehmen diese Binden an Intensität der Färbung sowie an Höhe ab und es verringert sich zugleich die Zahl derselben. Bei völlig erwachsenen Individuen fehlen sie vollständig.

Sehr häufig deckt ein dunkler Fleck das kleinere mittlere Höhendrittel des Kiemendeckels mehr minder vollständig oder es ist die ganze obere Hälfte des Deckels dunkel gefärbt. Bei jungen wie bei alten Individuen bilden violette Fleckchen zahlreiche Längsreihen auf der Dorsale. Bei alten Exemplaren verschwinden sehr häufig die bei jüngeren Exemplaren stets vorkommenden, in Querreihen geordneten violetten Fleckchen auf der Caudale, die gegen den oberen und unteren Flossenrand undeutlich werden.

Die kleine nackte Hautstelle nächst vor und teilweise zwischen den kurzen und spitzen vorderen Ausläufern des liegenden Dorsalstachels ist tief schwärzlich.

Rhytiodus argenteo-fuscus Kn. var. unifasciatus Steind.

Bei einem von der Mündung des Rio Negro stammenden Exemplare ist wohl wie bei den typischen Exemplaren die obere etwas größere Höhenhälfte des Rumpfes matt grauviolett, die untere gelblichweiß, doch zieht eine dunklere, scharf abgegrenzte, anfänglich ganz unterhalb der Seitenlinie gelegene, zuletzt von derselben halbierte Längsbinde von der Höhe dreier Schuppenreihen vom hinteren Kopfende bis über die vordere Längenhälfte der mittleren Caudalstrahlen.

Nur bei einigen Kieferzähnen zeigt sich an der Außenseite ein deutlicher Längskiel, in der Regel sind sie querüber gewölbt. Die Rumpfhöhe steht ganz unbedeutend der Kopflänge (mit Ausschluß des häutigen Lappens am Hinterrande des Kiemendeckels) nach. Die Einlenkungsstelle der Ventrale fällt um nahezu eine Augenlänge hinter den Beginn der 1. Dorsale.

Kopflänge $5^1/_{11}$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), Augendiameter zirka $4^2/_3$ mal, Schnauzenlänge $2^4/_9$ mal, Breite des Interorbitalraumes $2^1/_5$ mal, Kopfbreite zirka $1^2/_3$ mal, Höhe der 1. Dorsale zirka 1 mal, Basislänge derselben zirka $1^1/_5$ mal, Länge der Pektorale zirka $1^1/_2$ mal, Länge der Ventrale zirka $9^1/_4$ mal, Höhe der Anale zirka $1^1/_2$ mal, Basislänge derselben zirka $1^1/_7$ mal, Höhe des Schwanzstieles

$2^1/_5$ mal, Länge desselben zirka $1^2/_7$ mal in der Kopflänge enthalten. Totallänge des beschriebenen Exemplars 270 *mm*.

D. 12. V. 9. A. 11. P. 16—17. L. l. 50 (+ 3 auf der Caudale). L. tr. 7/1/1.

	Maße in Millimetern
Totallänge	270
Körperlänge (ohne Caudale)	225
Größte Rumpfhöhe	43
Höhe des Schwanzstieles	20
Länge » »	34
Kopflänge	44
Kopfbreite	$26^1/_2$
Schnauzenlänge	18
Augenlänge	$9^1/_2$
Breite des Interorbitalraumes	20
Höhe der ersten Dorsale	43
Länge » » »	$31^1/_2$
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	$87^1/_2$
» » von der Fettflosse	$74^1/_2$
Länge der Pektorale	29
» » Ventrale	35
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	95
Höhe der Anale	30
Länge derselben	$20^1/_2$

Parodon tortuosus Eig. Norris.

Taf. V, Fig. 1 bis 3.

Parodon tortuosus Eig. et Norris, Revista de Museo Paulista, V. IV, p. 356.
Parodon bifascialus Eig., Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carnegie Mus., V, p. 274, Pl. XXXVI, Fig. 1.

Schnauze nach vorne stumpfkonisch endigend. Mundspalte quergestellt, unterständig. Schwanzstiel stark komprimiert, an Höhe zirka $^4/_7$ bis $^2/_3$ der größten Rumpfhöhe gleich, bei jungen und halberwachsenen Exemplaren durchschnittlich ebenso hoch wie lang, bei alten Individuen in der Regel ein wenig höher als lang. Auge sehr klein. Die Schnauzenlänge gleicht oder steht nur wenig der Breite des Interorbitalraumes nach.

Kopflänge bei jüngeren Exemplaren $3^1/_5$ bis $4^1/_2$ mal, bei älteren bis zu $4^7/_9$ mal, größte Rumpfhöhe $3^1/_5$ bis $4^1/_3$ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse), Augendurchmesser bei jungen Individuen $3^2/_3$ bis $4^1/_2$, bei älteren $5^3/_7$ bis $6^1/_3$ mal, Länge der Schnauze $2^5/_7$ bis $3^1/_6$ mal, Breite des Interorbitalraumes $2^1/_4$ bis $3^1/_6$ mal, Kopfbreite $1^5/_7$ bis $1^9/_{11}$ mal in der Kopflänge.

Normal 5—5 Zähne im Zwischenkiefer, 2—2 im Oberkiefer. Unterkiefer zahnlos oder jederseits seitlich 2 sehr kleine Zähnchen, die nur unter der Lupe bemerkbar sind. Kiemendeckel zirka $1^1/_2$ mal höher als lang. Die Suborbitalia decken die Wangen vollständig.

Der Beginn der Dorsale fällt vor die Mitte der Körperlänge und die Basis der Ventrale zirka unter die Mitte der Basislänge der Dorsale. Die Höhe der letzteren gleicht durchschnittlich der Länge des Kopfes.

Die Afterflosse ist 2- oder ein wenig mehr als 2 mal höher als lang, am Vorderrande schwach säbelförmig gebogen und endigt zugespitzt nach unten. Fettflosse klein, höher als lang. Ihr Abstand von der strahligen Dorsale gleicht oder übertrifft ein wenig die doppelte Basislänge der letzteren. Die Länge der Pectorale ist variabel, doch stets größer als die der Ventrale.

Die Zahl der von der Seitenlinie am Rumpfe durchbohrten Schuppen schwankt zwischen 35 bis 49, hiezu kommen noch 2 bis 3 Schuppen von der Basis der mittleren Caudalstrahlen.

Die Caudale ist in ihrer vorderen Längshälfte bei gut konservierten Exemplaren ganz überschuppt, am hinteren Ende sehr stumpf-dreieckig eingebuchtet.

Eine bald sehr dunkle, bald mattgraue oder schwärzlichbraune Binde längs der Seitenlinie und auf dieser eine oft intensiv braune Zickzackbinde, die umso schärfer hervortritt, je schwächer die Längsbinde der Rumpfseiten entwickelt ist. Bei manchen Exemplaren (aus dem Rio Tacutú) zieht eine dunkle zarte Linie am hinteren Kopfe in geringer Entfernung unterhalb der oberen Profillinie des Rumpfes zur Caudale oder nur bis gegen die Fettflosse zu. Bei zwei Exemplaren unserer Sammlung aus dem Rio Coquenan von 112 und 115 *mm* Länge (vielleicht ♂) ist noch eine zweite und dritte dunkle Längslinie unterhalb der medianen Seitenbinde des Rumpfes entwickelt (var. *multilineatus*) und es verläuft die obere zwischen der 1. und 2., die untere zwischen der 2. und 3. Längsschuppenreihe unterhalb der Seitenlinie. Bei einem dieser beiden Exemplare aus dem Rio Coquenan ist wegen der Tiefe der Färbung der Seitenbinde die Zickzackbinde auf derselben nicht mehr unterscheidbar.

Bei allen anderen Exemplaren unserer Sammlung fehlen die zarten dunklen Längslinien unterhalb der Seitenlinie spurlos; sie haben gleich der dunklen Linie am oberen Teile der Rumpfseiten eine ganz untergeordnete individuelle Bedeutung und erblassen bald bei in Weingeist konservierten Exemplaren. In keinem Falle können sie bei völligem Mangel anderer Eigentümlichkeiten zur Aufstellung einer besonderen Art benützt werden, wie es Eigenman vorschlägt. Bei *P. bifasciatus* ist überdies ganz normalerweise auch die Zickzackbinde längs der Seitenlinie entwickelt, wie die von Eigenman l. c. gegebene Abbildung zeigt; nur tritt sie bei der sehr dunklen Färbung der Längsbinde der Seitenlinie aus dieser schwach hervor, überragt aber sie ganz deutlich mit ihren Winkelspitzen nach oben wie nach unten (siehe Eigenman's Abbildung, l. c., Pl. XXXVI, Fig. 1).

Bei dem größten und einigen kleinen Exemplaren unserer Sammlung bemerkt man deutliche Spuren von 5 bis 7 ziemlich breiten dunklen, verschwommenen Querbinden, die von der Seitenbinde des Rumpfes zum Rücken hinaufziehen, und auf letzterem vom Hinterhaupte bis zum Beginne der Dorsale etwas schärfer hervortreten.

Parodon tortuosus hat eine sehr weite Verbreitung in Südamerika. Das typische Exemplar stammt aus dem Rio Tieté, einem Nebenfluß des Rio Paraná im Staate Saõ Paulo in Südbrasilien; das Wiener Hofmuseum besitzt Exemplare vom gleichen Fundorte, aus dem Arroyo de la Quinta bei Jujuy in Nordwest-Argentinien (Koll. Schuell), von den Stromschnellen des Rio Tacutú, einem Nebenflusse des Rio branco, am Ende der Serra da Lua, aus den Zuflüssen des Miang, einem Nebenflusse des Surumú und dem Rio Coquenan (Cachoeira Moromeru), gesammelt von Dr. Haseman.

D. 2/10. P. 16. V. 1/7. A. 2/7. L. l. 35—40 (+ 2 bis 3 auf d. C.). L. tr. 4 bis $4^1/_2/1/3^1/_2$ bis 4.

	Maße in Millimetern und Schuppen der Seitenlinie						
	1	2	3	4	5	6	7
Totallänge	115	105	96	102½	96	70	zirka 56
Körperlänge (ohne Caudale)	96	83	79	83½	76½	57½	45
Kopflänge	21	19	17	19	18	13	11
Kopfbreite	12	12	11	12	11	9	6
Größte Rumpfhöhe	25½	21½	19	19	18½	14½	11
Höhe des Schwanzstieles	12½	12	11	12	11	8	6
Länge » »	15½	12	11	14	13	8	6
Länge der Schnauze	7	7	6	6	6	6	4
» des Auges	4	3½	3	3	3	3	3
Breite des Interorbitalraumes	7½	7½	7	7	6	5	4
Höhe der Dorsale	20½	19	18	18	16	12	10
Basislänge der Dorsale	11	10	9	10	10	8	5½
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	47	41	37	37	36	27	22
» » » von der Fettflosse	27	24	23	22	23½	15½	10½
Länge der Pektorale	18	18	18	17	17	12	9
» » Ventrale	16½	15½	16	16	14½	11	8
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	49	46	41	42	41	31	24½
Höhe der Anale	16	14	13½	14	14	10	8
Basislänge der Anale	7½	6½	6	6	6	5	4½
Schuppen der Seitenlinie	38	37	36	35	38	36	36

Nr. 1 nach einem Exemplar aus dem Rio Coquenan, Nr. 2 und 3 aus dem Miang, einem Nebenflusse des Surumú, der dem Rio branco zuströmt, Nr. 4 und 5 aus dem Arroyo de la Quinta bei Jujuy in Argentinien (Stromgebiet des Paraguay), Nr. 6 und 7 aus dem Tacutú in Venezuela nahe der Grenze Brasiliens.

Leporinus pellegrini Steind.

Leporinus pellegrini Steind., Anzeiger d. k. Akad. d. Wissensch., math. naturw. Kl., 30. Juni 1910, Nr. XVII, p. 269.
Leporinus alternus Eig., Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carn. Mus., V. V, 1912, p. 307, pl. 43, Fig. 1.

Bei jungen Exemplaren bis zirka 66 *mm* Länge liegen zirka längs der Höhenmitte des Rumpfes 4 große, runde, tief schwarzbraune Flecken, von denen der 2., in vertikaler Richtung unter die Basis der Dorsale fallende Fleck der Seitenlinie etwas größer als der 3., letzterer ein wenig größer als der 4. Fleck vor der Basis der mittleren Caudalstrahlen, der 1. Seitenfleck endlich weitaus der kleinste ist. Über jedem dieser Flecken liegen 1 bis 2 kurze, schwarzbraune Querstreifen von der Rückenlinie herabziehend, die dann bei älteren Exemplaren allmählich sich mit den 4 Flecken der Seitenlinie zu je einer breiten Querbinde vereinigen. Auch die zwischen den 4 großen Flecken, respektive breiten Querbinden gelegenen schmalen Querbinden älterer Exemplare sind aus der Vereinigung zweier übereinanderliegender schmaler Querstreifen entstanden, von denen die obere Hälfte des zwischen dem 2. und 3. großen Seitenfleck befindlichen Querstreifes sich zuweilen zu einem Fleckchen (oberhalb der L. l.) ausbreitet. Der letzte schmälste Querstreif reicht in der Regel auch bei jungen Individuen von der Rücken- zur Bauchlinie ungeteilt herab.

Bei fast sämtlichen von mir untersuchten 16 Exemplaren durchbohrt die Seitenlinie in der Regel 36, seltener 34 bis 35 oder 37 Schuppen längs der Seitenlinie am Rumpfe und 2 bis 3 auf der Caudale, endlich bei einem Exemplar von 52 *mm* Länge rechts 38, links 35 Schuppen am Rumpfe.

D. 2/10. A. 3/7—8. L. tr. sq. 4½—5/1/4½ (bis z. V.).

Die von mir beschriebenen typischen Exemplare wurden im oberen Surinum in Holländisch-Guiana gesammelt. Dr. Eigenman beschrieb dieselbe Art 2 Jahre später als *L. alternus* nach Exemplaren aus Britisch-Guiana, Dr. Haseman fand endlich *L. pellegrini* auch im Rio branco in großer Individuenzahl bei Boa Vista und Bem Querer, dem Igarapé de Caraná, sowie im Flusse Rupununi bei Melville in Britisch-Guiana. Es konnten somit von mir Exemplare aus Britisch-, Holländisch-Guiana und aus dem Amazonenstromgebiete miteinander verglichen werden; es fanden sich zwischen diesen nicht die geringsten Artunterschiede vor.

Leporinus maculatus M. et Tr.

Die von Dr. Haseman in einem Igarapé des Rio branco nördlich von Boa Vista gesammelten Exemplare von 100 bis 105 *mm* Länge sind auffallend schlank. Die größte Rumpfhöhe gleicht bei denselben der Kopflänge und ist 4mal in der Körperlänge enthalten. Die Seitenlinie durchbohrt 37 bis 38 Schuppen am Rumpfe. Der vordere Abfall der Schnauze zur Mundspalte ist vertikal gestellt — die Mundspalte daher entschieden endständig — oder nur ganz schwach nach hinten und unten geneigt. Auch Dr. Lütken hebt in seiner Diagnose von *Leporinus marcgravii* Rhdt. Ltk. = *L. maculatus* M. Tr. ausdrücklich hervor: »Rostrum ultra maxillam inferiorem haud productum« (s. Velhas Flodens Fiske, Synopsis, p. XII); die von Dr. Eigenman gegebenen Unterschiede zwischen *L. maculatus* M. Tr. und *L. granti* (*L. maculatus*: »Mouth inferior« und *L. granti*: »Mouth terminal«) sind wegen zahlreicher Übergänge nicht von Bedeutung. Was die Zahl der Kieferzähne anbelangt, finde ich bei sämtlichen mir aus dem Rio branco vorliegenden Exemplaren in jeder Kieferhälfte nicht 3 sondern 4 Zähne (wie bei *Leporinus granti* Eig.), von denen der äußere sehr klein ist; es scheint daher auch die Zahl der Kieferzähne nicht konstant zu sein. Ich glaube daher, *Leporinus granti* Eig. als selbständige Art einziehen zu müssen. In der Rumpfzeichnung stimmen die von Dr. Haseman gesammelten Exemplare mit der von Dr. Eigenman gegebenen Abbildung von *Leporinus maculatus* überein und es sind die dunklen Rumpfflecken der 2. Längsreihe längs der Seitenlinie bei 2 Exemplaren fast kreisrund, bei anderen etwas in die Länge gezogen wie bei dem von Dr. Eigenman abgebildeten Exemplar (s. Freshw. Fish. of Brit. Guiana, l. c., Pl. 43, Fig. 2).

Leporinus nigrotaeniatus (Schomb.).

Tafel VI, Fig. 6 juv.

Sehr gemein im Rio branco und an der Mündung des Rio negro (Coll. Haseman). Eine Abbildung nach einem jungen Exemplar, bei dem der vorderste Teil der schwarzen Seitenbinde unterhalb der Seitenlinie als ein großer, in die Länge gezogener ovaler Fleck vollständig abgelöst erscheint, ist auf Taf. VI, Fig. 6, abgebildet. Zur selben Art glaube ich als Jugendform mehrere junge Exemplare aus dem Rio branco bei Bem Querer beziehen zu dürfen, bei welcher statt einer kontinuierlichen schwarzen Seitenbinde eine Reihe von 5 schwarzen, mehr minder länglichen Flecken von ungleicher Größe nahe nebeneinander liegen. Der 3. und 4. Fleck zeigen bei einem Individuum bereits eine Neigung zusammenzufließen. Der 1. Fleck dieser Reihe ist in der Regel am größten, der letzte rundliche nächst der Basis der Caudale am intensivsten gefärbt.

Die lange schwarze Seitenbinde älterer Exemplare ist demnach aus der Verschmelzung einer längeren Reihe einzelner, nahe aneinander gerückter Flecken entstanden, deren vorderster unterhalb der Dorsale gelegener Fleck am längsten isoliert erhalten bleibt.

In jeder Kieferhälfte 4 Zähne.

Leporinus octofasciatus n. sp.

Taf. III, Fig. 1 u. 2.

D. 12. A. 11. V. 9. L. l. 35 (+ 2—3 auf d. C.). L. tr. 5/1/5 ($6^1/_2$ z. Bauchl.).

In Körperform und Rumpfzeichnung dem *L. fasciatus* und *L. affinis* sehr nahestehend, unterscheidet sich *L. octofasciatus* von beiden wesentlich durch die Größe der Rumpfschuppen und die geringe Zahl der Ventralstrahlen.

Die größte Rumpfhöhe ist $3^1/_2$ bis $3^3/_5$ mal, die Kopflänge zirka $3^6/_7$ bis zirka $4^1/_7$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, die Schnauzenlänge sowie die Breite des Interorbitalraumes je $2^2/_3$ bis $2^1/_2$ mal, der Augendurchmesser $4^6/_7$ bis $4^3/_4$ mal, die Höhe der Dorsale zirka $1^1/_4$ bis $1^1/_3$ mal, die Länge der Pektorale zirka $1^1/_2$ mal, die der Ventrale zirka $1^3/_5$ bis $1^1/_2$ mal, der Abstand der Dorsale von der Fettflosse zirka 1 mal, die Höhe des Schwanzstieles zirka $2^1/_7$ bis ein wenig mehr als 2 mal, die Länge desselben stets etwas weniger als 2 mal in der Kopflänge enthalten.

Schnauze stumpf konisch, nach vorne fast vertikal zum oberen Mundrande abfallend. Mundspalte endständig, flach gebogen. Die Entfernung des hinteren Endes des Oberkiefers, welches in vertikaler Richtung zwischen die beiden Narinen fällt, von der Mitte des oberen Mundrandes gleicht der Mundbreite und diese zirka $^1/_4$ der Kopflänge. Unterlippe an der Außenseite mit zahlreichen Längsfalten. Kieferzähne oben wie unten jederseits 3. Zwischenkieferzähne an der Innenseite löffelförmig ausgehöhlt, mit schwach gerundetem oder abgestutztem freien Rande. Zähne im Unterkiefer gegen den Mittelzahn rasch an Höhe zunehmend, schräge gestellt, nach oben spitz zulaufend.

Kiemendeckel zirka $1^3/_5$ mal höher als lang. Die Augenmitte fällt in die Mitte der Kopflänge (mit Ausschluß des häutigen Deckelsaumes). Vordere Narine mit tubenförmig erhöhtem Rande, hintere Narine schlitzförmig.

Der Beginn der Dorsale fällt um zirka eine Augenlänge näher zum vorderen Kopfende als zur Basis der mittleren Caudalstrahlen und die Einlenkungsstelle der Ventrale fast genau in die Mitte der Körperlänge.

Die Dorsale ist zirka $1^2/_5$ mal höher als lang und am oberen hinteren, schräge gestellten Rande schwach konvex.

Pektorale ein wenig länger als die Ventrale, mit ihrem hinteren Rande weit vor die Einlenkungsstelle der letzteren fallend.

Hinterer Rand der Anale stark konvex; äußerste Strahlenspitze der zurückgelegten Anale nicht bis zur Basis der Schwanzflosse zurückreichend.

Caudale am hinteren Rande tief dreieckig eingebuchtet; oberer Schwanzlappen ein wenig länger und etwas stärker zugespitzt als der untere Lappen, zirka $3^2/_5$ bis $3^3/_4$ mal in der Körperlänge enthalten.

8 dunkel grauviolette Querbinden am Rumpfe auf goldbraunem Grunde, die bis zur 4. unter der Basis der Dorsale gelegenen Querbinde ein wenig an Breite zu- und von der 6. ab ein wenig an Breite abnehmen; sie sind durchgängig ein wenig breiter als die sie trennenden Zwischenräume. Die 7. Querbinde liegt zwischen der Fettflosse und der Anale, die 8. am Schwanzstiele vor der Basis der Schwanzflosse. Flossen gelblich mit einem Stich ins Rötliche. Die größten Rumpfschuppen liegen an der Bauchseite nächst vor den Ventralen und werden gegen die Pektoralgegend zu allmählich kleiner. 12 Schuppen längs der Nackenlinie vor dem Beginne der Dorsale.

	Maße in Millimetern	
Totallänge	189	168
Körperlänge	153	$131^1/_2$
Kopflänge	38	34
Größte Rumpfhöhe	$43^1/_2$	37
Höhe des Schwanzstieles	18	15
Länge » »	20	18
Kopfbreite	22	20
Mundbreite	9	9
Schnauzenlänge	15	13
Augenlänge	8	7
Breite des Interorbitalraumes	15	13

	Maße in Millimetern	
Höhe der Dorsale	$28^1/_2$	27
Basislänge der Dorsale	20	20
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	$73^1/_2$	64
» » » von der Fettflosse	37	33
Länge der Pektorale	25	23
» » Ventrale	24	23
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	79	67
Basislänge der Anale	$16^1/_2$	14
Höhe der Anale	26	23

2 Exemplare aus der Umgebung von Joinville im Staate Santa Catharina, Brasilien.

Characidium fasciatum Reinh., var. n., boae vistae.

Taf. III, Fig. 4.

Characidium fasciatum Rhdt. variiert sehr bedeutend in einem und demselben Flußgebiet teils nach seinem Vorkommen in sumpfigen, nahrungsreichen oder in klaren, schnellfließenden Gewässern, teils nach dem Geschlechte nicht unbedeutend in der Körperform, Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie. In Haseman's Sammlung finden sich zahlreiche kleine Exemplare aus dem Rio branco und etwas größere aus einem sekundären Nebenflusse desselben, dem Rio Miang, vor, die miteinander in der einfachen gold- oder kupferbraunen Körperfärbung und regelmäßigen Rumpfzeichnung sowie in der etwas geringeren Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie übereinstimmen, daher ich sie als Vertreter einer Lokalvarietät, für welche ich nach dem am Rio branco gelegenen Hauptorte die Bezeichnung »Var. *boae vistae*« vorschlagen möchte, von den bunter gezeichneten Exemplaren anderer Flußgebiete unterscheiden zu dürfen glaube.

Bei diesen Exemplaren sind die Körperseiten dunkel goldbraun, über die Rumpfseiten ziehen 7 bis 9, nicht besonders scharf hervortretende, regelmäßige Querbinden herab, die nach unten kaum an Breite abnehmen und etwas dunkler als die Grundfarbe der Rumpfseiten sind. Eine hellgelbe kurze Querbinde tritt am Beginne des Nackens scharf hervor und ein tief blauviolettes Fleckchen liegt auf oder über der ersten Schuppe der Seitenlinie, die bei sämtlichen Exemplaren der genannten Lokalitäten nur 31 bis 32 Schuppen am Rumpfe und 2 bis 3 auf dem überschuppten basalen Teile der Caudale punktförmig durchbohrt. Statt einer schmalen, mehr minder deutlich entwickelten Längsbinde ist höchstens eine dunkle zarte Linie bemerkbar, die übrigens vielen Exemplaren vollständig fehlt. Caudale stets ungefleckt, wässerig grau, im vorderen Teile überschuppt.

Auf der Höhenmitte der Dorsale liegt häufig eine dunklere Linie oder zarte Fleckreihe, die, etwas schräg gestellt, sich nach hinten und unten neigt. Unterhalb dieser zeigt die Dorsale einen Stich ins Gelbliche. Die 3 ersten einfachen wiedie 2 folgenden gespaltenen Pektoralen sind wie bei *Ch. fasciatum*, überhaupt mäßig oder kaum verdickt.

Das Auge ist, wie es scheint, bei hier angeführter Abart von der mir nur halberwachsene Exemplare bis zu 69 *mm* Länge vorliegen, verhältnismäßig etwas kleiner, die Schnauze ein wenig länger und die Körperform gedrungener als bei der typischen Form; die Augenlänge ist nämlich $5^1/_2$ bis $6^1/_2$ mal, die Schnauzenlänge $3^2/_3$ bis $4^1/_3$ mal in der Kopflänge, diese so wie die Rumpfhöhe 4 bis $4^1/_3$ mal, seltener zirka $4^1/_2$ mal in der Körperlänge enthalten. Die Breite des Interorbitalraumes gleicht der Augenlänge.

9 bis 10 Schuppen vor der Dorsale längs der Nackenlinie.

D. 2/9. P. 3/8—9. V. 1/7. A. 2/5—6. L. l. 31—32 + 2—3 (auf d. C.). L. tr. $3^1/_2 - 4/1/2^1/_2$.

	Maße in Millimetern		
Totallänge	50	61	67
Körperlänge	45	50	56
Kopflänge	11	12	13
Kopfbreite	6	$6^1/_3$	7
Größte Rumpfhöhe	10	12	14
Höhe des Schwanzstieles	6	7	8
Länge » »	$8^1/_2$	9	$9^1/_2$
» » Auges	2	2	2
» der Schnauze	3	3	3
Breite des Interorbitalraumes	2	2	2
Höhe der Dorsale	10	10	11
Basislänge der Dorsale	8	8	zirka 9
Abstand der Dorsale von der Fettflosse	9	12	12
» » » vom vorderen Kopfende	21	$22^1/_2$	26
Länge der Brustflossen	12	13	15
» » Ventralen	10	12	13
Abstand der Ventralen vom vorderen Kopfende	$22^1/_2$	27	28
Höhe der Anale	10	10	11
Basislänge der Anale	4	4	$4^1/_2$

Characidium declivirostre n. sp.

Schnauze unter einem stumpfen Winkel geradlinig vom vorderen Augenrande zur kleinen Mundspalte abfallend und nach vorne sich allmählich verschmälernd. Auge klein, zirka halb so lang wie die Schnauze. Caudallappen stark zugespitzt, schlanker als bei *Ch. fasciatum*. Die 4 äußeren Pektoralstrahlen, von denen die 3 ersten ungespalten sind, und die 2 äußeren Ventralstrahlen verdickt. Rumpfschuppen mit zahlreichen zarten Längsstreifen. Seitenlinie auf jeder Rumpfschuppe der 4. Längsschuppenreihe ein Längsröhrchen bildend.

Unterseite des Kopfes und Rumpfes und Flossen mehr minder intensiv gelb. Kopf oben und seitlich gleich den Rumpfseiten matt rotviolett bis kupferfarben, heller gegen die Bauchseite zu. Eine mehr minder schmale dunkel grauviolette Längsbinde oder Linie zieht vom oberen Ende der Kiemenspalte zur Basis der Schwanzflosse.

6 bis 7 dunkel-grauviolette Querbinden ziehen von der Rückenlinie zur Seitenlinie herab und alternieren daselbst mit ebensovielen Querbinden, die der Höhe nach eine Neigung zur Spaltung in zwei Hälften zeigen. Eine dunkle schmale Binde zwischen dem vorderen Augenrande und dem Mundwinkel. Intensiv grauviolette Flecken auf der Pektorale, Dorsale und Caudale in schrägen oder vertikal gestellten Reihen. Eine intensiv violette Querbinde zirka in der Höhenmitte der Ventralen sowie der Anale, parallel zum hinteren Rande dieser Flossen gestellt.

D. 1/8. A. 1/5–6. P. 3/9. V. 1/6. L. l. 31–32 + 2–1 (auf d. C.). L. tr. 3/1/2.

Kopflänge zirka 4 mal, größte Rumpfhöhe $5^1/_2$ bis $4^9/_{10}$ mal, Länge der Pektorale $3^1/_7$ bis etwas weniger als 3 mal, Länge der Ventrale zirka $4^1/_5$ bis $3^4/_5$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, Augenlänge zirka 5 bis 6 mal, Schnauzenlänge $2^3/_4$ bis 3 mal, Breite des Interorbitalraumes 5 bis 6 mal, die größte Kopfbreite $1^4/_5$ bis $1^1/_2$ mal, die Höhe des Schwanzstieles $2^1/_7$ bis $2^1/_2$ mal in der Kopflänge oder $1^5/_7$ bis 2 mal in der größten Rumpfhöhe, die Länge des Schwanzstieles zirka $1^1/_9$ bis $1^5/_7$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Spitze der zurückgelegten Pektorale, deren 2. gespaltener Strahl am längsten ist, bis zur Basis des ersten Ventralstrahles oder ein wenig weiter zurück, die Spitze der Ventralen bis zum Beginne der Anale und die Spitze des längsten Analstrahles bis zum Beginn der Caudale reichend.

Caudale am hinteren Rand dreieckig eingebuchtet und im Gegensatze zu *Char. fasciatum* mit schlanken, stark zugespitzten Lappen, ebenso lang oder etwas länger als der Kopf.

4 Exemplare bis zu 63 *mm* Länge aus dem Rio Coquenan, einem Zuflusse des Rio Caroni in Venezuela (Koll. Haseman).

Vulgärname: Junabara.

Durch den verhältnismäßig steilen Abfall der Schnauze von der Stirngegend ab unterscheidet sich die hier beschriebene Art auffällig von den übrigen bisher bekannten *Characidium*-Arten.

	Maße in Millimetern		
Totallänge	63	55	45
Körperlänge	49	44	35
Kopflänge	$12^1/_2$	11	9
Kopfbreite	8	7	5
Rumpfhöhe	10	8	6
Höhe des Schwanzstieles	5	4	$3^1/_2$
Länge des Schwanzstieles	7	6	5
» Auges	3	2	2
» der Schnauze	4	4	3
Breite des Interorbitalraumes	2	2	2
Höhe der Dorsale	11	10	8
Basislänge der Dorsale	9	8	7
Abstand der Dorsale von der Fettflosse	11	10	7
» vom vorderen Kopfende	22	19	16
Ventrale » » »	25	24	18
» Anale » » »	39	$34^1/_2$	28
Länge der Pektorale	17	14	10
Ventrale	13	$10^1/_2$	$8^1/_2$
Höhe der Anale	9	$8^1/_2$	7

Characidium crandellii n. sp.

Körperform schlank. Im Gegensatze zu dem nahe verwandten *Char. fasciatum* sind in der Pektorale die 4 äußeren Pektoralstrahlen (ungespalten und) stark verdickt. Kopflänge fast genau 4 mal, größte Rumpfhöhe 6 bis $7^1/_8$ mal, Höhe des Schwanzstieles $9^5/_9$ bis $10^1/_9$ mal, Länge desselben zirka 6 mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse), oder erstere $1^7/_9$ mal, letztere $1^1/_7$ bis 1 mal in der größten Rumpfhöhe, Kopfbreite zirka $1^5/_7$ bis $1^1/_2$ mal, Augendurchmesser $5^1/_2$ bis 6 mal, Schnauzenlänge $2^3/_4$ bis 3 mal, Breite des Interorbitalraumes $3^2/_3$ bis 4 mal in der Kopflänge enthalten. Die obere Profillinie des Kopfes senkt sich unter schwacher Bogenkrümmung längs der Schnauze nur wenig vom Auge zur Mundspalte, als vom Ende der Hinterhauptsgegend bis zur Augengegend.

Die Pektorale ist am 1. und 2. gespaltenen Strahle am längsten und zirka $1^1/_6$ mal länger, die Ventrale ein wenig kürzer als der Kopf. Die Spitze der Pektoralen reicht nur knapp oder nahezu bis zum Beginn der Ventrale, während die der Ventrale zirka um $1^1/_2$ bis 2 ganze Schuppenlängen vor den Beginn der Anale fällt. In der Pektorale sind nur die 4 äußeren ungespaltenen Strahlen, in der Ventrale der ungespaltene und folgende erste gespaltene Strahl verdickt, und zwar auffallend stärker als bei *Char. fasciatum*

Die Pektorale ist überdies bei der hier beschriebenen Art stärker entwickelt und enthält 4 ungespaltene und 12 bis 13 gespaltene Strahlen, während bei *Ch. fasciatum* die Zahl der einfachen Strahlen 3, die der gespaltenen Strahlen 9 beträgt.

Die Seitenlinie durchbohrt 32 bis 34 Schuppen am Rumpfe und 2 auf der Caudale und bildet auf jeder derselben ein kurzes Röhrchen. 9 Schuppen liegen vor der Dorsale längs der Nackenlinie. Bei 2 jungen Exemplaren von 33 und 35 *mm* Länge laufen 8 bis 10 schmale, streifenartige, dunkel grauviolette Querbinden über die Rumpfseiten, bei älteren Individuen ist ihre Zahl bei starker Breitezunahme auf 5 bis 7 beschränkt. Diese (5 bis 7) Binden nehmen nach unten allmählich an Breite ab und spalten sich in der Regel unterhalb der Seitenlinie in je 2 Äste. Die vorderen 3 breitesten Binden sind am oberen Ende breiter als die sie trennenden Zwischenräume; die folgenden Binden nehmen bis zur hintersten letzten allmählich an Breite ab.

Nur bei 3 der mir vorliegenden 7 Exemplare ist eine dunkle Linie zwischen dem oberen Ende der Kiemenspalte und den mittleren Caudalstrahlen bemerkbar.

Eine schräge gestellte, grauviolette Längsbinde etwas über der Höhenmitte der Dorsale und eine etwas schwächer ausgeprägte Längsbinde gleicher Färbung unter der Höhenmitte der Anale (somit näher zur Basis als zur unteren Spitze der Anale).

Die Pektorale ist an der Oberseite der 4 äußeren verdickten Strahlen mehr minder intensiv schmutzig grauviolett, der Rest der Flosse wässerig und schmutzig graugelb. Auch die 2 bis 3 äußeren Ventralstrahlen sind matt grauviolett; zuweilen kommt es auch zur Entwicklung einer schräge gestellten matt grauvioletten Querbinde in der Höhenmitte der Ventrale.

Die Schwanzflosse ist am hinteren Rande dreieckig eingebuchtet und wässerig weißlichgrau mit Ausnahme eines mattgelben großen Fleckes an der Basis der Caudallappen, die von gleicher Länge sind und nach hinten ovalgerundet endigen.

D. 1/8. P. 4/12—13. V. 1/7. A. 1/5. L. l. 32—34 (+ 2 auf d. C.). L. tr. $3^1/_2/1/2$.

7 Exemplare von 33 bis 57 *mm* Länge aus dem Miangflusse, einem Zuflusse des Cotingo, der, mit dem Tacutú vereinigt, oberhalb Boa Vista in den Rio branco mündet (Coll. Haseman).

	Maße in Millimetern	
Totallänge	57	52
Körperlänge	47	43
Kopflänge	12	11
Kopfbreite	7	$6^2/_3$
Größte Rumpfhöhe	8	8
Höhe des Schwanzstieles	$4^1/_2$	$4^1/_2$
Länge » »	8	7
» » Auges	2	2
» der Schnauze	4	
Breite des Interorbitalraumes	3	3
Höhe der Dorsale	8	8
Basislänge der Dorsale	6	5
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	20	19
» » » von der Fettflosse	$10^1/_2$	10
Länge der Pektorale	14	13
» » Ventrale	$10^1/_2$	10
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	24	20
Höhe der Anale	7	7
Abstand der Anale vom vorderen Kopfende	36	$32^1/_2$

Characidium surumuense n. sp.

Taf. III, Fig. 3.

3 Exemplare, 68 bis 84 *mm* lang, aus dem Rio Surumú, einem Nebenflusse des Rio branco bei Serra do Mello, gesammelt von Dr. Haseman.

Kopf komprimiert, Schnauze nach vorne stumpf zugespitzt.

Die 4 äußeren Pektoral- und die 2 vorderen Analstrahlen mäßig verdickt. Die Spitze der Pektoralen reicht nicht bis zur Ventrale, letztere nicht bis zum Beginne der Anale, die Spitze des letzten Analstrahles aber bis zum vorderen Stützstrahl des unteren Caudallappens zurück.

11 Schuppen an der Nackenlinie vor der 1. Dorsale.

Kopflänge $3^5/_6$ mal, größte Rumpfhöhe 4 mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, Kopfbreite $1^4/_5$ mal, Augendurchmesser 5 mal, Schnauzenlänge $3^3/_{11}$ mal, Breite des Interorbitalraumes zirka 6 mal, Höhe der 1. Dorsale $1^2/_7$ mal, Basislänge derselben $1^7/_{11}$ mal, Abstand derselben von der Fettflosse $1^1/_8$ mal, Länge der Ventrale (am längsten, 4. Strahle) $1^1/_{11}$ mal, Höhe der Anale $1^1/_8$ mal, Höhe des Schwanzstieles etwas weniger als 2 mal, Länge desselben $1^7/_{11}$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Pektorale gleicht an Länge nahezu $^2/_7$ der Körperlänge (ohne Caudale).

Die Seitenlinie durchbohrt 33 bis 34 Schuppen am Rumpfe und 2 bis 3 auf der Caudale.

In der Zeichnung des Rumpfes zeigt diese Art eine große Ähnlichkeit mit *Parodon tortuosus*. Eine breite, dunkelgrauviolette Binde zieht längs der Rumpfseiten zur Caudale und zeigt am oberen wie am unteren Rande zackenförmige Ausläufer in bedeutender Anzahl. Auf der Caudale liegen auf hellbräunlichem Grunde 2 scharf hervortretende, ziemlich breite, dunkelviolette, <förmige Querbinden. Nahe dem Außenrande der Pektorale und der Ventrale sowie dem unteren Rande der Anale zieht eine violette Längsbinde hin. Die 1. Dorsale endlich trägt 4 bis 5 schräge Reihen violetter Fleckchen. Fettflosse dunkelviolett mit hellem oberen Rande.

D. 2/9. P. 3/8. V. 1/7. A. 2/7. L. l. 34 + 2—3 (auf d. C.). L. tr. $4/1/2^1/_2$.

Da die hier beschriebenen Exemplare fast nur in der Zeichnung des Rumpfes und der Anale (die nicht gefleckt ist) sich wesentlich von *Char. blenniodes* Eigenm. unterscheiden, halte ich es nicht für ausgeschlossen, daß sie als eine Farbenvarietät zu dieser Art zu beziehen sein dürften.

	Maße in Millimetern
Totallänge	84
Körperlänge (ohne Caudale)	69
Rumpfhöhe	17
Schwanzhöhe	$9^1/_2$
Schwanzlänge	11
Kopflänge	18
Kopfbreite	10
Augenlänge	$3^1/_2$
Schnauzenlänge	$5^1/_2$
Breite des Interorbitalraumes	3
Höhe der ersten Dorsale	14
Basislänge derselben	11
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	32
» » von der Fettflosse	16

	Maße in Millimetern
Länge der Pektorale	20
» » Ventrale	$16^1/_2$
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	41
Länge der Anale	6
Höhe » »	16
Abstand der Basis der Pektorale von der der Ventrale	23

Eigenman's Angabe, daß bei *Ch. bleuniodes* die Pektorale bis zur Ventrale zurückreiche, widerspricht die beigegebene Abbildung (s. Eigenm., The Freshwater Fishes of Brit. Guiana, p. 290, pl. XVIII, fig. 3, 4).

Brycon pesu M. Tr.

Taf. I, Fig. 3.

Holobrycon pesu Eig, Repts. Princeton Univ. Exp. Patagonia, III, 1910, p. 431.
— — Eig., Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. Carnegie Mus., Vol. V, 1912, p. 369, Pl. 54, Fig. 1.

Da bei jüngeren Individuen dieser Art bis zirka 100 *mm* Länge die Stirnfontanelle ungeschlossen bleibt, halte ich die generische Trennung von *Brycon pesu* als *Holobrycon pesu* für ungerechtfertigt.

Brycon pesu gehört auch dem Gebiete des Amazonenstromes an und ist insbesondere im Rio branco und Rio negro sehr gemein. Dr. Haseman's Sammlung enthält zahlreiche, meist jüngere Exemplare bis zu 125 *mm* aus dem Rio branco bei Serra grande, Boa Vista, Bem Querer, von der Mündung des Rio Negro und von Santarem an der Mündung des Rio Tapajos in den Amazonenstrom. Das Wiener Museum besitzt ferner Exemplare von Surinam und aus dem Rio Purus.

Kopflänge etwas mehr als 3 bis $3^5/_7$ mal, größte Rumpfhöhe nahezu 3 bis $3^1/_3$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), der Augendurchmesser $3^1/_7$ bis $3^1/_3$ mal, die Schnauzenlänge $3^1/_8$ bis $3^1/_7$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $3^1/_5$ bis $2^1/_3$ mal in der Kopflänge enthalten.

D. 1/9. A. 3/18—21. L. l. 37—44[1] (+ 2 auf d. C.). L. tr. 7—8/1/3—4.

	Maße in Millimetern		
Totallänge	$113^1/_2$	110	96
Körperlänge (ohne Caudale)	89	$89^1/_2$	79
Kopflänge	25	25	23
Kopfbreite	—	12	
Größte Rumpfhöhe	27	30	25
Höhe des Schwanzstieles	10	10	9
Länge » »	10	11	—
Mundlänge	—	12	—
Länge des Auges	7	$7^1/_2$	7
» der Schnauze	$7^1/_2$	7	7
Breite des Interorbitalraumes	9	10	

[1] Durchschnittlich 40 bis 42 Schuppen.

	Maße in Millimetern		
Höhe der Dorsale	18	18	—
Basislänge der Dorsale	12	12	—
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	48	47½	—
» » » von der Fettflosse	18	19	
Länge der Pektorale	17½	20	—
» » Ventrale	14	15	—
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	46	44	—
Höhe der Anale	—	13	—
Basislänge der Anale	—	21	—

Brycon falcatus M. Tr.

Gleich der vorigen Art auch über das Gebiet des Amazonenstromes verbreitet. Es liegen uns zahlreiche Exemplare bis zu 260 *mm* Länge von Albina in Surinam (Coll. Heller), aus dem Rio Surumú bei Serra do Mello, aus dem Rio branco bei Bem Querer, Boa Vista, Serra grande, Conceiçaõ, und von der Mündung des Rio Negro (Coll. Haseman) vor.

Die Kopflänge ist etwas mehr als 3¼ bis 3⅔ mal, die größte Rumpfhöhe 2½ bis 2⅝ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale), die Augenlänge 3⅕ bis 3¾ mal, die Breite des Interorbitalraumes 2⅓ bis 2⅔ mal in der Kopflänge enthalten.

D. 1/10. A. 3/24—26. L. l. 47—52 (bis zur Basis der C.). L. tr. 9—10½/1/5—6.

	Maße in Millimetern		
Totallänge	116	187	260
Körperlänge (ohne Caudale)	90	146	215
Kopflänge	28	40	56
Kopfbreite	14	25	35
Größte Rumpfhöhe	37	53	78½
Höhe des Schwanzstieles	10	16½	23
Länge » »	9	17	23
Mundlänge	12½	17	24
Mundbreite	—	—	20
Länge des Auges	8	12½	15½
» der Schnauze	8	12½	17
Breite des Interorbitalraumes	10½	18	zirka 24
Höhe der Dorsale	23	38	48
Basislänge der Dorsale	13	21	38
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	47	77	106½
» » » von der Fettflosse	20½	36	55
Länge der Pektorale	19	31	45
» » Ventrale	18	28	37
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	40	75	100
Höhe der Anale	13	22	25
Basislänge der Anale	22	37	39

Die Anale ist am basalen Teile stark überschuppt; gegen das Flossenende zu reichen die Schuppen zuweilen fast bis zur Hälfte der Flossenhöhe hinab. Die schwarze Binde längs der Basis der Anale ist bei dem größten Exemplar unserer Sammlung in kleine schwarze Flecken aufgelöst und der Humeralfleck bei vielen Individuen stark entwickelt, schwarz.

Brycon coquenani n. sp.

Taf. I, Fig. 1 und 2.

Körperform verhältnismäßig sehr gestreckt. Kopf vorne stumpfkonisch zugespitzt. Schnauze den Vorderrand des Unterkiefers ganz unbedeutend überragend. Obere Kopflinie in der Stirngegend äußerst schwach eingedrückt und mäßig bis zur Spitze des Occipitalfortsatzes ansteigend. Noch schwächer erhebt sich die Nackenlinie bis zum Beginn der Rückenflosse. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt in vertikaler Richtung hinter die Mitte der Augenlänge. Kieferbezahnung normal. 3 Zahnreihen im Zwischenkiefer. 2 kleine konische Zähne vorne im Zwischenkiefer hinter der äußeren Zahnreihe. Mittlere Caudalstrahlen nicht verlängert. Ein verschwommener, dunkler Humeralfleck am Beginn der Seitenlinie; ein großer ovaler dunkelgrauvioletter Schwanzfleck, im hinteren Teile das Schwanzstieles sich verschmälernd und unter Abnahme der Intensität der Färbung bis zum hinteren Ende der mittleren Caudalstrahlen sich erstreckend.

D. 2 9. V. 1/7. A. 3/23—24. P. 11. L. l. 44—45. L. tr. 8/1/4.

Größte Rumpfhöhe bei einem 210 *mm* langen Exemplar (mit Einschluß der Caudale) zirka $3^5/_8$ mal, Kopflänge ohne den häutigen Lappen am hinteren Rande des Kiemendeckels zirka $3^1/_5$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Caudale, Kopfbreite $2^1/_5$ mal, Länge der Mundspalte bis zum hinteren Ende des Oberkiefers ein wenig mehr als 2 mal, Länge des Auges $4^1/_2$ mal, Schnauzenlänge zirka $3^3/_8$ mal, Breite des Interorbitalraumes $3^3/_4$ mal, Höhe der Dorsale zirka $1^2/_3$ mal, Länge der Pektorale zirka $1^2/_3$ mal, die der Ventrale $2^1/_4$ mal, Basislänge der Anale $1^3/_{10}$ mal, Höhe des Schwanzstieles zirka $3^3/_8$ mal, Länge desselben zirka $2^1/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Der Kiemendeckel ist zirka $2^1/_6$ mal höher als lang. Stirne querüber schwach gewölbt. Vordeckelwinkel gerundet, ein wenig größer als ein rechter.

Das zweite große Suborbitale deckt nach unten die Wangen nicht vollständig. Unteres der beiden Suborbitalia von gleicher, geringer Höhe, zirka $2^8/_9$ mal höher als lang. Stirnfontanelle stark entwickelt.

Die Einlenkungsstelle der Ventralen fällt in die Mitte der Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse). Dorsale am hinteren, schräge gestellten Rande schwach konvex. Anale am unteren Rande schwach konkav. Der Abstand des Beginnes der Dorsale vom vorderen Kopfende gleicht zirka 2 Kopflängen und ist ebensogroß wie der Abstand der Basis des letzen Dorsalstrahles vom hinteren Ende der mittleren Caudalstrahlen. Der Abstand der Fettflosse von der Dorsale übertrifft an Länge ein wenig die größte Höhe der Dorsale und gleicht nahezu der Kopflänge mit Ausschluß der Schnauze.

Die Spitze der zurückgelegten Brustflossen fällt um zirka 3 Schuppenlängen vor die Einlenkungsstelle der Ventralen und die Spitze der letzteren zirka um $1^1/_2$ bis 2 Schuppenlängen vor den Beginn der Anale. Fettflosse faserstrahlig, zirka 2 mal höher als lang (an der Basis).

Caudale am hinteren Rande tief halbmondförmig eingebuchtet.

Schuppen ganzrandig; sie nehmen von der Rücklinie bis zu der über der Seitenlinie gelegenen Längsschuppenreihe allmählich an Höhe zu.

Die 2 unteren Höhendrittel der Rumpfseiten sind matt goldgelb mit silberigem Schimmer, nach oben wird die Färbung bräunlichgelb.

11 entschuppte junge und ein großes, sehr gut erhaltenes Exemplar von 210 *mm* Länge aus dem Coquenanflusse in Venezuela. (Coll. Dr. Haseman.)

Vulgärname: Arumá.

	Maße in Millimetern	
Totallänge	210	—
Körperlänge (ohne Caudaule)	173	84
Rumpfhöhe	48	21
Höhe des Schwanzstieles	15	7
Länge » »	24	11
Kopflänge	54	28
Kopfbreite	25	12
Länge der Mundspalte	$24^1/_2$	15
Breite » »	150	—
Länge des Auges	12	7
» der Schnauze	15	9
Breite des Interorbitalraumes	15	7
Höhe des Kiemendeckels	26	—
Länge » »	12	—
» » hinteren Suborbitale	19	—
Höhe » » »	11	—
Länge des unteren Postorbitale	13	—
Höhe » » »	$4^1/_2$	—
Höhe der Dorsale	33	—
Basislänge der Dorsale	21	—
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	98	49
» » von der Fettflosse	$34^1/_2$	14
Länge der Pektorale	31	—
» » Ventrale	23	11
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	87	44
Größte Höhe der Anale	24	13
Basislänge der Anale	41	19
Höhe des letzten Analstrahles	10	—
Basislänge der Fettflosse	4	
Höhe der Fettflosse	9	

Brycon lundii Rhdt., Ltk.

Chr. Fr. Lütken, Velhas-Flodens Fiske. Vidensk. Selsk. Skv., s. Baekke, naturvidensk. og math. Afd., Bd. 12II, p. 223, und Synops, p. XV.

Von den beiden von Lütken aus dem Rio das Velhas, einem großen Nebenflusse des Rio S. Francisco, beschriebenen Arten erhielt ich aus letzterem Flusse während meines längeren Aufenthaltes in Barra nur *Brycon lundii*, und zwar in größerer Anzahl in Exemplaren von 115 bis 440 *mm* Länge. Bei allen diesen durchbohrt die Seitenlinie, die sich auf der Caudale bis zur Spitze des mittleren Caudalstrahles fortzieht, am Rumpfe nur 48 bis 51 Schuppen und auf der Schwanzflosse 4 bis 5 größere Schuppen, somit im ganzen 52 bis 56 Schuppen, während nach Lütken's Angabe die Zahl derselben zwischen 59 bis 61 schwankt. Über der Seitenlinie liegen stets $10^1/_2$ bis $11^1/_2$, unter derselben 6 bis zur Insertionsstelle der Ventralen oder $8^1/_2$ bis 9 bis zur Mittellinie des Bauches. Seitenlinie mit dendritischer Verästelung auf den einzelnen Schuppen.

Eigentümlicherweise ist das Verhältnis der Kopflänge zur Körperlänge je nach dem Alter sehr variabel. Bei jungen Exemplaren von 92 bis 106 *mm* Länge (mit Ausschluß der Schwanzflosse) ist die Kopf-

länge $3^1/_2$ bis $3^2/_7$ mal, bei alten Individuen von 200 bis 380 *mm* Länge $4^1/_6$ mal bis mehr als $4^1/_2$ mal in der Körperlänge enthalten. Viel geringere Schwankungen zeigt die Rumpfhöhe im Verhältnis zur Körperlänge (ohne Caudale) und ist bei jungen Exemplaren 3 bis $2^5/_6$ mal, bei alten zirka $2^3/_5$ bis $2^6/_7$ mal in der Körperlänge begriffen. Schwanzstiel zirka ebenso lang wie hoch. Die größte Kopfbreite ist 2 bis $1^3/_4$ mal, die Länge der Mundspalte zirka $2^1/_2$ bis $2^1/_4$ mal, die Länge des Auges $3^1/_9$ bis $3^2/_3$ mal, die Schnauzenlänge zirka $3^1/_5$ bis $3^2/_9$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $2^1/_5$ bis $2^1/_2$ mal bei jungen, $2^1/_4$ bis 2 mal bei alten Exemplaren, die Höhe der Dorsale zirka $1^1/_4$ bis unbedeutend mehr als 1 mal, die Länge der Pektorale durchschnittlich $1^1/_4$ mal, die der Ventrale zirka $1^3/_5$ bis $1^1/_3$ mal, die Höhe des Schwanzstieles $2^4/_5$ bis $2^1/_2$ mal bei jungen, zirka 2 mal bei alten Exemplaren in der Kopflänge enthalten. Das hintere Ende des schmalen Oberkiefers fällt bei geschlossenem Munde in vertikaler Richtung vor die Augenmitte. 10 Zähnchen liegen jederseits im Zwischenkiefer in der Außenreihe und 13 bis 15 auf jedem Maxillare.

Der aufsteigende Rand des Vordeckels ist geradlinig, ein wenig nach hinten und unten geneigt, der abgerundete hintere Winkel desselben ein wenig kleiner als ein rechter.

Der Kiemendeckel ist $2^5/_6$ bis $2^1/_4$ mal höher als lang. Der Beginn der Dorsale fällt genau in die Mitte der Körperlänge (ohne Caudale) oder nur unbedeutend näher zum vorderen Kopfende als zur Basis der Caudale. Die Dorsale ist ferner nahezu 2 bis $1^3/_4$ mal höher als lang.

Der Abstand der Dorsale von der Fettflosse gleicht zirka der Basislänge der Anale.

Der mittlere Caudalstrahl ist nur bei wenigen Exemplaren ganz unbedeutend über den nächstfolgenden oberen wie unteren Caudalstrahl vorgezogen. Die basale kleinere Höhenhälfte der Anale ist mit kleinen Schuppen bedeckt.

Auf der Caudale ist zirka das vordere kleinere Längendrittel überschuppt und sind die Schuppen daselbst ein wenig kleiner als die nächstgelegenen im hinteren Teile des Schwanzstieles. Nur der mittlere Caudalstrahl ist bis zu seinem hinteren Ende mit einer Reihe von Schuppen bedeckt, über welche die Seitenlinie sich fortsetzt und die bereits vor Beginn der Längsmitte des Strahles auffallend klein sind, auch sehr leicht abfallen. Bei gut erhaltenen Exemplaren zähle ich deren bis zu 20.

Ein bleifarbiger Fleck über dem Beginn der Seitenlinie und eine schwärzliche Binde längs der Höhenmitte des Schwanzstieles und auf den 3 mittleren Caudalstrahlen.

D. 2/9. V. 1/7. P. 1/13—14. A. 3/27—29. L. l. 48+51 (+4—5 gr. auf d. C.).

L. tr. $10^1/_2 - 11^1/_2/1/6$ (z. V.).

	Maße in Millimetern			
Körperlänge (ohne Schwanzflosse)	235	200	106	92
Rumpfhöhe	90	70	38	30
Höhe des Schwanzstieles	28	$23^1/_2$	12	10
Länge » »	29	25	12	10
Kopflänge	55	48	29	28
Kopfbreite	—	24	14	14
Länge der Mundspalte	25	21	13	12
Breite » »	17	17	9	9
Schnauzenlänge	17	15	9	$7^1/_2$
Länge des Auges	15	13	9	9
Breite des Interorbitalraumes	25	20	$11^1/_2$	10
Höhe des Kiemendeckels	32	30	17	15
Länge » »	12	10	6	5

	Maße in Millimetern			
Höhe der Dorsale	54	43 1/2	25	22
Basislänge der Dorsale	30	23	13	13
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	122	102	55	48
» » » von der Fettflosse	63	50	27	20
Basislänge der Anale	66	55	28	22
Höhe der Anale	—	zirka 21	14	—
Länge der Pektorale	47	39	23	20
» » Ventrale	zirka 35	32	21	17
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	109	95	51 1/2	45

Vulgärname: Matrinchaõ.

Die zweite, von Lütken aus dem Rio das Velhas beschriebene *Brycon*-Art, *Brycon Reinhardti* Ltkn., fand ich im Rio San Francisco während meines längeren Aufenthaltes in Barra nicht vor. Bei dieser Art liegen nach Ltkn. nur 9 Schuppen über und 6 unterhalb der Seitenlinie zwischen der Dorsale und Ventrale; ferner enthält die Anale nur 24 bis 25 Strahlen (3/21—22).

Moenkhausia ternetzi Blgr.

Taf. III, Fig. 6.

Tetragonopterus ternetzi Blgr., On a Collect. of Fishes from the Rio Paraguay, Proc. Z. S. London 1895, p. 528, u. Transact. Z. S. L., Vol. XIV, Pt. II, N. 1 (Okt. 1896), p. 35, pl. VIII, Fig. 2.

Gymnocornychus ternetzi Eigenm., Reports of the Princeton Univ. Exped. to Patagonia, 1896—1899, Vol. III, Zool., Pt. IV, Catal. of the Fresh-Water Fish. of Tropic. and South Temparate America, Princeton N. Y., 1910, pag. 437.

Gymnocorynchus thayeri Eigenm., Zool. Res. of the Thayer Braz. Exp. Preliminary Descr. of new gen. and spec. of Tetragon. Charac., Bull. of the Mus. of comp. Zool. at Harv. Coll., Vol. 52, Nr. 6 (1908), p. 93, u. Cat. of Fresh-Water Fish of Trop. and S. America (1910), p. 437.

Viele Exemplare aus dem Rio Medonho nördlich von Victoria und aus dem Rio Itapicurú bei Caxias wurden von mir während der brasilianischen Expedition der kais. Akademie im Jahre 1903 und von Dr. Haseman 1912 gesammelt. Dr. Eigenman beschrieb dieselbe Art nach zahlreichen Exemplaren aus dem Amazonenstrom bei Tabatinga und Gurupa und unterschied sie wegen der Schuppenlosigkeit der Prädorsallinie generisch von *Moenkhausia*. Ich kann diese Ansicht nicht teilen, da ich bei *M. doceana* Steind. einige Exemplare mit ganz oder teilweise nackter Nackenlinie und andere Exemplare mit vollständig beschuppter Nackenlinie vorfinde. Ich glaube daher auch annehmen zu dürfen, daß *Moenkhausia profunda* Eig. nichts anderes als *M. ternetzi* mit beschuppter Nackenlinie sein dürfte, von welcher Art mir 4 Exemplare aus Mattogrosso vorliegen. Bei sämtlichen Individuen der Wiener Sammlung aus dem Rio Medonho und dem Rio Itapicurú ist die Nackenlinie schuppenlos.

Körper sehr stark komprimiert; obere Kopflinie konkav und wie die bei älteren Exemplaren stark konvexe, bei jungen Individuen viel schwächer gebogene Nackenlinie rasch nach hinten ansteigend. Die Bauchlinie erreicht ihren tiefsten Stand am Beginn der Anale.

Die Kopflänge ist bei jungen Exemplaren von 37 bis 48 *mm* Länge 2 9/10 bis 3 1/7 mal, bei älteren 3 1/7 bis 3 1/2 mal, die größte Rumpfhöhe bei jungen Individuen 1 4/5 bis 1 3/7 mal, bei Exemplaren von 60 bis 66 *mm* Länge 1 1/2 bis 1 2/3 mal in der Körperlänge (ohne Caudale), der Augendurchmesser bei jungen Exemplaren 2 1/2 bis 2 3/10 mal, bei erwachsenen Individuen 2 3/5 bis 3 1/5 mal, die Schnauzenlänge bei ersteren nahezu 5 bis 3 5/6 mal, bei letzteren zirka 4 1/3 bis 5 1/3 mal, die Breite des Interorbitalraumes je nach dem Alter 3 5/6 bis 3 mal, die Kopfbreite etwas mehr als 2 mal in der Kopflänge, die geringste Rumpf-

höhe am Schwanzstiele bei jüngeren wie älteren Exemplaren etwas mehr oder weniger als 6mal in der größten Rumpfhöhe enthalten.

Der von den Suborbitalia nicht überdeckte Teil der Wangen ist bei älteren Exemplaren sehr schmal, bei jungen Individuen verhältnismäßig merklich höher.

Das hintere Ende des sehr schräge gestellten Oberkiefers fällt hinter den vorderen Augenrand.

Der aufsteigende Rand des Vordeckels ist geradlinig, nach hinten und unten geneigt, der hintere Vordeckelwinkel ein wenig kleiner als ein rechter.

Der Kiemendeckel ist zirka $2^2/_3$ bis 3mal höher als lang.

Die Einlenkungsstelle der Ventrale fällt genau in die Mitte der Körperlänge und in vertikaler Richtung vor den Beginn der Dorsale.

Die Dorsale endigt nach oben zugespitzt, ihre Höhe ist ein wenig variabel und übertrifft die Kopflänge um zirka $^1/_2$ bis 1 Augenlänge. Der Abstand der Dorsale von der Fettflosse steht der Kopflänge stets ein wenig nach.

Die Pektorale ist ein wenig kürzer als der Kopf und reicht zurückgelegt noch über die Basis der Ventrale, letztere bis zum Beginn der Anale zurück.

Die Anale ist 2mal länger als hoch, am unteren Rande schwach konkav und an der Basis vorne mit 3, weiter zurück mit 2 Längsreihen kleiner Schuppen bedeckt.

Caudale am hinteren Rande ziemlich tief eingebuchtet, Caudallappen mäßig zugespitzt, der untere Caudallappen in der Regel etwas länger und stärker entwickelt als der obere.

Schuppenradien schwach entwickelt.

Anale am Vorderrande, Ventralen am äußeren Rande tief schwarz gesäumt. Die Analstrahlen zeigen überdies gegen den unteren Rand eine etwas dunklere Färbung und sind, unter der Lupe gesehen, gleich der Rumpfseite mit zahlreichen dunklen Pünktchen übersät.

Zwei dunkle, nicht scharf abgegrenzte Querstreifen am Vorderrumpfe, durch eine hell goldgelbe Zone voneinander getrennt und bis zur Höhe der Pektorale herabreichend. Die vordere dieser Querbinden ist etwas stärker entwickelt als die hintere, in dem mittleren Teile ihrer Höhe am intensivsten gefärbt. Nach oben wie nach unten verlieren sich beide Binden allmählich in der hellgoldbraunen Grundfarbe des Rumpfes. Seiten des Kopfes silberfarben mit einem Stiche ins Gelbliche. Eine dunkle Linie beginnt hinter der 2. Querbinde des Rumpfes, ist daselbst zirka 2mal näher zum Beginn der Dorsale als zu dem der Anale gelegen und endigt an der Basis der mittleren Caudalstrahlen. Sie bildet die untere Abgrenzung einer schwach hervortretenden, matt silbergrauen Längsbinde von geringer Höhe.

D. 2/9. A. 3—4/38—40. L. l. 33—34 (+ 2 auf d. C.). L. tr. $7^1/_2$—$8^1/_2/1/7^1/_2$—9 (z. V.).

	Maße in Millimetern				
Totallänge	66	62	$60^1/_2$	44	37
Körperlänge (ohne Caudale)	53	50	45	36	29
Kopflänge	15	14	13	12	10
Kopfbreite	$7^1/_2$	7	$6^1/_2$	5	$4^1/_2$
Größte Rumpfhöhe	35	34	29	22	16
Höhe des Schwanzstieles	6	$5^1/_2$	$4^1/_2$	$3^1/_2$	3
Länge » »	—	—	—	—	—
Länge der Mundspalte	$6^1/_2$	6	$5^1/_2$	4	—
» » Schnauze	3	3	3	3	2
des Auges	5	5	[illegible]	[illegible]	4
Breite des Interorbitalraumes	$5^1/_2$	5	$4^1/_2$	$3^1/_2$	3

	Maße in Millimetern				
Höhe des Kiemendeckels	$1^1/_2$	9	9	8	7
Länge » »	$3^1/_2$	$3^1/_2$	3	3	$2^1/_2$
Höhe der Dorsale	$17^1/_2$	16	16	12	10
Länge » »	8	8	8	6	5
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	29	26	24	20	$15^1/_2$
» » » von der Fettflosse	11	$10^1/_2$	10	8	6
Länge der Pektorale	14	13	13	10	7
» » Ventrale	10	9	9	$7^1/_2$	6
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	27	26	24	17	14
Höhe der Anale	11	11	10	8	6
Länge » »	26	25	$22^1/_2$	17	13

Moenkhausia doceana (Steind.).

Taf. IV, Fig. 2 bis 4.

Tetragonopterus doceanus Steind., Die Süßwasserfische des südöstlichen Brasiliens (III), Sitzb. der kais. Akad. d. Wissensch., I. Abteil. Nov.-Heft, Jahrg. 1876, p. 14.

Moenkhausia doceana (Steind.) Eigenm., Reports of the Princeton Univ. Exped. to Patagonia, Vol. III, Zool. Pt. 4, Catal. of the Freshw. Fish. of Tropic u. S. Temperate America, Princeton, N. Y., 1910, p. 437.

Von dieser von mir l. c. im Jahre 1876 nach entschuppten Exemplaren beschriebenen Art erhielt ich vor wenigen Jahren gleichfalls aus dem Rio Doce eine Reihe vortrefflich erhaltener Exemplare von 47 bis 91 *mm* Länge. Bei einigen, namentlich bei den größeren derselben ist die Nackenlinie vom hinteren Ende des Occipitalfortsatzes bis zum Beginne der Dorsale ganz oder teilweise unbeschuppt; bei vielen anderen Exemplaren dagegen ist die Nackenlinie völlig beschuppt[1]. Nach Eigenmann's Klassifikation der Tetragonopterinen müßten ersterwähnte Exemplare in die Gattung *Gymnocorymbus*, letztere in die Gattung *Moenkhausia* gereiht werden. Ich glaube daher, die Gattung *Gymnocorymbus* einziehen zu müssen.

Körperform ziemlich gestreckt; Rumpf namentlich am Schwanzstiele stark komprimiert. Obere Profillinie des Kopfes konkav. Nackenlinie mäßig zur Dorsale ansteigend und mehr minder schwach konvex. Bei den neu erworbenen Exemplaren ist die größte Rumpfhöhe bei jüngeren Individuen $2^1/_2$ mal, bei älteren durchschnittlich $2^1/_3$ bis $2^1/_5$ mal, die Kopflänge $3^2/_3$ bis $3^2/_5$ mal, die Höhe der nach oben zugespitzten Dorsale 3 bis $2^1/_5$ mal, die Basislänge der Anale $2^1/_2$ bis $2^1/_3$ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale), die Augenlänge bei jüngeren Exemplaren $2^1/_6$ mal, bei älteren $2^1/_2$ bis $2^6/_7$ mal, die Schnauzenlänge bei ersteren $3^2/_3$ bis $3^3/_4$ mal, bei letzteren 4 bis $4^1/_4$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $3^1/_7$ bis $3^2/_5$ mal in der Kopflänge, die geringste Höhe des Rumpfes am Schwanzstiele etwas mehr oder weniger als 4 mal in der größten Rumpfhöhe zwischen der Basis der Ventralen und dem Beginne der Dorsale enthalten.

Humeralfleck groß, rundlich oder länglich, intensiv schwarzbraun und durch eine helle Zone von einem mehr minder schwach entwickelten, matt bräunlichen, bogigen Querstreif geschieden. Vorderes Kopfende stumpf gerundet, die Kiefer reichen gleich weit nach vorne, der postorbitale Teil des Kopfes ist ebenso lang wie die Schnauze. Die Augenrandknochen decken die Wangengegend bis auf einen mehr minder schmalen nackten Streif. Obere Kopflinie konkav.

[1] S. Taf. IV, Fig. 4, nach einem Exemplar von 79 *mm* Länge, einem ♂ mit zart bedornten Analstrahlen.

Der Beginn der Dorsale liegt näher zum vorderen Kopfende als zur Basis der mittleren Caudalstrahlen und fällt in vertikaler Richtung ein wenig hinter die Einlenkungsstelle der Ventralen. Der Abstand des letzten Dorsalstrahles von der schmalen Fettflosse steht der Kopflänge ein wenig nach. Caudallappen zugespitzt, der untere ein wenig länger als der obere.

Die Spitze der Pektorale fällt stets hinter die Einlenkungsstelle der Ventralen und die der letzteren reicht bis zum Beginn der Anale oder noch ein wenig weiter zurück.

Die Zahl der gespaltenen Analstrahlen, die bei Männchen zur Laichzeit bedornt sind, schwankt zwischen 31 bis 34.

D. 2/9. A. 4/31—34. L. l. 35 + 2—3 (auf d. C.). L. tr. 7—8/1/7—7½.

	Maße in Millimetern				
Totallänge	91	80	78	68	47
Körperlänge (ohne Caudale)	69	62	58	51	37
Kopflänge	20	17	16	15	11
Kopfbreite	9½	8	—	4½	4½
Rumpfhöhe	29	27	25	22	15
Schwanzhöhe	7	6½	—	5	4
Schwanzlänge	7	6	—	5	3
Länge des Auges	7	6	6	6	5
» der Schnauze	5	4	4	4	3
Breite des Interorbitalraumes	5½	5	5	4	3½
Höhe der Dorsale	22½	19	21	17	12
Basislänge der Dorsale	10	10	—	8	5½
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	33	31	—	26	19
» » » von der Fettflosse	18	16	—	13	9
Länge der Pektorale	16	15	14	13	8
» » Ventrale	—	—	—	—	—
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	30	28	—	24	17
Höhe der Anale (am ersten gespaltenen Strahle)	16	12	—	11	9
Basislänge der Anale	26	24	—	20	13

Rumpf hellbraun mit Silberglanz, Seitenstreif schmal silberfarben; Humeralfleck scharf ausgeprägt, bei älteren Exemplaren oval, länger als hoch, bei jungen Exemplaren rundlich, intensiv schwarzbraun; Caudalfleck undeutlich.

Moenkhausia miangi n. sp.

Taf. III, Fig. 5.

Obere Profillinie des Kopfes sehr schwach konvex oder vollkommen gerade, viel rascher nach hinten ansteigend, als die Nackenlinie unter geringer Konvexität zum Beginn der Dorsale sich erhebt. Bauchlinie bis zur Ventrale stärker gekrümmt als der gegenüberliegende Teil der Rückenlinie. Humeralfleck schwärzlich, scharf ausgeprägt, vertikal gestellt, unterhalb der Seitenlinie minder intensiv gefärbt und zu einem Streifen sich verschmälernd. Hinter dem Humeralfleck eine helle Zone, nach hinten begrenzt von einem stark verschwommenen, nur wenig dunkleren Fleck, welcher sich in einen mehr minder deutlich hervortretenden grauvioletten seitlichen Längsstreif oder in eine etwas breitere Längsbinde bis zur Caudale fortsetzt. Schwanzfleck sehr groß, zur Hälfte am basalen Teil der Caudale gelegen. Nackenlinie stumpfkantig. Schwanzstiel stark komprimiert. Schnauze stumpf gerundet. Kopflänge zirka 3¼ (bei jungen

Exemplaren) bis $3^5/_7$ mal, größte Rumpfhöhe $2^2/_5$ bis $2^1/_2$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), Augenlänge $2^2/_5$ (bei jungen Exemplaren) bis $3^3/_7$ mal, Schnauzenlänge 3 (bei jungen Exemplaren) bis 4 mal, Breite des Interorbitalraumes 3 bis $3^1/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

D. 2/9. A. 3—4/23—24. V. 1/7. L. l. 35—36 (+ 2—3 auf d. C.). L. tr. $7/1/5^1/_2$—6.

Schnauze stumpf gerundet. Mundspalte endständig, bis zum hinteren Ende des Oberkiefers gemessen $2^1/_5$ bis $2^1/_{11}$ mal in der Kopflänge enthalten, somit über den vorderen Augenrand zurückreichend, länger als breit. Die Suborbitalia decken die Wangen bis auf einen schmalen Streif. Bei älteren Exemplaren übertrifft die Breite des Interorbitalraumes ein wenig die Augenlänge. Der hintere Augenrand fällt ein wenig näher zum hinteren Kopfrande als zum vorderen Schnauzenende.

Der Kiemendeckel ist bei jungen Exemplaren zirka 2 mal, bei alten $2^1/_2$ bis $3^3/_4$ mal höher als lang, der gerundete Vordeckelwinkel ein wenig kleiner als ein rechter, der aufsteigende Vordeckelrand geradlinig und ein wenig nach hinten und unten geneigt.

Die Höhe der Dorsale steht der Kopflänge durchschnittlich nur wenig nach. Der Beginn derselben fällt in vertikaler Richtung über die Basis der Ventrale und liegt etwas näher zum vorderen Kopfende als zur Basis der Caudale. Der hintere obere Rand der Dorsale ist verkehrt schwach *S*-förmig gebogen. Der Abstand der Dorsale von der Fettflosse ist etwas veränderlich, doch bei der Mehrzahl der untersuchten Exemplare nahezu so lang wie der Kopf.

Die Länge der Pektorale ist zirka $1^1/_4$ mal, die der Ventrale $1^2/_3$ bis $1^5/_7$ mal in der Kopflänge enthalten. Die Spitze der Brustflosse reicht genau oder nahezu bis zur Basis der Ventralen, das hintere Ende der letzteren bis zur Analgrube oder bis zum Beginne der Anale. Die Basis der Anale ist genau oder nahezu so lang wie der Kopf und die größte Höhe der Flosse zirka $1^3/_7$ bis $1^5/_7$ mal in ihrer Basislänge enthalten.

Caudale am hinteren Ende tief dreieckig eingebuchtet, ebenso lang wie der Kopf.

Die Länge des Occipitalfortsatzes gleicht $^1/_3$ des Abstandes seiner Spitze vom Beginn der Dorsale. 10 bis 11 Schuppen liegen an der Nackenlinie hinter der Spitze des Occipitalfortsatzes bis zur Dorsale. Rumpfschuppen mit zahlreichen zarten Radien, die nur wenig nach hinten divergieren oder parallel zueinander laufen.

Rumpf goldbraun, dunkler gegen den Rücken zu, Kopf gelblichweiß mit Silberschimmer.

10 Exemplare, 46 bis 108 *mm* lang, aus dem Miang an der Grenze von Venezuela.

Vulgärname: Curuku (Coll. Haseman).

	Maße in Millimetern				
Totallänge	108	103	90	71	49
Körperlänge (ohne Caudale)	89	84	72	56	38
Kopflänge	24	23	21	16	11
Kopfbreite	14	13	12	12	6
Größte Rumpfhöhe	36	$32^1/_2$	29	23	14
Höhe des Schwanzstieles	10	9	8	$6^1/_2$	4
Länge » »	10	9	8	$6^1/_2$	4
Mundlänge	11	11	10	7	5
Mundbreite	9	$8^1/_2$	$7^1/_2$	5	4
Augenlänge	7	7	7	5	5
Schnauzenlänge	6	$5^1/_2$	6	4	4
Breite des Interorbitalraumes	8	8	7	5	3
Höhe des Kiemendeckels	16	15	13	10	7

	Maße in Millimetern				
Länge des Kiemendeckels	6	6	5	4	$3^1/_2$
Höhe der Dorsale	22	22	18	14	10
Basislänge der Dorsale	13	13	11	9	7
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	44	43	36	29	20
» » » von der Fettflosse	23	19	17	14	8
Länge der Pektorale	19	18	15	13	9
» » Ventrale	14	$13^1/_2$	$12^1/_2$	10	6
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	44	43	36	29	20
Höhe der Anale	14	15	13	10	7
Basislänge der Anale	24	23	20	15	10

Moenkhausia comma Eigenm.

Taf. IV, Fig. 6.

Moenkhausia comma Eigenm., Prelimin. Descr. of new gen. and spec. of Tetragonopt. Charac., Bull. of the Mus. of Compar. Zoology at Harv. Coll. Vol. 52, No. 6, p. 102.

Körperform nahezu rhombenförmig, komprimiert. Die größte Rumpfhöhe ist zirka $2^1/_{12}$ mal, die Kopflänge zirka $3^1/_2$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), die Kopfbreite etwas mehr als 2 mal, die Augenlänge und die Breite des Interorbitalraumes je 3 mal, die Schnauzenlänge $3^3/_4$ mal, die Höhe des Kiemendeckels $1^1/_2$ mal, dessen Breite $3^1/_4$ mal, die Höhe sowie die Länge des Schwanzstieles je zirka $2^1/_3$ mal, die Länge der Pektorale $1^1/_6$ mal, die der Ventrale $1^1/_4$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die obere Profillinie des Kopfes ist schwach konkav und erhebt sich rascher nach hinten, als die Nackenlinie unter schwacher Konvexität zum Beginn der Dorsale ansteigt.

Der postorbitale Teil des Kopfes ist ein wenig länger als das Auge. Das hintere Ende des schräge gestellten Oberkiefers fällt in vertikaler Richtung fast unter die Augenmitte. Das 2. Suborbitale deckt den unter dem Auge gelegenen Teil der Wangen der Höhe nach etwas mehr als zur Hälfte. Der hintere, schwach gerundete Winkel des Vordeckels gleicht einem rechten. Der gerade aufsteigende, hintere Rand des Vordeckels ist ein wenig nach hinten und unten geneigt.

Nackenlinie stumpfkantig; zwischen dem hinteren Ende des Occipitalfortsatzes und dem Beginne der Dorsale liegen längs der Nackenlinie 10 Schuppen in einer Längsreihe.

Dorsale fahnenartig erhöht. Die Spitzen der zurückgelegten höchsten Dorsalstrahlen, das ist des 1. und 2. gespaltenen Strahles, reichen zurückgelegt mindestens bis zum hinteren Basisende der Fettflossen. Die Höhe der Flosse gleicht zirka $1^1/_2$ Kopflängen und steht der Rumpfhöhe ein wenig nach.

Die Spitze der Pektoralen reicht ein wenig über die Basis der Ventralen zurück und die der Ventralen bis zum Beginn der Anale.

Die größte Höhe der Anale an den ersten gespaltenen Strahlen gleicht der Kopflänge und steht nur wenig der Basislänge der Flosse nach.

Kopf und Rumpf goldbraun. Im vorderen Teile des Rumpfes ziehen zwei etwas dunklere, schwach halbmondförmig gebogene, schmale, daher streifenartige Querbinden tief herab. Sie sind durch eine hellgelbe Zone voneinander getrennt und auf der Höhenmitte der vorderen Querbinde liegt ein wenig über der Seitenlinie ein tiefschwarzer, scharf abgegrenzter Fleck, der einem liegenden spitzwinkeligen Dreieck gleicht, dessen Spitze nach vorne gekehrt ist. In geringer Entfernung hinter der verschwommenen 2. Querbinde der Rumpfseiten beginnt eine fast horizontal bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen hinziehende schwärzliche Linie, die in ihrem vorderen Teile über der Seitenlinie gelegen, am Schwanz-

stiele auf dieser verläuft. Die oberhalb der schwärzlichen Linie gelegenen, nach hinten ansteigenden Längsschuppenreihen des Rumpfes sind in ihrem mittleren Höhendrittel etwas dunkler als nächst dem oberen und unteren Rande der Schuppen, wodurch in der oberen kleineren Rumpfhälfte bis zu 5 etwas dunklere schräge Streifen bemerkbar werden.

Die in mäßiger Zahl (bis zu zirka 7 bis 8) entwickelten Schuppenradien divergieren nach hinten.

Zwei Exemplare, 71 und 74 *mm* lang, aus einem Waldbache bei Maguary, zirka 40 engl. Meilen östlich von Pará, der dem Rio Guam zufließt (Coll. Haseman). Die von Dr. Eigenman l. c. kurz beschriebenen 2 Exemplare wurden bei Cudajas gesammelt.

	Maße in Millimetern
Totallänge	71
Körperlänge (ohne Caudale)	52
Kopflänge	15
Kopfbreite	7
Größte Rumpfhöhe	25
Höhe des Schwanzstieles	$6^1/_2$
Länge » »	$6^1/_2$
Länge der Mundspalte	$7^1/_2$
» Schnauze	4
» des Auges	5
Breite des Interorbitalraumes	5
Höhe des Kiemendeckels	10
Länge » »	4
Höhe der Dorsale	23
Länge » »	9
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	28
» » von der Fettflosse	11
Länge der Pektorale	13
» » Ventrale	12
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	27
Höhe der Anale	15
Länge » »	16
» » Caudale	19

D. 2/9. A. 3/23—24. V. 1/7. L. l. 31—32 (bis z. C.). L. tr. $6^1/_2$—7/1/5 bis z. V. ($6^1/_2$ bis zur Mittellinie des Bauches).

Moenkhausia grandisquamis M. u. Tr.

Taf. IV, Fig. 1.

Körperform erhöht. Bauchseite vor den Ventralen querüber flach oder schwach konvex mit mehr minder schwach entwickelter Seitenkante. Nackenlinie stumpfkantig. Obere Kopflinie schwach konkav. Caudale stark beschuppt.

Die größte Rumpfhöhe ist $1^6/_7$ bis $2^1/_4$ mal, in der Regel 2 mal, die Kopflänge $3^2/_7$ bis $3^1/_2$ mal in der Kopflänge (ohne Caudale) enthalten. Die Länge des Auges gleicht durchschnittlich der Breite des Interorbitalraumes, nur bei alten Exemplaren ist letzterer ein wenig größer als eine Augenlänge, die $2^2/_5$ bis

$2^3/_4$mal in der Kopflänge enthalten ist. Die Schnauzenlänge steht in der Regel der Augenlänge ein wenig nach.

Die Nackenlinie erhebt sich zugleich mit dem Occipitalfortsatze unter mäßiger Bogenkrümmung viel rascher zum Beginn der Dorsale, als der gegenüberliegende Teil die Bauchlinie sich bis zur Ventrale senkt.

An den Wangen ist nur ein kleiner, gestreckt dreieckiger Teil zwischen dem hinteren Rande des Präorbitale und dem Vorderrande des Suborbitale nackthäutig.

Die lange schmale Stirnfontanelle reicht zirka von der Längenmitte des Interorbitalraumes, der querüber gewölbt ist, bis zur Spitze des Occipitalfortsatzes.

Aufsteigender Ast des Vordeckels ein wenig nach hinten und unten geneigt, schwach konkav, unterer Rand desselben stärker konkav. Das hintere Ende des zahnlosen Oberkiefers fällt vertikal hinter den Vorderrand des Auges; die Länge der Mundspalte gleicht zirka der Breite des Interorbitalraumes.

Die Dorsale endigt nach oben mehr oder minder stark zugespitzt. Ihre größte Höhe am ersten gespaltenen Strahl übertrifft zuweilen die Länge des Kopfes ein wenig und ist $3^1/_6$ bis $3^1/_2$mal, ihr Abstand vom vorderen Kopfende bei älteren Exemplaren $1^6/_7$ bis nahezu 2mal, der Abstand der Basis des letzten Dorsalstrahles von der Fettflosse $4^1/_4$ bis $3^7/_9$mal in der Kopflänge (ohne Caudale) enthalten.

Fettflosse in der Regel sehr schmal, mehr als 2mal höher als lang und zuweilen im oberen Teile dunkelbraun. Die äußerste Spitze der zurückgelegten strahligen Dorsale erreicht lange nicht die Basis der Fettflosse. Die Länge der Brustflossen ist zirka $1^1/_6$ bis $1^1/_{12}$mal, die der Bauchflossen zirka $1^1/_2$ bis $1^1/_9$mal, die größte Höhe der Anale $1^1/_2$ bis $1^1/_4$mal, die Basislänge derselben $3^1/_3$ bis unbedeutend mehr als 3mal in der Kopflänge enthalten. Die Einlenkungsstelle der Ventralen fällt in vertikaler Richtung unbedeutend vor den Beginn der Dorsale und die Spitze der Ventralen ein wenig vor den Beginn der Anale. Längs der Basis der letzteren 3, weiter zurück 2, zuletzt nur 1 Reihe von Schuppen. Die Spitze der Ventrale reicht genau oder nahezu bis zur Basis der Ventralen und überragt diese ein wenig nur sehr selten.

Die Rumpfschuppen nehmen vom Rücken herab bis zu den längs über der Seitenlinie gelegenen Schuppen allmählich an Größe zu und ebenso in den einzelnen Längsreihen vom hinteren seitlichen Kopfrande bis zur Längenmitte des Rumpfes.

Die Seitenlinie durchbohrt 30 bis 32 Schuppen am Rumpfe bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen. 5 bis $5^1/_2$ Schuppen liegen über 4 bis 5 unter der Seitenlinie in einer vertikalen Reihe zwischen dem Beginn der Dorsale und der Basis der Ventralen. 3 Schuppen begrenzen seitlich den Occipitalfortsatz nach unten in einer Längsreihe.

Der ziemlich große Humeralfleck ist mattgrau oder bräunlichgrau, rundlich oder länglich. Viel schwächer tritt der um zirka $1^1/_2$ bis 2 Schuppenlängen hinter ihm gelegene, mehr minder breite dunkle Querstreif hervor. Die oberhalb der Mitte der Rumpfhöhe verlaufende silbergraue Längsbinde wird zirka von der Längenmitte des Rumpfes an allmählich deutlicher, dunkler und nimmt gegen das Schwanzende unbedeutend an Höhe zu. Caudalfleck fehlend.

Das Wiener Museum besitzt zahlreiche Exemplare aus Holländisch-Guiana bei Bergendal und Albina, aus dem Rio Rupununi in Britisch-Guiana, aus den Flüssen um Pará (bras. Expedition 1903), dem Amazonenstrom bei Santarem, dem Rio branco bei Boa Vista, Bem Querer, Serra grande, Conceição, dem Rio Surumú bei Serra do Mello (Coll. Haseman), und aus dem Rio Purús.

Das größte der uns vorliegenden Exemplare aus den toten Armen des Rio Pará ist 122 *mm* lang.

D. 2/9 bis 3/10. A. 3/23—26. L. l. 30—33+2 auf d. C.

	Maße in Millimetern		
Totallänge	103	70	57
Körperlänge	79	52½	46
Kopflänge	22	16	13
Kopfbreite	13	8	6
Größte Rumpfhöhe	37	26	20½
Höhe des Schwanzstieles	9	7	6
Länge » »	8	6	5
Länge des Auges	7½	6	5
» der Schnauze	6	5	4
Breite des Interorbitalraumes	9	6	5
Höhe der Dorsale	26	—	13
Basislänge der Dorsale	13	—	7
Abstand der Dorsale von der Fettflosse	20	13	10
» » » vom vorderen Kopfende	39	28½	21½
Länge der Pektorale	20	13½	12
» » Ventrale	16	11	8½
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	40	28½	24
Höhe der Anale	12?	—	8
Basislänge der Anale	25	—	12½

Tetragonopterus (Aequidens) fasslii n. sp.

Taf. IV, Fig. 7.

Rumpf stark komprimiert; obere Kopflinie konkav; Nackenlinie schwach konvex, steiler ansteigend, als der gegenüberliegende Teil der Bauchlinie sich zur Basis der Ventrale senkt. Schnauze vorne stumpf gerundet. Oberkiefer im vordersten Teile seines unteren Randes mit 3 Zähnen besetzt, mit seinem hinteren Ende hinter den vorderen Augenrand fallend. Ein kleiner Teil der Wangen hinter und unter dem Ende des Präorbitale und dem vorderen Rande des folgenden Suborbitale nackthäutig. Die Spitze der zurückgelegten Dorsale reicht bis zum hinteren Basisende der Fettflosse, die der Pektorale überragt bedeutend die Basis der Ventrale und die Spitze der Ventralen fällt hinter den Beginn der Anale. Caudale am hinteren Rande tief dreieckig eingebuchtet mit zugespitzten Lappen. Nackenlinie stumpfkantig. Die Kopflänge ist etwas mehr als $3^1/_2$ mal, die größte Rumpfhöhe ein wenig mehr als $3^1/_2$ mal, die Höhe der Dorsale und die Länge der Caudale je zirka $2^4/_5$ in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale), die Länge des Auges, der Schnauze und die Breite des Interorbitalraumes je 3 mal, die Kopfbreite zirka $1^2/_5$ mal, die Höhe des Kiemendeckels zirka $1^1/_2$ mal, die Länge der Pektorale unbedeutend weniger, die der Ventrale ein wenig mehr als 1 mal, die Höhe des Schwanzstieles $2^1/_7$ mal in der Kopflänge enthalten. Der Beginn der Anale fällt in vertikaler Richtung ein wenig hinter den der Dorsale.

Der Kiemendeckel ist zirka $2^1/_2$ mal höher als lang, der hintere Rand des Vordeckels nach hinten und unten geneigt, der Vordeckelwinkel gerundet. Humeral- und Caudalfleck fehlend. Die silbergraue Seitenbinde längs über der Höhenmitte des Rumpfes ist bei dem mir vorliegenden Exemplar äußerst schwach angedeutet und in ihrer hinteren größeren Längenhälfte unten zart schwärzlich gerandet. Auch der untere Rand der Anale ist schwarz gesäumt.

D. 2/9. A. 3/27. P. 1/9. V. 1/6. L. l. 35 an 36 + 2 auf d. C. L. tr. 8/1/5.

4 Schuppen liegen am Seitenrande des Occipitalfortsatzes und 12 zwischen der Spitze des letzteren und dem Beginn der Dorsale längs der Nackenlinie auf deren unpaariger Schuppenreihe.

	Maße in Millimetern
Totallänge	76
Körperlänge	56½
Kopflänge	15
Kopfbreite	9
Größte Rumpfhöhe	27
Höhe des Schwanzstieles	7
Länge » »	6
Länge des Auges	5
» der Schnauze	5
» » Mundspalte	8
Breite des Interorbitalraumes	5
Höhe der Dorsale	20
Basislänge der Dorsale	10
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	29
» » » von der Fettflosse	12
Länge des letzten Dorsalstrahles	7
» » vorletzten Dorsalstrahles	12
Höhe des Kiemendeckels	zirka 10
Länge » »	4
» der Pektorale	16
» » Ventrale	14
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	31
Höhe der Anale	10
Basislänge der Anale	22
Länge des unteren Caudallappens	20

Das hier beschriebene Unikum aus Westkolumbien ist, nach der auffallenden Höhenentwicklung der Dorsalstrahlen und der Länge der Pektoralen wie der Ventralen zu schließen, höchstwahrscheinlich ein zur Laichzeit gefangenes Männchen und wurde von Herrn Fassl gesammelt.

Creatochanes melanurus (Bloch).

Taf. I, Fig. 5 und 6 (var. *transitoria*).

Salmo melanurus Bloch, Ausländische Fische, Bd. VIII, Taf. 381, Fig. 2 (?).

Tetragonopterus melanurus M. Tr. Horae ichtholog., I, 1845, p. 14.

— — C. V. Hist. nat. Poiss., Vol. XXII, 1848, p. 155.

— — Gthr., Catal. Fish. Brit. Mus., Vol. V, 1864, p. 329.

— — Eig. Eig. Pr. U. St. Nat. Mus., Vol. XII, 1891, p. 56.

— — Ulrey, Ann. New York Acad. of Sc., Vol. VIII, 1895, p. 264 u. 274.

Bryconops (*Creatochanes*) *melanurus* sp. Bloch, Steind., Beitr. zur Kenntn. der Characinen des Amaz. Stromes, Sitzb. kais. Akad. d. Wissensch., Abt. I, Bd. 72, 1875, p. 14, Taf. II, Fig. 7.

Tetragonopterus affinis Gthr. Catal. V, p. 327.

— — Ulrey, l. c., p. 267 u. 278.

— — Vaillant, Bull. Mus. d'hist. nat., Vol. V, 1899, p. 154.

Creatochanes affinis (Gthr.) Eig., Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. Carnegie Mus., Vol. V, 1912, p. 345, Pl. 50, Fig. 3 (♀).
— *melanurus* (Bl.) Eig., l. c., p. 346, Pl. 50, Fig. 4 (♂).

Körperform gestreckt. Hinterer Rand des 2. Suboculare bei halb- und ganz erwachsenen Exemplaren schräge nach hinten und unten abgestutzt, doch bei jungen Individuen nicht selten vertikal gestellt [1] und abgerundet, Maxillare bis zum hinteren Ende desselben zurückreichend. Kopflänge bei jungen und halberwachsenen Exemplaren $3^1/_2$ bis $3^3/_4$ bis nahezu 4 mal, bei alten Individuen von 118 bis 130 *mm* in der Totallänge zirka $4^1/_8$ bis $4^1/_4$ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse) enthalten. Die Spitze der zurückgelegten Ventrale fällt in der Regel um 1 bis 2 Schuppenlängen vor die Basis der Ventralen, seltener, hauptsächlich bei Männchen, knapp bis zu dieser.

Die Seitenlinie durchbohrt durchschnittlich 44, minder häufig 43 oder 45 Schuppen am Rumpfe und 2 bis 3 auf der Basis der Schwanzflosse. 7 bis $7^1/_2$ Schuppen liegen stets zwischen der Seitenlinie und dem Beginne der Dorsale und $2^1/_2$ bis 3 zwischen der Seitenlinie und der Basis der Ventrale in einer vertikalen Reihe. Ein hellgelber oder rötlichgelber Fleck im vorderen Teile des oberen Caudallappens ist auch bei Exemplaren von der typischen Caudalzeichnung von *C. melanurus* häufig entwickelt. Am unteren Lappen ist derselbe schwächer entwickelt oder fehlt vollständig.

D. 2/9. V. 1/7. A. 3/23—27. L. l. 43—45 + 2—3 auf d. C. L. tr. $7-7^1/_2/1/2^1/_2-3$.

Nach genauer Untersuchung einer überaus großen Anzahl von Exemplaren in allen Altersstufen aus verschiedenen Fundorten (vom Rio San Francisco ab bis Britisch-Guiana) kann ich *Cr. affinis* (Gthr.) und *Cr. melanurus* (Bl.) zahlreicher Übergänge halber nur als extreme Farbenvarietäten einer Art halten. Beide sogenannte Arten unterscheiden sich nur in der Verschiedenheit der Färbung der Schwanzflosse. Mir liegen Exemplare von gleichen Fundorten vor, die in der Caudale alle Übergänge von der typischen einfachen Zeichnung von *Cr. melanurus* zu *Cr. affinis* sowie insbesonders häufig auch zu der von *Cr. caudomaculatus* zeigen, der gemeinschaftlich mit *Cr. melanurus* in einem und demselben Schwarme vorkommt. Eine ganz ähnliche große Variabilität in der Zeichnung der Schwanzflosse zeigt auch *Moenkhausia lepidura* (Kn.).

Zahlreiche Exemplare von *Cr. melanurus* wurden von mir in teilweise sehr großen Exemplaren während der brasilianischen Expedition der Wiener Akademie im Rio San Francisco und dessen sekundären Nebenflusse, dem Rio Preto bei Sa. Rita, im Rio Parnahyba bei Sa. Filomena und dessen Nebenflusse dem Rio Medonho, im Rio Itapicurú und dessen Nebenbächen bei Caxias und Enganho da Aqua, ferner in besonders großer Menge in einem zu einem Bade umgestalteten Tümpel bei Castanhal an der Braganzabahn gesammelt. Aus der Sammlung Haseman besitzt das Wiener Museum viele Exemplare aus dem Rio Rupununi bei Melville in Britisch-Guiana, Rio branco, dessen Lagoas und Igarapes bei Boa Vista, Rio Surumú bei Serra do Mollo, aus Quellzuflüssen des Rio Miang, von der Mündung des Rio negro, aus dem Rio Tapajós bei Santarém, von Lema bei Pará und von Maguary an der Braganzabahn.

Gemessen wurden: Nr. 1 ein Exemplar von Maguary, das größte unserer Sammlung, Nr. 2 aus einem Tümpel bei Castanhal an der Braganzabahn, Nr. 3 von Maguary, Nr. 4 und 5 aus dem Rio Rupununi, Nr. 6 aus dem Rio Surumú, Nr. 7 aus dem Rio branco bei Boa Vista, Nr. 8 aus einer Lagoa nächst S. Filomena am Rio Parnahyba.

Bei sämtlichen Exemplaren, die das Wiener Museum aus dem Rio Rupununi und aus dem Rio branco bei Boa Vista (Coll. Haseman) besitzt, ist die hintere größere Längenhälfte des oberen Caudallappens intensiv schwarz, die vordere Hälfte kanariengelb, der untere Caudallappen mehr minder schwach

[1] Bei sämtlichen in unserem Museum befindlichen (7) jungen Exemplaren aus dem »Igarapé da Caraná« bei Boa Vista von $35^1/_2$ bis 45 *mm* Länge mit Ausschluß der Caudale, 2 sehr jungen Exemplaren von der Mündung des Rio negro und einem Exemplar von 43 *mm* Länge (ohne Caudale) aus dem Rio branco bei Serra Grande ist der hintere Rand des 2. Suboculare vertikal gestellt und konvex. Nach der Länge des Maxillare und dem Vorkommen von 7 Schuppen zwischen der L. l. und dem Beginn der D. in einer vertikalen Reihe gehören diese Exemplare zur Art *C. melanurus*

	Maße in Millimetern und Schuppenzahl der Seitenlinie bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Totallänge	131	118	95	93	90½	86	74	85	81
Körperlänge	106	96	77	75	73	69	61½	67	66
Kopflänge	26	24½	19	19	19	18	17	18	17
Kopfbreite	15	14	10	10	10	9	9	10	9
Rumpfhöhe	33	28	21	21	20	18	17	20	19
Höhe des Schwanzstieles	10	9	7	7	7	5	5	7	5
Länge » »	12	11	10	9	9	7	7	9	9
» der Mundspalte bis zum hinteren Ende der Maxillare	15	13½	11	10	10	9½	9	10	10
Länge des Auges	9	8	7	7	7	6	6	6	6½
» der Schnauze	7	7	5½	5½	6	5	5	5	5
Breite des Interorbitalraumes	9	8	7	7	6	6	6	6	6
Höhe der Dorsale	23	20	15	16	16	15	13½	15½	14
Länge der Pektorale	24	19	17	17	17	13½	13	14½	14
» » Ventrale	18	15	14	13	12½	11	10	11	10
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	52	44½	37	36	35	32	30	34	31
» » Ventrale » » »	53	47	37	36	36	32	30½	34½	31½
Länge der Anale	30	26	20	19	19	20	17	17	18
Schuppen der Seitenlinie	44	43	44	43	44	45	43	43	44

wässerig-grau angeflogen, zuweilen am unteren Rande dunkler gesäumt, und am basalen Teile häufig doch nicht immer intensiv kanariengelb. Diese Exemplare stimmen daher in der Zeichnung der Caudale mit *C. caudomaculatus* überein, ebenso das von mir in den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie, Bd. 81 auf Taf. 14, Fig. 7, abgebildete Exemplar aus dem Rio Tapajos; sie gehören einer 3. Varietät (var. *transitoria*) an.

Die von Eigenman im Bestimmungsschlüssel der *Creatochanes*-Arten von Britisch-Guiana, l. c., p. 344, gemachte Angabe, daß die Pektorale bei *Cr. melanurus* Bl. im Gegensatze zu *Cr. affinis* knapp zur Basis der Ventrale reiche, ist zum größten Teile nicht zutreffend, da bei der weitaus größten Zahl der uns vorliegenden großen wie kleinen Exemplare mit der typischen Caudalzeichnung von *Cr. melanurus* (das ist mit einem intensiv schwarzen Längsstreif auf den mittleren Caudalstrahlen und den 2 bis 3 angrenzenden Randstrahlen des oberen Caudallappens), so zum Beispiel von Castanhal und Maguari-Station an der Braganzabahn, die Spitze der Pektorale um 1 bis 2 Schuppenlängen vor die Basis der Pektoralen fällt, anderseits aber bei der Mehrzahl der zur Abart *Cr. affinis* zu beziehenden Exemplare aus dem Rio Rupununi, Rio branco, Rio Tapajos etc. die Spitze der Pektorale bis zur Basis der Ventralen reicht.

Bei den im Wiener Museum befindlichen halb erwachsenen Exemplaren aus den nächst Sa. Filomena (am Rio Parnahyba) und Sa. Rita (am Rio Preto) gelegenen sumpfigen Lagoas und aus dem Rio Coquenan sind die mittleren Caudalstrahlen gleich dem breiten unteren Randteil des oberen Caudallappens nur sehr matt wässerig-grau angeflogen und die Spitze der zurückgelegten Pectorale fällt vor die Basis der Ventralen. An der Basis des oberen wie des unteren Caudallappens zeigt sich nur eine schwache Andeutung eines kleinen, matt kanarinengelben Fleckes. Vielleicht sind diese Exemplare erst längere Zeit nach allmählichem Absterben in eine Konservierungsflüssigkeit gelegt worden.

Am Rio Coquenan in Venezuela wird diese Art nach Haseman »Capori« genannt.

Creatochanes caudomaculatus Gthr.

Tetragonopterus (Creatochanes) caudomaculatus Gthr. Catal. of the Fish. in the Brit. Mus., Vol. V, 1864, p. 330.

Creatochanes caudomaculatus Eig., Freshwater Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carnegie Mus., Vol. V, 1912, p. 346, Pl. L, Fig. 5.

Diese Art unterscheidet sich, nach den bisher bekannten Exemplaren zu schließen, von *Cr. melanurus* (Bl.) nur durch die geringere Länge des Maxillare, das nicht bis zur Augenmitte oder dem hinteren Ende des 2. Suboculare zurückreicht, sowie durch die geringere Zahl der Längsschuppenreihen zwischen der Seitenlinie und dem Beginne der Dorsale ($5^1/_2$ bis 6 gegen 7 bis $7^1/_2$).

Der Fundort des typischen Exemplars im Britischen Museum ist unbekannt. Eigenman sammelte zahlreiche Exemplare in Britisch-Guiana und Dr. Haseman 2 junge Exemplare im Rupununi, 11 im Rio Tacutú, einem Nebenflusse des Rio Branco.

Ich gebe hiemit sub 1 die Maße eines Exemplars aus dem unteren Potaro (Coll. Eigenm.) und ub 2 die eines jungen Exemplars aus dem Rupununi.

	Maße in Millimetern und Schuppenzahl	
	1	2
Totallänge	103	63
Körperlänge (ohne Caudale)	82	51
Kopflänge	19	13
Kopfbreite	$10^1/_2$	7
Größte Rumpfhöhe	25	15
Höhe des Schwanzstieles	7	5
Länge » »	10	6
Mundlänge bis zum hinteren Ende des Maxillare	8	5
Länge des Auges	7	5
» der Schnauze	6	$3^1/_2$
Breite des Interorbitalraumes	7	5
Höhe des Kiemendeckels	11	7
Länge » »	4	3
Höhe der Dorsale	17	11
Basislänge der Dorsale	10	—
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	39	24
» » » von der Fettflosse	21	12
Länge der Pektorale	15	$9^1/_2$
» » Ventrale	12	8
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	40	25
Höhe der Anale	11	—
Basislänge der Anale	21	—
Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie am Rumpfe	44	44
» » » zwischen der Seitenlinie und dem Beginn der Dorsale	6	6
Zahl der Schuppen zwischen der Seitenlinie und der Basis der Ventralen	$2^1/_2$	$2^1/_2$

Die Kopflänge ist bei den von uns untersuchten Exemplaren zirka $4^1/_3$ bis nahezu 4 mal, die größte Rumpfhöhe $3^2/_3$ bis nahezu $3^1/_6$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, der Augendurchmesser und die Breite des Interorbitalraumes je $2^5/_7$ bis $2^3/_5$ mal, die Schnauzenlänge $3^5/_7$ bis $3^1/_6$ mal, die Kopfbreite etwas weniger als 2 mal, die Länge der Mundspalte und die Höhe des Schwanzstieles zirka $2^3/_8$ bis $2^3/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Der hintere Rand des 2. Suborbitale ist vertikal gestellt, gerundet. In der Regel ist ein sehr schmaler Teil der Wangen unter dem 3. Suborbitale, welches auch den unteren Teil des hinteren Augenrandes bildet, nackthäutig.

Der Beginn der Dorsale liegt um zirka $^1/_2$ Augenlänge näher zum vorderen Kopfende als zur Basis der mittleren Caudalstrahlen. Die Spitze der zurückgelegten Brustflossen fällt vor die Basis der nur wenig kürzeren Ventralen.

Der obere Caudallappen ist in der Regel tiefer schwächer gefärbt als der untere und nächst seiner Basis intensiv kanarien- oder rötlichgelb. Ein ähnlicher Fleck kommt häufig auch an der Basis des unteren Lappens der Schwanzflosse vor. Nur bei wenigen, halberwachsenen Exemplaren unserer Sammlung ist der untere Caudallappen hell gefärbt und die dunkle Färbung des oberen Lappens auf dessen hintere kleinere Hälfte des Lappens beschränkt. Auch fehlt die gelbe Färbung der Lappen nächst ihrer Basis spurlos.

Acestrorhynchus nasutus Eig.

Acestrorhynchus nasutus Eig. Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. Carnegie Mus., Vol. V, 1912 p. 411, Pl. 61, Fig. 4.

Zwei Exemplare 62 und 64 *mm* lang, aus einem Igarapé des Rio branco bei Boa Vista.

Schnauze in eine kurze weiche Spitze endigend, welche das vordere Ende des Zwischenkiefers ein wenig überragt.

Kopflänge $2^4/_5$ mal, Rumpfhöhe nahezu $4^2/_3$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), Augendurchmesser $4^3/_4$ mal, Schnauzenlänge $2^1/_9$ mal, Breite des Interorbitalraumes $5^3/_7$ mal, Länge der Mundspalte bis zur Schnauzenspitze gemessen zirka $1^3/_5$ mal, Höhe der Dorsale $2^1/_9$ mal, Höhe der Anale $2^3/_8$ mal, Schwanzhöhe $4^3/_4$ mal in der Kopflänge enthalten. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt unter den hinteren Augenrand. Der Durchmesser des Auges ist $2^1/_9$ mal in der Schnauzenlänge enthalten und etwas kürzer als die Breite des Interorbitalraumes.

Oberhalb der Seitenlinie liegen zirka 13, unterhalb derselben 8 Schuppen in einer Querreihe zwischen dem Beginn der Dorsale und dem der Anale, ferner 80 Schuppen in einer Längsreihe längs der Seitenlinie bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen.

Eine silbergraue Längsbinde zieht längs der Höhenmitte des Rumpfes zur Caudale und breitet sich unmittelbar vor der Basis der Caudale zu einem dreieckigen, schwarzbraunen Fleckchen aus, das sich linienförmig bis zum hinteren Ende der mittleren Caudalstrahlen fortsetzt.

Die hier angegebenen Maßverhältnisse stimmen nicht genau mit jenen des typischen Exemplars von 79 *mm* Länge überein, lassen sich jedoch aus dem verschiedenen Alter der untersuchten Individuen erklären. Übrigens stimmt die von Eigenman gegebene Abbildung in mancher Beziehung nicht mit dem Text überein, so soll die Augenlänge nach letzterem $3^7/_{10}$ mal in der Kopflänge enthalten sein, während sie nach der Abbildung nur $^1/_4$ der Kopflänge gleicht. Nach Eigenman's Beschreibung ist die größte Rumpfhöhe 6 mal, nach der Abbildung aber nur zirka $5^1/_3$ mal in der Körperlänge enthalten.

Die Zahl der gespaltenen Strahlen in der langen Anale ist, wie bekannt, bei den *Acestorchynchus*-Arten sehr variabel und daher ein Unterschied von nur 3 Strahlen, nämlich 27 bei dem typischen und zirka 24 bei dem hier beschriebenen Exemplar belanglos.

A. 3/21. L. l. 80. L. tr. zirka 13/1/8.

Das Vorkommen dieser Art im Amazonenstromgebiete war bisher nicht bekannt.

	Maße in Millimetern
Totallänge	62
Körperlänge (ohne Caudale)	51
Kopflänge	19
Kopfbreite	nahezu 6
Größte Rumpfhöhe	11
Höhe des Schwanzstieles	4
Breite des Interorbitalraumes	3
Länge des Auges	nahezu 4
» der Schnauze	9
» » Mundspalte (bis zur Schnauzenspitze gemessen)	12
Höhe der Dorsale	9
Abstand der Dorsale von der Fettflosse	10
Höhe der Anale	8
Abstand der Anale vom vorderen Kopfende	39
» » Ventrale vom vorderen Kopfende	30
Länge der Ventrale	5

Acnodon oligacanthus (Müll. u. Trosch.).

Taf. VI, Fig. 4.

Von dieser bisher nur in wenigen Exemplaren bekannten Art erhielt ich durch Herrn Pastor Heller, der sich eine Reihe von Jahren in Surinam aufhielt, 5 Exemplare von 12·8 bis 18·6 *cm* Länge, von denen das größte, ein ♂, eine zweilappige Anale besitzt, während bei den übrigen Exemplaren (♀) nur der vorderste Teil der Anale stark erhöht ist. Sämtliche Exemplare zeigen noch die Zeichnung des Jugendstadiums und sind mit zahlreichen, matt graubraunen, nahe aneinandergerückten Querbinden geziert, die sich mehr minder vollständig in 2 Querstreifen spalten und in dem hinter der strahligen Dorsale gelegenen Rumpfteile allmählich verschwinden. Bei dem kleinsten Exemplar ist auch ein dunkler Humeralfleck entwickelt.

Bezüglich der Körperform weichen die uns vorliegenden Exemplare nicht unbedeutend von der in dem 1. und 2. Hefte der »Horae Ichthyologicae« auf Tafel VIII gegebenen Abbildung eines der im Berliner Museum befindlichen typischen Exemplare ab, die nicht gelungen zu sein scheint. Die Körperform der Exemplare des Wiener Museums sind viel gestreckter und die strahlige Anale im vorderen Teile stärker, fahnenartig erhöht.

Die größte Rumpfhöhe ist etwas weniger als 2 mal, die Kopflänge nahezu 4 bis $3^5/_6$ mal in der Körperlänge (das ist mit Ausschluß der Caudale), der längere Durchmesser des ovalen Auges zirka $2^1/_2$ mal, die Schnauzenlänge $3^1/_4$ bis nahezu 4 mal, die Breite des Interorbitalraumes zirka 3 mal, die Höhe des Schwanzstieles nur ganz unbedeutend geringer als die Länge desselben je nach dem Alter $2^3/_5$ bis nahezu 3 mal in der Kopflänge enthalten.

Bezähnung der Kiefer wie bei den typischen Exemplaren, ohne ein Paar konischer Zähne in der Mitte des Unterkiefers hinter der äußeren Zahnreihe desselben.

Die Schnauze fällt bogenförmig rasch zum oberen Mundrande ab. Mundspalte fast ebenso breit wie lang (bis zum hinteren Ende des Oberkiefers). Suborbitale fast ebenso wie der unter ihnen gelegene nackte Teil der Wangen bis zur Vorleiste des unteren Vordeckelrandes. Der Kiemendeckel ist zirka 4 mal höher als lang. 12 zarte, schlanke Rachenzähne am unteren Aste des ersten Kiemenbogens, länger als die des oberen Astes.

Die 2. lappenförmige Erhöhung der Anale beginnt bei dem vorliegenden jungen Männchen am 19. gespaltenen Strahle und erreicht ihre größte Höhe am 22. und 23. Strahle, gleicht jedoch nur einer Augenlänge, während die vordere Erhöhung der Anale ein wenig mehr als $1^1/_3$ mal in der Kopflänge enthalten ist und bei einem Weibchen von 9·8 *cm* Körperlänge (ohne Caudale) $^{11}/_{13}$ der Kopflänge erreicht.

Eine längere Flügelschuppe an der Basis der Ventrale, deren Spitze bis zur Basis der Anale reicht.

Bauchfläche vor der Ventralen querüber konvex, ohne Sägezähne. 7 stark entwickelte Sägezähne zwischen der Ventrale und der Analmündung und ein viel kleinerer Sägezahn zu jeder Seite der letzteren.

$$\text{D. } 2/17.\quad \text{A. } 3/33—34.\quad \text{V. } 1/7.\quad \text{L. l. } 84—94.\quad \text{L. tr. } \begin{matrix} 33—35 \\ 1 \\ 23—26 \end{matrix}$$

Fundort: Albina, Surinam.

	Maße in Millimetern	
Totallänge	128	186♂
Körperlänge	98	142
Größte Rumpfhöhe	$51^1/_2$	74
Höhe des Schwanzstieles	10	13
Länge » »	11	14
Kopflänge	26	37
Kopfbreite	15	$21^1/_2$
Länge des Auges	$10^1/_2$	15
Schnauzenlänge	8	$9^1/_2$
Breite des Interorbitalraumes	9	13
Höhe des Kiemendeckels	16	25
Länge » »	4	$6^1/_2$
Größte Höhe der Dorsale	36	—
Basislänge » »	$21^1/_2$	27
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	53	82
von der Fettflosse	14	$21^2/_3$
Höhe der Fettflosse	$5^1/_2$	7
Länge » »	$5^1/_2$	$8^1/_2$
Pektorale	$21^1/_2$	29
Ventrale	19	$27^1/_2$
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	54	78
Basislänge der Anale	$30^1/_2$	41
Größte Höhe der Anale	22	$33^1/_2$

Eine ähnliche dunkle Querstreifung des Rumpfes zeigen auch junge Exemplare von *Myletes* (*Mylosoma*) *duriventris* Cuv. mindestens bis zu einer Totallänge von 75 *mm*. Bei ganz jungen Exemplaren bis zu 45 *mm* Länge, die ich von der Mündung des Rio negro besitze, liegt in geringer Entfernung oberhalb der Seitenlinie unterhalb der Mitte der Basislänge der Dorsale ein quergestellter schwarzer ovaler Querfleck, der von einer breiten ovalen Zone umrandet ist (siehe Taf. VI, Fig. 2). Eine große Anzahl junger Exemplare dieser Art wurde von Dr. Haseman Mitte September 1912 an der Mündung des Rio negro gesammelt, von denen die 3 kleinsten den erwähnten schwarzen Seitenfleck zeigen.

Myletes (Myloplus) rhomboidalis Cuv.

Bei dieser Art ist die dunkle Querstreifung des Rumpfes im Jugendstadium noch bei Exemplaren von 103 und 119 *mm* Länge erhalten und der vorderste Teil der Dorsale und der Anale stark erhöht. Bei einem 103 *mm* langen Exemplar von Surinam reicht dieser erhöhte Teil der Dorsale wie der Anale (am letzten ungespaltenen und ersten gespaltenen Strahle) zurückgelegt zirka bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen, bei einem zweiten Exemplar von 119 *mm* Länge aus dem Rio Gurupý zirka bis zum Beginn des letzten Längendrittels der Schwanzflosse. Bei dem größeren Exemplar wie bei dem kleinen sind die mehr minder schmalen und ein wenig geschlängelten Querstreifen des Rumpfes 9 bis 10 dunkelgrauviolett, nächst unterhalb der Seitenlinie in kürzere Strichelchen, zu unterst in kleine Flecken aufgelöst. Ein dunkles Fleckchen liegt oberhalb der Höhenmitte des Kiemendeckels; Dorsale, Anale und Caudale schmal schwärzlich gerandet; bei dem kleineren Exemplar ist die ganze untere Hälfte des vordersten erhöhten Teiles der Flosse schwarz. Die beiden Zahnreihen im Zwischenkiefer sind nahe aneinandergerückt und laufen parallel zueinander, so daß man junge Exemplare in die Gattung *Myletes* M. Tr. = *Myloplus* Gill. Eigm., ältere dagegen mit weiter auseinandergerückten Zahnreihen zu *Myletes* M. Tr. reihen müßte. Ähnlich verhält es sich mit jungen und alten Exemplaren von *Myletes rubripinnis* M. Tr., von dem ich junge und erwachsene Individuen untersuchen konnte.

Bei den beiden jungen Exemplaren von *M. rhomboidalis* ist die Kopflänge nahezu $3^1/_2$ bis $3^1/_5$ mal, die größte Rumpfhöhe zirka $1^1/_2$ bis $1^2/_5$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), der Augendurchmesser $2^3/_4$ bis $2^7/_9$ mal, die Schnauzenlänge $3^1/_7$ bis $2^8/_9$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $2^1/_5$ bis $2^1/_6$ mal, die Kopfbreite $1^5/_8$ bis $1^3/_4$ mal, die Höhe des Schwanzstieles $2^4/_9$ bis $2^4/_{11}$ mal, die Länge der Pektorale $1^2/_9$ bis $1^3/_{10}$ mal, die der Ventrale $1^5/_6$ bis 2 mal in der Kopflänge enthalten.

Der Beginn der Dorsale fällt in die Mitte der Körperlänge. Die Länge der Fettflosse ist bei dem kleineren Exemplar $1^1/_6$ mal, bei dem größeren $1^5/_{12}$ mal in der Entfernung dieser Flosse von der Dorsale enthalten. Die Seitenlinie des Rumpfes durchbohrt bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen zirka 82 und auf der Caudale zirka 6 bis 7 Schuppen. Zwischen dem Beginn der Dorsale und der Seitenlinie liegen zirka 42 bis 44, zwischen letzterer und der Basis der Ventralen zirka 30 bis 34 Schuppen in einer Querreihe. Caudallappen zugespitzt, hinterer Rand der Flosse mäßig halbmondförmig eingebuchtet.

Die mit sehr kleinen Schuppen überdeckte Hautfalte auf dem basalen Teile der Anale nimmt gegen das hintere Flossenende ziemlich rasch an Höhe ab. Die Zahl der Ventralstrahlen beträgt bei beiden Exemplaren nur 7 (1/6), die Analstrahlen 35 bis 38 (4/31—34).

	Maße in Millimetern	
Totallänge	119	103
Körperlänge (ohne Caudale)	93	79
Kopflänge	26	22
Kopfbreite	16	12
Größte Rumpfhöhe	66	50
Höhe des Schwanzstieles	11	9
Länge des Schwanzstieles	10	8
» Auges	9	8
der Schnauze	8	7
Breite des Interorbitalraumes	$11^1/_2$	10
Größte Höhe der Dorsale nächst ihrem vorderen Ende	64	43
» Anale » » » »	46	19

	Maße in Millimetern	
Basislänge der Dorsale	31	22
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	54	46
» » » von der Fettflosse	$8^1/_2$	7
Basislänge der Fettflosse	6	6
Länge der Pektorale	20	18
» Ventrale	13	12
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	53	46
Basislänge der Anale	$34^1/_2$	23
Länge der Caudale (des unteren Lappens von der Basis der mittleren Caudalstrahlen ab gemessen)	36	28

Am Bauchrande liegen 36 bis 37 Sägezähne bis zur Analspalte und 6 bis 7 paarige Zähne längs dem Rande der letzteren.

Bunocephalus bicolor Steind.

Bunocephalus bicolor Steind., Beitr. zur Kenntn. der Flußf. Südamerikas, IV, Denkschr. d. math.-naturw. Klasse der kais. Akad. d. Wiss., Bd. 46, 1882, p. 8, Taf. II, Fig. 1 bis 1*b*.

Bunocephalus bicolor Steind., Eig. Eig., A Revis. of the South Amer. Nematognathi or Cat. Fish., Occas. Papers of the Calif. Acad. of Sc., I, 1890, p. 19.

7 Exemplare, 28 bis $77^1/_2$ *mm* lang, von der Mündung des Rio negro, Coll. Haseman. Bei 3 derselben enthält die Anale 2/6, bei 2 Exemplaren 2/5 und bei 1 Exemplar nur 1/5 Strahlen.

Der Abstand des Beginnes der Dorsale vom vorderen Schnauzenrande ist bei den 4 größeren Exemplaren $2^2/_7$ bis $2^2/_3$ mal, bei den 3 kleineren $2^4/_5$ bis 3mal, die größte Kopfbreite zwischen den Pektoralen $4^2/_7$ bis $4^1/_2$ mal und nur bei dem kleinsten Exemplar von 28 *mm* Länge $5^3/_8$ mal in der Totallänge (mit Einschluß der Caudale) enthalten. Die Coracoidfortsätze laufen genau oder nahezu parallel zueinander und ihre Länge gleicht bei 6 Exemplaren der Entfernung ihrer hinteren Enden voneinander, bei dem 7. Exemplar ist letztere ein wenig größer als die Länge der Coracoidfortsätze, da diese ein wenig nach hinten divergieren.

Die Schnauze ist vorne fast quer abgestutzt und die Länge derselben steht der Breite des Interorbitalraumes ein wenig nach. Auge äußerst klein.

Die Höhe der Dorsale gleicht durchschnittlich der halben Länge des stark plattgedrückten Pektoralstachels, dessen Spitze bis zur Basis der Ventrale zurückweicht. Der Innenrand des Pektoralstachels ist stärker als dessen Außenrand gezähnt.

Schwanzstiel äußerst niedrig, 5 bis $7^1/_2$ mal länger als hoch.

Der ganze Körper ist ringsum mit kornartigen, sehr kleinen Tuberkeln besetzt, zwischen ihnen liegen zu jeder Seite des Rumpfes 5 Längsreihen und auf der Rückenmitte hinter der Dorsale eine Längsreihe etwas größerer Tuberkeln. An der Nackenlinie fehlen knöcherne kammartige Vorsprünge vollständig oder es zeigen sich unter der Lupe wenige schwache wellenförmige Erhöhungen (bei einem Exemplar).

Ein großer, nahezu rhombenförmiger, einförmig rötlich- oder grauvioletter Fleck deckt die ganze Oberseite des Körpers vom vorderen Schnauzenrande bis zum Beginn der Dorsale.[1] Hinter letzterer sind die Rumpfseiten bis zur Caudale dunkler grauviolett bis nahezu schwarz und mehr minder stark unregel-

[1] Bei einem Exemplar liegen auf diesen großen rhombenförmigen einige wenige kleine dunkle Fleckchen unregelmäßig zerstreut.

mäßig hellgrauviolett gefleckt. Unterseite des Körpers matt hellgrauviolett und dicht schmutzigweiß gesprenkelt. Dorsale, Anale und Ventralen hell gerandet.

D. 5. P. 1/4—5. V. 6. A. 1/5—2/5—6.

	Maße in Millimetern				
Totallänge	77½	76	69	58½	28
Körperlänge	66	63	56½	48	21½
Kopflänge bis zur Kiemenspalte	12½	11	11	8½	4½
Größte Körperbreite	19	17	16	12½	5
Schnauzenlänge	4	4	4	3	2
Breite der Interorbitalraumes	4½	4½	4½	4	3
Länge eines Coracoidfortsatzes	10	9	10	9	4
Abstand der hinteren Enden der Coracoidfortsätze von einander	10	9	12	9	5
Abstand des Beginnes der Dorsale vom vorderen Kopfende	30	28½	24	19	10
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	31½	28	25	21	9
Höhe der Dorsale	9	9	8½	7	—
Länge der Pektorale	19	18	18½	15	5
» » Ventrale	7	7½	8	6	3½
Höhe der Anale	9	9	8	7	—
Länge » »	9	7	—	6	—
Höhe des Schwanzstieles	2	2	2	2	1
Länge » »	15	15	12	11	5

Pimelodina flavipinnis Steind.

Pimelodina nasus Eig. Eig., A Revision of the South American Nematognathi, Occ. Papers of the Calif. Acad. of Sc., I. S. Francisco, 1890, p. 101.

2 Exemplare von Pará und der Mündung des Rio Negro 243 und 288 *mm* lang. Die Länge der Maxillarbarteln und der Fettflosse variiert ein wenig. Die Maxillarbarteln reichen bei dem typischen Exemplar von Pará, welches ich in »Ichthyologische Beiträge (V.)« auf p. 150 bis 152 im Jahre 1876 beschrieb, ein wenig über die Basis der Caudale hinaus, bei den beiden Exemplaren der Haseman'schen Sammlung bis zur Spitze des oberen Caudallappens und bei dem von Eigenmann und Eigenman als *P. nasus* l. c. angeführten Exemplar nur bis zum Ende der Fettflosse. Die Länge der Fettflosse ist 2 bis 2½ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse) enthalten.

Bei den von Dr. Haseman gesammelten Exemplaren ist die Kopflänge zirka 4¾ mal, die größte Rumpfhöhe 5⅔ bis 5⅗ mal, die Länge der Fettflosse 2¼ bis 2⅕ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Caudale, die Kopfbreite 1½ bis 1⅗ mal, der Augendurchmesser 6¼ bis 6⅞ mal, die Breite des Interorbitalraumes 3⅕ bis zirka 3½ mal, die Schnauzenlänge 2 mal, die Breite der quergestellten Mundspalte 2⅚ bis 3 mal in der Kopflänge enthalten.

Die obere Profillinie des Kopfes und die Nackenlinie steigen gleichmäßig rasch bis zur ersten Dorsale an.

Die Höhe der strahligen Dorsale übertrifft nur ganz unbedeutend die Länge des Kopfes oder steht letzterer ein wenig nach. Die Länge der Pektorale übertrifft stets ein wenig die des Kopfes, während die

Länge der Ventrale zirka $1^1/_7$ bis etwas mehr als $1^1/_5$ mal in der des Kopfes enthalten ist. Der Abstand der Fettflosse von dem letzten Strahl der ersten Dorsale erreicht nicht ganz die Hälfte der Basislänge der letzteren.

Schwanzstiel $2^7/_9$ bis etwas mehr als 2mal länger als hoch. Schwanzflosse am hinteren Rande sehr tief eingebuchtet, der obere Lappen derselben ein wenig länger als der untere und wie dieser stark zugespitzt.

Rumpfseiten tief herab schmutzig silbergrau (bei Weingeistexemplaren), am dunkelsten am Nacken und gleich der Fettflosse mit mehreren Längsreihen dunklerer Flecken besetzt, die an den Rändern nicht scharf abgegrenzt sind und die Größe von durchschnittlich $^1/_3$ bis $^1/_4$ eines Auges erreichen. Kopf oben und seitlich braun.

Die Unterseite des Kopfes, der vordere Teil der Pektorale wie der Ventrale und die ganze Caudale sind rotgelb, und zwar am intensivsten an ihrer Basis. Gegen den hinteren Rand zu geht die Färbung der Pektorale und der Ventrale in ein dunkles Grau über.

	Maße in Millimetern	
Totallänge	288	243
Körperlänge (ohne Caudale)	238	213
Größte Rumpfhöhe	42	38
Höhe des Schwanzstieles	18	19
Länge » »	50	40
Kopflänge	50	45
Kopfbreite	32	30
Mundbreite	$17^1/_2$	15
Augenlänge	8	7
Breite des Interorbitalraumes	13	12
Schnauzenlänge	25	22
Länge der Pektorale	$48^1/_2$	48
» Ventrale	44	38
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	80	72
Höhe der Anale	31	25
Länge » »	24	20
» mittleren Caudalstrahlen	19	18
Höhe der strahligen Dorsale	46	46
Basislänge der strahligen Dorsale	27	23
Abstand der strahligen Dorsale vom vorderen Kopfende	—	61
» » » » von der Fettflosse	—	10
Länge der Fettflosse	$105^1/_2$	98

Imparfinis hasemani n. sp.

Körper minder gestreckt, Oberseite des Kopfes nicht unbedeutend gewölbter, Fettflosse kürzer, Schwanzstiel minder schlank als bei *Imparfinis piperatus* Eigenm. Norris = *Rhamdisglanis transfasciatus* Mir. Ribeiro (? = *Rhamdia minuta* Ltk.), mit welcher Art sie in der Rumpfzeichnung übereinstimmt.

Kopflänge $4^1/_5$ mal, größte Rumpfhöhe zirka 6 mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse), Kopfbreite zirka $1^1/_3$ mal, Schnauzenlänge $2^2/_3$ bis $2^5/_6$ mal, Augenlänge je nach dem Alter $5^1/_6$ bis $4^3/_4$ mal, Breite des Interorbitalraumes zirka $4^1/_4$ mal, Basislänge der Fettflosse zirka $1^1/_5$ mal in der Kopf-

länge (oder $4^5/_8$ bis etwas mehr als 5 mal in der Körperlänge ohne Caudale), Höhe des Schwanzstieles $2^3/_7$ bis $2^2/_3$ mal, Länge desselben zirka $1^1/_7$ bis $1^1/_4$ mal in der Kopflänge enthalten.[1]

Mundspalte nahezu endständig, nur sehr wenig vom vorderen Schnauzenrande überragt. Die Maxillarbarteln erreichen oder überragen zurückgelegt mit ihrer Spitze nicht bedeutend das hintere Ende der Brustflossen und die äußeren Kinnbarteln reichen bis zur Basis des äußeren Pektoralstrahles zurück.

Erster Pektoral- und Ventralstrahl in der basalen Längenhälfte steif, doch nicht stachelartig, im übrigen Teile biegsam. Die Spitze des 1. Pektoralstrahles erreicht nicht die Basis der Ventrale.

Oberer hinterer Rand der Rückenflosse mäßig nach hinten und unten geneigt, geradlinig.

Die Basislänge der Fettflosse übertrifft mehr minder bedeutend die der Anale und ihre größte Höhe im mittleren Teile beträgt zirka $^1/_4$ ihrer Basislänge. Die Basislänge der Fettflosse gleicht nahezu ihrem Abstande von der Basis des letzten Dorsalstrahles und ist zirka 2 mal kürzer als bei *I. piperatus* (= *I. transfasciatus*).

Die Anale beginnt in vertikaler Richtung genau oder nur wenig hinter dem Anfang der Fettflosse; der hintere Rand derselben ist schräge gestellt, bald nahezu geradlinig, bald deutlich konvex.

Caudale am hinteren Rande tief dreieckig eingeschnitten. Der untere Lappen derselben ist stärker zugespitzt, mehr minder unbedeutend länger als der obere Lappen und nahezu ebenso lang oder unbedeutend länger als der Kopf.

Die Grundfarbe der Rumpfseiten und der Oberseite des Kopfes ist mehr minder hell rotviolett oder schokoladebraun, die Unterseite des ganzen Kopfes fleischfarben oder gelblich. Eine dunkelgrauviolette, ziemlich schmale Binde zieht vom hinteren seitlichen Kopfende zur Basis der mittleren Caudalstrahlen. Bei hellerer Grundfärbung der Oberseite des Kopfes bemerkt man auf derselben 3 dunklere Querbinden, von denen die vorderste auf der Schnauze gelegene Binde am schwächsten hervortritt; die 2. schmälere Binde zieht auf der Stirne von einem Auge zum anderen. Die 3. breiteste Binde liegt am Hinterhaupte und läßt sich auch bei Exemplaren von dunklerer Grundfärbung unterscheiden, während die beiden

Fig. 1 und 2.

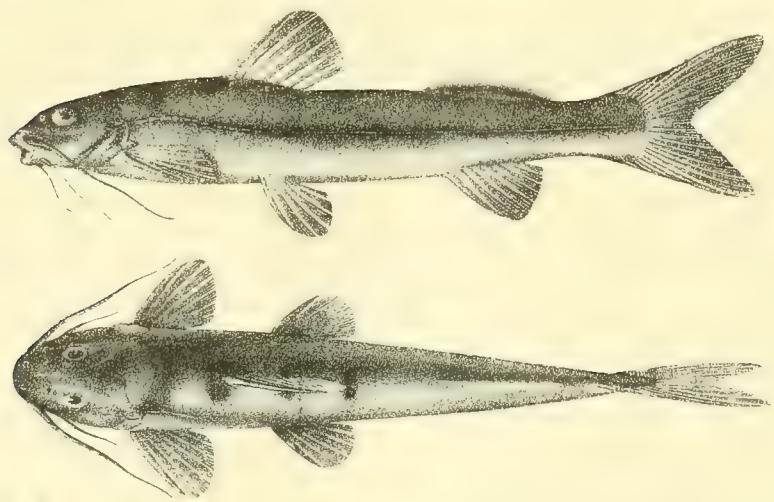
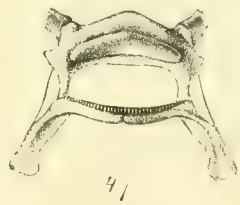


Fig. 3.



Imparfinis hasemani n. sp.

Fig. 1 von der Seite, Fig. 2 von oben gesehen. Fig. 3 Bezahnung der Mundspalte.

vorderen Querbinden nicht mehr wahrnehmbar sind. Am Nacken liegen stets 2 dunkelbraune Querbinden, die nur wenig auf die Rumpfseiten übergreifen, eine dritte Querbinde unmittelbar hinter dem Basisende der Dorsale und zuweilen noch eine 4. in der Mitte zwischen dem Ende der Dorsale und dem Beginn

[1] Bei *Imparfinis piperatus* = *transfascialus* ist die Rumpfhöhe mehr als 7 mal, die Kopflänge zirka $4^1/_4$ bis $4^2/_3$ mal, die Basislänge der Fettflosse zirka $3^1/_3$ bis $3^2/_3$ mal in der Körperlänge enthalten, somit bedeutend länger als der Kopf.

der Fettflosse. Bei sämtlichen Exemplaren aus dem Rio branco bei Bem Querer sind diese 3 bis 4 Rücken scharf geprägt, bei jenen von Santarem mehr verschwommen.

D. 1 6. A. 2—3 8. P. 1 9. V. 1/5.

Zahlreiche Exemplare bis zu 98 *mm* Länge aus dem Rio Surumú bei Serra do Mello, dem Rio branco bei Bem Querer und dem Rio Tapajos bei Santarem (Coll. Haseman).

	Maße in Millimetern			
Totallänge	98	90	87	85
Körperlänge (ohne Caudale)	80½	74	67	67
Kopflänge	19	18	16	16
Kopfbreite	15	13	11½	11
Größte Rumpfhöhe	13	11	11	11
Höhe des Schwanzstieles	7½	7	6	6
Länge » »	16	15	15	14
Länge des Auges	4	4	3	3
» der Schnauze	7	6	6	6
Breite des Interorbitalraumes	4½	4	4	4
Mundbreite	8	zirka 8	7	—
Länge des Maxillarbartels	22½	22	22	20
äußeren Kinnbartels	13	11	11	10
inneren »	8	7	9	6
Höhe der Dorsale	15	15	15	13
Basislänge der Dorsale	11	9	10	9
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	29	27	25	24
von der Fettflosse	16	15½	15½	14
Höhe der Fettflosse	5	—	—	3
Basislänge der Fettflosse	17	16	14	14
Länge der Pektorale	12	12	12	11
» » Ventrale	12	12	12	11
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	32	30	28	27
Höhe der Anale	10	10	10	10
Basislänge der Anale	10	9	8	7
Länge des oberen Caudallappens	19	—	18	17½
» » unteren »	16	16	16	16

Imparfinis insidiosus n. sp.

Taf. XII, Fig. 7.

Körperform gestreckt, Kopf an der Oberseite mäßig gewölbt, nach vorne sich allmählich verschmälernd am Vorderrande stumpf oval gerundet. Mundspalte unterständig. Auge sehr klein, nächst unter dem oberen Seitenrande des Kopfes gelegen. Schwanzstiel komprimiert bedeutend länger als hoch, Dorsale in vertikaler Richtung ein wenig vor der Basis der Ventralen beginnend, Fettflosse und Anale gegenständig, erstere nur unbedeutend länger als letztere.

Caudale am hinteren Rand tief eingeschnitten mit zugespitzten schlanken Lappen, stets länger als der Kopf. Die Maxillarbarteln reichen bis zur Basis der Brustflosse. Kopf und Rumpf oben und seitlich dunkelbraun, etwas heller gegen die Unterseite zu und dicht mit violetten Pünktchen übersät. Die dunkle

Körperfärbung setzt sich auf den überhäuteten basalen Teil der Dorsale und Caudale und ist auf letzterer nach hinten durch einen tief dunkelbraunen Querstrich scharf abgegrenzt. Ein schmaler gelber Querstreif trennt die Oberseite des Kopfes vom Nacken, ein bedeutend schärfer abgegrenzter, hell goldgelber Querfleck hart an der Basis des 1. Dorsalstrahles, von geringer Breite und noch geringerer Länge Fettflosse am vorderen wie am hinteren basalen Ende scharf abgegrenzt. Basis derselben nur wenig länger als die der Dorsale.

Die Kopflänge ist bei ganz jungen Exemplaren $3^4/_{11}$ mal, bei größeren bis zu 100 *mm* Länge genau oder nahezu 4 mal, die größte Rumpfhöhe $5^1/_2$ bis $5^3/_4$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), die Kopfbreite etwas mehr als $1^1/_3$ bis $1^1/_2$ mal, die Länge der Schnauze $2^2/_7$ bis $2^4/_7$ mal, die Augenlänge 8 bis 9 mal, die Breite des Interorbitalraumes durchschnittlich 4 mal, die Höhe der Dorsale nahezu $1^1/_3$ bis $1^1/_2$ mal, die der Anale $1^3/_4$ bis $1^1/_3$ mal, die Länge der Brustflossen $1^1/_3$ bis $1^1/_2$ mal, die der Ventralen $1^3/_5$ bis $1^1/_2$ mal, die Höhe des Schwanzstieles 3 bis $2^1/_2$ mal, die Länge desselben $3^1/_3$ bis $3^1/_5$ mal in der Kopflänge enthalten. Der Schwanzstiel ist demnach $1^6/_7$ bis $1^3/_4$ mal länger als hoch.

Stirnfontanelle von gleicher geringer Breite, von der Gegend des hinteren Augenrandes an bis zur Basis des kurzen Occipitalfortsatzes zurückreichend. Die Spitze des letzteren fällt weit vor den Beginn der Dorsale. Die Narinen liegen an der Oberseite des Kopfes, die hinteren derselben sind etwas weiter von den vorderen entfernt als vom vorderen Augenrande.

Die Fettflosse ist am vorderen wie am hinteren Ende scharf abgegrenzt, die Basislänge derselben bei jungen Individuen von 33 bis 48 *mm* Länge zirka 9 mal, bei älteren zirka 7 bis 6 mal in der Körperlänge enthalten.

Der hintere Rand der Dorsale ist nahezu geradlinig oder schwach verkehrt *S*-förmig gebogen.

Die Spitze der zurückgelegten Brustflossen reicht bei ganz jungen Exemplaren knapp bis zur Basis der Ventralen oder noch ein wenig weiter zurück, bei älteren Exemplaren fällt sie vor diese. Der 1. Strahl der Dorsale wie der Pektorale ist am basalen Teile steif, nicht stachelartig, hierauf biegsam, Anale dreieckig, höher als lang; der hintere Rand derselben geradlinig abgestutzt oder schwach konkav. Die Höhe der Anale steht in der Regel der der Dorsale ein wenig nach.

Der obere Caudallappen ist gleich dem unteren stark zugespitzt und in der Regel ein wenig länger als letzterer. Hinterer Rand der Caudale tief dreieckig eingebuchtet.

Zahlreiche Exemplare bis zu einer Länge von 100 *mm* wurden von Dr. Haseman im Rio branco bei Bem Querer und im Rio Surumú, einem Nebenflusse des Rio Miang, der selbst ein sekundärer Nebenfluß des Rio branco ist, gesammelt.

	Maße in Millimetern				
Totallänge	100	88	81	$76^1/_2$	48
Körperlänge (ohne Caudale)	77	68	60	59	37
Kopflänge	20	18	16	15	$11^1/_2$
Kopfbreite	13	11	10	10	6
Kopfhöhe in der Stirngegend	$8^1/_2$	8	6	6	4
am Hinterhaupte	11	10	8	8	6
Größte Rumpfhöhe	14	12	11	11	7
Höhe des Schwanzstieles	8	7	6	6	4
Länge » »	14	13	13	11	7
Mundbreite	7	6	5	5	3
Länge der Maxillarbarteln	16	$14^1/_2$	12	12	9
äußeren Kinnbarteln	9	8	8	8	6
des Auges	2	2	2	2	2

	Maße in Millimetern				
Länge der Schnauze	8	7	6	6	4
Breite des Interorbitalraumes	5	$4^1/_2$	4	4	$3^1/_2$
Höhe der Dorsale	15	14	12	12	$7^1/_2$
Basislänge der Dorsale	9	9	7	7	6
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	30	26	24	23	$15^1/_2$
» » von der Fettflosse	$16^1/_2$	14	14	14	$7^1/_2$
Basislänge der Fettflosse	11	11	$8^1/_2$	8	4
Höhe » »	4	$3^1/_2$	$3^1/_2$	3	2
Länge der Brustflossen	15	14	11	11	8
» » Bauchflossen	13	13	10	10	6
Abstand der Bauchflossen vom vorderen Kopfende	33	$30^1/_2$	27	25	17
Höhe der Anale	13	13	10	10	7
Länge der Anale	$9^1/_2$	9	7	7	$4^1/_2$
Abstand der Anale vom vorderen Kopfende	54	47	45	45	25
Länge des oberen Caudallappens	25	22	19	19	12
» » unteren Caudallappens	23	22	17	ca. $16^1/_2$	12

D. 1/6. A. 2 an 3/8. V. 1/5. V. 1/9.

Imparfinis insidiosus m. zeigt eine große Ähnlichkeit mit *Rhamdella montana* Eigenm.[1], die aber nicht in die Gattung *Rhamdella* zu reihen ist, da bei letzterer Gattung der 1. Pektoralstrahl gleich dem 1. Dorsalstrahl stachelig, bei *Rhamdella montana* aber nach Eigenman's eigenen Worten nicht stachelig ist (»First dorsal and pectoral rays not spinous«, l. c., p. 422). Die von Eigenman gegebene Abbildung von *Rhamdella montana*, l. c., pl. 32, stimmt übrigens so auffallend mit jener von *Chasmocranus brevior* Eigenm. (Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carnegie Mus., Vol. III, 1912, pl. 15, Fig. 1) überein, daß man erstere für eine getreue Kopie der letzteren halten möchte und die Vermutung sehr nahe liegt, daß *Chasmocranus brevior* mit *Rhamdella montana* Eig. identisch sei. In diesem Falle hätte der Artname »*brevior*« die Priorität vor »*montana*«. Leider ist die Beschreibung von *Ch. brevior* von Eigenman so kurz und ungenügend, daß sie zu einer sicheren Artbestimmung nicht ausreicht. Aus der beigegebenen Abbildung kann man jedoch trotz einiger Mängel entnehmen, daß die Kopfform von *Ch. longior* und die Gestalt der Caudale wie der Anale so wesentlich von jener des *Ch. brevior* verschieden sei, daß beide Arten nicht in dieselbe Gattung gereiht werden können. Bei *Ch. longior* sind der Kopf stark deprimiert, flach, das Auge an der Oberseite des Kopfes gelegen, die Caudale am hinteren Rande schwach eingebuchtet und dessen Lappen oval gerundet zugespitzt, die Anale am langen unteren Rande schwach konvex, bei *Ch. brevior* dagegen ist der Kopf an seiner Oberseite mäßig gewölbt, die Augen zeigen eine mehr seitliche Stellung, die Caudale ist am hinteren Rande tief dreieckig eingebuchtet, die Lappen desselben sind ferner sehr stark zugespitzt, die Anale nach unten zugespitzt, dreieckig, Eigentümlichkeiten, die auf die nahe Verwandtschaft von *Ch. longior* mit *Heptapterus* und von *Ch. brevior* mit *Rhamdia* und *Rhamdella* hinweisen. In der Charakteristik der Gattung *Chasmocranus* wird wohl als ein wichtiges Unterscheidungsmerkmal hervorgehoben, daß die Zahnbinde am Prämaxillare subrhomboidal und am äußeren Rande nach hinten vorgezogen sei, was bei den mir vorliegenden Exemplaren von *Ch. longior* aus dem Rumpuni wenigstens bezüglich der nach hinten vorgezogenen Seitenenden der Zahnbinde zutrifft. Daß dasselbe auch bei *Ch. brevior* der Fall ist, möchte ich bei der Kürze der Beschreibung,

[1] Eigenmann, On two new species of Fishes, collected by Miss Lola Vance in Peru. Ann. of the Carnegie Museum Vol. VIII, No. 3—4, 1913, p. 421, pl. XXXII, Fig. 1.

die auf eine nur flüchtige Untersuchung der Typen schließen läßt, bezweifeln. Jedenfalls ist eine neuerliche gründliche Untersuchung von *Ch. brevior* sehr erwünscht.

Imparfinis insidiosus unterscheidet sich von *Imparfinis*? (*Rhamdella*) *montanus* Eigenm. hauptsächlich durch die Kürze der Fettflosse, deren Basislänge die der Anale nur unbedeutend übertrifft, daher die Fettflosse nach hinten nur wenig weiter als die Basis der Anale zurückreicht, und durch den Mangel eines hellen Fleckens am Beginne der Fettflosse. In der Form der Zahnbinde am Prämaxillare stimmen beide Arten insofern miteinander überein, daß die Zahnbinde am äußeren Ende nicht nach hinten vorgezogen ist. Übrigens kann ich *Rhamdella montana* nur fraglich in die Gattung *Imparfinis* reihen, da Eigenman's Beschreibung keine Angabe über das Vorkommen oder den Mangel eines freien Augenlides enthält. Sollte *Rhamdella montana* ein freies Augenlid besitzen, so wäre sie als Vertreter einer neuen Gattung, zunächst an *Imparfinis* zu reihen.

Brachyplatystoma vaillanti (C. V.).

Syn.: *Platystoma vaillanti* C. V., Hist. nat. Poiss, Vol. XV, pag. 21, Pl. 423.
Brachyplatystoma vaillanti Blkr., Eig. u. Eig.

1 Exemplar, mit Ausschluß der Schwanzflosse 150 *mm* lang, von Pará. Bei diesem reicht der Occipitalfortsatz bis zur Dorsalplatte, das hintere Ende der Maxillarbarteln fällt ein wenig über die fadenförmig verlängerte Spitze des oberen Caudallappens zurück. Kopflänge $3^1/_8$ mal, größte Rumpfhöhe $4^2/_7$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale) oder $1^3/_8$ mal in der Kopflänge, Kopfbreite $1^5/_9$ mal, Mundlänge zirka $2^1/_{12}$ mal, Mundbreite zirka $1^8/_9$ mal, Schnauzenlänge $2^3/_7$ mal, Augenlänge 8 mal, Breite des Interorbitalraumes $4^4/_5$ mal, Höhe der 1. Dorsale zirka $1^2/_9$ mal, Basislänge derselben 2 mal, Länge der Pektorale wie die der Ventrale je $1^5/_6$ mal, Basislänge der faserstrahligen Fettflosse $1^2/_5$ mal, die der Anale $2^2/_3$ mal, Höhe der Anale $1^5/_7$ mal, Höhe des Schwanzstieles 4 mal, Länge desselben zirka $1^8/_9$ mal in der Kopflänge enthalten.

Dorsal- und Pektoralstachel schlank, ersterer länger als letzterer und am vorderen wie am hinteren Rande sehr zart gezähnt. Der Außenrand des Pektoralstachels ist glatt, der innere Rand desselben mit ein wenig stärkeren Hackenzähnchen besetzt als der hintere Rand des Dorsalstachels.

A. 3/11. D. 1/6. V. 1/5. P. 1/10.

	Maße in Millimetern
Körperlänge (ohne Caudale)	150
Kopflänge	48
Kopfbreite	31
Größte Rumpfhöhe	35
Höhe des Schwanzstieles	12
Länge » »	25
Mundlänge	19
Mundbreite	25
Schnauzenlänge	21
Augenlänge	6
Breite des Interorbitalraumes	10
Höhe der ersten Dorsale	$39^1/_2$
Basislänge derselben	24
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	59

	Maße in Millimetern
Abstand derselben von der Fettflosse	19
Länge der Fettflosse	34
» » Pektorale	26
» » Ventrale	26
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	73
Basislänge der Anale	18
Höhe der Anale	28
Länge des unteren Caudallappens	zirka 90
» » oberen »	zirka 59
» der mittleren Caudalstrahlen	13
» » Maxillarbarteln	zirka 206
» » äußeren Kinnbarteln	zirka 116
» » inneren »	55

Brachyplatystoma paraense Steind.

(Anzeig. der kais. Akad. der Wissensch., math.-naturw. Klasse, 1909, Nr. 12, p. 195.)

Taf. XIII, Fig. 5.

2 Exemplare, ohne Caudale 121 und 292 *mm* lang, von Pará.

Diese Art unterscheidet sich von dem nächstverwandten *Br. juruense* Blgr. durch den Mangel von dunkleren Querbinden am Rumpfe, insbesondere aber durch bedeutende Längenausdehnung der Fontanelle, welche bei letzgenannter Art aus dem Rio Jurua, einem Nebenflusse des Amazonenstromes, nach Boulenger's Beschreibung und Abbildung (Trans. Zool. Soc. of London, Vol. XIV, 1898, p. 421, Pl. 39) sehr klein, bei *Br. paraense* dagegen auffallend lang ist, nach hinten bis zur Basis des Occipitalfortsatzes reicht und mit ihrem vorderen Ende in eine Querlinie zwischen die hinteren Narinen fällt. Bei beiden Arten ist der Kopf sehr stark deprimiert und die Kopfbarteln sind äußerst zart.

Bei dem kleineren der beiden von Dr. Haseman gesammelten Exemplare von *Br. paraense* reichen die Maxillarbarteln bis zur Spitze der Ventralen, bei dem größeren bis zum hinteren Ende der Brustflossen, ähnlich wie bei *Br. juruense.*

Die Kopfbreite ist $1^2/_3$ bis $1^3/_4$mal, die Mundbreite zirka 2 bis $2^1/_8$mal in der Kopflänge, die Augenlänge bei dem größeren Exemplar $3^1/_3$mal, bei dem kleineren $2^1/_4$mal in der Breite des Interorbitalraumes enthalten. Bei letzterem ist der Beginn der ersten Dorsale ebenso weit von dem vorderen Kopfende wie von dem hinteren Basisende der Fettflosse, bei dem größeren Exemplar aber wie von der Basismitte der Fettflosse entfernt.

Die Spitze der Pektoralen fällt weit vor die Einlenkungsstelle der Ventralen und die Spitze der letzteren weit vor den Beginn der Anale.

Die Caudallappen sind in mehr minder lange Fäden ausgezogen, der obere Caudallappen ist länger als der untere und bei jüngeren Individuen bedeutend länger als der übrige Körper.

In den Maßverhältnissen der einzelnen Körperteile zur Körper- und Kopflänge zeigen sich teilweise bedeutende Schwankungen zwischen jüngeren und älteren Individuen. Bei letzteren ist die Oberseite des Kopfes ganz überhäutet, glatt, bei jüngeren sind die Stirnbeine und die Occipitalia zart gestreift. Der Occipitalfortsatz liegt bei älteren Individuen unter der dicken Nackenhaut verborgen und reicht nie vollständig bis zur Dorsalplatte zurück.

Der hintere Rand des Dorsal- und der innere Rand des Pektoralstachels ist mit sehr kleinen Hakenzähnen bewaffnet; unter der Lupe zeigen sich bei dem kleinen Exemplar auch längs des ganzen Außenrandes des Pektoralstachels zahlreiche Hakenzähnchen.

Kopflänge zirka $2^1/_5$ bis $3^3/_5$ mal, größte Rumpfhöhe zirka 6 mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Caudale, Kopfbreite $1^5/_6$ bis $1^2/_3$ mal, Mundbreite $1^5/_6$ bis etwas mehr als 2 mal, Mundlänge $2^4/_7$ bis $2^5/_6$ mal, Länge des Auges $10^7/_8$ bis 15 mal, Breite des Interorbitalraumes $4^5/_6$ bis $4^1/_2$ mal, Schnauzenlänge zirka 2 bis $2^1/_5$ mal, größte Rumpfhöhe etwas mehr als 2 bis $1^7/_8$ mal, Höhe des Schwanzstieles $6^1/_5$ bis $5^2/_7$ mal, Länge desselben $2^1/_7$ bis $1^8/_9$ mal, Höhe der ersten Dorsale am 1. Gliederstrahle etwas weniger

Fig. 4.

Brachyplatystoma paraense Steind.

Bezahnung der Mundspalte.

als $1^5/_7$ bis $1^4/_7$ mal, Basislänge derselben zirka $2^2/_3$ bis etwas mehr als $2^3/_7$ mal, Länge der Pektorale sowie der Ventrale je $1^7/_8$ bis etwas mehr als 2 mal, Basislänge der Fettflosse etwas weniger als $2^2/_3$ bis $2^8/_{11}$ mal, die der Anale zirka $3^1/_9$ bis 3 mal, Höhe der Anale zirka $2^1/_5$ bis 2 mal, Länge des mittleren Caudalstrahles mehr als $5^1/_4$ bis $4^3/_7$ mal in der Kopflänge enthalten.

C. 1/6. V. 1/5. A. 4/11. P. 1/8.

	Maße in Millimetern	
Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale)	292	121
Größte Rumpfhöhe	48	21
Höhe des Schwanzstieles	17	7
Länge des Schwanzstieles	47	17
Kopflänge	90	$43^1/_2$
Kopfbreite	54	24
Mundlänge	32	17
Mundbreite	46	$20^1/_2$
Länge des Auges	6	4
» der Schnauze	41	22
Breite des Interorbitalraumes	20	9
Höhe der ersten Dorsale	58	25
Basislänge derselben	38	16
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	$121^1/_2$	53
» » von der Fettflosse	58	24
Basislänge der Fettflosse	33	16

	Maße in Millimetern	
Länge der Pektorale	48	21
» Ventrale	48	21
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	139	64
Basislänge der Anale	30	14
Höhe derselben	$44^1/_2$	19
Länge der mittleren Caudalstrahlen	21	8
» des oberen Caudallappens	—	140
» unteren »	—	zirka 56
» der Maxillarbarteln	zirka 105	zirka 66
» » äußeren hinteren Kinnbarteln	zirka 79	zirka 49
» » vorderen Kinnbarteln	30	13

Doras hancockii C. V.

(Syn. *Doras affinis* Kner.)

Dr. Haseman sammelte zahlreiche Exemplare dieser Art an verschiedenen Stellen des Rio branco, an der Mündung des Rio negro sowie im Rupununi und deren Ausständen bis zu einer Länge von 148 *mm*. Bei keinem dieser Exemplare finde ich den hinteren Rand des Dorsalstachels gezähnt, daher die Einreihung von *Doras hancockii* in die Subgattung *Platydoras*, wie sie zuerst Eigenman in »Revision of the South American Nematognathi or Cat-Fishes, p. 223 und 234, 1890, vorschlägt, nicht stichhaltig ist. Später berichtigte Eigenman diesen Irrtum und stellt diese Art in die Subgattung *Amblydoras* Blkr. (siehe Eigenman: The Freshw. Fish. of Brit. Guiana, p. 184 und 187, 1912).

Die Zahl der Seitenschienen schwankt bei den von mir untersuchten Exemplaren zwischen 26 bis 28.[1]

Der hintere Rand der Caudale ist bei sehr jungen Exemplaren in der Regel mäßig oder sehr schwach gerundet (*Doras affinis* Heck.), bei älteren abgestutzt oder schwach konkav; bei 2 Exemplaren unserer Sammlung von 103 *mm* Länge ist derselbe sogar ziemlich tief oval eingebuchtet.

Nach Günther (Cat. of Fish. in the Brit. Mus., V, p. 202), der das typische Exemplar zu untersuchen Gelegenheit hatte, ist der Humeralfortsatz etwas breiter als der Pektoralstachel, ich finde denselben mit Ausnahme seines vordersten Teiles schlanker als letzteren.

Die Kopflänge ist bei Exemplaren von 103 bis 148 *mm* Länge etwas mehr als 3 bis $3^2/_3$ mal, die größte Rumpfhöhe 4 bis $4^1/_5$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, der Augendurchmesser $4^4/_5$ bis mehr als 9mal, die Schnauzenlänge $3^3/_7$ bis $3^1/_2$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $3^3/_7$ bis $2^5/_7$ mal in der Kopflänge (bis zum hinteren Ende des Kiemendeckels gemessen) enthalten. Die Länge des Auges gleicht $^4/_7$ bis $^5/_7$ der Schnauzenlänge und $^5/_7$ bis $^4/_9$ bis $^1/_4$ der Breite des Interorbitalraumes. Meiner Ansicht nach ist *Doras affinis* Kn. (Ichthyol. Beiträge, Sitzber. der math.-naturw. Klasse der kais. Akad. der Wiss., Bd. XVII, p. 121 bis 123, Taf. II, Fig. 1*a*, 1855) unter die Synonyma von *Doras hancockii* zu reihen.

A. 3/8—3/10. D. 1/6.

[1] Nach Hancock liegen 27 Platten an den Seiten des Rumpfes, nach Dr. Günther 29 bis 33; die abnorme Zahl 33 in Günther's Beschreibung von *Doras hancockii* kann sich daher wohl nur auf das erwachsene Exemplar aus dem Cupai-Flusse beziehen.

Oxydoras (Rhinodoras) amazonum Steind. var. hasemani St.

Ein von Dr. Haseman an der Mündung des Rio Negro gesammeltes Exemplar weicht in der Zahl der Seitenschienen des Rumpfes und in der Form der Fettflosse, die nach längerem, nur linienförmigem Verlaufe rasch ansteigt, von dem typischen Exemplar des Wiener Museums aus dem Amazonenstrome bei Teffe ab. In allen übrigen wesentlichen Merkmalen, das ist in der Höhe der vorderen Seitenschienen des Rumpfes, in der Kopfform, Kleinheit der Augen, in der bedeutenden Länge und starken Bezahnung des Pektoralstachels, in der Länge der Maxillarbarteln stimmen beide Exemplare miteinander überein.

Der Kopf ist in der vorderen Längenhälfte deprimiert; weiter zurück bis zum Beginn der Dorsale fällt die Oberseite des Kopfes und der Nacken mäßig dachförmig ab.

Zahlreiche Zähnchen liegen im Zwischen- und Unterkiefer dicht gedrängt aneinander und bilden Binden, die zirka 5mal breiter als lang sind. Die hintere Narine liegt näher zum vorderen Augenrande als zur vorderen Narine.

Der Humeralfortsatz weicht ein wenig in der Form, nicht aber in der Länge bei dem Exemplar der Haseman'schen Sammlung von dem typischen Exemplar ab, indem er sich stachelartig allmählich nach hinten verschmälert. Die Kopflänge mit Einschluß des schmalen häutigen Saumes am hinteren Deckelrande ist unbedeutend weniger als 4mal, die größte Rumpfhöhe zirka $4^3/_4$mal, der Abstand der 1. Dorsale vom vorderen Kopfende zirka $2^5/_8$mal, die Entfernung des letzten Dorsalstrahles von der raschen Erhöhung der Fettflosse zirka $3^2/_3$, von dem niedrigen, saumartigen Beginn der letzteren 11mal, in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, Kopfbreite etwas mehr als 1mal, Länge des Pektoralstachels fast genau 3mal, Länge der Maxillarbarteln zirka $3^2/_9$mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Kaudale, Kopfbreite etwas mehr als einmal, Schnauzenlänge etwas weniger als $2^5/_{12}$mal, Mundbreite $2^3/_7$mal, Länge des Auges $5^3/_5$mal, Abstand des vorderen Augenrandes von der hinteren Narine 7mal, Entfernung der vorderen Narine von der hinteren etwas mehr als 5mal, Breite des Interorbitalraumes $4^2/_3$mal, Höhe der 1. Dorsale $1^1/_3$mal, Länge der Ventrale 2mal, Länge des rasch erhöhten Teiles der Fettflosse zirka $3^2/_5$mal, Höhe des längsten Gliederstrahles der Anale 2mal, Basislänge derselben $2^1/_3$mal, Höhe des Schwanzstieles 5mal, Höhe desselben $1^5/_9$mal in der Kopflänge enthalten.

Vor den hinteren Narinen liegt wie bei dem typischen Exemplar ein nur wenig vorstehendes, am hinteren Rande zart gekerbtes Subnasale. Ein Porus pektoralis fehlt.

Während bei dem typischen Exemplar von Teffe 40 Lateralschilder entwickelt sind, zähle ich bei dem Exemplar von der Mündung des Rio negro deren im ganzen nur 37. Von diesen liegen die 3 ersten in dem von der Dorsalplatte und deren absteigenden, ziemlich breiten und verhältnismäßig kurzen hinteren Aste, der Scapula und dem Humeralfortsatze umschlossenen Raume; sie sind bis auf einen in ihrer Höhenmitte gelegenen, freiliegenden, grob gekörnten Raum dick überhäutet. An diese schließen sich die 3 höchsten Schilder der ganzen Reihe an; die 5 bis 6 folgenden Seitenschilder nehmen allmählich an Höhe ab. Die übrigen nehmen hierauf bis zu dem zwischen dem erhöhten Teile der Fettflosse und der Basis der Anale gelegenen Rumpfstücke ein wenig gleichförmig an Höhe zu, hierauf am Schwanzstiele bis zur Caudale allmählich an Höhe ab. Die 2 letzten Seitenschilder liegen bereits auf den mittleren Caudalstrahlen.

D. 1/6. V. 1/5—6. A. 3/9. Sc. lat. 37 (3+34).

	Maße in Millimetern
Totallänge	250
Körperlänge (ohne Caudale)	209
Größte Rumpfhöhe	44

	Maße in Millimetern
Höhe des Schwanzstieles	11
Länge » »	36
Kopflänge	56
Kopfbreite	54
Mundbreite	23
Länge der Maxillarbarteln	68
» äußeren Kinnbarteln	34
» inneren »	32
des Auges	10
Abstand des Auges von der hinteren Narine	8
» der vorderen Narine von der hinteren Narine	11
Länge der Schnauze	23
Breite des Interorbitalraumes	12
Höhe der ersten Dorsale	42
Länge » » »	29
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	80
» von dem Beginne des rasch sich erhebenden Teiles der Fettflosse	54
Länge des erhöhten Teiles der Fettflosse	17
» der Pektorale	70
» » Ventrale	28
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	120
Höhe der Anale	28
Länge » »	24

Hemidoras carinatus (Linné).

Dr. Haseman's Sammlung enthält ein Exemplar dieser Art von der Mündung des Rio Negro. Es ist mit Einschluß der Caudale, deren hinterer Rand ziemlich tief eingebuchtet ist, 235 *mm* lang und trägt längs der Rumpfseiten rechts 38, links 40 Schilder, deren Haupthaken in der Gegend zwischen dem Beginn der Anale und der Basis der Randstrahlen der Caudale am stärksten entwickelt sind und daselbst eine ziemlich weit abstehende Kante bilden, die die Breite des stark deprimierten Schwanzstieles nicht unbeträchtlich vergrößert. Im Zwischenkiefer wie im Unterkiefer liegen einige wenige, sehr kleine schlanke Zähnchen, die nur unter der Lupe bemerkbar sind.

Das ziemlich große, überhäutete Foramen an den Seiten des Helmes ist von Dr. Eigenmann in seiner Abhandlung über die Süßwasserfische von Britisch-Guiana übersehen worden, denn er reiht in seiner Bestimmungstabelle der *Hemidoras*-Arten *H. carinatus* (L.) zu jenen Arten, bei denen das Foramen zu jeder Seite der Junktur zwischen dem Occipitalfortsatz und der Dorsalplatte fehlt. Porus pektoralis schlitzförmig.

Schwanzstiel stark deprimiert, ohne knöcherne Platte an der Ober- und Unterseite. Schnauze lang, komprimiert. Auge groß, länger als hoch und mit stark entwickeltem Fettpolster am vorderen Rande. Stirnfontanelle fast rhombenförmig, zwischen der Mitte der oberen Augenränder am breitesten, nach vorne so weit wie das Auge, nach hinten bis zur Basis des Occipitalfortsatzes, Maxillarbartel nicht ganz bis zur Basis der Pektorale, letztere bis zur Einlenkungsstelle der Ventrale zurückreichend. Die Kinnbarteln sind ihrer Länge nach zur Hälfte durch eine Hautfalte verbunden. Mundspalte unterständig. Humeralfortsatz

mit schräge gestelltem, schwach konvexem Hinterrande, zirka 3mal länger als hoch. Die Rumpfplatten der Seitenlinie sind von geringer Höhe; sie nehmen von ihrem Beginne hinter dem Ende des Humeralfortsatzes und dem unteren Ende des dick überhäuteten stabförmigen absteigenden Astes der Dorsalplatte etwa bis zur Längenmitte des Rumpfes nicht, dann bis zur Längenmitte des Schwanzstieles mäßig an Höhe zu, hierauf rascher an Höhe ab. Die Kopflänge ist nahezu $2^5/_6$mal, die größte Rumpfhöhe zirka $4^2/_7$ mal, der Abstand der 1. Dorsale vom vorderen Kopfende zirka $2^1/_3$mal, der Abstand derselben von der Fettflosse etwas weniger als $2^3/_5$mal, der Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende zirka $1^7/_8$mal in der Körperlänge ohne Caudale, die Kopfbreite nahezu 2mal, die Länge der Maxillarbarteln $1^7/_{10}$mal, die Länge des Auges 4mal, die Höhe desselben und die Breite des Interorbitalraumes je $5^2/_3$ mal, die Höhe der 1. Dorsale nahezu $1^1/_6$mal, die Länge der Pektorale $1^5/_7$mal, die der Ventrale $1^4/_5$mal, die Höhe der Anale $2^5/_6$mal, die Länge derselben etwas mehr als 3mal, die Höhe des Schwanzstieles zirka 6mal, die Länge desselben zirka $2^2/_5$mal, die größte Breite des Schwanzstieles zirka $2^5/_6$mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schnauze.

D. 1/6. A. 3/9. Sc. lat. (33—35 nach Kn. Gthr.) 38—40.

	Maße in Millimetern
Totallänge	235
Körperlänge (ohne Caudale)	197
Größte Rumpfhöhe	46
Höhe des Schwanzstieles	11
Länge » »	28½
Breite » »	24
Kopflänge	68
Kopfbreite	35
Länge der Maxillarbarteln	40
» Kinnbarteln	20
Länge des Auges	17
Höhe » »	12
Länge der Schnauze	40
Breite des Interorbitalraumes	12
Höhe der ersten Dorsale	58½
Basislänge der ersten Dorsale	28
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	85
» » von der Fettflosse	74
Länge der Fettflosse	9
» » Pektorale	48
» » Ventrale	38
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	105
Höhe der Anale	24
Länge » »	22

Hemidoras microstomus Eigenm.

Hemidoras microstomus Eigenm., The Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Memoirs of the Carnegie Mus., Vol. V, 1912, p. 193, Pl. XVIII, Fig. 2.

22 Exemplare aus dem Rio branco bei Boa Vista und Serra grande und aus dem Rio Surumú bei Serra do Mello (Coll. Haseman), 38 bis $41^1/_2$ *mm* lang. Diese Art ist sehr nahe verwandt mit *Oxydoras leporhinus*, doch ist die Rumpfhöhe ein wenig größer und es fehlen die beiden intensiv schwärzlichen Längsstriche oder Längsbinden an der Caudale sowie der große Fleck am Beginn der Dorsale. Auch ist die Stirnfontanelle kürzer und reicht nur bis zum Beginn des Occipitalfortsatzes. Ein großer, stark verschwommener, bläulichgrauer Humeralfleck.

Kopflänge 3 bis $3^1/_5$ mal, größte Rumpfhöhe $4^2/_7$ bis $4^4/_7$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), Augenlänge $2^1/_2$ mal, Schnauzenlänge $3^1/_3$ mal, Breite des Interorbitalraumes 5 mal, Höhe der Dorsale und Länge der Pectorale je $1^1/_{10}$ mal, Länge der Ventrale zirka 2 mal in der Kopflänge enthalten.

Maxillar- und Mentalbarteln gefiedert; erstere reichen nahezu bis zum unteren vorderen Ende der Kiemenspalte, letztere sind am basalen Teile durch keine Hautfalte verbunden.

Bei sämtlichen mir vorliegenden kleinen Exemplaren fehlt eine Occipitonuchalgrube.

Dorsalstachel in der Regel nur in der unteren Höhenhälfte seines Vorderrandes deutlich und dicht gezähnt, am hinteren Rande glatt oder nur im oberen Teile mit sehr schwach entwickelten Zähnchen in einer lockeren Reihe besetzt.

Der an beiden Rändern, namentlich am Innenrande mit verhältnismäßig sehr starken Sägezähnen bewaffnete Pektoralstachel erreicht mit seiner Spitze die Basis der Ventralen. Der schlanke, stachelartige Humeralfortsatz fällt mit seiner Spitze ein wenig hinter die Längenmitte des Pektoralstachels. Seitenschienen am Rumpfe an Zahl und Größe wie bei *O. leporhinus*, zirka 30 bis 32 hinter der Spitze des Humeralfortsatzes; die 2 letzten liegen auf der Basis der Schwanzflosse.

D. 1/6. A. 12—13. P. 1/7. Sc. l. 28—30 (+ 2 auf der C.).

	Maße in Millimetern	
Totallänge	$38^1/_2$	$41^1/_2$
Körperlänge	30	32
Kopflänge	10	10
Kopfbreite	7	7
Größte Rumpfhöhe	7	7
Höhe des Schwanzstieles	2	$2^1/_2$
Länge » »	5	—
Augenlänge	4	4
Breite des Interorbitalraumes	2	2
Schnauzenlänge	3	3
Höhe der Dorsale	9	9
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	13	14
» » » von der Fettflosse	7	$7^1/_2$
Basislänge der Dorsale	[illegible]	[illegible]
Länge der Pektorale	9	$8^1/_2$
» » Ventrale	5	$5^1/_2$
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	17	18

Vielleicht ist diese Art nur die Jugendform von *Oxydoras leporhinus* Eigenm.

Hemidoras leporhinus Eig.

Taf. IX, Fig. 1 bis 4.

Hemidoras leporhinus Eigenm., The Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carnegie Mus., Vol. V, 1912, p. 195, Pl. XIX, Fig. 1.

Zirka 36 Exemplare aus dem Rio Surumú bei Serra do Mello und aus dem Rio branco bei Serra grande und Boa vista, 44 bis 81 *cm* lang. In der Form des Körpers, namentlich in der Krümmung der oberen Profillinie der Schnauze, in der Zahl der Seitenschilder und deren geringer Höhe stimmen sie mit den typischen Exemplaren. Doch ist die Kopflänge im Verhältnis zur Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse) ausnahmslos merklich größer. In der von Eigenman, l. c., p. 193, gegebenen Bestimmungstabelle der *Hemidoras*-Arten von Britisch-Guiana wird *Hemidoras leporhinus* unter jene Arten gereiht, bei welchen eine Occipitonuchalgrube fehlt, während in der Beschreibung derselben Art auf p. 196 ausdrücklich hervorgehoben wird: »A small foramen on either side of the juncture betwen the dorsal plate and occipital process.« In der Abbildung auf Tafel XIX dagegen vermißt man eine Andeutung dieser Grube.

Bei den uns vorliegenden Exemplaren zeigen nur wenige, und zwar die größeren, ein deutliches Foramen an der erwähnten Stelle, bei allen übrigen fehlt es spurlos. Es gibt daher das Vorkommen oder Fehlen einer Occipitonuchalgrube kein verläßliches Unterscheidungsmerkmal für die *Oxydoras*-Arten.

Ein intensiv grauvioletter Streif an der Basis des oberen wie des unteren Caudallappens mit Ausnahme der 2 mittleren Caudalstrahlen. Häufig zieht sich derselbe längs der inneren Strahlen jedes Lappens bis zu dessen Spitze fort. Ein großer, dunkler, nicht scharf abgegrenzter Fleck liegt an und zunächst über der Basis der vorderen Dorsalstrahlen. Eine vollkommen gleiche Fleckung zeigt auch *Oxydoras trimaculatus* Blgr. aus dem Jurua, einem Nebenflusse des Amazonenstromes an dessen rechtem Ufer, doch sind bei letztgenannter Art die Schienen der Rumpfseiten viel höher als bei *O. leporhinus*, so daß ich es, trotz der sonstigen auffallend großen Ähnlichkeit in der Kopfform, nicht wage, beide Arten zu vereinigen, zumal sie sich auch in der Form des Humeralfortsatzes und in der Länge der Stirnfontanelle voneinander zu unterscheiden scheinen. Nach Boulenger soll sich *O. trimaculatus* von *O. stenopeltis* Kn. unter anderen Eigentümlichkeiten auch durch den Mangel einer Occipitonuchalgrube unterscheiden; die von Boulenger gegebene Abbildung (siehe Blgr., On a Coll. of Fish. from the Rio Jurna in Transact. of the Zool. Soc. of London, Vol. XIV, Pt. VII, 1898, pl. XL, Fig. 1) zeigt aber ganz deutlich, daß diese Grube bei *O. trimaculatus* wenigstens in einzelnen Fällen zur Entwicklung kommt.

Bei den uns vorliegenden Exemplaren von *O. leporhinus* ist die Kopflänge 3 bis $3^2/_3$ mal, die größte Rumpfhöhe fast 5 bis $4^4/_5$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, der längere Augendurchmesser zirka $2^1/_2$ bis $2^5/_7$ mal, die Schnauzenlänge 2 bis $2^1/_2$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $3^4/_5$ bis $4^3/_4$ mal, die Höhe des Schwanzstieles zirka $3^1/_4$ bis $4^2/_9$ mal, die Länge desselben etwas weniger als 2 mal in der Kopflänge enthalten. Die Stirnfontanelle reicht bis zur Spitze des Occipitalfortsatzes. Mundspalte klein. Die gefiederten Maxillarbarteln sind lang und reichen bis zur Basis des Pektoralstachels zurück. Die gleichfalls stark gefiederten viel kürzeren Mandibularbarteln sind an ihrer Basis nicht durch einen Hautsaum vereinigt. Die Kiefer scheinen bei jungen Individuen zahnlos zu sein. Bei dem großen Exemplar von 81 *mm* Länge liegen im Unterkiefer 6 ziemlich große braune Zähne. Der mehr minder schwach gebogene Pektoralstachel ist zuweilen länger als der Dorsalstachel und dann ein wenig länger als der Kopf.

Die Zähnelung am vorderen Rande des Dorsalstachels ist unter der Lupe deutlich unterscheidbar. Sie beschränkt sich zuweilen nur auf das basale Drittel oder Viertel der Stachelhöhe und die Zähnchen sind sehr klein und dicht aneinandergerückt. Bei einigen Exemplaren aber ist die ganze untere Höhenhälfte des Dorsalstachels am Vorderrande gezähnt, die Zähnchen nehmen nach oben merklich an Länge zu und rücken zugleich ein wenig weiter auseinander. Am hinteren Rande des Dorsalstachels sind unter der Lupe nur sehr schwache Spuren einer Zähnelung bemerkbar.

Der Pektoralstachel ist am Innenrande viel stärker sägeförmig gezähnt als am Außenrande und die Zahnspitzen sind nach vorne gekehrt. Die Spitze des Pektoralstachels reicht nur zuweilen bis zur Insertionsstelle der Ventrale zurück. Caudale tief dreieckig eingebuchtet; unterer Caudallappen ein wenig länger und kräftiger als der obere. Der Humeralfortsatz ist der Form nach variabel, in der Regel sehr gestreckt dreieckig und endigt nach hinten bald stark zugespitzt, bald abgestumpft. Sein hinteres Ende fällt hinter die Längenmitte des Pektoralstachels.

In dem nach hinten von dem absteigenden Teile der Dorsalplatte und der Spitze des Humeralfortsatzes abgeschlossenen Raume des Vorderrumpfes liegen zirka 4 bis 6 stark überhäutete Knochenplättchen in halbbogiger Anordnung. Auf diesen folgen 32 bis 33 Seitenschienen am Rumpfe und 2 auf der Caudale; die 2 bis 3 ersten derselben sind teilweise überhäutet; die folgenden nehmen bis zum Beginne des Schwanzstieles allmählich, im ganzen nur wenig an Höhe zu, so daß die am stärksten entwickelten seitlichen Rumpfschienen an Höhe nur $^1/_3$ bis $^1/_4$ der größten Rumpfhöhe erreichen.

Die medianen Dornen der Seitenschiene sind in dem vorderen Drittel der Rumpflänge gleichmäßig schwach entwickelt, nehmen hierauf allmählich an Größe zu und bilden, nahe aneinandergerückt, in dem zwischen der Anale und Fettflosse gelegenen Rumpfteile sowie am Schwanzstiele zusammen eine scharf nach außen vortretende Kante.

D. 1/5—6. A. 3/9. Sc. l. 32—33 (+ 2 auf d. C.).

Diese Art wurde von Dr. Haseman in großer Menge in Rio branco bei Boa Vista an einer Sandbarre zur Nachtzeit sowie bei Serra grande gesammelt, daher sie auch dem Amazonasgebiete angehört.

	Maße in Millimetern			
Totallänge	81	60	52½	45
Körperlänge	69½	48	44	37
Kopflänge	19	13	13	11
Kopfbreite	13	8	—	7¾
Rumpfhöhe	14	10	—	7¾
Höhe des Schwanzstieles	4½	4	3	3
Länge » »	11	7	—	6
» der Schnauze	9	6	5	5
» des Auges	7	5	5	4
Breite des Interorbitalraumes	4	3	3	2
Höhe der Dorsale	18	12	12	9
Basislänge der Dorsale	10	6	—	5
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	26	19½	18	14
» » von der Fettflosse	20	12	—	9
Länge der Fettflosse	6	5	—	4
» » Pektorale	18	14	13	10
» Ventrale	11	7	6	6
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	35	27	24	20
Höhe der Anale	11½	8	—	6½
Länge » »	10½	—	—	5½

Hemidoras affinis Steind.

Von dieser nach Exemplaren aus dem Rio Puty, einem größeren Nebenflusse an der rechten Seite des Paranahyba nördlich von Therezina, beschriebenen Art liegen mir derzeit noch jüngere Exemplare aus dem Itapicurú bei Caxias und aus einem linken Nebenflusse des Paranahyba bei Engenho da Agua bis zu 100 *mm* Länge vor. Bei allen diesen Exemplaren sind die Kiefer noch vollkommen zahnlos. Die

Maxillarbarteln reichen bei dem 109 *mm* langen Exemplar von Caxias bis zur Basis des Pektoralstachels, bei den übrigen Exemplaren von 35 bis 110 *mm* Länge nur nahezu oder genau bis zum hinteren Rande des Auges.

Bei dem nächst Caxias gesammelten Exemplar von 109 *mm* Länge mit längeren Maxillarbarteln ist die Kopflänge zirka 3 mal, die größte Rumpfhöhe $4^1/_4$ mal in der Körperlänge ohne Caudale, die Kopfbreite zirka $1^2/_3$ mal, die Länge der Schnauze $1^7/_8$ mal, die Länge des Auges zirka $3^2/_5$ mal, die Höhe desselben $4^1/_7$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $5^4/_5$ mal, die Länge der Maxillarbarteln zirka $1^1/_3$ mal, die der äußeren Kinnbarteln zirka $5^1/_5$ mal, die Höhe des Stachels der 1. Dorsale zirka $1^1/_{10}$ mal, die Länge des Pektoralstachels zirka $1^1/_6$ mal, die Länge der Ventrale zirka 2 mal, die Höhe des Schwanzstieles $4^5/_6$ mal, die Länge desselben zirka $2^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Spitze der zurückgelegten Pektorale reicht bis zur Einlenkungsstelle der Ventrale oder noch unbedeutend weiter zurück.

Die Fettflosse ist sehr niedrig und fast genau so lang wie das Auge.

Scapula nicht überhäutet, an der Außenseite granuliert.

Seitenschilder in der vorderen Rumpfhälfte rudimentär, überhäutet und ohne mediane Dornen. In der hinteren Rumpfhälfte liegen 18 bis 20 gut entwickelte, freiliegende Schilder, deren Dornen im mittleren Längendrittel des Schwanzstieles am stärksten hervortreten und hierauf rasch an Größe abnehmen.

In nachfolgender Tabelle sind die Maße zweier gleich großer Exemplare von Engenho da Agua und von Caxias angegeben, die sich, wie ersichtlich, nur in der Länge der Maxillarbarteln voneinander unterscheiden.

D. 1/6. A. 4—5/8. V. 1/6. P. 1/10. Sc. lat. zirka 15 (rudim.) + 18—20.

	Maße in Millimetern	
Totallänge	zirka 109	109
Körperlänge (ohne Caudale)	89	89
Größte Rumpfhöhe	21	21
Höhe des Schwanzstieles	$6^1/_2$	6
Länge » »	11	12
Kopflänge	$28^1/_2$	29
Kopfbreite	$17^1/_2$	$17^1/_2$
Länge der Maxillarbarteln	17	22
» » äußeren Kinnbarteln	—	5
» des Auges	8	$8^1/_2$
Höhe » »	7	7
Schnauzenlänge	16	$15^1/_2$
Breite des Interorbitalraumes	6	$5^1/_2$
Höhe der ersten Dorsale	$28^1/_2$	27
Länge » » »	—	12
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	37	37
» von der Fettflosse	$21^1/_2$	$21^1/_2$
Länge der Fettflosse	8	8
» » Pektorale	$25^1/_2$	25
» » Ventrale	15	15
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	49	49
Höhe der Anale	14	14
Länge » »	—	10

Hemidoras hasemani n. sp.

Taf. X, Fig. 4 bis 7.

Körperform sehr gestreckt, komprimiert, nur am Schwanzstiele deprimiert und breiter als hoch. Seitenschienen vom Beginne an gut entwickelt, die vordersten am höchsten und je nach dem Alter an Höhe $^1/_2$ bis $^2/_5$ der größten Rumpfhöhe gleich. Ihre Zahl beträgt bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen 35 bis 37, weitere 2 bis 3 liegen auf der Schwanzflosse. Schwanzstiel niedrig, die medianen Hakendornen der Seitenschienen bilden daselbst eine scharf vorspringende Kante. Maxillarbarteln am Außenrande stark gefiedert, nach hinten die Kinnbarteln nur wenig überragend, mit diesen durch eine Hautfalte verbunden und zirka bis zum hinteren Augenrande zurückreichend. Kein Foramen occipitonuchale. Ein großer, schwarzer Fleck in der oberen Höhenhälfte der vorderen Dorsalstrahlen, doch den oberen Rand derselben nicht erreichend. Humeralfortsatz nur wenig länger als das Auge. Kopflänge zirka 3 mal, größte Rumpfhöhe zirka $5^1/_2$ bis 5 mal in der Körperlänge, Schnauzenlänge etwas mehr als 2 mal, Augenlänge ein wenig mehr als $3^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten. Fettflosse niedrig, zirka 2 mal höher als lang.

D. 1/7. V. 7. A. 3/10—11. P. 1/9. Sc. lat. 36—41 (davon die 3 bis 4 letzten auf der Caudale).

Durch die schlanke Körperform und Länge der Schnauze nähert sich diese Art am meisten dem *Hemidoras* (*Oxydoras*) *orestis* und *H.* (*O.*) *affinis* Steind., unterscheidet sich aber wesentlich von beiden durch die stärkere Krümmung der oberen Profillinie der Schnauze, insbesondere aber durch die viel stärkere Entwicklung der Seitenschienen des Rumpfes, von denen die vorderen am höchsten sind, bei *O. orestis* und *O. affinis* wie auch bei *O.* (*Hemidoras*) *notospilus* Eig. aus Britisch-Guiana rudimentär bleiben.

Die obere Profillinie des Kopfes steigt von der Stirngegend bis zum Beginn der Dorsale ohne Krümmung schwächer an, als sie längs der Schnauze zum vorderen Kopfende mäßig konvex abfällt; zuletzt ist sie zwischen den vorderen Narinen bis zur Schnauzenspitze schwach konkav.

Die Kopflänge ist unbedeutend mehr oder weniger als 3 mal, größte Rumpfhöhe etwas mehr oder weniger als $5^1/_2$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), der längere Augendurchmesser bei jüngeren Exemplaren $3^1/_7$ mal, bei älteren von 97 bis 102 *mm* Länge $3^1/_2$ bis $3^3/_4$ mal, die Schnauzenlänge $2^1/_5$ bis etwas mehr als 2 mal, die Breite des querüber konkaven Interorbitalraumes 7 bis 9 mal, die Kopfbreite $1^5/_6$ bis 2 mal, der Abstand der Dorsale von der Fettflosse 4 bis $3^1/_3$ mal, der Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende zirka $2^1/_2$ bis $2^4/_5$ mal, die Entfernung der Einlenkungsstelle der Ventralen vom vorderen Kopfende nur unbedeutend mehr als 2 mal, die Höhe des Dorsalstachels $1^1/_4$ bis $1^1/_3$ mal, die Länge des Pektoralstachels $1^1/_2$ bis $1^1/_3$ mal, die Länge der Ventrale durchschnittlich 2 mal, die Höhe der Anale zirka 2 mal, die Basislänge derselben zirka $2^1/_2$ bis $2^1/_3$ mal, die Höhe des Schwanzstieles $7^1/_2$ bis 7 mal, die Länge desselben 2 bis $1^3/_4$ mal in der Kopflänge mit Einschluß des häutigen Deckellappens enthalten.

Schnauze von den Narinen ab nach vorne gleich den Seiten des Kopfes nakthäutig und schwächer vorgezogen als bei *O. orestis* und *O. affinis*.

Die Stirnfontanelle reicht nach hinten bis zum Beginn des Occipitalfortsatzes und ist in der Gegend des hinteren Augenrandes durch eine schmale knöcherne Querbrücke unterbrochen.

Mundspalte unterständig. In den kleinen Zwischenkiefern bemerkt man unter der Lupe eine Gruppe kleiner Zähnchen. Unterkiefer bei sämtlichen der mir vorliegenden halberwachsenen Exemplaren (bis zu 132 *mm* Länge) zahnlos.

Die stabförmigen Maxillaria nehmen mit dem Alter unverhältnismäßig rasch an Länge zu. Die lappenförmigen Maxillarbarteln reichen zirka bis zum hinteren Augenrande zurück, sind am Außenrande lang gefiedert und überragen mit ihrer Spitze ein wenig die kürzer gefiederten Kinnbarteln, mit denen sie, wie letztere unter sich, durch eine stark entwickelte Hautfalte verbunden sind.

Auge oval, zirka $1^3/_5$ bis $1^1/_2$ mal länger als hoch.

Humeralfortsatz nach hinten löffelförmig sich ausbreitend, länger als hoch, an der Außenseite zart erhaben, längsgestreift und am unteren Rande mehr minder deutlich kielförmig erhöht.

Kein überhäutetes Foramen längs unter und zwischen dem Occipitalfortsatz und der Dorsalplatte. Eine seichte Rinne trennt äußerlich den Occipitalfortsatz und die Dorsalplatte und bildet scheinbar eine Fortsetzung der Stirnfontanelle.

Ein Porus pektoralis fehlt.

Dorsal- und Pektoralstachel in der Regel von nahezu gleicher Länge, schlank, stark zugespitzt.

Der Dorsalstachel ist in der unteren Hälfte seines Vorderrandes sehr zart und dicht gezähnt; an seinem hinteren Rande liegen bis zu seiner Spitze gleichfalls sehr zarte Zähnchen, doch in einer lockeren Reihe. Viel stärker entwickelt sind Hakenzähne an dem ein wenig kräftigeren, deprimierten Pektoralstachel, namentlich an dessen innerem Rande. Die Spitzen dieser Hakenzähne sind am Innenrande des Stachels nach vorne, am Außenrande nach hinten umgebogen.

Die Spitze des Pektoralstachels überragt mehr oder minder unbedeutend die Insertionsstelle der Ventralen, die in vertikaler Richtung fast genau unter das hintere Basisende der Dorsale fällt und etwas näher zum vorderen Kopfende als zur Basis der mittleren Caudalen (um zirka $^1/_2$ bis 1 Augenlänge) liegt.

Fettflosse niedrig, an Länge variabel, etwas kürzer oder länger als das Auge und zirka 2 mal länger als hoch. Der Abstand der Fettflosse von der Basis des letzten Dorsalstrahles ist ein wenig länger als der Kopf mit Ausschluß des postorbitalen Teiles desselben oder 4 bis $3^1/_3$ mal, die Entfernung des Beginnes der Dorsale vom vorderen Kopfende zirka $2^1/_2$ bis $2^4/_5$ mal und die der Basis der Ventrale vom vorderen Kopfende nur wenig mehr als 2 mal in der Körperlänge (ohne Caudale) enthalten.

Caudale am hinteren Rande tief dreieckig eingebuchtet, mit schlanken, zugespitzten Caudallappen, von denen bald der untere, bald der obere ein wenig länger als der andere ist und, von der Basis der mittleren Caudalstrahlen ab gemessen, an Länge zirka dem Kopfe zwischen dem vorderen Schnauzenende und dem hinteren Augenrande gleicht.

Der Humeralfortsatz breitet sich hinten löffelförmig; er ist länger als hoch, an der Außenseite der Länge nach gestreift und am unteren Rande mehr minder deutlich kielförmig erhöht.

In dem von dem Humeralfortsatze und dem absteigenden schlanken Ast der Dorsalplatte abgeschlossenen vordersten Teile der Rumpfseiten liegen in bogiger Reihe 5 überhäutete Knochenplättchen, die nach außen als kleine Dornen oder leistenartig vorspringen. Auf diese folgt eine kontinuierliche Reihe von 36 bis 41 Seitenschildern, die durchschnittlich $^2/_3$ der Rumpfseite an Höhe decken und gegen die Caudale anfänglich sehr wenig und erst vom Beginn des Schwanzstieles an etwas rascher an Höhe abnehmen.

Die medianen, hakenförmigen Dornen der Seitenschienen sind am stärksten in dem mittleren größeren Längsdrittel des Schwanzstieles entwickelt und bilden an diesem eine stark hervortretende Seitenkante, so daß der Schwanzstiel im Durchschnitt rhombenförmig erscheint und breiter als hoch ist. Kurz vor Beginn der mittleren Caudalstrahlen und auf dem basalen Teil derselben nehmen die Seitenschienen sehr rasch an Größe ab.

Am hinteren Rande der Seitenschienen liegen über wie unter dem medianen Dorne durchschnittlich 5 bis 4 Nebenzähne.

Bei einigen wenigen Exemplaren unserer Sammlung bemerkt man hinter der Fettflosse bis zu den Randstrahlen des oberen Caudallappens einige zart überhäutete Dörnchen am oberen Rande des Schwanzstieles, dagegen fehlen ausnahmslos knöcherne Platten zwischen der Dorsale und der Fettflosse.

Ein sehr großer, scharf abgegrenzter Fleck auf der strahligen Dorsale wie bei *H. orestis* und ein schräggestellter grauvioletter Längsstreif am oberen wie am unteren Caudallappen.

Zahlreiche Exemplare dieser Art bis zu 132 *mm* Länge wurden von Dr. Haseman an sandigen Stellen des Rio branco bei Boa Vista und Serra grande und an der Mündung des Rio negro im Oktober 1912 und Jänner 1913 gesammelt.

	Maße in Millimetern		
Totallänge	132	109	80
Körperlänge (ohne Caudale)	110	93	64
Kopflänge	35	30	22
Kopfbreite	18	$15^1/_2$	$11^1/_2$
Größte Rumpfhöhe	19	$16^1/_2$	12
Höhe des Schwanzstieles	5	4	3
Länge » »	22	16	10
Längsdurchmesser des Auges	12	9	7
Schnauzenlänge	18	14	10
Breite des Interorbitalraumes	6	4	3
Höhe der Dorsale	27	24	18
Länge » »	12	$11^1/_2$	7
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	41	34	$25^1/_2$
» » » von der Fettflosse	33	21	16
Länge der Pektorale	$26^1/_2$	23	15
» Ventrale	19	15	$11^1/_2$
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	52	43	30
Länge der Anale	13	12	—
Höhe » »	17	14	—
Länge der Maxillarbarteln	20	18	13

Hemidoras (Leptodoras) boulengeri n. sp.

Taf. VIII, Fig. 1 bis 3.

Körperform gestreckt; Schnauze lang, niedrig, Mundspalte zahnlos. Mundbarteln gefiedert, unter sich nicht durch eine dünne Haut verbunden. Maxillarbarteln lang, bis zur Basis der Pektorale, Stirnfontanelle bis zum Beginne des Occipitalfortsatzes zurückreichend. Humeralfortsatz schlank dreieckig nach hinten zugespitzt, viel länger als hoch; Dorsalstachel am vorderen und hinteren Rande sägeförmig gezähnt. Schwanzstiel oben und unten ohne knöcherne Platten. Die freiliegenden Knochen an der Oberseite des Kopfes, die Dorsalplatte und der Humeralfortsatz ziemlich stark erhaben gestreift. Dorsal- und Pektoralstachel nahezu gleich lang, letzterer bis zur Ventrale zurückreichend. Ein Porus pektoralis fehlt, ebenso ein überhäutetes Foramen an jeder Seite des Nackens zwischen dem Occipitalfortsatz und der Dorsalplatte.

Schilder der Seitenlinie gegen die Caudale ziemlich gleichmäßig an Höhe abnehmend, mit einer medianen Reihe hakenförmig umgebogener kräftiger Dornen, über wie unter diesen am hinteren Rande gezähnt, überhäutet. In dem von dem hinteren Kopfrande der Dorsalplatte und dem Humeralfortsatze umschlossenen Raume liegen noch 2 ziemlich große und eine kleine Knochenplatte; erstere sind viel länger als hoch und mit einer schwachen kielförmigen medianen Leiste versehen, während die hinterste sehr kleine Platte einen Dorn trägt.

D. 1/6. P. 1/8. A. 13. V. 7. Scuta lateralia (3+) 35.

Bei einer Totallänge von 167 *mm* ist die größte Rumpfhöhe zirka $4^3/_4$ mal, die Kopflänge etwas mehr als $3^1/_6$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), die Kopfbreite $1^1/_2$ mal, der längere Augendurchmesser $\cdot 5$ mal, die Höhe des Auges $6^3/_7$ mal, die Schnauzenlänge $1^7/_8$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $5^5/_8$ mal, die Höhe des Dorsalstachels wie die Länge des Pektoralstachels je ganz unbedeutend mehr als 1 mal, die

Länge der Ventrale unbedeutend mehr als 2mal, die Länge des Schwanzstieles $2^3/_8$mal, die Höhe derselben $5^5/_8$mal in der Kopflänge enthalten.

Kopf komprimiert, dreieckig, Schnauze zirka $2^1/_2$ mal länger als das Auge.

Die Maxillarbarteln sind zirka $3^1/_4$mal länger als die äußeren Kinnbarteln und am Außenrande mit ziemlich langen Fransen in regelmäßigen Abständen besetzt. Dorsalplatte breit, dachförmig abfallend, am unteren Rande nur mäßig konkav.

Die Fettflosse ist zirka 2mal so lang wie hoch und zirka $1^1/_3$mal länger als das Auge, Caudale am hinteren Rande tief, dreieckig eingebuchtet.

Der Pektoralstachel ist sehr kräftig, stark deprimiert und mit längeren Randdornen bewaffnet als der Dorsalstachel.

Die vordersten höchsten Platten der Seitenlinie, die unter der 1. Dorsale liegen, erreichen zirka $^1/_9$ der größten Rumpfhöhe.

Obere Körperhälfte grauviolett, Unterseite des Kopfes und Rumpfes milchweiß.

Ein Exemplar von der Mündung des Rio Negro.

In der Körperform und der Höhe der seitlichen Rumpfplatten steht diese Art dem *H. acipenserinus* Gthr. sehr nahe, unterscheidet sich aber von diesem namentlich durch die gestreckte, stachelartige Form des Humeralfortsatzes und die geringere Anzahl der Analstrahlen sowie der Platten an der Seitenlinie.

	Maße in Millimetern
Totallänge	167
Körperlänge (ohne Caudale)	142
Größte Rumpfhöhe (am Beginne der Dorsale)	30
Höhe des Schwanzstieles	8
Länge desselben	19
Kopflänge (mit Einschluß des häutigen Opercellappens)	45
Kopfbreite	30
Kopfhöhe in der Augengegend	19
» unter dem hinteren Ende des Occipitalfortsatzes	$26^1/_2$
Länge des Auges	9
Höhe » »	7
Schnauzenlänge	24
Länge des Maxillarbartels	36
» » äußeren Kinnbartels	11
Breite des Interorbitalraumes	8
Höhe der Dorsale	43
Länge » »	17
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	62
» » von der Fettflosse	35
Länge der Fettflosse	12
Höhe derselben	$6^1/_2$
Länge der Pektorale	$41^1/_2$
» » Ventrale	22
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	81
Höhe der Anale	24 ?
Länge » »	17
Höchste Platte der Seitenlinie	zirka $13^1/_2$

Hemidoras (Leptodoras) linelli (Eigenm.).

Leptodoras linelli Eigenm., The Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carnegie Mus., Vol. V, 1912, p. 191, pl. XVII, Fig. 1, pl. XVIII, Fig. 1.

7 Exemplare 7·2 bis 9 *mm* lang aus dem Rio branco bei Boa Vista und Serra grande (Coll. Haseman), bisher nur aus Britisch-Guiana bekannt. Die obere Profillinie der Schnauze ist nahezu geradlinig [1] und fällt viel steiler nach vorne ab, als der Rest der oberen Kopflinie und die Nackenlinie nach hinten ohne Krümmung bis zum Beginn der Dorsale ansteigt.

Mundspalte halb unterständig. Die Maxillarbarteln wie die Mentalbarteln gefiedert, erstere nicht ganz bis zum vorderen unteren Ende der Kiemenspalte zurückreichend, Mentalbarteln im basalen Teile durch eine Hautfalte vereinigt. Kiefer zahnlos.

Kiemendeckel sehr schwach radienförmig gestreift. Knochen am Hinterhaupte und Nacken wie fein ziseliert.

Kopflänge zirka $3^1/_2$ bis $3^1/_3$ mal, größte Rumpfhöhe $6^1/_2$ bis 6 mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse), Kopfbreite $1^5/_6$ mal, Länge der Schnauze zirka $2^1/_4$ bis 2 mal, längerer Augendurchmesser $3^3/_5$ bis $3^5/_6$ mal, Breite des Interorbitalraumes $6^2/_3$ mal, Höhe der Dorsale und Länge der Pektorale je $1^1/_3$ mal, Länge der Ventrale ein wenig mehr als 2 mal, Höhe der Anale gleichfalls ein wenig mehr als 2 mal, Länge derselben $2^2/_9$ mal, Höhe des Schwanzstieles $6^2/_3$ mal, Länge desselben $1^5/_6$ mal in der Kopflänge enthalten.

Der Stachel der Dorsale ist ebenso lang wie der Pektoralstachel und am vorderen Rande nicht ganz bis zur Stachelspitze deutlich zart gezähnt. Der hintere Rand desselben zeigt bei dem vorliegenden Exemplar nur nächst unter der Stachelspitze eine sehr schwache Spur einer lockeren Zähnelung (unter der Lupe). Die Pektorale ist am Innenrande stärker als am Außenrande gezähnt und die Spitze des zurückgelegten Stachels reicht nicht ganz bis zur Längenmitte der Ventrale zurück. Caudale mit zugespitzten Lappen, von denen der obere ein wenig länger und stärker als der untere entwickelt ist, und am hinteren Rande tief dreieckig eingebuchtet.

4 rudimentäre überhäutete Knochenplättchen mit deutlich vorspringendem zentralen Dorn liegen bogenförmig angeordnet zwischen dem absteigenden Aste der Dorsalplatte und der Spitze des Humeralfortsatzes; hierauf folgen 38 bis 39 Seitenschienen mit gezähntem Hinterrande und einem medianen Hakendorn. Diese Dornen nehmen allmählich zirka bis zur Längenmitte des Schwanzstieles ein wenig an Stärke zu und bilden von der Analgegend an eine scharf hervortretende Kante, so daß der Schwanzstiel nächst hinter der Fettflosse zirka $1^2/_3$ mal breiter als hoch ist.

Ein grauvioletter Längsstreif auf den inneren Strahlen der beiden Caudallappen über, respektive unter den beiden Mittelstrahlen der Caudale.

D. 1/6. A. 3/10. P. 1/9. V. 1/6. Sc. lat. (4 +) 36 – 7 + 2 (auf der C.).

	Maße in Millimetern		
Totallänge	90	80	73
Körperlänge (ohne Caudale)	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Kopflänge	23	21	18
Kopfbreite	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Rumpfhöhe	$12^1/_2$	10	9
Höhe des Schwanzstieles	4	3	3

[1] Nächst hinter der Schnauzenspitze äußerst schwach konkav.

	Maße in Millimetern		
Länge des Schwanzstieles	$14^1/_2$	11	$11^1/_2$
Größte Breite des Schwanzstieles	7	5	5
Länge des Auges	6	6	5
» der Schnauze	11	10	9
Breite des Interorbitalraumes	3	3	2
Höhe der Dorsale	18	15	$12^1/_2$
Länge » »	7	7	$6^1/_2$
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	27	25	$23^1/_2$
» » » von der Fettflosse	25	19	17
Länge der Pektorale	17	15	13
» » Ventrale	12	$9^1/_2$	9
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	32	29	27
Höhe der Anale	12	10	10
Länge » »	11	9	$8^1/_2$

Trachycorystes obscurus (Gthr.).

1 Exemplar, ♂, mit Einschluß der Caudale 162, ohne diese 135 *mm* lang, von der Mündung des Rio Negro.

Caudale am hinteren Rande seicht eingebuchtet. Oberseite des Kopfes zart, Außenseite des zugespitzten Humeralfortsatzes grob granuliert. Stirnfontanelle auch nach vorne knöchern umschlossen, mehr als 4 mal länger als breit, vorne und hinten oval gerundet.

Pektoralstachel sehr kräftig, deprimiert, am Außen- und Innenrande mit starken Hakenzähnen dicht besetzt, sehr schwach säbelförmig gebogen. Dorsalstachel schlank, am Vorderrande gezähnt. Kiefer gleich weit nach vorne reichend. Vordere Kinnbarteln zirka $^2/_3$ mal kürzer als das Auge.

Die Spitze des Humeralfortsatzes und die Maxillarbarteln reichen zirka bis zur Längenmitte des Pektoralstachels zurück.

Kopflänge unbedeutend mehr als 4 mal, größte Rumpfhöhe $3^3/_4$ mal, Länge des Pektoralstachels und Basislänge der Anale je $3^3/_4$ mal, Länge der Maxillarbarteln etwas mehr als $3^1/_2$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, Kopfbreite $1^2/_9$ mal, Breite der Mundspalte nahezu 2 mal, Augenlänge $3^2/_3$ mal, Breite des Interorbitalraumes $1^5/_8$ mal, Schnauzenlänge zirka $5^1/_2$ mal, Höhe der 1. Dorsale etwas weniger als 1 mal, Länge derselben $2^1/_5$ mal, Basislänge der Fettflosse zirka $6^3/_5$ mal, Höhe derselben $3^5/_9$ mal, Länge der Ventrale $1^4/_7$ mal, Höhe der Anale $1^5/_7$ mal, Höhe und Länge des Schwanzstieles je $1^5/_6$ mal.

Tiefbraun, Bauchfläche weißlich, Porenmündungen an Kopf und Rumpf milchweiß umrandet. Bisher war diese Art nur aus dem Essequibo bekannt. Das uns vorliegende Exemplar aus dem Amazonasgebiete unterscheidet sich nur unbedeutend von den typischen Exemplaren des britischen Museums, und zwar durch die schlankere, längliche (nicht runde) Form der Stirnfontanelle, die viel geringere Länge der vorderen Mentalbarteln und das Vorkommen von 10 Strahlen in der Ventrale sowie von 7 Gliederstrahlen in der 1. Dorsale.

D. 1/7. V. 1/9. A. 21 an 22.

	Maße in Millimetern
Totallänge	162
Körperlänge (ohne Caudale)	135
Größte Rumpfhöhe	36½
Höhe des Schwanzstieles	18
Länge » »	18
Kopflänge	33
Kopfbreite	27
Mundbreite	17
Länge der Maxillarbarteln	39
» » äußeren Mentalbarteln	19
» » inneren oder vorderen Mentalbarteln	6
Augenlänge	9
Breite des Interorbitalraumes	20
Schnauzenlänge	zirka 6
Höhe der ersten Dorsale	35
Basislänge derselben	15
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	42
» » von der Fettflosse	51
Höhe der Fettflosse	9
Länge » »	5
» » Pektorale	36
» » Ventrale	35
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	63
Basislänge der Anale	36
Höhe der Anale am 1. und 2., gemeinsam dick überhäuteten Strahle	19

Auchenipterus nigripinnis (Blgr.).

Euanemus nigripinnis Blgr., On a Collect. of Fishes from the Rio Paraguay, Transact. of the Zool. Soc. of Lond., Vol. XIV, pt. 2, N. 1, 1896, p. 28, pl. IV, Fig. 2, u. Proc. Z. S. of Lond., 1895, p. 524.

Diese Art war bisher nur aus dem Rio Paraguay bekannt, kommt jedoch auch nicht selten in den Nebenflüssen des Rio Pará bei Pará (Belem) vor, auf dessen Fischmarkte ich während der brasilianischen Expedition im Jahre 1903 mehrere Exemplare in beiden Geschlechtern erwarb. Auch die Sammlung Haseman enthält ein Exemplar von Pará.

Bei einem ♂ von 147 *mm* Länge ist die Kopflänge zirka $5^1/_3$ mal, die größte Rumpfhöhe 6 mal in der Körperlänge, die Kopfbreite etwas mehr als $1^1/_3$ mal, die Augenlänge $3^2/_7$ mal, die Schnauzenlänge $2^5/_9$ mal, die Breite des Interorbitalraumes etwas mehr als 2 mal, die Höhe der Dorsale unbedeutend mehr als 1 mal, die Länge der Pektorale sowie die der Ventrale je etwas weniger als $2^1/_7$ mal, die Höhe des Schwanzstieles zirka 2 mal, die Länge desselben $1^2/_3$ mal in der Kopflänge enthalten.

Maxillare kahnförmig gebogen, einem gekrümmten Stabe ähnlich; das Maxillarbartel reicht bis zum Ende der Pektorale zurück. Erster Analstrahl dick überhäutet, stachelartig, an seiner Basis liegt die Analmündung. Auch die 2 bis 3 folgenden Strahlen sind stachelähnlich. Die Basislänge der Anale gleicht zirka $^2/_5$ der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale) und die Entfernung der Dorsale von der Fettflosse nahezu der Hälfte der Totallänge.

Die Dorsale ist 4 mal höher als lang, der Pektoralstachel am Innenrande mit Hakenzähnen bewaffnet.

Der Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende ist bei dem hier beschriebenen Männchen 2 mal größer als der Dorsale.

D. 1/6. V. 13. A. 37.

Seitenlinie wellig mit kurzen Ausläufern nach oben und unten, Seiten des Rumpfes silberfarben. Eine silbergraue, schmale Längsbinde zieht oberhalb der Höhenmitte des Rumpfes zur Caudale. Pektorale schwärzlichgrau.

	Maße in Millimetern
	♂
Totallänge	147
Körperlänge (ohne Caudale)	121
Kopflänge	23
Kopfbreite	18
Größte Rumpfhöhe über dem Beginn der Anale	21
Höhe des Schwanzstieles	11
Länge » »	14
» » Auges	7
» der Schnauze	9
Breite des Interorbitalraumes	11
Länge des Maxillare	14
» » Maxillarbartels	23
Äußeres Mentalbartel	27
Inneres »	29
Höhe des Dorsalstachels	20
» » Pektoralstachels	20
Basislänge der Dorsale	5
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	21
» » » von der Fettflosse	68
Länge der Pektorale	20
» » Ventrale	20
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	43
Basislänge der Anale	57

D. 1/6. V. 13. A. 3/33–34.

Auchenipterus (Pseudepapterus) hasemani n. subg., n. sp.

Rumpf sehr stark komprimiert. Dorsale sehr niedrig, mit 1 kurzen Stachel und 5 (an 6) Gliederstrahlen; Fettflosse vorhanden, sehr klein, faserstrahlig. Ventralen nicht miteinander durch eine Haut vereinigt.

Anale lang (mit zirka 57 Strahlen). Kieferbarteln lang. Pektorale (mit Ausnahme des Stachels) vollständig, Ventrale in der äußeren Hälfte größtenteils schwärzlich, Kopflänge $5^1/_2$ mal, Rumpfhöhe etwas mehr als 5 mal in der Körperlänge (ohne Caudale), Augendurchmesser und Schnauzenlänge je $3^1/_2$ mal, Breite des Interorbitalraumes $2^1/_3$ mal, Höhe des Schwanzstieles 2 mal in der Kopflänge enthalten. Pektoralstachel am Innenrande mit Hakenzähnen besetzt.

D. 1/5 an 6. V. 1/11. A. 3/54. P. 1/14.

In der Körperform unterscheidet sich diese Art nicht von den übrigen Arten der Gattung *Auchenipterus*; durch die auffallend geringe Höhenentwicklung der Dorsale nähert sie sich dem *Epapterus dispilurus*, von dem sie sich aber wesentlich durch die deutliche Entwicklung einer und zwar faserstrahligen Fettflosse unterscheidet. Zähnchen im Zwischenkiefer unter der Lupe nicht unterscheidbar, doch durch das Gefühl wahrzunehmen. Auge seitlich, nächst hinter den Mundwinkeln gelegen, ein wenig länger als die Schnauze.

Stirnfontanelle lang, nach vorne bis zum Beginn der Schnauze (somit bis zur Gegend des vorderen Augenrandes), nach hinten bis knapp zur Dorsalplatte reichend. Letztere sattelförmig, am unteren Rande stark eingebuchtet, mit spitz vorgezogenen Ecken. Kiemenhäute unter sich und mit der Kehlhaut vereinigt.

Die Kinnbarteln in einer Querreihe gelegen, sehr lang, das innere Paar derselben etwas länger als das äußere und wie die Maxillarbarteln mehr minder weit über den Beginn der Anale zurückreichend.

Der vordere Schnauzenrand ist flachbogig gerundet, die Mundspalte schwach halbunterständig. Der Kopf vollkommen überhäutet, ebenso der Humeralfortsatz.

Die Kopflänge ist bei einer Totallänge von 93 *mm* $5^1/_2$ mal, die größte Rumpfhöhe etwas mehr als 5 mal, der Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende nahezu 6 mal, der Abstand der Dorsale von der Fettflosse $1^3/_4$ mal, die Entfernung der Ventrale vom vorderen Kopfende nahezu 4 mal (zirka $3^8/_9$ mal) in der Körperlänge, die Basislänge der Anale zirka 2 mal, das innere Paar der Kinnbarteln zirka $1^7/_8$ mal, die Länge der Maxillarbarteln $2^4/_7$ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale), die Kopfbreite $1^3/_4$ mal, die Breite der Mundspalte zirka $2^1/_3$ mal, die Augenlänge sowie die Länge der Schnauze je $3^1/_2$ mal, die Höhe der Dorsale zirka $2^4/_5$ mal, die Länge der Pektorale 1 mal, die der Ventrale zirka $1^2/_9$ mal, die Höhe sowie die Länge des Schwanzstieles je $1^3/_4$ mal in der Kopflänge enthalten.

Pektoralstachel am Innenrand mit Hakenzähnchen besetzt. Dorsalstachel glatt, die Basislänge der Dorsale gleicht zirka einer Augenlänge.

Die Spitze der Pektorale ein wenig die Basis des Ventralstachels und das hintere Ende der Ventralen ein wenig den Beginn der Anale überragend; Caudale am hinteren Rande breit-oval eingebuchtet, mit zugespitzten Lappen, von denen der untere ein wenig länger und minder schlank als der untere, zirka $1^2/_7$ mal länger als der Kopf ist.

Seitenlinie wellig gebogen (⌒⌒⌒) mit kurzen Ausläufern nach oben und unten.

Seiten silbergrau; kurze braune Querbinden am Rücken, am vordersten breiteren Teile des Rückens am schärfsten ausgeprägt, weiter zurück verschwommen.

Pektorale mit Ausschluß des hellbraunen Stachels tief grauviolett. Ventrale in ihrer größeren äußeren Hälfte mit einem langgezogenen dreieckigen Fleck, dessen Winkelspitze nach innen und etwas nach hinten gekehrt ist und dessen viel längere Basis dem äußeren Ventralstrahl anliegt.

Durch die Kürze und geringe Höhe der Dorsale bei Vorhandsein einer Fettflosse vermittelt diese Art, die von Dr. Haseman bei Pará gesammelt wurde, den Übergang der typischen *Auchenipterus*-Arten zur Gattung *Epapterus* Cope und glaube, sie daher als Vertreter einer Untergattung unterscheiden zu dürfen. Das Vorkommen oder den Mangel von Kieferzähnen muß ich wegen der geringen Größe des untersuchten Exemplars als fraglich dahingestellt sein lassen.

	Maße in Millimetern
Totallänge	93
Körperlänge (ohne Caudale)	77
Kopflänge	14
Kopfbreite	
Rumpfhöhe	15
Höhe des Schwanzstieles	
Länge » »	8

	Maße in Millimetern
Länge des Auges	4
» der Schnauze	4
Breite des Interorbitalraumes	6
Länge des Maxillarbartels	30
» der inneren Kinnbarteln	41
» » äußeren »	30
Mundbreite	6
Höhe der Dorsale	5
Basislänge der Dorsale	2
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	13
» » » von der Fettflosse	44
Länge der Pektorale	14
» » Ventrale	$11^1/_2$
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	20
Basislänge der Anale	39
Größte Höhe der Anale in ihrem vordersten Teile	6
Höhe des letzten Analstrahles	2
Länge des unteren Caudallappens (von der Basis der mittleren Caudalstrahlen ab gemessen)	18

Fundort: Pará (Belem).

Agenciosus polystictus n. sp.

Taf. VI, Fig. 1 bis 3.

Char.: Kopflänge (ohne Deckellappen) $3^3/_4$ mal, größte Rumpfhöhe über dem Beginn der Anale 5 mal in der Körperlänge, Schnauzenlänge zirka $1^4/_5$ mal, Länge der Mundspalte nahezu 2 mal, Mundbreite $1^3/_5$ mal, Augenlänge zirka $4^7/_{11}$ mal, Breite des Interorbitalraumes $1^3/_4$ mal in der Kopflänge enthalten. Schnauze vorne oval gerundet. Bartfaden des steifen, glatten, stabförmigen Oberkiefers bis zu den Mundwinkeln reichend. Augen groß, den Mundwinkeln stark genähert. Zahnbinde im Zwischenkiefer von durchgängig gleicher, geringer Breite und kaum breiter als die Zahnbinde im Unterkiefer. Spitze der langen Pektorale die Insertionsstelle der Ventrale erreichend. Pektoralstachel ungezähnt, Anale nur 30 Strahlen enthaltend. Rumpf seitlich wie unten, Unterseite des Kopfes und Anale dicht mit sehr kleinen grauvioletten Fleckchen gesprengelt.

D. 1/6. A. 2/29. V. 1/7. P. 1/13.

Beschreibung:

Körperform gestreckt, am Schwanzstiele stark komprimiert. Obere Kopflinie konkav, in der Occipitalgegend rascher ansteigend als bei *Ag. dentatus* Kn., der nächstverwandten Art.

Kopf vorne oval gerundet, somit am vorderen Schnauzenrande ein wenig stärker verschmälert als bei *Ag. dentatus*. Auge oval, den Mundwinkeln nähergerückt und größer als bei *Ag. dentatus*, zirka $2^1/_2$ mal in der Schnauzenlänge und zirka $2^3/_5$ mal in der Breite des Interorbitalraumes enthalten. Die Kopfbreite gleicht zirka $^5/_7$ der Kopflänge und übertrifft die größte Kopfhöhe am hinteren Ende des Occipitalfortsatzes um zirka eine halbe Augenlänge.

Der obere Mundrand überragt den unteren etwas schwächer als bei *Ag. dentatus* und die Zahnbinde im Zwischen- wie im Unterkiefer ist nicht unbedeutend schmäler als bei letztgenannter Art, zugleich nächst dem vorderen Ende der Mundspalte nur wenig schmäler als seitlich.

Der Dorsalstachel ist leider bei dem zur Beschreibung vorliegenden Exemplar ganz abgebrochen, der folgende höchste Gliederstrahl gleicht an Länge $^5/_7$ des Kopfes. Die Basislänge der Dorsale $^1/_3$ ihrer Höhe. Der Abstand der Dorsale von der Fettflosse ist $2^3/_8$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale) enthalten und gleicht genau der Entfernung der Einlenkungsstelle der Ventralen vom vorderen Kopfende.

Die Fettflosse ist stärker entwickelt als bei *A. dentatus*; sie breitet sich nach oben fächerförmig aus und ist am oberen Rande bogenförmig gerundet. Die Basislänge der Fettflosse gleicht $^2/_3$ ihrer Höhe.

Die Pektorale ist bedeutend länger als bei *A. dentatus* und reicht mit ihrer Spitze bis zur Einlenkungsstelle der Ventrale zurück. Der biegsame schlanke Pektoralstachel ist nicht gezähnt.

Die Ventrale steht der Pektorale an Länge nach und reicht mit ihrer Spitze über den Beginn der Anale zurück. Die Länge der Pektorale ist $1^3/_{10}$ mal, die Ventrale $1^3/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die 3 vorderen Analstrahlen sind bei dem vorliegenden Exemplar, einem Männchen, verdickt und gemeinsam von einer dicken Haut umschlossen. Die Basislänge der Anale ist $3^1/_4$ mal in der Körperlänge und der höchste 2. oder 3. Analstrahl unbedeutend mehr als 2 mal in der Kopflänge oder $7^2/_3$ mal in der Körperlänge enthalten. Der Beginn der Anale ist ebensoweit von der Basis der mittleren Caudalstrahlen wie von den Mundwinkeln entfernt.

Die Schwanzflosse ist am hinteren Rande halbmondförmig eingebuchtet, am oberen, etwas längeren, schlankeren Lappen stärker zugespitzt als am unteren, und, von der Basis der mittleren Caudalstrahlen bis zur Spitze des oberen Lappens gemessen, zirka $1^1/_{10}$ mal länger als Kopf.

Der Schwanzstiel ist zirka $1^1/_2$ mal länger als hoch, seine Länge etwas mehr als 2 mal, seine Höhe mehr als 3 mal in der Kopflänge enthalten.

Die Seitenlinie zeigt nur stellenweise äußerst schwache zickzackförmige Windungen. Die Oberseite des Kopfes ist von einer dicken Haut umschlossen.

Am unteren Aste des ersten Kiemenbogens liegen 11 kurze schlanke Rechenzähne in einer lockeren Reihe, die erst nächst vor dem hintersten etwas an Höhe etwas zunehmen, und 6 bis 7 längere am oberen Bogen.

Oberseite des Kopfes und die Fettflosse intensiver und dunkler grauviolett als die mattgrauen Seiten des Rumpfes, die gegen den Bauch herab allmählich heller werden und wie die silbergraue Unterseite des ganzen Körpers und die Anale überaus dicht mit sehr kleinen, bräunlichvioletten Fleckchen und Punkten übersät sind.

Der hintere Rand der Dorsale ist ungleich schmal dunkelgrauviolett gesäumt, die Fettflosse am oberen Rande und die Endteile der Caudallappen im Leben intensiv rotgelb.

1 Exemplar, Männchen, mit Einschluß der Schwanzflosse 232 *mm*, ohne diese 192 *mm* lang, von der Mündung des Rio Negro, gesammelt von Dr. Haseman im September 1912.

	Maße in Millimetern
Totallänge	232
Körperlänge ohne Caudale	[illegible]
Kopflänge ohne den häutigen Operkellappen	51
» mit dem häutigen Operkellappen	56
Kopfbreite	[illegible]
Rumpfhöhe	[illegible]
Höhe des Schwanzstieles	17

	Maße in Millimetern
Länge des Schwanzstieles	25
Größte Kopfhöhe am Occipitalfortsatze	30
Länge der Mundspalte	26
Breite » »	32
Schnauzenlänge	28
Länge des Auges	11
Breite des Interorbitalraumes	29
Länge des steifen, stabförmigen Oberkiefers	9
Höhe der Dorsale	36
Basislänge der Dorsale	12
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	54
» » von der Fettflosse	82
Basislänge der Fettflosse	10
Höhe der Fettflosse	15
Länge der Pektorale	39
Ventrale	32
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	82
Höhe der Anale an den ersten Strahlen	25
Basislänge der Anale	59
Abstand der Anale vom vorderen Kopfende	160
Länge des oberen Caudallappens (von der Basis der mittleren Caudalstrahlen ab gemessen	45

Helogenes marmoratus Gthr.

Taf. XI, Fig. 6.

Diese bisher nur aus Britisch-Guiana (Essequibo, Potaro) bekannte Art kommt auch im Stromgebiete des Amazonas stellenweise sehr häufig vor. Ich sammelte mehrere Exemplare in Bächen nächst Pará während der brasilianischen Expedition im Jahre 1903 und Dr. Haseman zahlreiche Exemplare bei Santarem in einem Bache, bei Lema in einem Nebenbache des Rio Bem Fica sowie im Rio branco bei Conceiçaõ. Das Wiener Museum besitzt ferner noch 2 Exemplare von Albina (Surinam). Das größte Exemplar unserer Sammlung ist $70^1/_2$ *mm* lang.

Kopflänge zirka $4^1/_2$ bis $4^2/_3$ mal, größte Rumpfhöhe 4 bis nahezu 5 mal, Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende zirka $1^3/_5$ bis $1^5/_7$ mal, der der Ventrale vom vorderen Kopfende zirka 3 mal, Basislänge der Anale $1^3/_4$ bis $1^9/_{10}$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, Kopfbreite zirka $1^1/_3$ mal, Augenlänge 6 mal, Schnauzenlänge und Breite des Interorbitalraumes je $2^2/_5$ bis 3 mal, Höhe der Dorsale $1^1/_2$ bis $1^3/_5$ mal, Länge der Pektorale $1^1/_3$ bis 1 mal, die der Ventrale $1^3/_5$ bis 2 mal, Höhe des Schwanzstieles am hinteren Basisende der Anale, somit knapp vor der Caudale, $1^3/_5$ bis 2 mal in der Kopflänge enthalten. Der Abstand der Fettflosse vom hinteren Basisende der Dorsale gleicht der Hälfte der Kopflänge. Die Dorsale ist zirka 2 mal höher als lang, die Anale zirka 3 mal länger als hoch.

Die zurückgelegte Pektorale überragt mehr minder unbedeutend die Basis der Ventralen; letztere reichen bis zum Anfang der Anale zurück, die Unterkieferbarteln zirka bis zur Basis der Ventralen, die kurzen Oberkieferbarteln höchstens bis zur Längenmitte der Pektorale.

Die hinteren Narinen liegen hart am vorderen Augenrande, die vorderen münden in ein zartes häutiges Röhrchen und ihre Entfernung vom vorderen Augenrande übertrifft die Länge des Auges.

Bei dem von Albina stammenden Exemplar, welches auf Taf. XI, Fig. 6 abgebildet ist, ist die obere kleinere Höhenhälfte des Rumpfes dunkelbraun, die untere etwas heller. Beide Höhenhälften sind etwa bis zum Beginn der Analgegend durch eine Reihe tiefbrauner Fleckchen voneinander geschieden, auf welche bis zur Caudale eine Reihe weißer Längsstrichelchen, die in einiger Entfernung voneinander liegen, folgt.

Anale hellbraun, mit einer tiefbraunen, intermarginalen Linie, die den übrigen Exemplaren unserer Sammlung fehlt, und einem hellbläulichen Randsaum.

Eine schwärzlichbraune breite Querbinde am basalen Teile der Schwanzflosse, die durch eine schwärzliche Querlinie scharf von dem hinteren, größeren, viel helleren Teile der Flosse abgegrenzt ist.

A. 41—46. D. 5—6. P. 8. V. 6.

	Maße in Millimetern			
	1	2	3	4
Totallänge	71	66	69	49
Körperlänge (ohne Caudale)	56	52	55	36
Kopflänge	12	11	12	8
Kopfbreite	9	9	9	—
Größte Rumpfhöhe	13	$10^1/_2$	12	$8^1/_2$
Höhe des Schwanzes am Ende der Anale	7	6	6	5
Länge des Auges	2	2	2	
» der Schnauze	—	—	4	
Breite des Interorbitalraumes	5	4	4	—
Länge des Maxillarbartels	—	—	8	
» » inneren Paares der Kinnbarteln	—	—	15	—
Höhe der Dorsale	8	7	8	5
Basislänge der Dorsale	4	—	4	—
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	35	31	$34^1/_2$	21
» des hinteren Basisendes der Dorsale von der Fettflosse	6	—	$5^1/_2$	5
Länge der Pektorale	12	9	12	6
» » Ventrale	$6^1/_2$	5	6	4
Basislänge der Anale	$29^1/_2$	28	$31^1/_2$	—
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	20	20	19	12
Länge der Schwanzflosse	—	—	$15^1/_2$	

1 Maße nach einem Exemplar vom Rio branco bei Conceiçaõ
2 » » » » von Albina, Surinam.
3 » » » » » Santarem.
4 » » » » » »

Ancistrus[1] (Hemiancistrus) yaravi n. sp.

Kopf und Vorderrumpf bis zur Dorsale ein wenig deprimiert; Schwanzstiel stark komprimiert, 3mal länger als hoch. Kopflänge $2^4/_7$mal, Kopfhöhe $5^7/_8$mal, größte Rumpfhöhe $5^2/_9$mal in der Körperlänge (ohne Caudale) enthalten. Schnauze vorne breit oval gerundet, am Rande nackthäutig. Kopf zirka $1^1/_5$mal länger als breit und $2^1/_4$mal als hoch. Mundbreite 3mal, Augenlänge 6mal, Schnauzenlänge zirka $1^3/_4$mal,

[1] *Ancistrus* im Sinne Regan's.

Breite des Interorbitalraumes 3mal in der Kopflänge, Länge eines Mandibularastes zirka $1^1/_2$mal in der Breite des Interorbitalraumes oder $4^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten.

Supraoccipitale flach, ohne mittlere Leiste. Temporalplatten nicht gekielt. Die beiden hinteren Ränder des Supraoccipitale stoßen unter einem stumpfen Winkel zusammen und sind zusammen von 4 Nackenschildern begrenzt.

Stirne querüber flach. Auge ohne erhöhten oberen Rand. Zahlreiche Zähnchen im Zwischen- wie im Unterkiefer, auf ersterem einen flachen Bogen bildend. Zirka 20 schlanke Stacheln mit umgebogenen Spitzen im Zwischendeckel, der hinterste längste Stachel zirka von Augenlänge. Seitenwand der Schnauze ohne Borsten.

Die Dorsale ist ein wenig länger als hoch, ihr Abstand von der Fettflosse ist halb so lang als die Basis der Dorsale. Die Pektorale und Ventrale sind von nahezu gleicher Länge und in dieser Beziehung je $1^2/_7$mal in der Kopflänge enthalten. Die Spitze der Pektoralen überragt nur wenig den Beginn der Ventralen und das hintere Ende der letzteren reicht bis zum hinteren Basisende der Anale zurück.

Die Höhe der Dorsale ist zirka $1^5/_8$mal, die Basislänge derselben zirka $1^1/_2$mal, die Entfernung der Fettflosse vom letzten Dorsalstachel 3mal, die Höhe der Anale $3^3/_5$mal, die Höhe des Schwanzstieles $3^3/_5$mal, die Länge desselben $1^1/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Der hintere Rand der Caudale ist stark nach hinten geneigt, sehr schwach konkav. Rumpfschuppen an der Außenseite dicht gezähnt und die Zähnchen bilden bis zu 5 bis 7 regelmäßige Längsreihen. Die Spitzen der Zähnchen schimmern goldbraun. Schuppenkiele fehlen vollständig. 25 Schilder liegen zwischen dem hinteren Seitenrande des Kopfes und der Basis der mittleren Caudalstrahlen, 9 zwischen Anale und Caudale, 4 zwischen der Basis des letzten Dorsalstrahles und der Fettflosse.

Unterseite des Kopfes und Bauchfläche nackthäutig. Oberseite des Kopfes dunkelgrauviolett, Rumpfseiten ein wenig heller, mit 4 etwas dunkleren, breiten, verschwommenen Querbinden, von denen die erste unter der Basis der vorderen, die zweite unter der der letzten Dorsalstrahlen herabzieht, die dritte zwischen der Dorsale und der Fettflosse, die letzte am Schwanzstiele liegt.

Flossen bräunlichgelb. Caudale mit 4 scharf hervortretenden dunkelgrauvioletten, schrägen Querbinden. Auf den übrigen Flossen sind die Strahlen, nicht aber deren Verbindungshaut dunkelgrauviolett in schrägen Reihen gefleckt.

D. 1/7. V. 1/5. A. 1/4. Sc. lat. 25.

Ein Exemplar, 59 *mm* lang aus dem Rio Coquenan, Venezuela, Coll. Haseman, Vulgärname: Yaravi nach Haseman.

Nächst verwandte Arten: *A. bovalli* Reg. und *A. schomburgkii* Gthr.

	Maße in Millimetern
Totallänge	59 an 60
Körperlänge (ohne Caudale)	47
Kopflänge	18
Kopfbreite	15
Kopfhöhe	8
Größte Rumpfhöhe	9
Höhe des Schwanzstieles	5
Länge » »	15
Mundbreite	6
Länge eines Mandibularastes	4
Frei vorspringender Teil des Mundbartels	1

	Maße in Millimetern
Länge des Auges	3
» der Schnauze	$10^1/_2$
Entfernung der Narinen vom vorderen Kopfende	$7^1/_2$
» » » » » Augenrande	3
» » » voneinander	$2^1/_2$
Breite des Interorbitalraumes	6
Höhe der Dorsale	11
Basislänge der Dorsale	12
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	22
» » » von der Fettflosse	6
Länge der Pektorale	14
» » Ventrale	14
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	22
Höhe der Anale	5
Länge der Caudale	zirka 12 an 13

Ancistrus (Hemiancistrus) pulcher n. sp.

Taf. XI, Fig. 1 bis 2.

P. I. 6. V. I. 5. D. I. 7. Sc. lat. 36.

Länge des Mandibularastes zirka $2^1/_2$ mal in der Breite des Interorbitalraumes enthalten. Supraoccipitale ohne mittlere Leiste, am hinteren Rande gerundet. Rumpfschuppen ohne stärkeren mittleren Längskiel, mit zahlreichen erhabenen Längsstreifen.

Größte Rumpfhöhe zirka 6 mal, Kopflänge 3 mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale), Kopfbreite $1^1/_6$ mal, Schnauzenlänge 2 mal, Augendiameter 7 mal, Breite des Interorbitalraumes $2^4/_5$ mal, Höhe der Dorsale und Länge derselben je $1^2/_5$ mal, Länge der Pektorale $1^1/_4$ mal, die der Ventrale $1^4/_{11}$ mal, Höhe des Schwanzstieles $4^2/_3$ mal, Länge desselben $1^1/_4$ mal in der Kopflänge enthalten.

Stachelartige Borsten am Zwischendeckel sehr schlank, zart, der längste kürzer als ein Augendiameter. Die Länge eines Mandibularastes gleicht $^2/_5$ der Breite des Interorbitalraumes.

Der obere Rand der Dorsale ist gleichmäßig gerundet. Der Abstand der Dorsale von der Fettflosse übertrifft ein wenig die Hälfte der Kopflänge, während ihr Abstand vom vorderen Kopfende die Kopflänge um etwas mehr als eine Augenlänge übertrifft. Die Einlenkungsstelle der Ventrale fällt in vertikaler Richtung ein wenig hinter den der Dorsale. 6 Schilder zwischen dem letzten Dorsalstrahle und der Fettflosse. Der Stachel der Pektorale ist schwach säbelförmig gebogen, deprimiert, mit zarten kurzen Borsten besetzt, viel kräftiger als der biegsame Dorsalstachel und überragt mit seiner Spitze die Einlenkungsstelle der Ventrale.

Die Caudale ist am hinteren Rande schräge abgestutzt und der untere Randstrahl derselben, der längste Strahl der Flosse, nur wenig kürzer als der Kopf.

Kopf und Rumpf oben wie seitlich im Leben rosenrot.

5 schwarze Querbinden am Rumpfe, von denen die letzte am Schwanzstiele nach unten ringförmig geschlossen ist und die vorletzte nur teilweise auf die Bauchseite übergreift; die übrigen endigen am unteren Seitenrande des Rumpfes, die 2. und 3. Binde des Rumpfes zieht sich ein wenig über die Basis der Dorsale hinauf, deren ganzer oberer Rand ziemlich breit schwarz gesäumt ist. Die Nackenbinde greift unbedeutend auf die Hinterhauptsgegend über.

2 Querbinden auf der Oberseite des Kopfes, die sich schräg nach vorne und unten über die Kopfseiten fortsetzen, ferner ein schwarzer Streif längs der Mitte der Oberseite der Schnauze, der sich am hinteren Ende gabelförmig spaltet und an den Narinen endigt. 2 schwarze Querbinden auf der Caudale und je 2 auf der Ventrale und Pektorale, von denen die vordere Binde die kleinere ist. Diese beiden Binden der Ventralen und Pektoralen bilden bei an den Rumpf angelegten Flossen die unteren Ausläufer der 3 ersten Rumpfbinden.

	Maße in Millimetern
Totallänge	55
Körperlänge (ohne Caudale)	41
Rumpfhöhe	7
Höhe des Schwanzstieles	3
Länge » »	11
Kopflänge	15
Kopfbreite	12
Länge des Auges	2
» der Schnauze	7
Breite des Interorbitalraumes	5
Länge eines Mandibularastes	2
Höhe der Dorsale	10
Länge » »	10
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	18
Entfernung des letzten Dorsalstrahles von der Fettflosse	8
Länge der Pektorale	12
» » Ventrale	11
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	$19^1/_2$
Länge des unteren Randstrahles der Caudale	14

Ein Exemplar, 55 *mm* lang, von der Mündung des Rio negro bei Moura, gesammelt Ende September 1912 von Dr. Haseman.

Ancistrus (Pseudancistrus) coquenani n. sp.? an A. güntheri Reg. ♀

Taf. XI, Fig. 3 bis 5.

Kopf breit, deprimiert, Schnauzenrand nackthäutig. Auge sehr klein.

Die Kopflänge ist $2^4/_5$ bis nahezu 3 mal, die größte Rumpfhöhe $5^1/_2$ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Schwanzflosse), die Kopfbreite unbedeutend mehr als 1 mal (bis $1^1/_8$ mal), der Augendurchmesser $9^1/_3$ bis 10 mal, die Schnauzenlänge $1^1/_2$ bis $1^5/_9$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $3^1/_4$ bis $3^2/_9$ mal, die Länge desselben zirka $1^4/_5$ mal in der Kopflänge, die Länge eines Mandibularastes $1^2/_7$ bis $1^1/_7$ mal in der Interorbitalbreite enthalten. Die Kopfhöhe gleicht der Hälfte der Kopflänge.

Äußerst kurze Borsten liegen am Rande des Zwischendeckels; sie sind kaum merklich länger als die nur unter der Lupe unterscheidbaren Borstchen an dem nach vorne anstoßenden Teile des seitlichen Kopfrandes. Kieferzähne sehr klein, zahlreich.

Der Vorderrand der Schnauze ist etwas stärker gerundet als bei dem sehr nahe verwandten *A. güntheri* Reg.

Die gliederstrahlige Dorsale ist von verhältnismäßig geringer Höhe, die Höhe des biegsamen Dorsalstachels zirka $1^2/_3$ bis $1^5/_8$ mal in der Kopflänge enthalten, somit geringer als bei *A. güntheri.* Die Höhe

des letzten Gliederstrahles der Dorsale gleicht nur zirka $^2/_5$ der Kopflänge. Die Länge der Basis der Dorsale übertrifft den Abstand der Basis des letzten Dorsalstrahles von dem des Stachels der Fettflosse.

Der sehr kräftige, deprimierte Pektoralstachel reicht mit seiner Spitze bis zur Basis der Ventrale zurück.

Die größte Höhe der Dorsale ist zirka $1^2/_3$ mal, die Länge der Pektorale $1^1/_3$ mal, die der Ventrale nahezu $1^1/_2$ mal, die Höhe der Anale $3^1/_2$ mal, der Abstand des letzten Dorsalstrahles von der Fettflosse $2^1/_3$ bis nahezu 2 mal in der Kopflänge enthalten.

Der hintere, schräg gestellte Rand der Schwanzflosse ist schwach konkav, der untere Randstrahl derselben nahezu so lang wie der Kopf.

Schwanzstiel zirka 2 mal länger als hoch; seine Höhe gleicht zirka $^1/_3$ der Kopflänge.

Unterseite des Kopfes wie des Rumpfes nackthäutig. 23 bis 24 Schilder längs der Seitenlinie. Oberseite des Kopfes, Nacken und Rumpfseiten mehr minder intensiv grauviolett. Zahlreiche kleine, rötlichgelbe Fleckchen an der Oberseite des Kopfes. Viel größere und an den Rändern verschwommene helle Flecken liegen am Nacken und noch größere in der vorderen Hälfte der Rumpfseiten. Weiter zurück werden sie undeutlich und verschwinden schon vor Beginn des Schwanzstieles vollständig; bei einem Exemplar von sehr dunkelgrauvioletter Grundfarbe bemerkt man an den Seiten des Rumpfes nur schwache Spuren einiger weniger, verschwommener, heller, unregelmäßig gelagerter Flecken und auch die kleinen Fleckchen am Kopfe sind schwer unterscheidbar.

D. 1/7. V. 1,5. A. 1/4. L. l. 23—24.

3 Exemplare, 95 bis 105 *mm* lang, aus dem Coquenanflusse, einem Nebenflusse des Caroni in Venezuela (Coll. Haseman).

	Maße in Millimetern	
Totallänge	105	100
Körperlänge	81	76
Kopflänge	29	$26^1/_2$
Kopfbreite	26	25
Größte Rumpfhöhe	15	14
Höhe des Schwanzstieles	10	9
Länge » »	21	20
» des Auges	3	$2^1/_2$
» der Schnauze	19	18
» eines Mandibularastes	7	7
Breite des Interorbitalraumes	9	8
Höhe des Dorsalstachels	17	$16^1/_2$
» » letzten Dorsalstrahles	11	10
Basislänge der Dorsale	$18^1/_2$	17
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	36	35
» » Basis des letzten Dorsalstrahles von der Fettflosse	13	11
Länge der Pektorale	21	20
» » Ventrale	19	17
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	40	37
Höhe der Anale	9	9
Länge des unteren Randstrahles der Caudale	25	25

Höchst wahrscheinlich sind die hier beschriebenen Exemplare nur Weibchen von *A. güntheri* Reg., dessen typisches, von Regan beschriebenes Exemplar ein Männchen (mit etwas längeren Borsten von Interoperculum und höherer Dorsale) sein dürfte. Auch die etwas größere Rundung der Schnauze spricht für diese Vermutung.

Hemipsilichthys gobio (Ltkn.).

Diese Art ist von Lütken 1873 nach einem ♂ aus dem Rio Parahyba beschrieben worden. Zur selben Art gehören zweifellos als weibliche Form *Kronichthys subteres* Mir. Ribeiro, die Eigenman fraglich unter die Synonyma von *H. calmoni* Steind. stellt, ebenso *Plecostomus heylandi* Blgr. nach Regan.

Pseudacanthicus (Lithoxus) fimbriatus n. sp.

Taf. X, Fig. 1 bis 3.

D. I. 7. P. I. 5. V. I. 5. A. I. 5. Sc. lat. 26 (an 27).

Kopf und Nacken stark deprimiert, Schwanzstiel komprimiert. Unterseite des Schwanzstieles querüber nahezu flach. Interoperculum mit zahlreichen, ziemlich kräftigen Dornen dicht besetzt. Vorderes und hinteres Mundsegel an der Unterseite mit verhältnismäßig großen Papillen dicht besetzt, am Rande mit zahlreichen Cirrhen besetzt, von denen die des vorderen Mundsegels länger als die des hinteren Segels und letztere kürzer als die Eckbartel sind. Supraoccipitale achteckig, etwas länger als breit, nach hinten zugespitzt und daselbst jederseits von einem Nackenschilde begrenzt.

Nur 6 (3 + 3) Zähnchen in den kleinen Zwischenkiefern, die gegeneinander beweglich sind, und 12 Zähnchen im Unterkiefer (6 + 6). Augen sehr klein. Innerer Augenrand nicht erhöht. Stirngegend querüber flach.

Pektoralstachel sehr kräftig, dicht mit Borsten besetzt; der steife Teil desselben etwas kürzer als der nächstfolgende Gliederstrahl, dessen Spitze bis zur Einlenkungsstelle der Ventrale zurückreicht und der kaum länger als der schlanke biegsame Stachel der strahligen Dorsale ist.

Der obere Rand der letzteren ist geradlinig, die Entfernung des letzten Gliederstrahles der Dorsale von der Fettflosse steht der Basislänge der 1. Dorsale nur wenig nach. Die Spitzen der Caudalstrahlen sind bei dem mir vorliegenden Unikum teilweise beschädigt. Der hintere Rand der Caudale ist mäßig schräg gestellt und im mittleren Teile, wie es scheint, schwach konkav.

6 Schilder zwischen beiden Dorsalen und 11 zwischen der Anale und der Caudale. Bauch und Unterseite des Kopfes nackt. Rumpfschilder mit zahlreichen erhabenen Längsleisten, die in einen kurzen Stachel endigen und parallel zueinander laufen.

Strahlige Dorsale und Caudale zart dunkel gefleckt.

Kopflänge $3^1/_6$ mal, Rumpfhöhe zirka 7 mal in der Körperlänge (ohne Caudale), Kopfbreite zirka $1^1/_8$ mal, Augenlänge zirka $7^1/_5$ mal, Breite des Interorbitalraumes $3^3/_5$ mal, Länge eines Mandibularastes 9 mal in der Kopflänge oder $2^1/_2$ mal in der Breite des Interorbitalraumes, Schnauzenlänge $1^1/_5$ mal, Höhe der strahligen Dorsale $1^5/_{13}$ mal, Länge des Pektoralstachels zirka $1^7/_{11}$ mal, die des 1. Gliederstrahles der Pektorale und Länge der Ventrale je $1^5/_{13}$ mal, Basislänge der gliederstrahligen Dorsale zirka $1^1/_2$ mal, Abstand des letzten Dorsalstrahles von der Fettflosse zirka $1^7/_{11}$ mal, Höhe der Anale $1^1/_4$ mal, Höhe des Schwanzstieles $3^3/_5$ mal, Länge desselben $1^1/_8$ mal in der Körperlänge ohne Caudale enthalten.

	Maße in Millimetern
Totallänge	Zirka 70
Körperlänge	57
Rumpfhöhe	8

	Maße in Millimetern
Schwanzhöhe	5
Schwanzlänge	16
Kopflänge	18
Kopfbreite	16
Auge	2
Länge eines Mandibularastes	2
Schnauze	10
Breite des Interorbitalraumes	5
Höhe der ersten Dorsale	13
Basislänge derselben	12
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	25
» von der Fettflosse	11
Länge des Stachels der Pektorale	11
ersten Gliederstrahle derselben	13
Länge der Ventrale	13
Abstand derselben vom vorderen Kopfende	27
Höhe der Anale	8

Ein Exemplar, zirka 7 *cm* lang, aus dem Coquenan-Flusse.

Nach Dr. Eigenman wäre diese Art in die von ihm aufgestellte Gattung *Lithoxus*[1] zu reihen, die sich von *Pseudacanthicus* wesentlich nur dadurch unterscheiden soll, daß die Prämaxillaria (ebenso kurz wie bei *Pseudacanthicus* und mit wenigen Zähnen, die eine ungeteilte Serie bilden, versehen) nicht fest vereinigt sind, sondern nur dicht aneinanderstoßen.

Da jedoch bei einem von mir untersuchten großen Exemplar von *Ps. spinosus* die Intermaxillaria gleichfalls beweglich aneinanderstoßen, ist diese Gattung *Lithoxus* einzuziehen und mit der Gattung *Pseudacanthicus*, deren Hauptcharakter in der Kürze der Prämaxillaria und dementsprechend in der geringen Anzahl der Intermaxillarzähne liegt, zu vereinigen.

Xenocara gymnorhynchus (Kner).

Taf. IX, Fig. 7 und 8.

Ancistrus gymnorhynchus Kner, Die Hypostomiden, Denkschr. der math. naturw. Kl. der k. Akad. d. Wissensch., Bd. VIII, 1854, p. 275 (im Separatabdr., p. 25).

Xenocara gymnorhynchus Regan, A Monogr. of the Fish of the Fam. Loricariidae, Transact. of the Zool. Soc. of London, Vol. XVII, Pt. III, 1904, p. 254,

Chaetostomus gymnorhynchus Gthr., Cat. Fish. V, 1864, p. 249.

Die von Eigenman vorgeschlagene Trennung der Gattung *Xenocara* Reg. je nach dem Vorhandensein oder dem Mangel von Cirrhen am Schnauzenrande in die Gattungen *Ancistrus* und *Xenocara* veranlaßte mich, die im Wiener Museum befindliche Type von *A. gymnorhynchus* Kn. ♀ neuerdings auf das Vorkommen oder den Mangel von Cirrhen, auf das, wie ich glaube, viel zu großes Gewicht gelegt wird, zu untersuchen, und fand zu meiner Überraschung, daß bei derselben 3 allerdings sehr kleine, jedoch schon mit freiem Auge deutlich unterscheidbare Tentakeln jederseits am nackten Schnauzenrande entwickelt sind. Die beiden hinteren liegen nahe nebeneinander über dem Mundwinkelbartel, somit in kurzer

[1] Dr. Eigenman: The Freshwater-Fishes of British Guiana in »Memoirs of the Carnegie Museum«, Vol. V, 1912, p. 242.

Entfernung vor dem Interoperkel, das dritte vordere mehr minder unbedeutend vor der Längenmitte des Schnauzenrandes.

Um den wünschenswerten Vergleich von *X. gymnorhynchus* mit *X. nudiceps* (M. Fr.), deren Type sich im Berliner Museum befindet und die ? unter die Synonyma von *X. gymnorhynchus* gereiht wird, zu erleichtern, gebe ich eine neuerliche Beschreibung letztgenannter Art nach dem typischen Exemplar sowie die Maße der einzelnen Körperteile desselben.

Kopf und Vorderrumpf deprimiert, Schwanzstiel mäßig komprimiert, zirka $2^1/_2$ mal länger als hoch, breitoval gerundet.

Größte Rumpfhöhe zirka 5 mal, Kopflänge $2^3/_5$ mal in der Körperlänge (das ist ohne Caudale), Kopfbreite zirka $1^1/_4$ mal, Augendurchmesser nahezu 8 mal, Schnauzenlänge zirka $1^2/_3$ mal, Mundbreite zirka $2^3/_4$ mal, Länge eines Mandibularastes $3^1/_7$ mal in der Kopflänge oder $2^1/_5$ mal in der Breite des Interorbitalraumes, letztere zirka $2^1/_2$ mal, Höhe der Dorsale zirka $1^1/_3$ mal, Basislänge derselben und Abstand der Basis des letzten Dorsalstrahles von der Fettflosse je $1^3/_4$ mal, Länge des Pektoralstrahles, der bis zur Basis des Ventralstachels zurückreicht, etwas mehr als 1 mal, Länge des Ventralstachels fast $3^1/_3$ mal, Höhe der Anale $3^1/_4$ mal, Länge des unteren Randstrahles der Caudale zirka $1^2/_9$ mal, Höhe des Schwanzstieles $3^1/_4$ mal, Länge desselben $1^1/_4$ mal in der Kopflänge enthalten.

Interoperkel mit 13 Dornen bewaffnet, von denen der hinterste längste zirka $^1/_5$ der Kopflänge erreicht. Die Höhe des Dorsalstachels übertrifft den Abstand des hinteren Augenrandes vom vorderen Schnauzenende zirka um eine halbe Augenlänge. Der untere Caudallappen ist kürzer als der Kopf. Schilder des Rumpfes mit zahlreichen sehr kleinen Zähnchen in regelmäßigen Längsreihen an der Außenfläche und viel größeren Zähnchen am hinteren Rande. 33 Schilder längs der Seitenlinie bis zur Basis der mittleren Caudalstrahlen und 1 an der Basis der Caudale. 6 Schilder zwischen der Dorsale und der Fettflosse, 11 zwischen der Anale und der Caudale.

Ein heller goldgelber Fleck auf jedem Schilde der zwei obersten Längsreihen der Rumpfseiten.

P. 1/6. D. 1/7. V. 1/5. A. 1/4. Sc. lat. 23 + 1.

	Maße in Millimetern
Totallänge	142
Körperlänge (ohne Caudale)	101
Kopflänge	39
Kopfbreite	31
Größte Kopfhöhe am Hinterhaupte	18
» Höhe des Rumpfes	20
Höhe des Schwanzstieles	12
Länge » »	31
Mundbreite	15
Länge eines Mandibularastes	7
Länge des Auges	5
» der Schnauze	23
Entfernung der hinteren Narine vom vorderen Augenrande	3
» der Narinen voneinander über der Stirngegend	9
Breite des Interorbitalraumes	$15^1/_2$
Längster Interoperculardorn	8
Höhe der Dorsale	30
Basislänge der Dorsale	23
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	$53^1/_2$

	Maße in Millimetern
Abstand der Dorsale von der Fettflosse	23
Höhe des Stachels der Fettflosse	8
Länge des Stachels der Pektorale	$37^1/_2$
» » » Ventrale	30
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	$51^1/_2$
Höhe der Anale	12
Länge des oberen Randstrahles der Caudale	29
» » unteren » » »	32

Bei dem typischen Exemplar von *X. nudiceps* M. u. F., welches von Eigenman im Berliner Museum untersucht werden konnte, ist die Kopflänge 2 mal in der Körperlänge, der Augendurchmesser $5^1/_2$ mal, der Interorbitalraum $2^2/_5$ mal in der Kopflänge, ein Mandibularast $3^2/_5$ mal in der Breite des Interorbitalraumes enthalten. Längs der Seitenlinie liegen 22, zwischen der Anale und der Schwanzflosse 9 Platten in einer Längsreihe; Schnauze ohne Tentakeln (siehe Eigenman, The Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carnegie Mus., Vol. V, 1912, p. 236). *X. nudiceps* dürfte daher mit ziemlicher Sicherheit aus der Synonymie von *X. gymnorhynchus* (Kner) gestrichen werden. Auch *X. gymnorhynchus* Eig. (l. c.), beschrieben nach einem nur 58 *mm* langen Exemplar von der Gluck-Insel mit tentakellosem Schnauzenrande und 25 Platten längs der Seitenlinie am Rumpfe, dürfte von der gleichnamigen Art Kner's verschieden sein.

Xenocara bufonia (C. V.) Regan, juv.? (an **Xenocara boliviana** n. sp.).

Taf. IX, Fig. 5 und 6.

Schnauzenrand bei den mir vorliegenden jungen Exemplaren nackthäutig, einen breiten Bogen bildend, jederseits mit nur 3 kurzen fleischigen Tuberkeln, in einer etwas schrägen Querreihe über den Mundwinkeln vor dem Interoperculum gelegen. Auge sehr klein, 8 bis $10^1/_2$ mal in der Kopflänge, 3 bis 4 mal in der Breite des Interorbitalraumes, letztere $2^2/_3$ bis $2^5/_8$ mal in der Kopflänge, diese $2^3/_5$ bis $2^3/_4$ mal in der Körperlänge ohne Caudale, die Länge eines Mandibularastes $1^1/_4$ bis $1^1/_3$ mal in der Breite des Interorbitalraumes enthalten. Kopf und Vorderrumpf stark deprimiert, ohne kielförmige Erhöhungen am Hinterhaupte. 24 Platten längs der Seitenlinie am Rumpfe und 1 an der Basis der Schwanzflosse.

P. 1/6. D. 1/7. V. 1/5. A. 1/4. Sc. lat. 24+1.

Die Kopflänge ist $2^3/_5$ bis $2^3/_4$ mal, die größte Rumpfhöhe über den Ventralen $5^2/_7$ bis $4^5/_6$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale), die Kopfbreite $1^1/_6$ bis $1^1/_8$ mal, der Augendurchmesser je nach dem Alter 9 bis 11 mal, die Schnauzenlänge $1^2/_3$ bis $1^3/_5$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $2^1/_3$ bis $2^3/_4$ mal, die Länge eines Mandibularastes 4 (bei sehr jungen Exemplaren) bis $3^1/_2$ bis $3^1/_7$ mal in der Kopflänge enthalten.

Schwanzstiel durchschnittlich 3 mal länger als hoch, zirka 12 bis 13 Stacheln am Interoperculum, die längsten derselben zirka $1^1/_2$ mal länger als das Auge. Pektorale ebenso lang wie die Ventrale, mit ihrer Spitze bei den mir vorliegenden Exemplaren knapp bis zur Basis der Ventrale zurückreichend. Der Abstand der Fettflosse von der Dorsale gleicht der Basislänge der letzteren, die Höhe der Dorsale der Schnauzenlänge, die Basislänge derselben ihrem Abstande von der Fettflosse. Hinterer Rand der Schwanzflosse schräge gestellt. Oberer und unterer Randstrahl derselben ein wenig über den hinteren Rand der übrigen Strahlen vorgezogen; unterer Randstrahl der Caudale, der längste Strahl der Flosse, steht zirka um eine

Augenlänge der Kopflänge nach. Der freie Teil der Barteln am Mundwinkel ist kürzer als eine Augenlänge. 24 Platten längs der Seitenlinie am Rumpfe und 1 auf der Schwanzflosse in einer Längsreihe, 7 zwischen der Basis des letzten Dorsalstrahles und der des Stachels der Fettflosse, 11 zwischen dem hinteren Basisende der Anale und dem Beginne der Schwanzflosse.

Zahlreiche sehr kleine Zähnchen auf der Außenfläche der Schuppen, in Längsreihen geordnet.

Fundort: Rio Songo, Nord Yungas, Bolivia.

	Maße in Millimetern			
Totallänge	50	74	65	56
Körperlänge (ohne Caudale)	37	58	57	41
Kopflänge	13½	22	21	16
Kopfbreite	12	19	19	14
Rumpfhöhe	7	12	11	8
Schwanzhöhe	4	6	6	4
Schwanzlänge	11	18	18	10
Länge eines Mandibularastes	5	7	6	4½
Länge des Auges	zirka 2	2	2	2
der Schnauze	8	14	13	10
Breite des Interorbitalraumes	6	8	8	6
Höhe der Dorsale	9	12	12	10
Basislänge der Dorsale	7	12	12	8
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	17	28	27	19
» » von der Fettflosse	6	11	11	8
Länge der Pektorale	10½	15	15	11
Ventrale	10	15	15	11
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	17½	30	29	21
Höhe der Anale	—	5	5	3
Abstand der Narinen vom vorderen Augenrande	—	3	2	2
voneinander über der Stirn	—	4	4	3
vom vorderen Schnauzenende	—	10	10	7
Länge des oberen Caudallappens	—	15	15	10
unteren »	13½	18	17	13

Die hier beschriebenen kleinen Exemplare bis zu 74 *mm* Länge dürften der Art nach nur als die Jugendform (♀)? von *Xenocara bufonia* zu deuten sein, bei welchen die Tentakeln am Schnauzenrande mit Ausnahme der 2 bis 3 in eine Querreihe gestellten Tentakeln vor dem Vordeckel noch nicht zur Entwicklung gekommen sind. Mit Ausnahme des Längenverhältnisses eines Mandibularastes zur Breite des Interorbitalastes, das aber je nach dem Alter ein wenig variiert, stimmen die uns vorliegenden Exemplare mit *X. bufonia* überein.

Auch bei jungen Individuen (bis zu 54 *mm* Länge) von *X. stigmatica* Eigm. = *X. multispinis* Reg., die uns in mehr als 100 Exemplaren aus südöstlichen Brasilien vorliegen, fehlen die Tentakeln am Schnauzenrande vollständig, ausnahmsweise sogar auch bei dem viel größeren ♀ von 150*mm* Länge, welches während der 1. brasilianischen Expedition der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften unter Leitung des Herrn Prof. Wettstein gesammelt wurde.

Die 2 bis 3 Tentakeln in einer Querreihe vor dem Zwischendeckel über den Mundwinkeln sind auch bei den jüngsten Individuen fast ausnahmslos vorhanden und scheinen überhaupt bei allen *Xenocara*-Arten zuerst zur Entwicklung zu kommen, nach diesen erst 2 bis 5 Tentakeln an der Mitte des Vorderrandes der Schnauze und zuletzt 1 bis 2 nächst den Mundwinkeln am Seitenrande der Schnauze.

Die Trennung der Gattung *Xenocara* je nach dem Vorhandensein oder Mangel an Tentakeln am Schnauzenrande ist daher kaum zulässig.

Pygidium fasslii n. sp.

Taf. XIII, Fig. 1 bis 2.

Körperform gestreckt, *Cobitis*-ähnlich, Rumpf namentlich am Schwanzstiel stark komprimiert, letzterer durchschnittlich $1^1/_2$mal länger als hoch. Kopflänge $4^7/_8$ bis 5mal, größte Rumpfhöhe genau oder nahezu 6mal in der Körperlänge (ohne Caudale) enthalten. Auge sehr klein, Kopf stets ein wenig länger als breit Schnauze ebenso lang als der postorbitale Teil des Kopfes. Die Nasalbarteln reichen mit ihrer Spitze genau oder nahezu bis zum hinteren seitlichen Kopfende, die oberen Mundwinkelbarteln ein wenig über den Beginn der Pektorale zurück. Erster ungespaltener Pektoralstrahl mäßig fadenförmig verlängert. Caudale am hinteren Rande quer abgestutzt. Die Zähne des Zwischenkiefers liegen in mehreren, etwas unregelmäßigen Reihen und bilden eine breite Querbinde. Der Beginn der Anale fällt in vertikaler Richtung hinter die Mitte der Basislänge der Dorsale und liegt zirka um $^1/_2$ Kopflänge näher zur Basis der mittleren Caudalstrahlen als zum hinteren seitlichen Kopfende. Vorderrand der Schnauze gerundet, Oberlippe wulstig. Körperhaut dicht mit winzigen kornartigen Tuberkeln überhäutet, wie filzig. Oberseite des Kopfes, Rücken und Rumpfseiten mehr minder hell schokoladefarben mit dunkleren Flecken in ziemlich regelmäßigen Längsreihen. Eine dunkelgraue Längsbinde an den Seiten des Rumpfes. Die oberhalb derselben gelegenen Flecken der Rumpfseiten sind größer als die übrigen, namentlich die der obersten Seitenreihe, die bei älteren Exemplaren zuweilen stellenweise zusammenfließen. Bei älteren Exemplaren erlöschen in der vorderen Rumpfhälfte die unterhalb der dunklen Seitenbinde gelegenen Fleckchen mehr minder vollständig. Flossen ungefleckt.

Bauchseite weißlich, bei alten Exemplaren schmutzigweiß und an und zunächst der Unterseite des Kopfes mit einem Stiche ins Gelbliche.

D. 2/7. A. 2/5. V. 1/4. P. 1/8.

Kopf deprimiert, stets etwas länger als breit, Maxillarbarteln fleischig, Oberlippe wulstig.

Die Kopflänge ist $4^7/_8$ bis 5mal, die größte Rumpfhöhe durchschnittlich 6mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Caudale, der Augendurchmesser 8 bis 9mal, die Schnauzenlänge $2^1/_4$ bis $2^1/_9$ mal, der Abstand der hinteren Narine vom vorderen Kopfende zirka $3^1/_5$ bis $4^1/_3$mal, die Breite des Interorbitalraumes 4 bis $4^1/_3$mal, die größte Kopfbreite zirka $1^1/_4$ bis $1^1/_5$mal, die Höhe der Dorsale $1^1/_2$ bis $1^7/_9$mal, die Basislänge derselben zirka nahezu $1^1/_2$ bis $1^7/_9$mal, die Länge des ersten ungespaltenen Pektoralstrahles $1^1/_4$ bis $1^2/_7$mal, die Länge der Ventralen genau oder etwas mehr als 2mal, die Länge der Caudale zirka $1^1/_3$ bis $1^2/_5$mal, die Höhe des Schwanzstieles $1^1/_2$ bis $1^5/_8$mal, die Länge desselben durchschnittlich $1^1/_8$mal in der Kopflänge enthalten. Der Schwanzstiel ist bei dem größten der uns vorliegenden Exemplare von nahezu 150 *mm* Länge verhältnismäßig nicht unbedeutend höher als bei jüngeren Exemplaren von 93 bis 113 *mm* Länge und bei ersteren etwas mehr als $1^1/_2$mal, bei letzteren 2mal länger als hoch.

Eine breite Binde zahlreicher kleiner Zähnchen am Vordeckel, zwischen Hautfalten verborgen liegend, in 4 bis 5 Querreihen; die Zähnchen der hintersten Reihe sind größer als die der übrigen Reihen.

In der Körperzeichnung stimmt die hier beschriebene Art mit vielen der bisher bekannten *Pygidium*-Arten. Eine matt dunkelgraue Längsbinde zieht an den Rumpfseiten vom hinteren seitlichen Kopfende zur Basis der mittleren Caudalstrahlen und nimmt mit dem Alter ein wenig an Höhe zu. Die Oberseite des Kopfes, Rücken und Seiten des Rumpfes sind bei jungen Exemplaren heller schokoladefarben als bei alten, die Unterseite des Kopfes und Rumpfes bei ersteren gesättigt weiß, bei letzteren schmutzigweiß mit einem Stiche ins Gelblichrote an und zunächst der Unterseite des Kopfes. Zahlreiche grauviolette Fleckchen an

der Oberseite des Kopfes, am Rücken und an den Seiten des Rumpfes in ziemlich regelmäßigen Längsreihen. Die größten derselben liegen im oberen Teile der Rumpfseiten und fließen stellenweise zu einer Längsbinde zusammen, ebenso die sehr kleinen Fleckchen der untersten Reihe. Unter der mittleren Seitenbinde des Rumpfes nehmen die Fleckchen überhaupt sehr rasch an Größe ab und verschwinden mehr minder vollständig in der unteren Höhenhälfte der Vorderrumpfes bei älteren Exemplaren. In dem Vorkommen dicht aneinandergedrängter Wärzchen am ganzen Körper, die nur unter der Lupe einzeln unterscheidbar sind, in geringerem Grade übrigens auch bei anderen *Pygidium*-Arten entwickelt sind, nähert sich *Pygidium germani* dem *Pygidium spegazzinii* Berg und unterscheidet sich von diesem durch die viel bedeutendere Länge sämtlicher Kopfbarteln, die fadenförmige Verlängerung des ersten Pektoralstrahles und in der Körperzeichnung.

	Maße in Millimetern			
Totallänge	149	113	103	93
Körperlänge (ohne Caudale)	130	99	90	78
Kopflänge	26	19	18	16
Kopfbreite	22	15½	14	13
Größte Rumpfhöhe	22	16	15	13
Höhe des Schwanzstieles	16	12	10½	10
Länge » »	23	18	17	14
Mundbreite	13	9	8	7
Länge des Auges	3	2	2	2
» der Schnauze	12	9	8	7
Länge des Nasalbartels	22	15	15½	15
oberen Maxillarbartels	25	16	15	14
unteren »	16	11	11	10
Abstand der hinteren Narinen vom vorderen Augenrande	4	3	3	3
» » » Schnauzenende	6½	5	5	5
» » » » voneinander	5	—	3	3
Breite des Interorbitalraumes	6	6	4½	4
Höhe der Dorsale	15	12	12	9
Basislänge der Dorsale	17	11	11	9½
Abstand des Beginnes der Dorsale vom vorderen Kopfende	85	63	58	51
Abstand der Basis des letzten Dorsalstrahles vom vorderen Kopfende	100	75	68	60
Länge des ersten verlängerten ungeteilten Pektoralstrahles	21	16	14	13
der ersten gespaltenen Pektoralstrahlen	17	15	14	12
» Ventrale	12½	9	9	8
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	85	58	50	47
» » Anale » » »	93	72½	65	57
Basislänge der Anale	12	9½	9½	9
Höhe der Anale	15	12	12	11
Länge der Caudale	20	15	13	12

Fundort: Rio Songo im Distrikt Nord Yungas, Bolivien.

Die im Hofmuseum befindlichen 4 Exemplare dieser Art wurden von Herrn Fassl gesammelt und nach ihm in Anerkennung seiner Verdienste um die zoologische Erforschung Boliviens benannt.

Pygidium venulosum n. sp.

Taf. XIII, Fig. 3 bis 5.

Körperform mehr minder stark gestreckt. Schwanzstiel stark komprimiert. Schwanzflosse am hinteren Rande gerundet. Auge sehr klein, nur wenig vor der Mitte der Kopflänge gelegen. Kopfbarteln kurz, zurückgelegt zirka bis zum Auge reichend. Beginn der Anale vertikal unter die Längenmitte der Basis der Dorsale fallend. Beginn der Dorsale ebenso weit vom hinteren Ende der Schwanzflosse wie von dem hinteren seitlichen Kopfende entfernt. Zähne in beiden Kiefern sehr zart spitz, im Zwischenkiefer eine ziemlich breite Querbinde bildend. Erster Pektoralstrahl nicht verlängert. Eine mehr minder scharf entwickelte graublaue Binde längs über der Höhenmitte des Rumpfes. Letzterer oben und seitlich mit einem braunen Maschennetze auf hellerem Grunde geziert.

D. 2/8 an 9. A. 3/7. P. 1/7.

Bei einer Totallänge von 101 bis 125 *mm* ist die Kopflänge $4^3/_5$ bis etwas mehr als 5mal, die größte Rumpfhöhe $7^1/_4$ bis $8^1/_3$mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Caudale, die Kopfbreite zirka $1^2/_5$ bis $1^1/_4$mal, die Schnauzenlänge $2^5/_7$ bis $2^1/_2$mal, die Augenlänge $9^1/_2$ bis 10mal, die Breite des Interorbitalraumes $3^1/_5$ bis etwas mehr als 3mal, die Länge der Nasalbarteln ein wenig mehr als 3mal, die der Mundwinkelbarteln zirka $2^5/_7$ bis $2^6/_7$mal, die Höhe der Dorsale sowie die der Anale zirka je $2^1/_9$ bis $2^2/_9$mal, die der Pektorale etwas weniger als 2mal, die Länge der Caudale, von der Basis der mittleren Caudalstrahlen ab gemessen, $1^3/_7$ bis $1^4/_7$mal, die Höhe des Schwanzstieles $2^1/_9$ bis 2mal, die Länge desselben $1^1/_6$ bis weniger als 1mal in der Kopflänge enthalten.

Der Vorderrand der Schnauze bildet einen flachen Bogen. Die Kopfbreite in der Gegend der Mundwinkel gleicht zirka der Hälfte der größten Kopfbreite zwischen den Kiemendeckeln. Die Spitzen der zurückgelegten Nasal- und Mundwinkelbarteln reichen bis zum Auge oder nur ganz unbedeutend über den hinteren Augenrand zurück.

Bei dem kleineren, hier abgebildeten Exemplar ist der Rumpf bis zum Beginn des Schwanzstieles in seiner oberen etwas kleineren Hälfte (bis zur blaugrauen Seitenbinde) hellbraun, unter der Seitenbinde hell und matt blaugrau, der Schwanzstiel aber, nach allmählichem Übergange in dem zwischen der Dorsale und der Anale gelegenen Rumpfteile, hellbraun. Ein dunkelbraunes etwas unregelmäßiges Maschennetz oben und seitlich über den Kopf sowie über den Rumpf verbreitet. Bei dem größeren Exemplar ist die dunkle Seitenbinde am Rumpfe, dessen Grundfarbe sehr matt und hellgrau violett ist, fast ganz erloschen; auch tritt die dunklere netzförmige Zeichnung schwächer hervor als bei dem kleineren Exemplare.

	Maße in Millimetern	
Totallänge	101	125
Körperlänge (ohne Caudale)	87	108
Kopflänge	19	20
Kopfbreite	$14^1/_2$	16
Größte Rumpfhöhe	12	13
Höhe des Schwanzstieles	9	10
Länge » »	15	21
Breite der Mundspalte	$4^1/_2$	$5^1/_2$
Länge des Nasalbartels	6	6
» der Barteln am Mundwinkel	7	7

	Maße in Millimetern	
Länge des Auges	2	2
» der Schnauze	7	8
Breite des Interorbitalraumes	5	6½
Höhe der Dorsale	9	10
Basislänge der Dorsale	11	12
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	57	71
» » Anale » » »	61	78
Höhe » »	7	8
Basislänge der Anale	9	11
Länge der Pektorale	10	11
» » Schwanzflosse	12	14

2 Exemplare von Paramo de Cruz verde, östliche Cordillere, Columbien, in 3000 *m* Höhe, gesammelt im März 1911 von Herrn Fassl.

Pygidium taenia Kner, Steind. Var. nova: transandianum.

Taf. XII, Fig. 6.

Schwanzflosse am hinteren Rande schwach oder deutlich gerundet. 1. Pektoralstrahl stets mäßig fadenförmig gerundet. Der Abstand der Basis der Ventrale vom hinteren Rande der Caudale gleicht dem vom vorderen Kopfende. Der Beginn der Dorsale ist ebensoweit vom hinteren seitlichen Kopfende wie vom hinteren Rande der Caudale entfernt. Beginn der Anale zirka unter die Mitte der Basislänge der Dorsale fallend. Kopf nur ganz unbedeutend länger als breit, am vorderen Schnauzenrande breit gerundet konvexe Augen sehr klein. Das längere obere Bartel am Mundwinkel überragt mit seiner Spitze nur wenig die Basis des äußeren Pektoralstrahles. Das Nasalbartel reicht bis zum Ende des Kiemendeckels zurück. Schwanzstiel zirka 2 mal höher als lang. Eine scharf ausgeprägte, sehr schmale schwarzgraue Längsbinde zieht vom oberen Ende der Kiemenspalte zur Basis der mittleren Caudalstrahlen; über dieser liegt eine Reihe rundlicher Flecken an den Rumpfseiten und eine Reihe am Rücken. Bei älteren Exemplaren ist eine Reihe kleiner Fleckchen entwickelt, die zirka in gleichem Abstand von der dunklen Seitenbinde und dem Bauchrande über den Ventralen beginnt und hierauf sich allmählich nach unten senkt.

D. 2 6. A. 2/5. V. 1/4. P. 1/6.

Die Kopflänge ist zirka $4^5/_8$ bis $4^4/_7$ mal, die Rumpfhöhe $6^1/_6$ bis $6^3/_5$ mal in der Körperlänge mit Ausschluß der Schwanzflosse, die Kopfbreite mehr als $1^1/_4$ bis $1^1/_9$ mal, die Schnauzenlänge $2^2/_3$ bis nahezu 3 mal, der Augendurchmesser zirka 8 bis $8^1/_3$ mal, die Breite des Interorbitalraumes zirka 4 mal, die Länge des 1. verlängerten Pektoralstrahles zirka $1^1/_2$ bis $1^1/_4$ mal, die Länge der Ventrale 2 mal, die Höhe der Dorsale etwas mehr oder weniger als $1^1/_2$ mal, die Länge des Schwanzstieles 1 mal, dessen Höhe 2 mal in der Kopflänge enthalten.

Der hintere Rand des Auges fällt in die Mitte der Kopflänge. Auch bei dem kleinsten der mir vorliegenden Exemplare von 31 *mm* Länge ist der äußere Strahl der Pektorale fadenförmig verlängert.

Fundort: Gebirgsbach im Cañon del Gallo, einem rechten Seitentale des Rio Combeima in der Zentral-Cordillere, Columbien, in einer Höhe von 1800 *m*.

In der Körperzeichnung sowie in der Länge der Kopfbartel stimmt die hier beschriebene Abart mit den typischen Exemplaren von *Pygidium* (= *Trychomycterus*) *taenia* Kn. Steind. von dem westlichen Abhang der Anden in Ecuador im wesentlichen überein, doch ist die Seitenbinde des Rumpfes bedeutend niedriger und die Caudale am hinteren Rande mehr gerundet (bei *P. taenia* nahezu quer abgestutzt); bei

kleinen Exemplaren von nur 27 bis 33 *mm* in der Totallänge aber viel schwächer gerundet als bei größeren Individuen von 60 bis 61 *mm* Länge.

Loricaria (Loricariichthys) fallax n. sp.?

Syn.: ? *Loricaria stewarti* Eig., Ann. Carneg. Mus., VI, 1910, p. 9.
? *Loricariichthys stewarti* Eigenm., The Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carneg. Mus., Vol. V, 1912, p. 249.
? *Loricariichthys brunneus* (Hanc.), Eigenm. l. c., Pl. XXX, Fig. 3, nec descr.

Taf. XIII, Fig. 1 bis 4.

Die uns vorliegenden Exemplare einer *Loricaria*-Art aus dem Rio Rupununi, dem Rio Parimé bei Serra do Banco, aus einem Igarapé bei Capivary, dem Rio branco bei Bem Querer und Conçeicaõ sowie aus einem Flusse bei Maguarý an der Braganzabahn bei Pará stimmen in den Körperverhältnissen, in dem Vorkommen eines Paares schwach nach hinten divergierender oder)(förmig auseinanderweichender, zarter Occipitalleisten sowie eines Kielpaares auf den folgenden Nuchalplatten, ferner eines größeren schwarzen Fleckes nächst der Spitze der äußeren Dorsalstrahlen mit der Beschreibung von *L. stewarti* Eig. überein, zeigen aber andererseits durch das Vorhandensein eines hell umsäumten, dunklen Ocellflecks am Nacken vor der Dorsale, eines kleinen, punktförmigen, dunkelgrauvioletten Fleckens an jeder Seite der Basis des ersten Analstrahles eine auffallende Übereinstimmung mit der von Eigenman l. c. gegebenen von *Loricariichthys brunneus* (Pl. XXX, Fig. 4), auf der man überdies auch 2 zarte Kiele am Occipitale bemerkt (die nach Eigenman bei *L. brunneus* fehlen sollen), daß die Vermutung naheliegt, es habe vielleicht in der Tafelerklärung eine Verwechslung in der Numerierung der Figuren stattgefunden. Dagegen wird in der Beschreibung von *L. stewarti* nicht das so ziemlich charakteristische Vorkommen eines Ocellflecks vor der Dorsale sowie eines dunklen punktartigen Flecks am Beginne der Anale nächst der Basis des ersten Analstrahles, der aus der gelben Grundfarbe der Unterseite des Körpers so scharf hervortritt, erwähnt. Zu *L. brunneus* Hanc. aber können die uns vorliegenden Exemplare wegen der Entwicklung von Occipitalstreifen und der Rauhigkeit der Kopfschilder (»Head strigilate« bei *L. stewarti* im Gegensatz zu »Head smooth« bei *L. brunneus*) nicht gereiht werden.

Unter diesen Umständen glaube ich, die mir vorliegenden Exemplaren, deren Beschreibung folgt, vorläufig als Repräsentanten einer besonderen Art betrachten zu sollen.

Kopflänge 5 bis $5^3/_4$ mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale), Kopfbreite zwischen den Kiemendeckeln $1^1/_7$ bis $1^3/_7$ mal, größte Kopfhöhe zirka $2^1/_8$ bis $2^1/_3$ mal, die Rumpfhöhe zwischen dem Beginn der Dorsale und der Basis der Ventralen etwas mehr als $1^5/_7$ bis nahezu 2 mal, die Länge des Auges (ohne den hinteren, dreieckigen Orbitalausschnitt) $5^1/_2$ bis $6^1/_2$ mal, die Schnauzenlänge $2^1/_{12}$ bis $2^1/_5$ mal, die Breite des Interorbitalraumes $4^1/_2$ bis $5^2/_3$ mal in der Kopflänge, die Rumpfbreite in der Analgegend 5 bis nahezu $4^2/_3$ mal in dem Abstand des Beginnes der Anale von der Basis der Caudale enthalten.

Kopf dreieckig, vorderes Schnauzenende oval gerundet. Schnauzenrand etwas wulstig aufgeworfen. Seiten des Kopfes bei ♂ mit zahlreichen, dicht aneinandergedrängten, langen Borsten; mehr minder kürzere Borsten liegen auch auf den Leistchen des Occipitale und der Nuchalplatten. Die Oberseite des Kopfes und Rumpfes fühlt sich sehr rauh an, da sie mit zahllosen winzigen Dornen besetzt ist, die mehr minder kurze und regelmäßige Längsreihen bilden aber erst unter der Lupe deutlich unterschieden werden können.

Unterlippe mit zahlreichen kornartigen Tuberkeln, in der Mitte des hinteren Randes eingebuchtet, der, wie der Rand der Oberlippe, dicht mit Tentakeln besetzt ist. Zirka 8 Zähne in jeder Kieferhälfte.

Dorsale nach oben zugespitzt; ihr hinterer Rand ist geradlinig und nur wenig nach hinten und unten geneigt.

Der 1. Pektoralstrahl ist bei ♂ wie ♀ nur ganz unbedeutend länger als der folgende Strahl, dagegen der 1. Ventralstrahl stärker über den hinteren quer abgestutzten Flossenrand vorgezogen. Die Spitze der

Pektorale überragt ein wenig den Beginn der Ventrale und die Spitze des Ventralstachels den der Anale. Anale zirka 3 mal höher als lang. Die Länge der Pektorale steht der des Kopfes ein wenig nach. Die Höhe der Dorsale übertrifft stets die Länge des Kopfes.

Die Caudale ist am hinteren Rand halbmondförmig eingebuchtet, der obere Randstrahl derselben bei beiden Geschlechtern stark fadenförmig verlängert. Auf sämtlichen Flossen liegen mehr minder intensiv grauviolette Flecken in regelmäßigen schrägen Längs-, respektive Querreihen. Am schwächsten ausgeprägt sind sie auf der Ventrale und Anale. Auf letzterer ist zuweilen nur eine einzige Fleckenreihe im unteren Höhendrittel der Flosse entwickelt. Im obersten Teile der Dorsale vereinigen sich die Flecken der zwei letzten Querreihen zu einem größeren Fleck. Auf der Caudale fließen häufig die Flecken der hintersten Reihen zu einer breiten, mehr minder intensiv grauvioletten Randbinde zusammen. Ebenso intensiv gefärbt ist zuweilen die mehr fleckenartige Querbinde, die durch das Ineinanderfließen der 2 vordersten Querbinden am Beginne der Caudale gebildet wird, und sich zuweilen als schmälerer Streifen auf den anstoßenden Teil des oberen und unteren Randstrahles halbmondförmig fortsetzt. Bei den Exemplaren von Maguary, ♀, ist die hintere Randbinde der Caudale auffallend breit, schwärzlich; dagegen sind die Flecken der übrigen Querreihen nur sehr schwach angedeutet.

Die Oberseite des Körpers ist kupferfarben bis sehr dunkel bräunlichviolett; noch dunkler grau- oder bräunlichviolett sind die 6 Querbinden des Rumpfes, von denen die vorderste, an der Basis der vorderen Dorsalstrahlen gelegene Querbinde schmäler als die folgende zweite Querbinde nächst hinter dem letzten Dorsalstrahl ist.

Sehr häufig (hauptsächlich bei ♂) liegt ein viereckiger oder kleiner längsovaler, sehr dunkler Fleck in geringer Entfernung vor der Dorsale am Rücken; er ist zuweilen hell umrandet; noch häufiger ist ein kleiner, matt grauvioletter Fleck jederseits an der Basis des ersten Analstrahles bei beiden Geschlechtern bemerkbar, seltener dagegen ein ähnlich gefärbtes Fleckchen knapp vor der Basis des Pektoralstachels. Unterseite des Körpers weißlich- bis goldgelb. Häufig liegt am Außenrande der Unterseite des Rumpfes eine dunkle Längsbinde, die an Intensität der Färbung mit jener der Oberseite des Rumpfes übereinstimmt, oder es sind nur die Seitenränder der Bauchschilder dunkel gerandet. Sehr selten zieht eine schmale, matt grauviolette Längsbinde von der Basis des letzten Analstrahles zur Basis der Caudale längs der Mitte der Subcaudalia.

Die paarigen Kiele an den Nackenplatten vor der Dorsale bilden gleichsam die Fortsetzung der beiden Kiele am Occipitale und divergieren ein wenig nach hinten. Die seitlich gelegenen Nackenplatten sind schwächer gekielt, ebenso die wenigen 6 bis 7 Platten der zweiten Längsreihe, die sich zwischen die Plattenreihe längs der Basis der Dorsale und jener einschiebt, längs welcher der obere stark entwickelte Seitenkiel des Rumpfes verläuft.

28 bis 31 Schilder längs der Seitenlinie in einer Längsreihe an den Rumpfseiten. Die beiden Seitenkiele des Rumpfes vereinigen sich am 15. bis 17. Schilde zu einer stumpfen Kante. Bauchplatten in 3 Reihen. Häufig verschmelzen je 2 nebeneinanderliegende Platten zu einer Platte.

	Maße in Millimetern					
	♂	♂	♂	♀	♀	♀
Totallänge bis zur Spitze des unteren Caudallappens	166	162	158	161	151	100
Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale)	154	146	141	141	137	88
Kopflänge	31	27	27	26	25	20
Kopfbreite	22	22	21	21	18½	13
Kopfhöhe	13	14	11½	11	10	
Rumpfhöhe	16	17	15	14	14	—

	Maße in Millimetern					
	♂	♂	♂	♀	♀	♀
Rumpfbreite in der Analgegend	19	19	18	17	15	—
Entfernung des Beginnes der Anale von der Basis der mittleren Caudalstrahlen	89	85	80	84	80	53
Augenlänge ohne Orbitalausschnitt	5	4	4	4	4	4
Schnauzenlänge	14	13	13	12½	12	10
Breite des Interorbitalraumes	6	6	5	5	5	4
Höhe der Dorsale	33	28	28	29½	28	19
Basislänge der Dorsale	15	13	13	13	12	—
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	47	43	43	43	40	—
Länge der Pektorale	28	24	24	25	23	16
» » Ventrale	24	24	22	24	23	15½
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	44	40	40	40	40	
Höhe der Anale	25	23	22	23	22	16
Basislänge der Anale	8	7½	7	7	6	—
Zahl der Schilder längs der Seitenlinie	16+13	15+16	15+16	17+14	16+13	15+16

D. 1/6. A. 1/5. P. 1/6. V. 1/5.

Loricaria jubata Blgr.

Loricaria jubata Blgr., Regan: A Monogr. of the Fishes of the Fam. *Loricariidae*, Transact. of the Zool. Soc. of London, Vol. XVII, Pt. III, 1904, p. 278, Pl. XV, Fig. 5.

Von dieser bisher nur nach Exemplaren aus dem nordwestlichen Venezuela bekannten Art sammelte Dr. Haseman ein Exemplar, ♂, in einem Igarapé des Rio branco, 2 Meilen nördlich von Boa Vista. Es ist mit Einschluß der Caudale ohne die fadenförmige Verlängerung des oberen Caudallappens 94 *mm* lang.

Kopflänge etwas mehr als $4^3/_8$mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale), die Kopfbreite $1^1/_2$mal, die Rumpfhöhe zwischen dem Beginne der Dorsale und der Basis der Ventrale $2^1/_9$mal, die Länge des Auges (ohne den hinteren Orbitalausschnitt) zirka $6^1/_3$mal, die Schnauzenlänge zirka $1^2/_3$mal, die Breite des Interorbitalraumes $3^1/_5$mal, die Höhe der Dorsale zirka $1^1/_5$mal, die Länge der Pektorale sowie die der Ventrale zirka $1^3/_5$mal, die Höhe der Anale zirka $1^1/_4$mal in der Körperlänge (mit Ausschluß der Caudale), die Rumpfbreite in der Analgegend $1^3/_4$mal in der Entfernung des Beginnes der Anale von der Basis der mittleren Caudalstrahlen entfernt.

Lange Borsten liegen an den Seiten des Kopfes vom vorderen Augenrand bis zur Mundwinkelgegend, auf der Oberseite des Kopfes hinter den Augen und zwischen dem Vorderpaar der Nuchalia, ferner an der Oberseite der äußeren Hälfte der Pektoralen.

Oberer Augenrand schwach erhöht. Die Entfernung der vorderen Narinen vom vorderen Augenrand gleicht zirka einer Augenlänge. Die beiden nur schwach erhöhten Leistchen am Supraoccipitale divergieren nach hinten.

7 bis 8 goldig glänzende Zähne in jeder Kieferhälfte. Unterlippe dicht mit Papillen besetzt, am hinteren Rande gefranst.

Dorsale etwas mehr als 2mal ($2^2/_7$mal), Anale 3mal höher als lang. Der Beginn der Ventralen fällt fast ganz genau unter den der Dorsale in vertikaler Richtung. Die Spitze der zurückgelegten Pektoralen erreicht die Basis der Ventralen und die Spitze der letzteren überragt unbedeutend den Beginn der Anale.

28 Schilder längs der Seitenlinie, deren Kiele sich am 15. Schilde vereinigen; die 2 ersten Poren der Seitenlinie münden in einen kleinen, nackten Raum hinter dem seitlichen Kopfende.

Ein sehr schwach entwickelter Kiel auf den vorderen Schildern der obersten Seitenreihe des Rumpfes. An der Unterseite des Rumpfes liegen im vorderen Teile zwischen den Pektoralen bis zur Kiemenspaltengegend kleinere Platten von unregelmäßiger Form in zirka 9 unregelmäßigen Reihen, hierauf größere Platten in 3 Reihen bis zur Analgegend zwischen den Seitenschienen des Rumpfes.

Oberseite des Kopfes und Rumpfseiten kupferfarben. Die 4 dunkleren Rumpfbinden treten aus der Grundfärbung nicht scharf hervor. Äußerer, respektive vorderer Strahl der Flossen hellgoldbraun, scharf grauviolett gebändert; den ganzen übrigen Teil der Flossen mit Ausnahme der Caudale deckt bis auf einen mehr minder breiten hellen Randsaum und einen hellen Fleck an der Basis ein großer, unregelmäßig dreieckiger, schräge gestellter Fleck von intensiv grauvioletter Farbe, dessen längere Basis sich unmittelbar an den hinteren, respektive inneren Rand des ersten Flossenstrahles anschließt.

An der Caudale sind der Randstrahl beider Lappen und die 4 mittleren Strahlen einfärbig schmutzig goldgelb, die übrigen grauviolett.

D. 1/7. A. 1/5. V.1/5. P. 1/6.

	Maße in Millimetern
Totallänge	94
Körperlänge (ohne Caudale)	83
Kopflänge	19
Kopfbreite	$12^1/_2$
Rumpfhöhe	9
Rumpfbreite in der Analgegend	10
Abstand der Basis des ersten Analstrahles von der Caudale	$47^1/_2$
Länge des Auges (ohne den hinteren Orbitalausschnitt	zirka 3
» der Schnauze	11
Breite des Interorbitalraumes	5
Höhe der Dorsale	16
Basislänge der Dorsale	7
Abstand der Dorsale vom vorderen Kopfende	27
Länge der Pektorale	12
» » Ventrale	12
Abstand der Ventrale vom vorderen Kopfende	$26^1/_2$
Basislänge der Anale	5
Höhe » »	15
Abstand der Anale vom vorderen Kopfende	36
Länge des kürzeren unteren Caudallappens	10

Plecostomus plecostomus (Lin.).

Plecostomus bicirrhosus Gron., Gthr, Catal., V, p. 231.

— *guacari* (Lac.) Regan, Fish. of the Fam. *Loricariidae*, Transact. of the Zool. Soc. London, Vol. XVII, pt. 3, 1904, p. 205.

— *verres* (C. V.) Regan, l. c., p. 269.

— *plecostomus* (Lin.) Eigenm. et Eigenm., Occ. Pap. Calif. Acad., I, p. 406, 1890.

— — (Lin.) Eigenm., The Freshw. Fish. of Brit. Guiana, Mem. of the Carn. Museum, Vol. V, 1912, p. 223.

— *hemiurus* Eigenm., l. c., p. 224, pl. XXV, Fig. 1.

— *walwala* (Hancock) Eigenm., l. c., p. 225, pl. XXVI, Fig. 1.

Die von Dr. Haseman im Rupununi gesammelten Exemplare sind 67 bis 85 *mm* lang.

Die bei älteren Exemplaren das Supraoccipitale nach hinten begrenzende mediane Nuchalplatte ist aus der Verschmelzung zweier Platten entstanden, zwischen welche sich der Occipitalfortsatz mehr minder tief einschiebt. Erst bei Exemplaren über 70 *mm* Länge (mit Einschluß der Caudale oder über 50 *mm* Länge ohne Caudale) sind diese beiden medianen Nuchalplatten regelmäßig zu einer einzigen Platte verschmolzen.

Dagegen lösen sich bei erwachsenen Individuen, von denen ich mehr als 100 während der von mir geleiteten zoologischen Expedition der kais. Akademie im Rio San Francisco und dessen Zuflüssen, im Flußgebiete des Paranahyba, Rio Itapocú, Rio Puty und im Amazonasgebiete nächst Pará und bei Cametá (Rio Tapajos) sammelte und Stück für Stück auf das Nuchale untersuchte, an dem einen oder anderen Seitenflügel oder an beiden 1 bis 2 Platten vollständig ab, so daß der hintere Rand der Supraoccipitale von 1, 2, 3 oder 4 Platten begrenzt erscheint. Auch die mediane Längskante des Supraoccipitale ist unabhängig von der Zahl des oder der medianen Nackenplatten mehr minder stark erhöht. Ich glaube daher gleich Dr. Günther, *P. verres* nicht spezifisch von *P. plecostomus* (= *P. guacari* = *P. bicirrhosus*) trennen zu dürfen.

Bei den von Dr. Haseman gesammelten jungen Exemplaren ist die Breite eines Mandibularastes $2^1/_3$ mal (bei den kleinsten Exemplaren) bis 2 mal in der Breite des Interorbitalraumes enthalten und die äußere (untere) Höhenhälfte des unteren Caudallappens viel dunkler als der Rest der Flosse.

Electrophorus electricus (Lin.).

Drei große Exemplare, ohne Caudale bis zu 750 *mm* lang, von Dr. Haseman am 28. September 1912 mit einem Netze aus einem Sumpfe zwischen dem Rio negro und Rio Solomoes gezogen, und zwei Exemplare, ♂, aus dem Rio branco bei Conceiçaõ unterhalb Boa Vista.

Oberseite des Körpers dunkel grauviolett, Bauch im Leben rot. Ziemlich zahlreiche, scharf abgegrenzte runde weiße Flecken in den beiden unteren Höhendritteln der vorderen Längenhälfte des Rumpfes. Pektorale sehr hell breitgerandet.

Das hintere Ende des Oberkiefers fällt in vertikaler Richtung unter den vorderen Augenrand. Mundspalte $1^2/_3$ mal breiter als lang. Kopfbreite fast $1^1/_3$ mal, Augendurchmesser $18^2/_5$ mal, Breite des Interorbitalraumes $3^2/_3$ mal, Schnauzenlänge und Mundlänge bis zum hinteren Ende des Oberkiefers je $3^2/_5$ mal, größte Rumpfhöhe zirka $1^4/_9$ mal, Länge der Pektorale etwas mehr als $2^1/_2$ mal in der Kopflänge und letztere etwas weniger als $8^1/_7$ mal in der Körperlänge (ohne Caudale) enthalten.

P. c. 30. A. c. 160.

	Maße in Millimetern
Körperlänge (ohne Caudale)	750
Kopflänge	92
Kopfbreite	72
Größte Rumpfhöhe	64
Augenlänge	5
Schnauzenlänge	27
Mundlänge	27
Mundbreite	45
Breite des Interorbitalraumes	30
Länge der Pektorale	29
Abstand der Anale vom vorderen Kopfende	146

Übersicht der beschriebenen Arten.

1. *Acara geayi* Pellegr.
2. *Bivibranchia protractyla* Eigenm.
3. *Curimatus* (*Curimatella*) *alburnus* M. Tr
4. — *semitaeniatus* n. sp.
5. — *vittatus* Kn. (u. *Curimatus semiornatus* Steind.).
6. *Prochilodus argenteus* Agass.
7. *Rhytiodus argenteo-fuscens* Kn., var. *unifasciatus* Steind.
8. *Parodon tortuosus* Eigenm. Norris.
9. *Leporinus pellegrini* Steind.
10. — *maculatus* M. Tr.
11. — *octofasciatus* n. sp.
12. *Characidium fasciatum* Rhdt., var. *boae vistae.*
13. — *declivirostre* n. sp.
14. — *crandellii* n. sp.
15. — *surumuense* n. sp.
16. *Brycon pesu* M. Tr.
17. — *falcatus* M. Tr.
18. — *coquenani* n. sp.
19. — *lundii* Rhdt. Ltk.
20. *Moenkhausia ternetzi* Blgr.
21. — *doceana* (Steind.).
22. — *miangi* n. sp.
23. — *comma* Eig.
24. — *grandisquamis* M. Tr.
25. *Tetragonopterus* (*Aequidens*) *fasslii* n. sp.
26. *Creatochanes melanurus* (Bloch).
27. — *caudomaculatus.*
28. *Acestrorhynchus nasutus* Eig.
29. *Acnodon oligacanthus* (M. Tr.).
30. *Myletes rhomboidalis* Cuv.
31. *Bunocephalus bicolor* Steind.
32. *Pimelodina flavipinnis* Steind.
33. *Imparfinis hasemani* n. sp.
34. *Imparfinis insidiosus* n. sp.
35. *Brachyplatystoma vaillanti* (C. V.)
36. — *paraense* Steind.
37. *Doras hancockii* C. V.
38. *Oxydoras* (*Rhinodoras*) *amazonum* Steind. var. *hasemani.*
39. *Hemidoras carinatus* (Lin.).
40. — *microstomus* Eig.
41. — *leporhinus* Eig.
42. — *affinis* Steind.
43. — *hasemani* n. sp.
44. — (*Leptodoras*) *boulengeri* n. sp.
45. — — *linelli* Eigenm.
46. *Trachycoristes obscurus* (Gthr.).
47. *Auchenipterus nigripinnis* (Blgr.).
48. — (*Pseudepapterus*) *hasemani* n. subg. n. sp.
49. *Agenciosus polystictus* n. sp.
50. *Helogenes marmoratus* Gthr.
51. *Ancistrus* (*Hemiancistrus*) *yaravi* n. sp.
52. — — *pulcher* n. sp.
53. — (*Pseudancistrus*) *coquenani* n. sp.? an *A. güntheri* Reg. ♀.
54. *Hemipsilichthys gobio* (Ltkn.).
55. *Pseudacanthicus fimbriatus* n. sp.
56. *Xenocara gymnorhynchus* (Kn.).
57. — *bufonia* (C. V.) Regan juv., ♀? an n. sp. (*X. boliviana* Steind.).
58. *Pygidium fasslii* n. sp.
59. — *venulosum* n. sp.
60. — *taenia* Kn. Steind., var. *transandianum* Steind.
61. *Loricaria fallax* n. sp.
62. — *jubata* Blgr.
63. *Plecostomus plecostomus* (Lin.).
64. *Electrophorus electricus* (Lin.).

Tafel I.

Tafel I.

Fig. 1. *Brycon coquenani* n. sp.

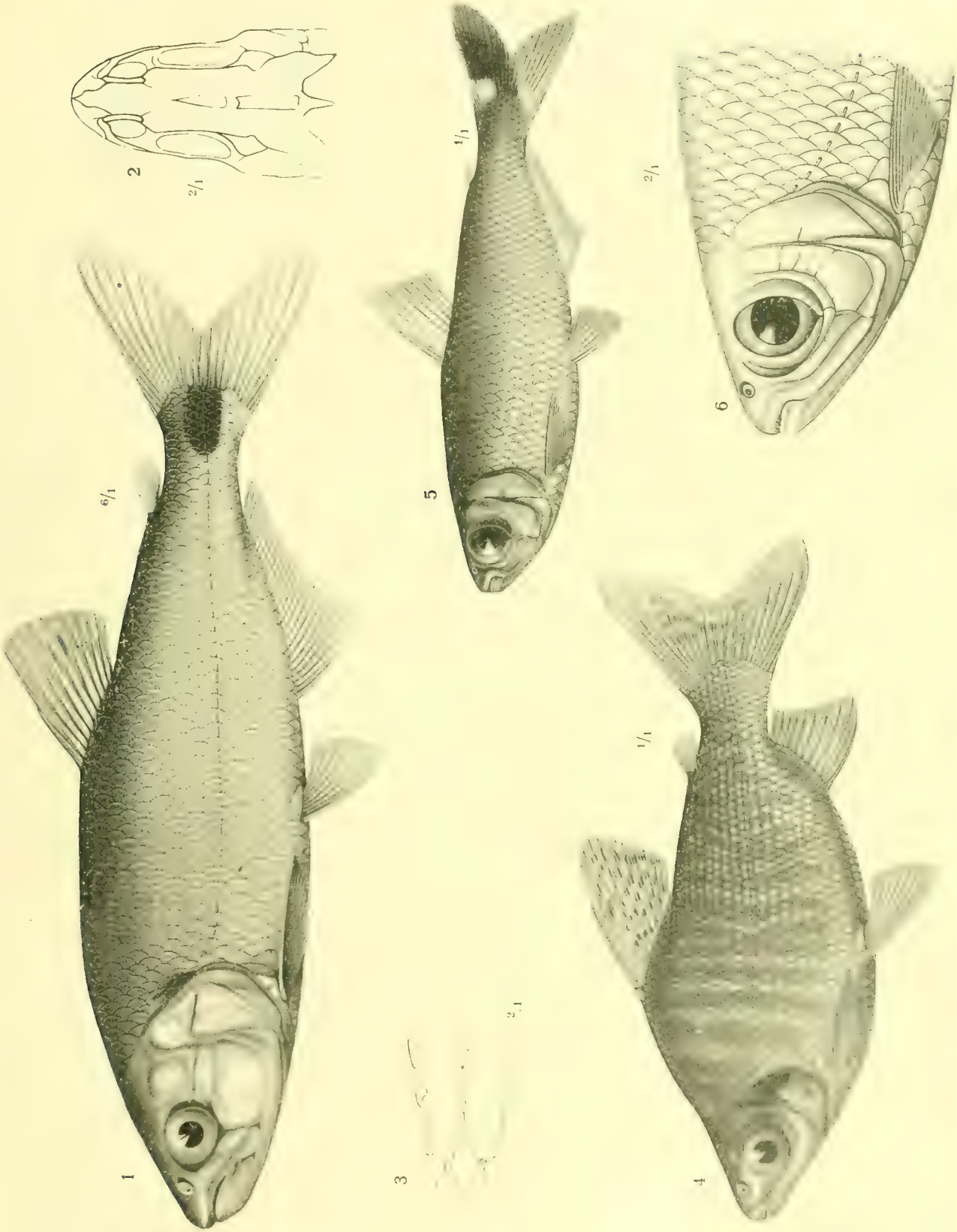
» 2. » » » » Obere Ansicht des Kopfskeletts.

» 3. » *pesu* M. Tr. » » » »

» 4. *Prochilodus argenteus* Agass. juv.

» 5. *Creatochanes melanurus* (Bl.) var. *transitorius*.

» 6. » » » » » » Seitenansicht des Kopfes desselben Exemplares, 2 mal vergrößert.



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez.

Lichtdruck v. Max Jaffe, Wien.

Tafel II.

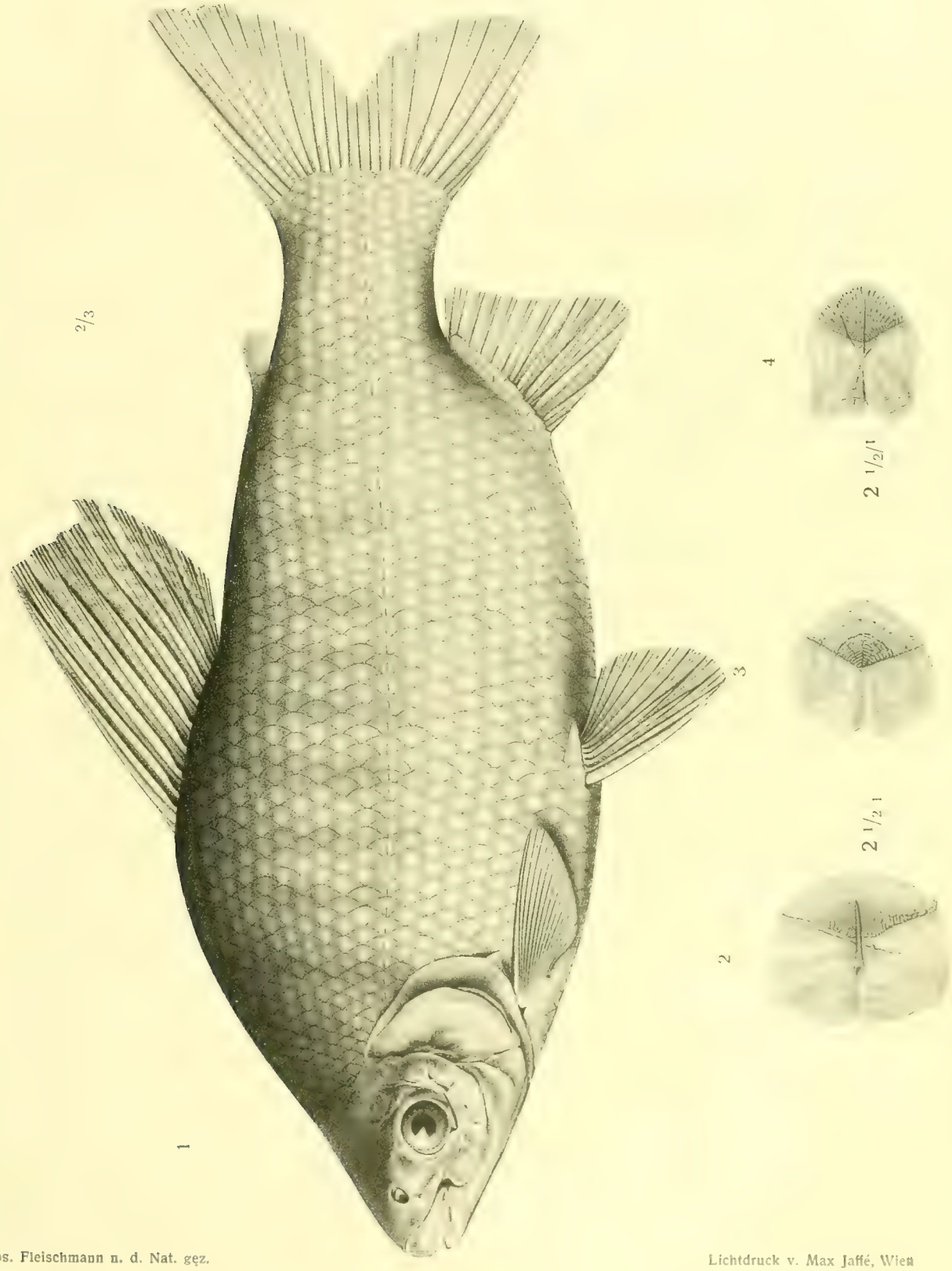
Tafel II.

Fig. 1. *Prochilodus argenteus* Agass., adult.

» 2. » » » Eine Schuppe der Seitenlinie.

» 3. » » » » » oberhalb der Seitenlinie, $2^1/_2$ mal vergrößert.

» 4. » » » » » des Bauchrandes.



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel III.

Tafel III.

Fig. 1. *Leporinus octofasciatus* n. sp.

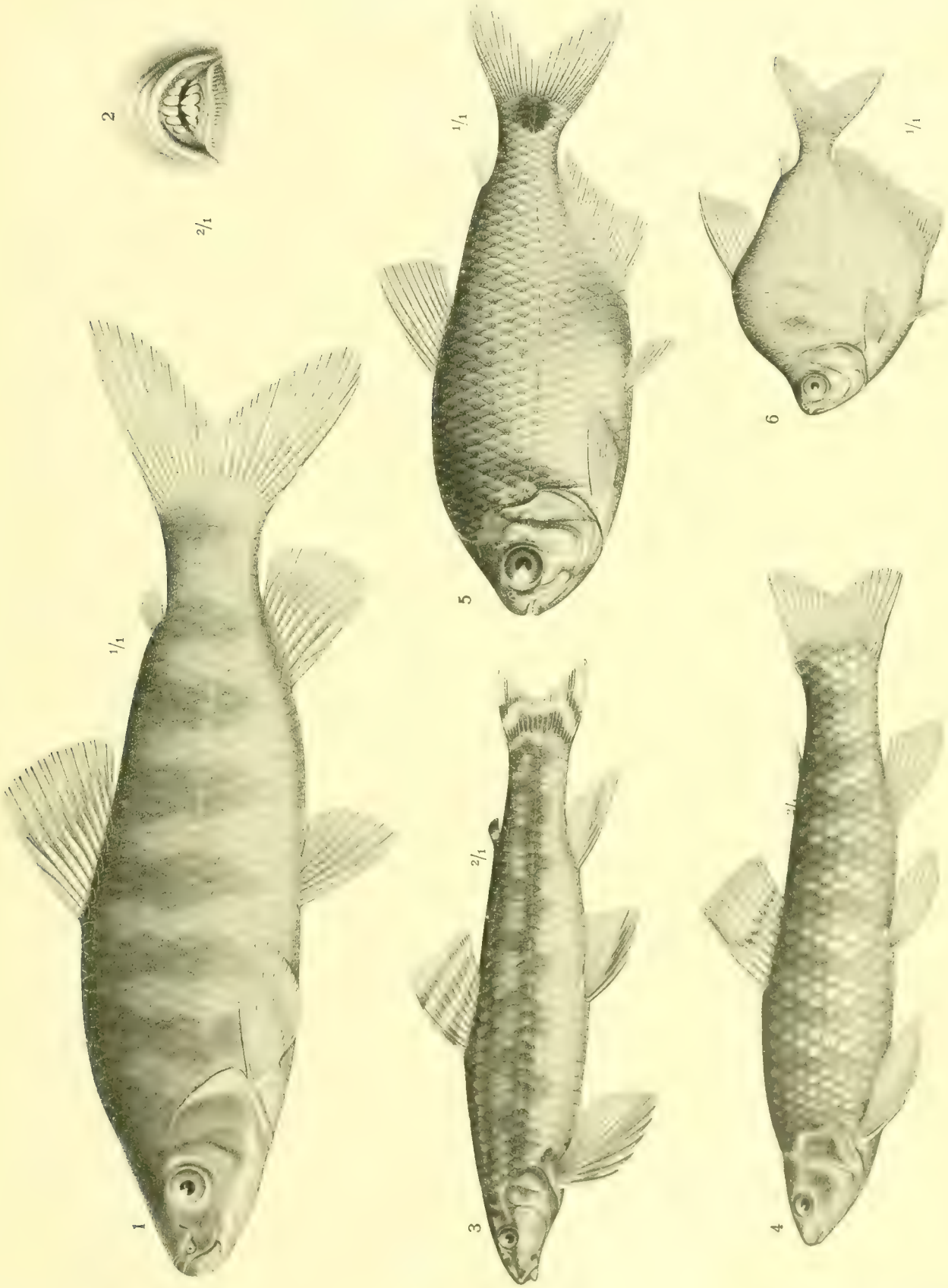
» 2. » » » » Zwischen- und Unterkiefer mit ihren Zähnen, 2 mal vergrößert.

» 3. *Characidium zurumuense* n. sp.

» 4. » *fasciatum* Rhdt., var. *boae vistae.*

» 5. *Moenkhausia miangi* n. sp.

» 6. » *ternetzi* (Blgr.).



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel IV.

Tafel IV.

Fig. 1. *Moenkhausia grandisquamis* M. Tr.

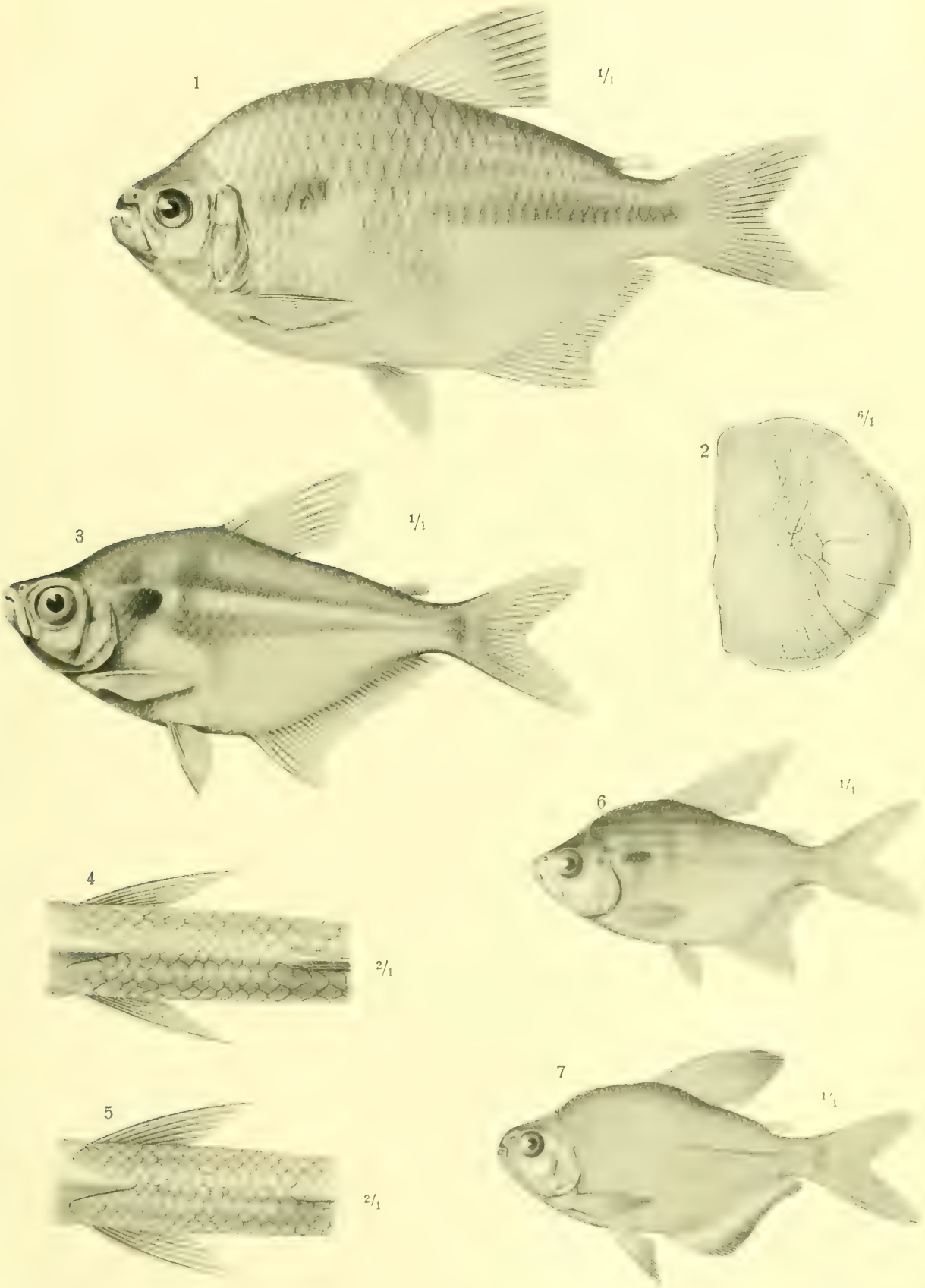
» 2. » » » » Eine Schuppe, 6 mal vergrößert.

» 3. » *doceana* (Steind.).

» 4 u. 5. » » » Verschiedene Schuppenanordnung längs der Nackenlinie bei 2 Exemplaren derselben Art

» 6. » *coma* Eigenm.

» 7. *Tetragonopterus* (*Astyanax*) *fasslii* n. sp.



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel V.

Tafel V.

Fig. 1. *Parodon tortuosus* Eigenm. Norris, aus dem Coquenan var.

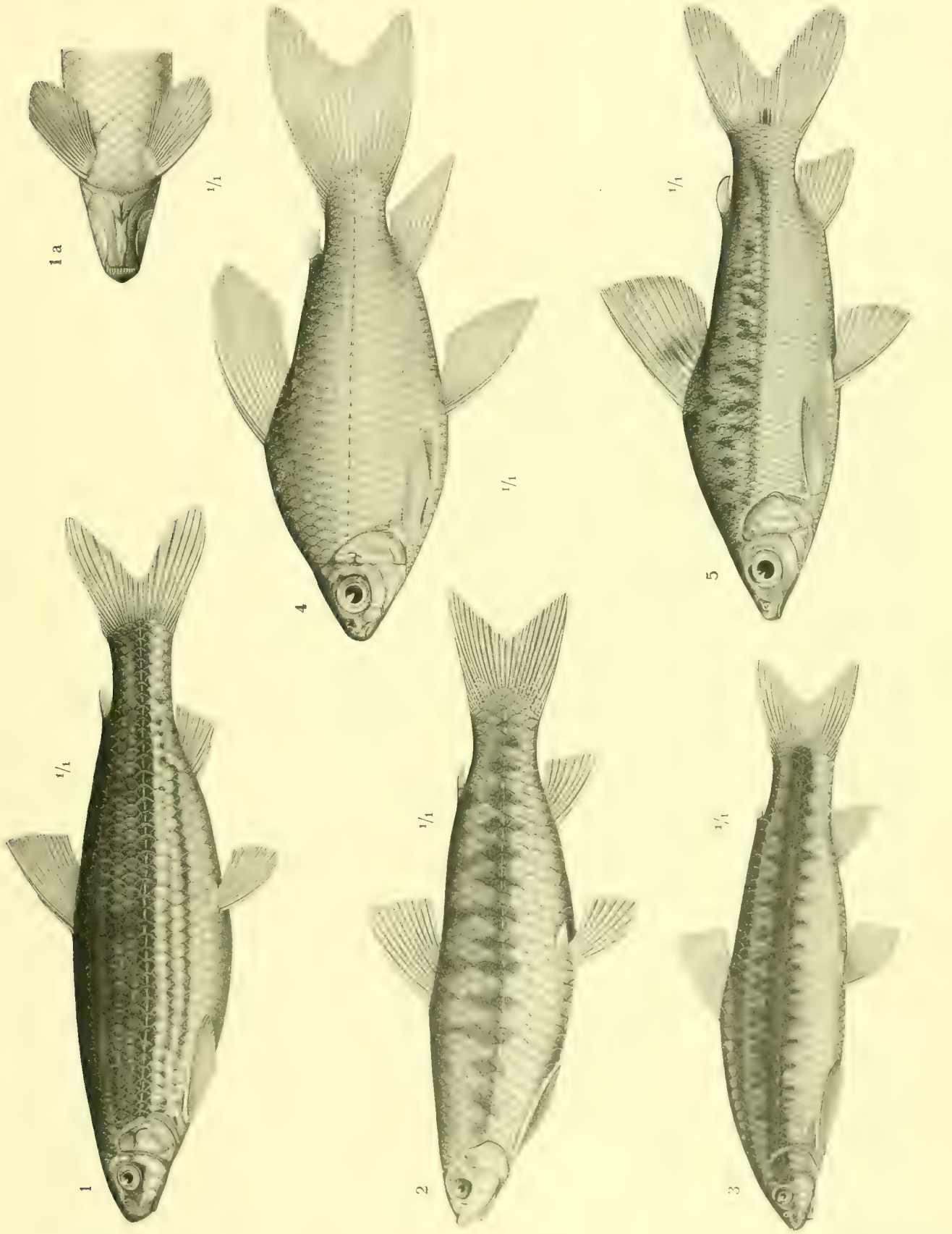
» 1*a*. » » » » Unterseite des Kopfes desselben Exemplars.

» 2. » » » » von Piracicaba.

» 3. » » » » var. *bifasciatus* (= *P. bifasciatus* Eig.) aus den Stromschnellen des Rio Tacutú am Ende der Serra da Lua.

4. *Curimatus* (*Curimatella*) *alburnus* M. Tr. Männchen zur Laichzeit.

5. » *semiornatus* Steind. (siehe dessen Beschreibung im Akad. Anz., Nr. 12, Mai 1914).



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel VI.

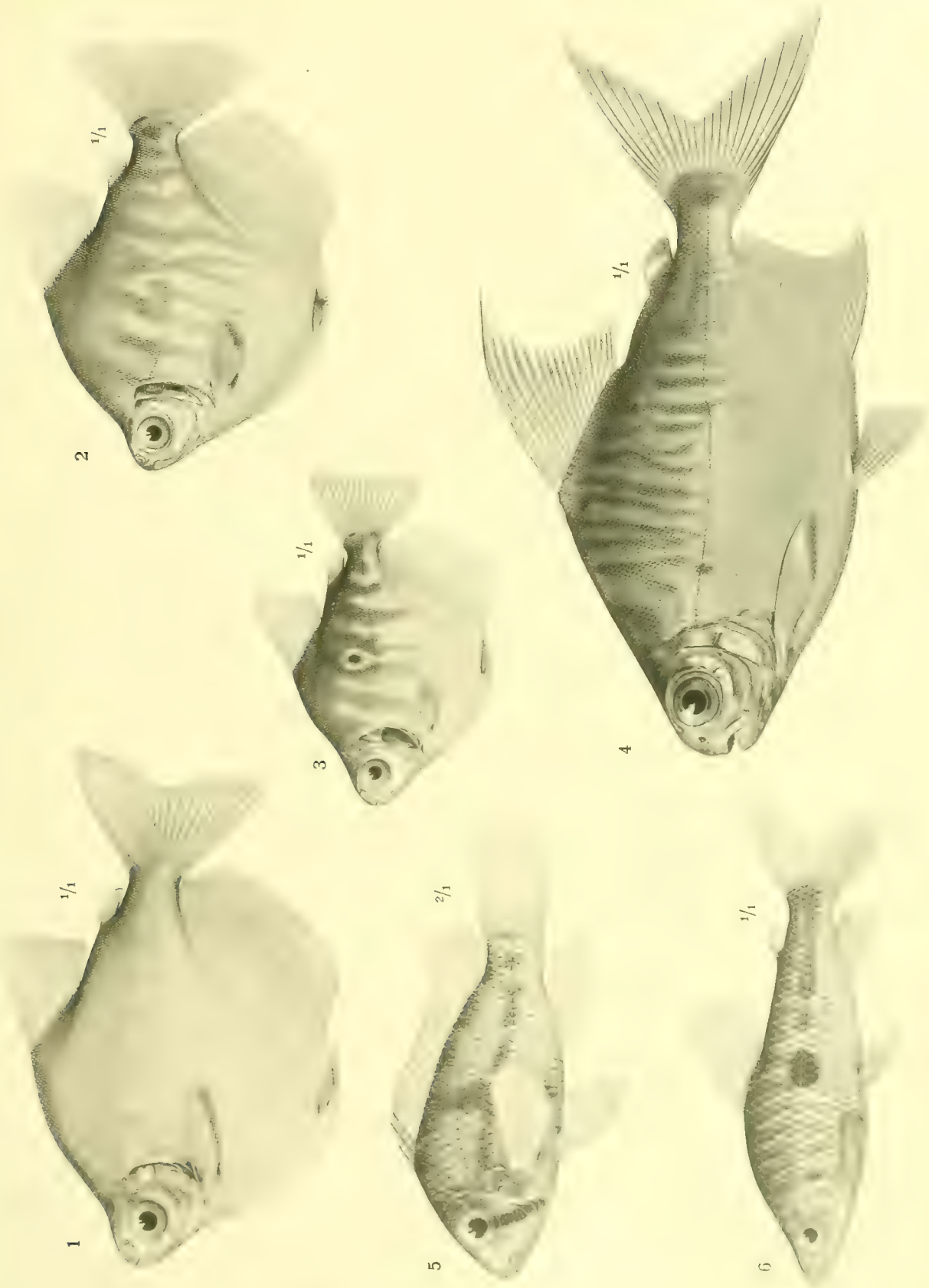
Tafel VI.

Fig. 1, 2 und 3. *Mylosoma duriventre* (C. V.), juv., in verschiedenen Jugendstadien.

» 4. *Acnodon oligacanthus* (M. Tr.), juv.

» 5. *Acara geayi* Pell., juv.

» 6. *Leporinus nigrotaeniatus* Schomb., juv.



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

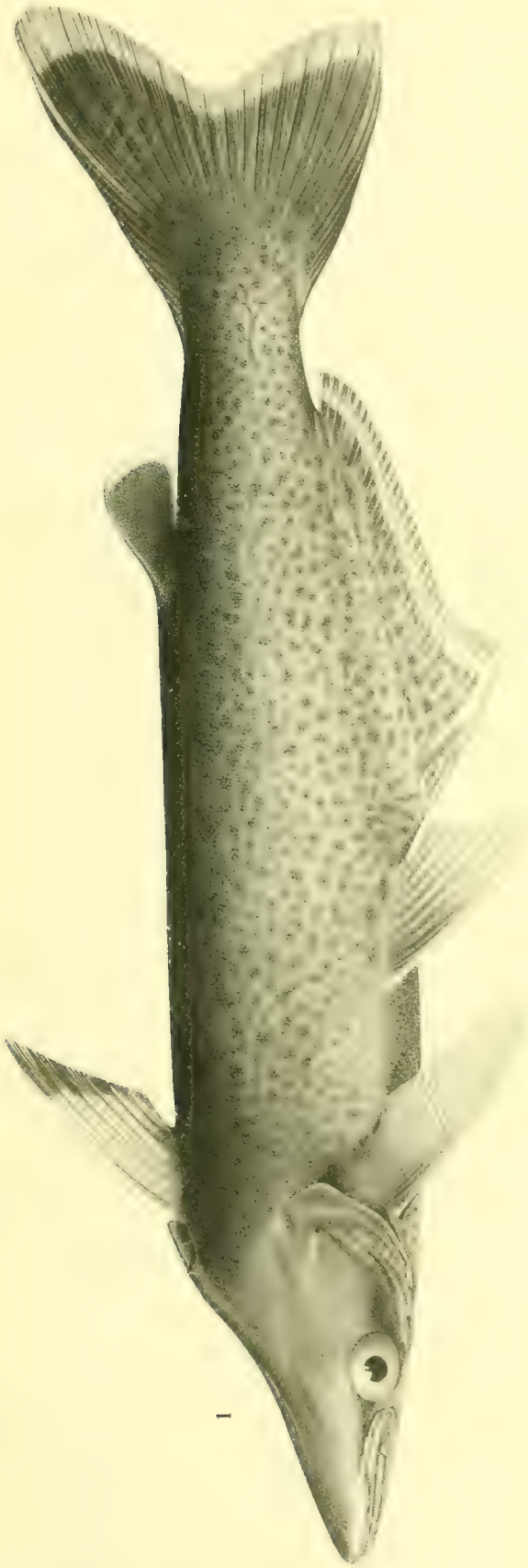
Tafel VII.

Tafel VII.

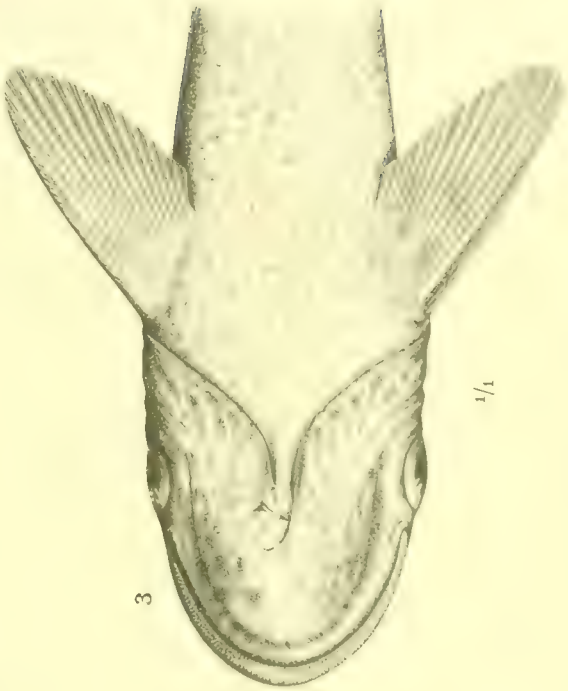
Fig. 1. *Ageneiosus polystictus* n. sp. Von der Seite gesehen.

» 2. » » » » Obere Ansicht des Kopfes.

» 3. » » » » Untere » » »



1



3

2

1/1

1/1

1/1

Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel VIII.

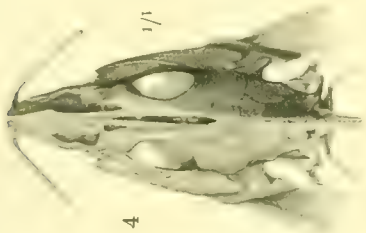
Tafel VIII.

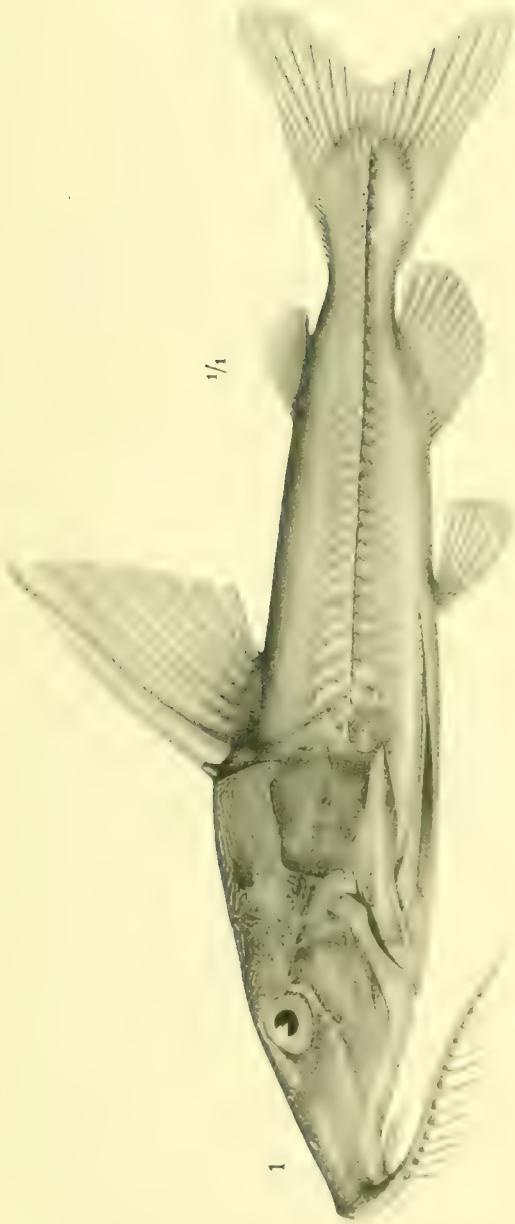
Fig. 1. *Hemidoras* (*Leptodoras*) *boulengeri* n. sp.

» 2. » » » » » Obere Ansicht des Kopfes.

» 3. » » » » » Untere » » »

» 4 *hasemani* n. sp. Obere Ansicht des Kopfskeletts.





Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel IX.

Tafel IX.

Fig. 1. *Hemidoras leporhinus* Eigen.

» 2. » » Obere Ansicht des Kopfes.

» 3. » Untere » » »

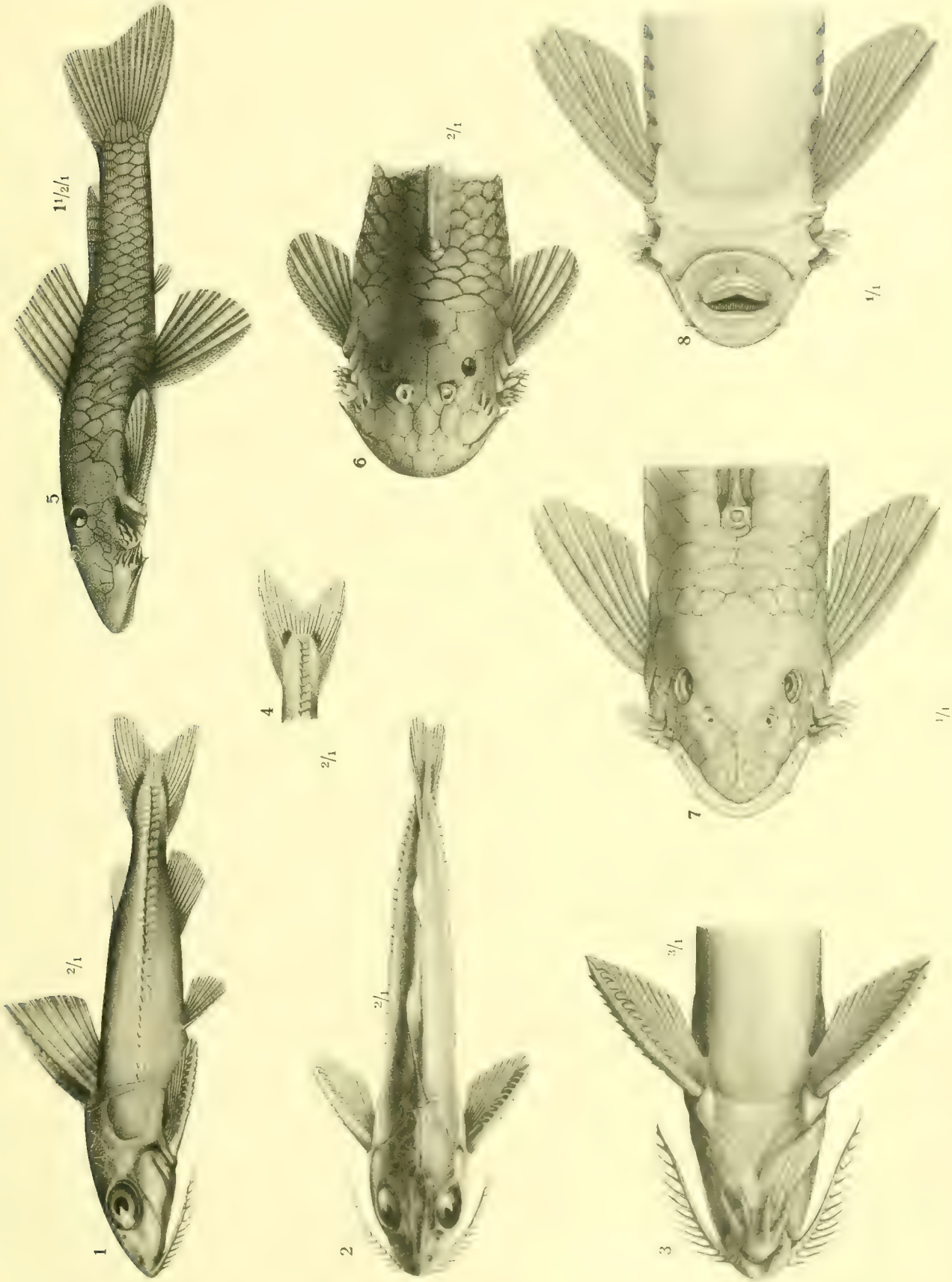
» 4. Schwanzende eines Exemplars mit abweichender Zeichnung.

» 5. *Xenocara bufonia* (C. V.) juv.? an n. spec. (*X. boliviana* Steind.)?

» 6. » » » » Obere Ansicht des Kopfes.

» 7 » *gymnorhynchus* (Kner). Kopf von oben gesehen.

» 8. » » » » » unten



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel X.

Tafel X.

Fig. 1. *Pseudacanthicus fimbriatus* n. sp.

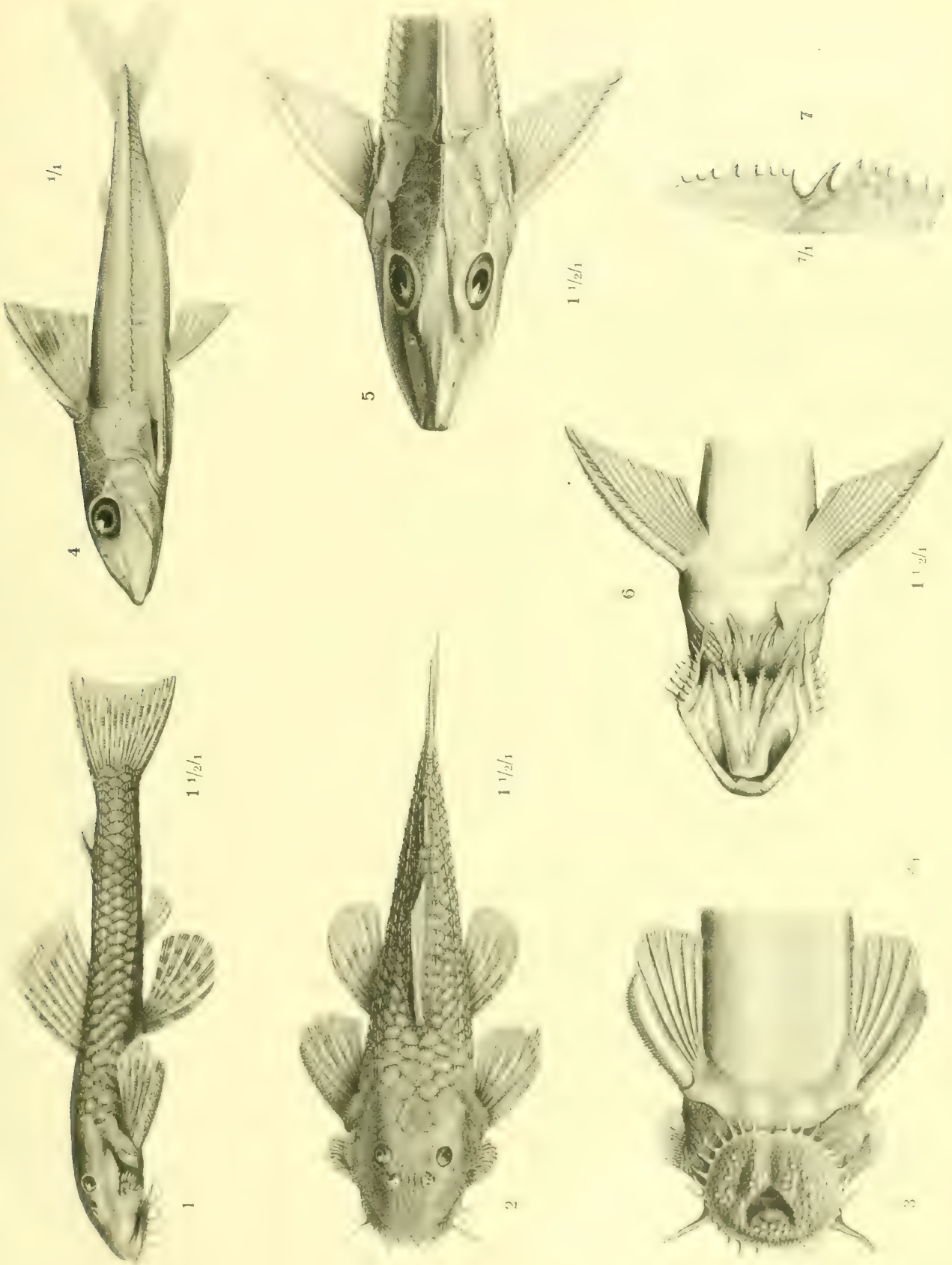
» 2. » » » » Obere Ansicht des Kopfes.

» 3. » » » » Untere » » »

» 4. *Hemidoras hasemani* n. sp.

» 5 u. 6. » » » » Obere und untere Ansicht des Kopfes.

» 7. » » » » 7te Platte der Seitenlinie, 7 mal vergrößert.



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez. Lichtdruck v. Max Jaffe, Wien

Tafel XI.

Tafel XI.

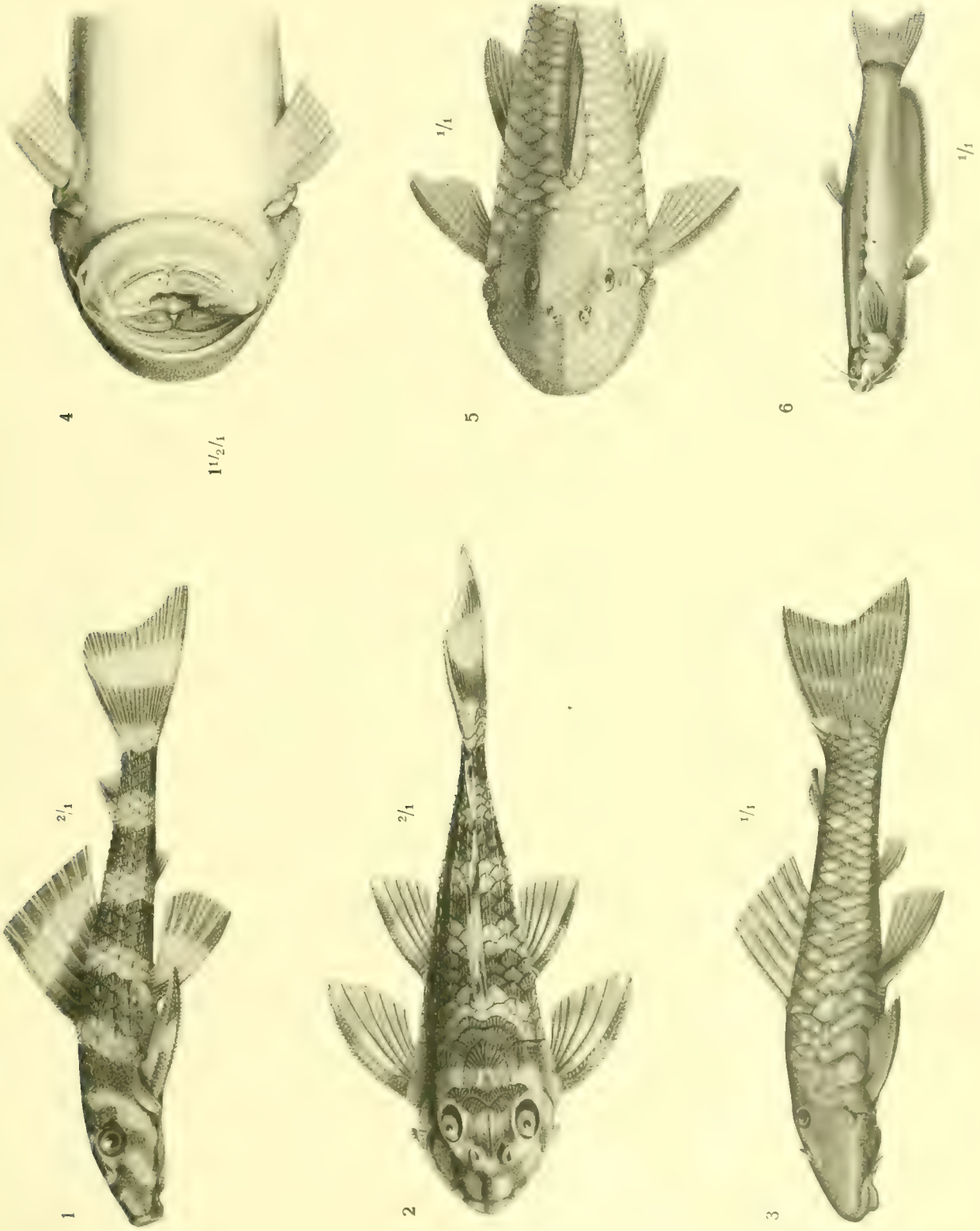
Fig. 1. *Ancistrus* (*Hemiancistrus*) ***pulcher*** n. sp. Seitliche Ansicht des Körpers.

» 2. » » » » » Obere » » »

» 3. » (*Pseudancistrus*) *coquenani* n. sp. ? an *A. güntheri* Reg. ♀.

» 4 u. 5. » » » » » Obere und untere Ansicht des Kopfes.

» 6. *Helogenes marmoratus* Gthr.



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel XII.

Tafel XII.

Fig. 1. *Pygidium fasslii* n. sp.

» 2. » » » » » Obere Ansicht des Kopfes.

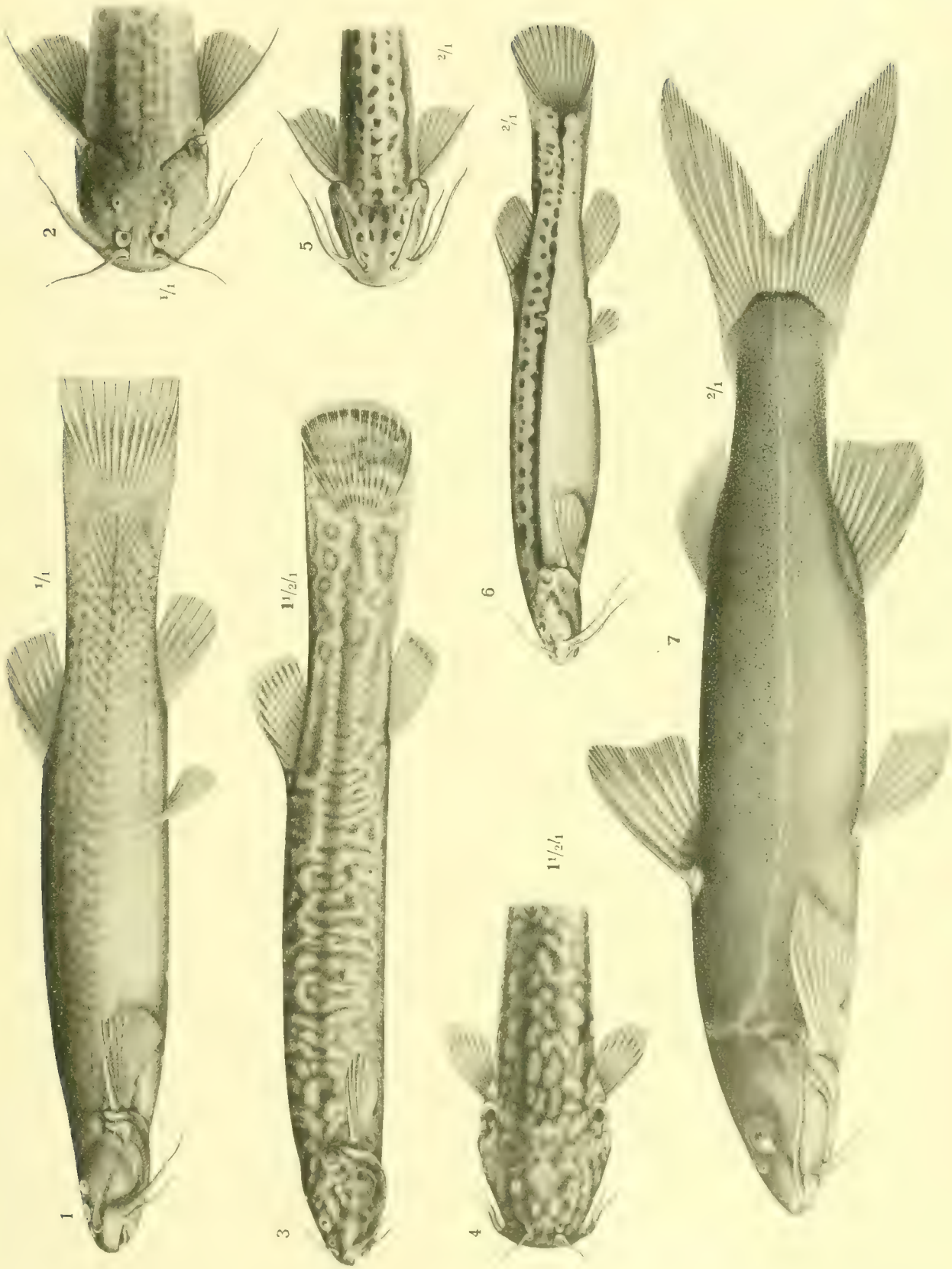
» 3. *venulosum* n. sp.

» 4. » » » Kopf von oben gesehen.

» 5. *taenia* (Kn. Steind.), var. *transandianum*.

» 6. » » Kopf von oben.

» 7. *Imparfinis insidiosus* n. sp.



Jos. Fleischmann n. d. Nat. gez.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel XIII.

Tafel XIII.

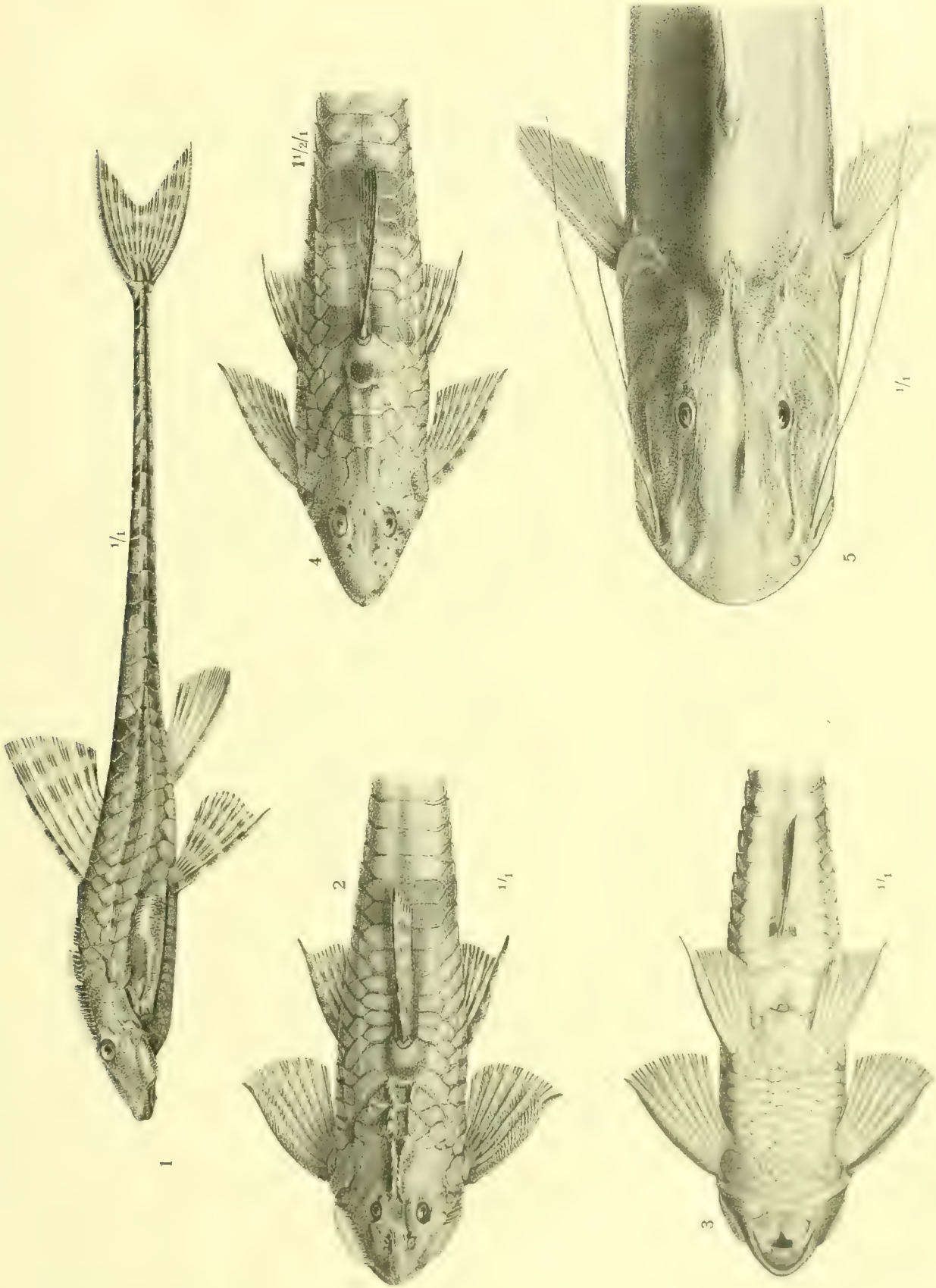
Fig. 1. *Loricaria fallax* n. sp. ♀, von der Seite.

» 2. » » » » ♂, obere Ansicht der oberen Körperhälfte.

» 3. » » » » ♀, » » » » »

» 4. » » » » ♀, von oben gesehen.

» 5. *Brachyplatystoma paraense* Steind.



Jos. Fleischmann n. d. Natur gez

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

STUDIEN ÜBER DIE REGENERATION DES SPROSSVEGETATIONSPUNKTES

VON

K. LINSBAUER

AUS DEM PFLANZENPHYSIOLOGISCHEN INSTITUTE DER UNIVERSITÄT GRAZ

MIT 6 TAFELN UND 2 TEXTFIGUREN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 21. OKTOBER 1915

Inhaltsübersicht.

Seite

Einleitung . . . . . 2 [108]
Material und Methode . . . . . 4 [110]
Experimenteller Teil . . . . . 6 [112]
I. Versuche mit *Phaseolus coccineus* L. . . . . 6 [112]
1. Adventiv- und Achselknospen . . . . . 6 [112]
2. Über die Entwicklungsbedingungen von Primär- und Folgeblättern . . . . . 7 [113]
3. Die Regeneration des Stammscheitels . . . . . 10 [116]
A. Einfluß von Stichwunden . . . . . 10 [116]
B. Verletzung durch Einschnitt . . . . . 11 [117]
C. Verletzung durch Queramputation . . . . . 12 [118]
II. Versuche mit *Polygonatum officinale* All. . . . . 14 [120]
A. Verletzung durch Einschnitt . . . . . 15 [121]
B. Verletzung durch Queramputation . . . . . 15 [121]
III. Versuche mit *Helianthus annuus* L. . . . . 16 [122]
1. Regeneration des Stammscheitels von Keimpflanzen . . . . . 16 [122]
A. Verletzung durch Einstich . . . . . 16 [122]
B. Regeneration nach Halbierung des Vegetationskegels . . . . . 17 [123]
2. Regeneration der Infloreszenzanlage . . . . . 18 [124]
IV. Über die Differenzierung des »Ersatzvegetationspunktes« . . . . . 24 [130]
V. Zusammenfassung der Ergebnisse über Regeneration des Stammscheitels . . . . . 26 [132]
Theoretisches . . . . . 27 [133]
Zusammenfassung . . . . . 30 [136]
Literatur . . . . . 31 [137]
Figurenerklärung . . . . . 32 [138]

Einleitung.

Während wir über die Restitutionsvorgänge am Vegetationskegel der Phanerogamen-Wurzel durch eine ansehnliche Reihe sorgfältiger Untersuchungen befriedigend unterrichtet sind — ich nenne hier nur die Arbeiten von Lopriore, Simon, Němec — sind unsere Kenntnisse des regenerativen Verhaltens der Sproßvegetationsspitze mehr als dürftig. Der Grund mag zum guten Teil darin zu suchen sein, daß der Stammscheitel der Operation und Untersuchung wesentlich schwieriger zugänglich ist als die Wurzel. Immerhin hat sich auf Grund der spärlich vorliegenden Untersuchungsergebnisse und wohl insbesondere in Analogie mit dem Verhalten des Wurzelmeristems die Ansicht herausgebildet, daß auch der Sproßscheitel, wenigstens in gewissen Fällen, zu einer echten Regeneration, zu einer Restitution im Sinne Küsters (p. 8) befähigt ist. So äußert sich zum Beispiel Pfeffer (p. 207) unter Hinweis auf die Beobachtungen von Lopriore (II) über das Auftreten von Doppelbildungen beim Spalten von Sproßspitzen: »Diese werden also wahrscheinlich auch den Scheitelpunkt regenerieren können, wenn derselbe durch einen Querschnitt entfernt wird. Tatsächlich hat Beijerinck bei *Salix amygdalina* die Regeneration einer weggeschnittenen Knospe beobachtet.«[1] Bei Jost (III. Aufl., p. 442) heißt es: »Endlich findet auch am längsgespaltenen Sproßvegetationspunkt einiger höherer Pflanzen eine Wiederbildung fehlender Hälften statt (Peters, Kny), während die Reparation des quer abgetrennten Stengelvegetationspunktes bis jetzt nur bei der Pappel festgestellt ist (Reuber).« In der zweiten Auflage von Jost's »Vorlesungen« wird überdies ausdrücklich festgestellt, daß das Vermögen zur Restitution keineswegs eine allgemeine Eigenschaft der embryonalen Gewebe darstellt, daß sie vielmehr »den meisten Farnwurzeln und Sproßvegetationspunkten gänzlich fehlt« (l. c., p. 397). Die Ähnlichkeit im regenerativen Verhalten des Sproß- und Wurzelvegetationspunktes wird auch von Vöchting (p. 67) hervorgehoben. Winkler beruft sich gleichfalls auf Peters und Reuber, vermutet aber, daß sich den wenigen bisher bekannten Fällen zahlreiche andere werden anschließen lassen (p. 660).

Untersuchen wir, inwieweit die den geäußerten Anschauungen zugrunde liegenden Beobachtungen der Kritik standhalten, wobei sich eine gesonderte Besprechung der Quer- und Längsregeneration empfiehlt.

Eine Querregeneration des Sproßvegetationspunktes ist bisher überhaupt nur in zwei Fällen angegeben worden, von denen der eine eine mehr gelegentliche Beobachtung von Beijerinck an *Salix amygdalina* betrifft. Aber schon Goebel (II, p. 432) hält diesen Fall mit Recht für nicht hinreichend geklärt und auch Reuber (p. 336) betont neuerdings, daß es hier an einem stichhältigen Beweise fehlt. Beijerinck beschränkt sich auf die bloße Mitteilung, daß an Stelle einer abgeschnittenen Wurzelknospe eine neue Knospe entstanden wäre. Da genauere Angaben über die Art der Amputation fehlen und eine mikroskopische Untersuchung des angeblichen Regenerats nicht durchgeführt wurde, können wir diesen Fall als nicht beweisend von vorneherein ausschalten. Wenn aber Reuber glaubt, bei dem von ihm studierten Falle von *Populus nigra* eine echte Regeneration des Sproßvegetationspunktes zum ersten Male wirklich sichergestellt zu haben, so kann ich seiner Meinung durchaus nicht beipflichten. Bei Durchführung der Operation ist der genannte Autor allerdings viel vorsichtiger als seine Vorgänger zu Werke gegangen, indem er Schnitte durch die Knospe solange abtrug, bis der Vegetationspunkt mikroskopisch

[1] Natürlich ist hier von Regeneration im engeren Sinne die Rede.

in einem Querschnitte nachgewiesen werden konnte. Die Untersuchung des Regenerates kann aber nicht den gleichen Anspruch auf Zuverlässigkeit erheben. Verfasser findet zwei Typen von Wachstums- und Bildungsprozessen: In dem einen Fall entwickeln sich die stehengebliebenen Stümpfe des Vegetationskegels bis zum Versuchsende (nach 24 Tagen) zu abgerundeten Zapfen, die im Wesentlichen — von einzelnen Wucherungen abgesehen — keine Neubildung zeigten; beim zweiten Typus verlängerte und verdickte sich der stehengebliebene Stumpf und trug ausgetriebene Sprosse in den Achseln der amputierten Blätter. »Die Lagerung der Gewebe bleibt so wie sie war und die angeschnittenen Gewebe können nach wie vor ganz oder doch fast ganz an die Schnittfläche reichen. Bei einer Reihe dagegen sind Zellteilungs- und Zelldifferenzierungsvorgänge vorgegangen, die zu einer direkten oder echten Regeneration des Vegetationspunktes führen oder vorbereitende Stadien einer solchen verwirklichten« (p. 333). Eine direkte Regeneration des Vegetationspunktes tritt nur »bei geringer Entnahme« auf, »etwa bei einer Entnahme bis zu einem Querschnitt, in dem die Sonderung in die drei Schichten (nämlich: Protoderm, Prokambium und Grundmeristem) zu erkennen ist«. Tritt keine Regeneration ein oder liegt die Schnittfläche weiter basalwärts, so tritt eine lokal beschränkte Sproßvegetationspunktbildung auf, die mit Entfernung vom Scheitel reichlicher wird. Hier wird die Bildung von Sprossen durch den Kallus vermittelt, während sich das Regenerat aus dem Vegetationspunkt direkt »aus den meristematischen Zellen beziehungsweise einer nur äußerst geringen Gewebswucherung bildet« (p. 335).

Wie die Regenerate sich aus dem stehengebliebenen Stummel herausdifferenzieren, wird aus der Darstellung Reuber's nicht klar; ich kann aber auch nicht zur Überzeugung gelangen, daß überhaupt eine echte Regeneration stattgefunden hat. Verfasser beobachtete unter seinen ganzen Versuchen einen einzigen Fall, in welchem ein vollständiger Vegetationspunkt mit Blattanlagen als Regenerat auftrat; in diesem Falle war von der stattgehabten Verletzung keine Spur mehr zu sehen. Was ist aus der doch jedenfalls aufgetretenen Wundnarbe geworden? Man könnte sich vorstellen, daß sich das Regenerat unterhalb der abgestorbenen Zellschichte auf irgend eine Weise »aus dem Meristem direkt, beziehungsweise einer äußerst geringen Gewebewucherung« gebildet hat und daß die Wundnarbe abgestoßen wurde. Es ist aber ebensogut möglich, daß das Wundgewebe etwa durch eine sich kräftig entwickelnde Axillarknospe einfach zur Seite gedrängt wurde und infolgedessen der Beobachtung entging. Nicht minder unklar sind die vom Verfasser geschilderten »blattlosen« Vegetationspunkte, die als Vorstufen der Regeneration bezeichnet werden. Diese merkwürdigen Vegetationspunkte, welche von einer dünnen Schichte angeschnittener und abgestorbener Zellen bedeckt sind, unterscheiden sich vom normalen Vegetationskegel sonst nur »durch größere Steilheit der Wölbung und die Größe des gewölbten Gewebes«. Würde es sich hier wirklich um Vegetationspunkte handeln, was ich nicht für ausgemacht halte, so müßte sich Prokambium und Grundmeristem an seiner Peripherie direkt in ein Protoderm verwandelt haben, was einigermaßen unwahrscheinlich ist. Eine Beweiskraft könnten nur lückenlose Serienschnitte bringen. Leider fehlt aber jede Angabe über die Technik der Präparation sowie jegliche Skizze, so daß es unmöglich ist, sich ein eigenes Urteil zu bilden. Hat sich der Verfasser mit Handschnitten vielleicht sogar an frischem Material begnügt, so sind Irrtümer in der Deutung des Gesehenen nur allzuleicht möglich.

Ich habe diesen Fall ausführlicher geschildert, weil seine Angaben bereits Eingang in unsere Lehr- und Handbücher gefunden haben und weil sie zeigen, wie notwendig die sorgfältigste mikroskopische Kontrolle bei Regenerationsversuchen ist.

Bezüglich der Versuche über Längsregeneration kann ich mich dafür umso kürzer fassen, wobei ich die Beobachtungen über Restitution der Gewebe, die außerhalb des Planes dieser Arbeit liegen, völlig übergehe.

Eine Reihe von Versuchen über Regeneration gespaltener Stammspitzen verdanken wir Lopriore (II); er beobachtete vollständige Regeneration bei *Helianthus, Acer, Vitis, Ampelopsis, Glycine, Amygdalus, Hedera, Nerium, Salix* u. a., von denen nur die drei erstgenannten in ihrem regenerativen Verhalten ausführlicher geschildert werden. Stets hatte der obere Teil des Stengels ein durchaus normales Aussehen und war vom unversehrten Stamme nicht zu unterscheiden. Ob in diesen Fällen jedoch eine »echte«

Regeneration vorlag, ist aus der vorläufigen Mitteilung, der meines Wissens eine ausführlichere Arbeit nicht nachfolgte, durchaus nicht zu ersehen, da die Entwicklung der »Regenerate« nicht anatomisch verfolgt wurde und die Untersuchung überdies erst Monate nach erfolgter Verletzung vorgenommen wurde. In einem so weit vorgeschrittenen Stadium ist es — wie ich mich oft überzeugen konnte — völlig ausgeschlossen zu entscheiden, ob es sich um ein echtes Regenerat oder einen Achselsproß handelt. Es macht zwar den Eindruck, als würde jede Sproßhälfte nach oben hin allmählich den radiären Bau annehmen, also die fehlende Längshälfte ergänzen, tatsächlich kann aber eine sympodiale Entwicklung vorliegen; der radiär gebaute Teil stellt einen die Richtung der Mutterachse fortsetzenden Achseltrieb dar, der der Achsel einer der jüngsten Blattanlagen entstammt. Eine entscheidende Bedeutung kommt somit auch diesen Untersuchungen nicht zu. Ähnliches gilt für die Beobachtungen über Längsregeneration an Blütenköpfchen von *Helianthus annuus* von Sachs, Kny und Peters, von denen nur der Letztgenannte den Regenerationsvorgang genauer anatomisch verfolgte. Diese Untersuchungen sollen jedoch erst an späterer Stelle gewürdigt werden. Vöchting (p. 75) spaltete nach dem Vorgange von Peters junge Blütenstände von Kohlrabi der Länge nach und beobachtete an den Wundflächen der Teilhälften die Bildung einer neuen Oberhaut, deren Entwicklung jedoch nur an den regenerierten Epidermen junger Knollen eingehend studiert wurde, worüber gleichfalls erst später noch die Rede sein wird.

Die Frage nach dem Regenerationsvermögen des Sproßscheitels schien mir somit durchaus ungeklärt und einer neuen Untersuchung bedürftig. Beziehen sich meine Studien auch in erster Linie auf das regenerative Verhalten des verletzten Sproßvegetationspunktes selbst, so sollen im Rahmen dieser Arbeit doch auch einzelne Beobachtungen über das Austreiben von Achselknospen und Adventivsprossen Aufnahme finden, insoweit sie allgemeineres Interesse verdienen. Im weiteren Sinne können wir mit Goebel auch diese formativen Prozesse unter dem allgemeinen Begriff der Regenerationsvorgänge subsummieren.

Material und Methode.

Zu den ersten Versuchen wurde mit Rücksicht auf die bequeme Präparationsmöglichkeit *Elodea canadensis* herangezogen, doch blieben alle Bemühungen mit dieser Pflanze erfolglos, die Vegetationsspitze widersteht auch nicht der geringsten Verletzung; die Fäulnis setzt frühzeitig ein und schreitet fort, ohne daß das Meristem irgend einen Wundverschluß ausbildet. In der Erwägung, daß unterirdische Rhizome sich in mancher Hinsicht ökologisch wie Wurzeln verhalten und daher vielleicht auch wie diese leicht regenerieren könnten, wählte ich zu den weiteren Untersuchungen Rhizome von *Polygonatum officinale* All. Schon die ersten Versuche führten zu einem anscheinend positiven Ergebnisse. In einer Reihe von Exemplaren wurde die von den älteren Blattanlagen befreite Vegetationsspitze unter dem Binokular median halbiert und die Verwachsung der beiden Hälften durch ein eingeschobenes Stanniolplättchen verhindert. Nach 10 Tagen ließen sich bereits an einigen Exemplaren deutlich zwei getrennte Spitzen makroskopisch erkennen (Taf. I, Fig. 1), die sich in der Folge nach etwa 6 Wochen zu einer deutlichen Doppelbildung (Taf. I, Fig. 1*a*) entwickelten. Es war somit wie in den von Lopriore untersuchten Fällen augenscheinlich eine Restitution der fehlenden Längshälften eingetreten. Auch eine Querregeneration schien erwiesen, da bei Amputation eines Fragmentes des Vegetationskegels ein neuer Vegetationspunkt aufgetreten war, der selbst bei Beobachtung mit dem Binokular an genau gleicher Stelle zu stehen schien. Die Beweiskraft dieser Beobachtungen wurde jedoch erschüttert als unter einer größeren Zahl von derartig operierten Exemplaren gelegentlich auch zwei und drei neue Vegetationspunkte zum Vorschein kamen; die Möglichkeit, daß die scheinbar echten Regenerate nur austreibende Knospen aus den Achseln jüngster Blattanlagen darstellen, ließ sich nicht leugnen. Ein sicheres Ergebnis war nur zu gewinnen, wenn die Operation an vollständig frei gelegtem Vegetationskegel unter dem Binokular durchgeführt und die

Untersuchung möglichst frühzeitig an lückenlosen Serienschnitten vorgenommen wurde. Die Befürchtung, daß freigelegte Vegetationskegel allzuleicht vertrocknen, erwies sich als nicht zutreffend; die Resistenz der Meristeme war vielmehr über Erwarten beträchtlich. Die Vegetationsspitzen oberirdischer Achsen erwiesen sich in der Folge ebenso geeignet wie die der Rhizome.

Der Vorgang der Operation war somit im allgemeinen — auf Einzelheiten werde ich bei entsprechender Gelegenheit hinweisen — folgender. Die Vegetationskegel wurden mit Nadeln und Pinzette unter dem Binokular sämtlicher Blattanlagen entledigt oder wenigstens vollkommen freigelegt, worauf unter der Lupe eine entsprechende Wunde angesetzt wurde. Zur Anbringung von Stichwunden bediente ich mich fein ausgezogener Quarznadeln oder unter der Lupe zugeschliffener Stahlnadeln. Quer- und Längsschnitte wurden mit Hilfe des Rasiermessers oder besonders hergestellter Lanzettchen ausgeführt. Jedes Objekt kam unmittelbar nach erfolgter Präparation mit oder ohne Verband in den »Schwitzkasten« des Warmhauses. Der Verband, der nur die Aufgabe hatte, bei stärkeren Wunden das Vertrocknen des Meristems zu verhindern, wurde am zweckmäßigsten in der Weise hergestellt, daß zwei etwa 1 *cm* breite und mehrere Zentimeter lange benetzte Filterpapierstreifen kreuzweise und locker über den Vegetationskegel gelegt und am Stamme mit befeuchteter und zu einem Faden gedrehter Baumwolle fixiert wurden. So entwickelte sich die Spitze ohne Behinderung in feuchter Atmosphäre und konnte jederzeit wieder leicht freigelegt werden.

Die Vegetationsspitzen wurden nach entsprechender Zeit unter dem Binokular abgetrennt und in der üblichen Weise fixiert und in Serien zerlegt, eine Arbeit, die sich ungemein zeitraubend gestaltete, da die Gewinnung einwandfreier Schnitte zum guten Teil dem Zufall anheimgegeben werden mußte. Die Untersuchung muß sehr frühzeitig vorgenommen werden, zu einer Zeit, wo auch unter dem Binokular das Regenerat nicht oder nur angedeutet zu erkennen ist. Eine bestimmte Orientierung des Objektes bei der Einbettung ist infolgedessen oft sehr erschwert oder ganz unmöglich; fällt nun, wie es sehr häufig geschieht, die Ebene des Schnittes nicht mit der Richtung des Regenerates zusammen, so ist eine sichere Rekonstruktion oft geradezu ausgeschlossen. Diese und andere Schwierigkeiten bedingen es, daß nur ein verhältnismäßig kleiner Teil der Objekte verwertbar ist. Ich wäre nicht in der Lage gewesen, in relativ kurzer Zeit die erforderlichen Schnittserien herzustellen, wenn sich nicht meine Frau als eifriger Privatassistent dieser Mühe unterzogen hätte. Da ich auf zytologische Details keine Rücksicht nahm, genügte eine einfache Tinktion mit Gentianaviolett, in dem die Schnitte etwa einen Tag verweilten.

Als Versuchsobjekte bewährten sich am besten schnellwüchsige Keimpflanzen, von denen ich *Phaseolus coccineus* L. (= *vulgaris* Willd.) und *Helianthus annuus* L. eingehender untersuchte. Überdies wurde das regenerative Verhalten der Rhizome von *Polygonatum officinale* All. und der Blütenköpfchen von *Helianthus* näher geprüft.[1]

---

[1] Eine gelegentliche Untersuchung des Verhaltens eines durch Einstich verletzten Vegetationspunktes von *Vinca maior* bot gegenüber *Phaseolus* nichts neues. An *Davallia*-Rhizomen angestellte Versuche sind noch nicht zum Abschluß gelangt; jedenfalls ist eine Regeneration der verletzten Scheitelzelle der Sproßachse ebensowenig erzielbar gewesen wie nach den Untersuchungen von Simon und Němec an den Farnwurzeln.

Experimenteller Teil.

I. Versuche mit Phaseolus coccineus.

1. Adventiv- und Achselknospen.

Wird die Hauptachse von *Phaseolus* amputiert oder der terminale Vegetationspunkt geschädigt, so erfolgt in erster Linie durch das Austreiben der frühzeitig angelegten Achselknospen ein regenerativer Ersatz. Unter besonderen Bedingungen kann es jedoch auch zur Bildung von Adventivknospen am epikotylen Stengelgliede kommen, eine Ersatzmöglichkeit, die meines Wissens für unsere Pflanze bisher nicht bekannt war. Sie kommen zum Vorschein, wenn ein Teil des epikotylen Gewebes eine Isolierung in longitudinaler Richtung erfährt, die auf zweifache Weise zustandekommen kann.

Unter dem Einflusse der Laboratoriumsluft kommt es bekanntlich bei genügend hoher Luftfeuchtigkeit gelegentlich vor, daß das Hypokotyl von Keimpflanzen infolge zunehmender Differenzen in der Gewebespannung aufplatzt. Erfolgt das Aufreißen derart, daß ein Gewebekomplex dadurch den Zusammenhang in longitudinaler Richtung nach oben und unten hin verliert, so krümmt es sich konkav nach außen, ohne den Zusammenhang mit der Achse in radialer Richtung einzubüßen. Solche »physiologisch isolierte« Stengelelemente sind es nun, welche Adventivknospen den Ursprung geben können, wie es Fig. 2, Taf. I zeigt. Hier ist eine schöne Adventivbildung bei unversehrter Terminalknospe zur Entwicklung gelangt.

Die gleiche Bildung kann auch an fasziierten Kotyledonartrieben (= Seitentriebe aus den Achseln der Kotyledonen) auftreten, bei denen mitunter gleichfalls unter dem Einflusse abnormer Spannungsverhältnisse ein Aufreißen des Stammes zu beobachten ist.

Ich hatte wiederholt Gelegenheit, derartige Adventivknospen zu beobachten, doch gelang es mir bisher nicht, ihre Entwicklung durch künstliche Einschnitte auszulösen. Die Entwicklungsgeschichte dieser adventiven Knospen zu verfolgen, lag nicht in meiner Absicht, auch hätte das mir zur Verfügung stehende Material hiezu nicht ausgereicht, doch möchte ich hervorheben, daß das erste Blatt solcher Adventivtriebe, soweit ich sehe, stets den Charakter eines Primordialblattes trägt.

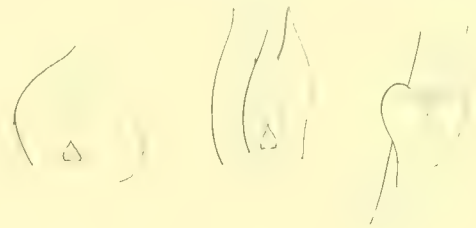
Von den Achselsprossen beanspruchen nur diejenigen größeres Interesse, welche in den Achseln der Kotyledonen beziehungsweise der Primordialblätter zur Entwicklung gelangen.

Nach Amputation des epikotylen Stengelgliedes treiben die unter normalen Umständen als Winterknospen (Wettstein, Köck) fungierenden Kotyledonarknospen aus; erfolgt die Verletzung entsprechend frühzeitig, so erscheinen sie, wie Sachs (II, p. 598) zuerst beobachtete, stets fasziiert, während in einem späteren Stadium die Fasziation unterbleibt. Solche nicht fasziierte Triebe gewähren einen klaren Einblick in ihren einfachen morphologischen Bau, während die Fasziation eine zunächst unentwirrbare Häufung von Knospen und Blättern bedingt.

Die Bemerkung von Sachs (II, p. 598), daß die Kotyledonartriebe gedreite Blätter besitzen, gilt durchaus nicht allgemein. Gelegentlich können zuerst auch typische Primordialblätter (P) oder Übergangsformen $\left(\frac{P}{F}\right)$ zwischen solchen und Folgeblättern (F) in der Einzahl oder zu mehreren (aber dann in der Regel nicht opponiert stehend!) auftreten. Eine genauere Beobachtung zeigt, daß aber auch dort wo keine P auftreten, die gedreiten Folgeblätter nicht die ersten zur Entwicklung gelangenden Blätter darstellen, daß ihnen vielmehr schuppenförmige Niederblätter (N) vorausgehen. Ihre Form ist höchst einfach aber nach dem Grade der Entwicklungshemmung verschieden (vgl. Fig. 1). Entweder bestehen sie aus einem Paar Nebenblätter von gewöhnlichem Aussehen, während die eigentliche Blattlamina zu einem winzigen Schüppchen reduziert ist, oder diese fehlt vollständig, oder es kommt schließlich nur zur Ausbildung einer einzigen eiförmig zugespitzten, mit breiter Basis sitzenden Schuppe. Das Achselprodukt des Kotyledo

beginnt stets mit zwei oder mehreren *N*, ehe die Bildung höher entwickelter Blattformen einsetzt (Taf. I, Fig. 3); mitunter stehen sie sehr tief inseriert und entziehen sich einer flüchtigen Beobachtung, doch habe ich nie vergebens nach ihnen gesucht. Die ersten *N* stehen häufig opponiert, die übrigen oder auch alle abwechselnd. Meist nimmt der Grad der Hemmung in akropetaler Richtung ab, doch kann ausnahmsweise die regelmäßige Aufeinanderfolge der Blattformen auch gestört sein, indem zum Beispiel auf ein *P* wieder

Fig. 1.



a *b* *c*

ein *N* folgt. Schon in sehr frühem Entwicklungsstadium findet man in der Achsel jedes *N* eine Achselknospe auftreten, die ihrerseits wieder mit Niederblättern beginnt. Bei frühzeitiger Amputation der Hauptachse treiben sie fast gleichzeitig mit ihrem Muttersproß aus, dem sie oft an Mächtigkeit gleichkommen und machen daher den Eindruck von serialen Beiknospen (Wettstein 1898, p. 6, Köck[1]). Am Grunde der Kotyledonartriebe können aber anscheinend überdies noch Adventivsprosse gebildet werden; ich beobachtete wenigstens an dieser Stelle gelegentlich wulstartige Anschwellungen, welche einer Anzahl Knospen den Ursprung geben können.[2] Da ihre Entwicklung unter dem Druck der Kotyledonen vor sich geht, ist ihre unregelmäßige Anordnung und ihre oft stark tangential abgeplattete Form verständlich. Auch sie wachsen nach frühzeitiger Amputation der Hauptachse aus, den morphologischen Aufbau des Achselsprosses noch weiter komplizierend.

Die Achseltriebe aus den Primordialblättern, welche nach einer Amputation des zweiten Internodiums zur Entwicklung veranlaßt werden, fasziieren nicht, gleichen aber sonst in vieler Hinsicht den Kotyledonartrieben. Auch sie entwickeln nicht eher gedreite Folgeblätter, ehe nicht eine Anzahl Niederblätter aufgetreten ist, die hier wie dort eine verschieden weitgehende Entwicklungshemmung aufweisen. Echte Primordialblattformen sind jedoch nur selten zwichen *N* und *F* eingeschaltet. Sind die ersten *N* ganz an der Basis der *P*-Triebe inseriert, so machen die aus ihren Achseln gelegentlich austreibenden Sprosse III. Ordnung den Eindruck serialer Beiknospen.

Die Achseltriebe der Folgeblätter entbehren der *N*-Formen; sie beginnen von Anfang an *F* zu entwickeln. Wir können somit ganz allgemein sagen: Seitensprosse von *Phaseolus coccineus*, welche aus den Achseln von in ihrer Entwicklung gehemmten Blättern entspringen, beginnen ebenso wie die Adventivknospen aus dem Epikotyl ihrerseits selbst wieder Hemmungsformen hervorzubringen.

2. Über die Entwicklungsbedingungen der Primär- und Folgeblätter.

Wie wir sahen, bildet die Bohne drei verschiedene Blattypen aus, die untereinander durch Übergänge verbunden sind aber nicht sämtlich an allen Teilen des Sprossystems zur Entwicklung kommen müssen.

Welches sind nun die Bedingungen ihrer Entstehung? Von vornherein können natürlich verschiedene Möglichkeiten in Betracht kommen. Die Bedingungen, welche zur Bildung von Primordialblättern (Jugendblattformen) und Folgeblättern führen, brauchen in den verschiedenen Fällen durchaus nicht identisch zu sein; eine Verallgemeinerung ist von vornherein jedenfalls unstatthaft.

---

[1] Vgl. insbesondere die Bemerkungen über *Tetragonolobus purpureus* und *Scorpiurus subvillosa* (p. 109); hier tritt eine offenbar wesentlich gleichartige Verzweigung in der normalen Entwicklung auf.

[2] Derartige adventive Knospen sind es wohl auch, die an isolierten Kotyledonen auftreten können (v. Portheim).

Die Bohnenkeimlinge sind zur experimentellen Lösung der Frage wenig geeignet, da sie (von vereinzelten Ausnahmen abgesehen) konstant nur ein einziges *P*-Paar entwickeln. Bei der weiten Verbreitung analoger Fälle scheint mir aber eine Diskussion der Frage an dieser Stelle angebracht, wenngleich meine bisherigen Beobachtungen noch keine endgültige Beantwortung zu geben vermögen.

K. Goebel (I, p. 16) stellt die Bohne im Gegensatz zu *Solanum tuberosum* als Beispiel einer Pflanze hin, bei welcher sich die Abhängigkeit der Blattform von der Ernährung nicht so einfach erweisen läßt wie bei der Kartoffel. Ist es hier möglich, durch eine einfache Verminderung der Quantität der verfügbaren Reservestoffe — Entwicklung von Trieben aus isolierten »Augen« — die Pflanze zur Entfaltung von Jugendblattformen zu zwingen, so versagen bei der Bohne analoge Versuche. Keimpflanzen, die sich ohne Kotyledonen entwickeln, zeigen nichtsdestoweniger die normalen Blattformen, das heißt es folgen auf das erste Primordialblattpaar sofort die dreizähligen Folgeblätter. Im Dunkeln kultivierte Pflanzen verhalten sich bekanntlich ebenso und ich kann noch hinzufügen, daß auch oberhalb der Kotyledonen abgeschnittene und in Sand gesteckte Keimlinge die normale Form und Folge der Blätter nicht verändern. Es hat also weder die allgemeine Verringerung der Reservestoffe und Assimilate, noch auch die Erschwerung der Wasserversorgung irgend einen Einfluß auf die Blattform. Goebel bemerkt, daß es dabei nicht auf die Menge, sondern auf die Qualität der Baustoffe ankommen könnte. »Es ist auch bekannt, daß die Kotyledonen der Bohne abgetrennt eingepflanzt zwar sehr viele Wurzeln aber keine Sprosse bilden, es fehlen ihnen also offenbar Substanzen, welche zur Sproß- und Blattbildung notwendig sind« (l. c. p. 17). Ich glaube, daß die oben erwähnten Beobachtungen überhaupt nach keiner Richtung hin beweisend sind. Man kann sich nämlich leicht davon überzeugen, daß schon am Embryo des ungekeimten Samens *P*- und *F*-Blätter angelegt sind.[1] An ihnen vermag das Experiment nichts mehr zu verändern. Sind aber einmal *F* vorhanden, dann wird, wie uns vielfache Erfahrungen beweisen, ihre Bildung auch in der Regel zähe beibehalten. Beobachtet man auch gelegentlich einen Rückschlag zur Jugendblattform, wie ihn neuestens auch Lundegårdh (p. 542) für *Ipomoea Leari* angibt und wie er bekanntlich auch ausnahmsweise bei der Bohne vorkommt, so erfolgt er ohne ersichtliche Veränderung in den Lebensbedingungen und so vereinzelt, daß er für das Experiment keine Handhabe bietet.

Viel geeigneter zum Studium unserer Frage scheinen mir daher die Kotyledonar- und Primordialachseltriebe zu sein, welche, wie wir gesehen haben, sich in bezug auf die Ausbildung verschiedener Blattformen nicht so starr wie die Hauptachsen verhalten.

Ich habe schon vor Jahren gelegentliche aber ziemlich umfangreiche Untersuchungen über den Einfluß der Ernährung auf die Blattform der Bohne durchgeführt, die aber zu keinem befriedigenden Ergebnisse führten. Die Häufigkeit des Auftretens von *P*-Blättern schien auch an den Achseltrieben in keiner deutlichen Beziehung zur Quantität der Nährstoffe zu stehen. Der Grund des Versagens dieser Versuche scheint mir nun darin gelegen, daß ich damals mein Augenmerk hauptsächlich auf das Auftreten der *P*- und $\frac{P}{F}$-Formen legte und den *N* zu geringe Aufmerksamkeit schenkte. Sie sind aber zweifellos in gleicher Weise wie die Primordialblätter als Hemmungsbildungen aufzufassen und von diesen nur graduell durch die Stärke der Entwicklungshemmung verschieden; sie gehören somit in dieselbe Kategorie wie die *P* und dürfen nicht vernachlässigt werden.

Wir können daher der eingangs gestellten Frage die allgemeinere Fassung geben: Unter welchen Bedingungen treten bei der Bohne Hemmungsformen der Blätter auf? — Wir finden sie bei unserer Pflanze: 1. An der Hauptachse als erstes Blattpaar in Form von *P*, doch treten sie bei verwandten Leguminosen auch hier zuerst als *N* auf; 2. an den Kotyledonar- und Primordialachselsprossen, regelmäßig aber in wechselnder Zahl als *N* oder überdies auch als *P*; 3. an Adventivknospen in Form von *P*. Wir treffen somit die Hemmungsformen gerade unter Umständen an, unter denen Reservestoffe in

[1] Sachs (II, p. 574) spricht allerdings von »nackten« Knospen.

reichlichstem Maße zur Verfügung stehen.[1] Es könnte infolgedessen angenommen werden, daß ein Übermaß an Nährmaterial eine Entwicklungshemmung der Blätter bedingt, was zunächst sehr unwahrscheinlich klingt oder daß die Hemmungsformen überhaupt nicht durch die Quantität der Nahrung bedingt werden.

Es wäre naheliegend vielleicht eher an einen Effekt der Stoffqualität zu denken, wie ihn Lundegårdh (l. c., p. 439) für einen analogen Fall, die Blattheteromorphie bei *Ipomoea Leari*, wahrscheinlich zu machen suchte. Auch hier finden sich Primär- und Folgeblätter sowie Mittelbildung, welche den allmählichen Übergang zwischen beiden Blattypen herstellen. Die Tendenz zur Ausbildung der Folgeblätter ist an den Achselsprossen verschieden stark entwickelt. Von besonderem Interesse ist für uns der in Fig. 8 (p. 442) abgebildete, als Steckling benützte Ausläufer, welcher an seiner Basis und seiner Spitze je einen Achselsproß zur Entwicklung brachte. Der erstere entfaltete vier Primärblätter und einige Zwischenformen, ehe er zur Bildung von Folgeblättern überging, der letztere hingegen schritt sofort zur Entwicklung von gelappten Folgeblättern. Es ist somit, wie der Verfasser feststellte, ein Einfluß des »morphologischen Ortes« (Vöchting, Organbldg. im Pflanzenreiche, 1878, Bd. I) unverkennbar; er wird dahin präzisiert, »daß die Neigung der Seitenknospen erster Ordnung, Folgeblätter zu bilden, mit der Entfernung von der Basis der Hauptachse zunimmt«. Ein prinzipiell übereinstimmendes Verhalten läßt sich unschwer für die Bohnen (und jedenfalls auch für zahlreiche andere Keimlinge) feststellen, wenn wir *P* und *N* in gleicher Weise als Hemmungsbildungen gelten lassen: Die basalen Achselsprosse aus den Kotyledonen und Primärblättern beginnen mit einer mehr oder minder großen Anzahl von Hemmungsformen (*N* oder *P*), die Achselprodukte der Folgeblätter, also die apikalen Sprosse, dagegen setzen sofort mit der Bildung der dreizähligen Blätter ein. Die Analogie geht übrigens noch weiter. So findet Lundegårdh (p. 444), daß die Folgeblätter an Keimpflanzen viel früher auftreten wie an basalen Ackselknospen mancher Stecklinge. In unserem Falle bildet in ähnlicher Weise die Keimpflanze an der Hauptachse nur ein Paar von »Hemmungsblättern« aus, während ein basaler Seitensproß (zum Beispiel ein Kolyledonarsproß) in der Regel eine ganze Anzahl schuppenförmiger Niederblätter entwickelt, ehe die Bildung von *F* einsetzt.

Die Annahme quantitativer Ernährungsdifferenzen reicht nun nach Lundegårdh zur Erklärung dieser Fälle nicht aus; er macht vielmehr — abgesehen von inneren »Dispositionsverhältnissen«, die uns hier weniger interessieren — qualitative Differenzen für die Verschiedenheit in der Blattbildung verantwortlich, also »organbildende Substanzen« im Sinne von Sachs oder »Wuchsenzyme« (Beijerinck), die allerdings trotz der schönen Untersuchungen von Doposcheg-Uhlár ihren rein hypothetischen Charakter noch nicht verloren haben. Unter Zugrundelegung dieser Hypothese wäre also anzunehmen, »daß diese transitorischen Stoffe (nämlich Assimilate und im Wasser gelöste Salze) bei der Wanderung im Stamme von *Ipomoea* Veränderungen erfahren, so daß die Beschaffenheit derselben an der Basis und Spitze verschieden ist«. Es könnten dabei die wirksamen Stoffe selbst eine polar differenzierte Ansammlung erfahren oder es könnte sich infolge der veränderten stofflichen Zusammensetzung die aktive Wirkung der Reizstoffe an Spitze und Basis in verschiedenem Maße äußern. Kann diesem Erklärungsversuch der Vorzug der Anschaulichkeit nicht abgesprochen werden, so darf doch nicht übersehen werden, daß zu seiner Stütze weitere Hilfshypothesen herangezogen werden müssen.

Die in prinzipieller Hinsicht weitgehende Analogie in der Ausbildung der verschiedenen Blattformen bei *Phaseolus* und *Ipomoea* gestattet den Versuch, die Hypothese der Wuchsenzyme auch auf unseren Fall zu übertragen, wobei es im Wesentlichen zunächst gleichgültig ist, ob die Anwesenheit oder das Fehlen des postulierten Enzyms die Entwicklungshemmung, das heißt die Produktion von *N* oder *P*, bedingt. Nehmen wir an, es wäre ein spezifischer Stoff zur Bildung der Folgeblätter erforderlich, so müßte er schon im reifen Samen zur Entwicklung gelangt sein, da schon in diesem Stadium die *F* am Vegetationspunkte differenziert sind, was auch Lundegårdh für *Ipomoea* voraussetzt (p. 445); er führt die

[1] Auch Wasser und Nährsalze stehen in diesem Stadium jedenfalls in hinreichendem Maße zu Gebote.

Tatsache, daß am Keimling Folgeblätter früher als an basalen Achselknospen mancher Stecklinge auftreten, darauf zurück, »daß die Samen verschiedene Stoffe gespeichert haben, die erst in einer voll entwickelten Pflanze zubereitet werden können.« Wie wir sahen, beginnen nun aber die nach Verletzung des Hauptsprosses sich entwickelnden Kotyledonar- und Primordialsprosse ihrerseits neuerlich mit der Produktion von Hemmungsblättern; es treten mit anderen Worten *P*- oder *N*-Blätter auf, obgleich der für die *F* spezifische Stoff schon in hinreichender Menge im Keimling vorhanden sein muß. Wir müßten zu einer weiteren Annahme greifen, daß nämlich das Wuchsenzym für *F* infolge der Verletzung oder Amputation wieder verschwunden ist oder daß es aus irgend welchen Gründen nicht aus dem Samen in die basalen Achselknospen gelangen kann. Warum aber beginnen dann die Achselprodukte aus höher inserierten Blättern von vornherein mit *F*? Mit der Annahme von »Wuchsenzymen« kommen wir, wie man daraus ersieht, nicht zum gewünschten Ziel. Wollen wir das Fehlen eines Spezifikums für die Ausbildung der *F* verantwortlich machen, so ergibt sich ein ganz ähnlicher Gedankengang und dieselbe Schwierigkeit.

Ich glaube infolgedessen, daß, wenn überhaupt stoffliche Bedingungen für die Ausbildung der verschiedenen Blattformen maßgebend sind, sie wenigstens in unserem Falle nicht in den qualitativen Verhältnissen gelegen sein können. Es scheint mir vielmehr möglich, daß sich der Goebel'sche Befund an *Solanum* mit einer gewissen Modifikation ohne weiteres auch auf unseren und analoge Fälle übertragen läßt.

Das Auftreten von Hemmungsblättern bei besonders reicher Ernährung, wie wir es bei Bohnenkeimlingen beobachteten, ist eine überaus häufige Erscheinung, ich erinnere nur an die Entwicklung von Niederblattformen an Rhizomen, Ausläufern usw. Gerade in solchen Fällen ist die Entwicklung des Achsenteiles des Sprosses besonders gefördert. Besteht nun eine Wachstumskorrelation zwischen Achse und Blatt, so wird in diesem Falle die Blattbildung gehemmt werden, die Achse entwickelt sich gewissermaßen auf Kosten der Blätter. Trotz der besonders günstigen Ernährung des Sprosses, man könnte geradezu sagen wegen ihr, ist die Versorgung der Blätter beeinträchtigt; es treten ebenso wie bei *Solanum* einfachere Blattformen auf. In beiden Fällen führt eine quantitative Verminderung der verfügbaren Nährstoffe zur Ausbildung der Hemmungsformen; maßgebend ist jedoch nicht das gesamte der Pflanze zu Gebote stehende Nährmaterial, sondern nur derjenige Anteil, der der Blattanlage unmittelbar zugute kommt. Sie kann sich in »physiologischem Hungerzustand« befinden, wenn auch der zugehörige Achsenteil reichlich ernährt wird.[1]

Eine solche Korrelation zwischen Blatt- und Achsenentwicklung, die von vornherein schon wegen des allgemeinen Roux'schen Prinzips des »Kampfes der Organe« wahrscheinlich ist, müßte natürlich in die Vegetationsspitze selbst verlegt werden. Erst vor kurzem hat O. Schuepp (p. 338) die Blattbildung als eine »Folge des Formwechsels des ganzen Vegetationspunktes« hingestellt, wobei der Formwechsel auf »Faltung des Dermatogens durch mechanische Kräfte« beruht. Form und Größe der Falten, welche die endgültige Ausbildung der Blätter jedenfalls in hohem Maße beeinflussen, werden ihrerseits unter anderem durch die Form, die Entwicklungsintensität und die inneren Spannungszustände des Vegetationskegels bedingt sein. Auch diese Überlegung weist auf eine korrelative Beziehung zwischen der Blatt- und Stammentwicklung hin, deren Annahme somit nicht allzugewagt sein dürfte.

3. Die Regeneration des Stammscheitels.

A. Einfluß von Stichwunden.

An den 3 bis 5 *cm* hohen Keimlingen wurden die Primärblätter samt ihren Nebenblättern abgetrennt und unter dem Binokular die Anlagen der Folgeblätter soweit entfernt, bis die Spitze des Vegetationskegels für die Operation frei lag; gleichfalls unter der Lupe wird möglichst zentral eingestochen; die Pflanzen gelangen unmittelbar nach der Operation zur Weiterkultur in den Schwitzkasten. Im Folgenden werden

[1] Ich glaube übrigens, daß diese Deutung auch für den Fall von *Ipomoea* zutreffen dürfte.

stets nur einige der bestgelungenen oder aus anderen Gründen instruktivsten Fälle besprochen werden. Die Versuche sind nach der Bezeichnung im Protokoll angeführt, die hier nicht erläutert zu werden braucht.

Versuch *P*II, a_2; 20./II. 1915. — Fixiert nach 3 Tagen.

Die unverletzten Blattanlagen haben sich weiter entwickelt und überdecken den Vegetationskegel mehr oder minder vollständig.

Mikroskopischer Befund: In den Achseln sämtlicher Blätter und Blattstummeln, selbst in den Achseln der jüngsten Blattanlagen beginnen sich die Achselprodukte sichtlich zu entwickeln (Taf. II, Fig. 7). Die Wunde ist deutlich zu erkennen aber verflacht und völlig nach der Seite verschoben. Den Wundverschluß besorgt wohlausgebildeter Kallus, dessen Zellreihen senkrecht zur Wundfläche orientiert sind; gelegentlich sind auch antikline Teilungen zu beobachten, welche die Verbreiterung und Verflachung der Wunde bedingen. Der Kallus ist deutlich von den plasmareichen, unversehrten Zellen des Urmeristems abgegrenzt. Seitlich der Wunde ist ein völlig normal aussehender Vegetationspunkt zu erkennen, der sich in die Verlängerung der Achse eingestellt hat. Auf der Figur ist er nicht median getroffen; auf dem Medianschnitt sind die Histogene so deutlich wie an einem normalen Vegetationspunkt zu erkennen.

Ob der Stich genau zentral geführt wurde, läßt sich am Präparate nicht mehr sicher entscheiden; jedenfalls muß aber der Scheitel des ursprünglichen Vegetationspunktes annähernd zentral getroffen worden sein. Bei v' hat sich somit, wie man bei Durchsicht der Serien deutlich erkennt, aus dem unversehrt gebliebenen Meristem ein neuer Vegetationskegel — wir wollen ihn Ersatzvegetationspunkt nennen — herausdifferenziert.

Der Kegel v' kann nicht etwa als gefördertes Achselprodukt der jüngsten Blattanlage aufgefaßt werden, wogegen schon seine Lage spricht; an einem tiefer situierten Schnitt ist die wahre Achselknospe an der Basis von v' deutlich zu erkennen.

Versuch *P*II, c_3; 20./II. 1915. — Material nach 3 Tagen fixiert.

Befund im Wesen derselbe wie bei dem vorerwähnten Objekt. Um die noch deutlich als solche erkennbare Stichwunde ist ein vielschichtiger Kallus zu sehen, der namentlich seitlich, weniger deutlich in den axialen Zellen zur Entwicklung gekommen ist; das Dermatogen ist an seiner Bildung nicht beteiligt. Die in der Fig. 13 (Taf. II) linke Hälfte des ursprünglichen Meristems ist ganz zur Kallusbildung aufgebraucht. Der aus dem intakten Anteil des Urmeristems gebildete Ersatzvegetationspunkt v' ist annähernd median getroffen. Der Ersatzvegetationspunkt ist zweifellos exogen und ohne Vermittlung des Kallus entstanden. Die jüngsten Blattanlagen (bl_1) haben noch keine Achselknospen angelegt.

Versuch *P*II, b_2; 20./II. 1915. — Fixiert nach 3 Tagen.

Der Stich hat nur eine kleine Gruppe von Dermatogenzellen genau am Scheitel des Vegetationskegels getroffen (Taf. II, Fig. 12). Ein Kallus ist noch nicht gebildet, nur wölben sich die angrenzenden Zellen leicht gegen die Wunde vor. Trotz der minimalen Verletzung ist ein nach der Seite verschobener Ersatzvegetationspunkt aufgetreten, der aber erst an einem tiefer situierten Schnitt deutlich hervortritt. (Das Bild ist dem in Fig. 10 dargestellten Falle ähnlich.) Unabhängig davon sind in den Achseln der jüngsten Blätter bereits Ackselknospen zum Vorschein gekommen.

B. Längsregeneration (Verletzung durch Einschnitt).

Derartige Versuche sind technisch wesentlich schwieriger durchzuführen, der Prozentsatz gelungener Versuche daher sehr gering. Um eine sichere Schnittführung zu ermöglichen, müssen so weit als möglich die Blattanlagen entfernt werden, wodurch die Gefahr des Vertrocknens natürlich zunimmt, namentlich

dann, wenn der Schnitt tiefer ins Meristem eindringt. Trotz eines lockeren Verbandes und sofortiger Übertragung in den Schwitzkasten konnte das Absterben der Vegetationsspitzen nicht immer verhindert werden. Die günstigsten Bilder erhält man natürlich, wenn die Mikrotomschnitte senkrecht zum angebrachten Einschnitt orientiert sind, worauf ich leider anfänglich zu wenig achtete. Immerhin zeigten einige Objekte die Art der Regeneration mit wünschenswerter Klarheit.

Versuch P^{v}I, d_3; 1./III. 1915. — Fixiert nach 3 Tagen.

Der Einschnitt erwies sich ziemlich genau median aber ganz seicht. In der Umgebung des Schnittes finden sich zahlreiche abgestorbene Zellen, die durch die starke Tinktion ihres Inhaltes auffallen; das Absterben dieser vom Schnitt nicht direkt getroffenen Zellen ist vielleicht eine Folge der unvermeidlichen Quetschung durch das eindringende Messer oder eine Vertrocknungserscheinung, was nicht näher untersucht wurde. Achselknospen sind noch nicht entwickelt, ebensowenig ist eine Kallusbildung im Bereiche des verletzten Meristems zu beobachten. In der Figur 14, Taf. III, erkennt man beiderseits der Wunde je einen aus dem unversehrten Rest des Meristems herausdifferenzierten »Ersatzvegetationspunkt« v'. Die beiden Regenerate haben eine verschiedene Lage zur Schnittebene; während der linke Vegetationskegel mehr median getroffen wurde, ist der regenerierte Vegetationspunkt auf der rechten Seite der Figur nur tangiert und schräg getroffen. Daß die beiden Vegetationskegel keine Achselknospen aus den jüngsten Blattanlagen darstellen, ergibt sich daraus, daß solche an anderen Schnitten unterhalb der Regenerate zu beobachten sind.

Versuch P^{v}V, a_2; 19./III. 1915. — Fixiert nach 2 Tagen.

Mikrotomschnitte parallel zur Ebene des Einschnittes orientiert. Kallus im Bereiche des Meristems noch nicht ausgebildet, wohl aber an tieferer Stelle. Ein umfangreicher Vegetationskegel ist in der Achsel der einen der jüngsten und durch den Schnitt verletzten Blattanlagen aufgetreten. Die Durchmusterung der Schnittserien ergibt, daß die eine Hälfte des ursprünglichen Vegetationskegels völlig abgestorben ist, während die andere einen kleinen Ersatzvegetationspunkt lieferte.

Versuch P^{v}III, a_4; 1./III. 1915. — Fixiert nach 5 Tagen.

Ergebnis wie bei vorigem Versuch.

Versuch P^{v}I, d_3; I./III. 1915. — Fixiert nach 3 Tagen.

Bei Entfernung der Blattanlagen wurde unbeabsichtigt die Achselknospe eines Primordialblattes durch einen Schnitt der ganzen Länge nach halbiert und die äußere Hälfte völlig abgetrennt; der Schnitt setzt annähernd am Scheitel ein und verläuft gegen die Basis der jüngsten, nach außen hin gelegenen Blattanlage. Kallus und Achselknospen sind noch nicht entwickelt. Ein ansehnlicher, aus der unversehrten Meristemhälfte hervorgegangener Ersatzvegetationspunkt hat sich in der Richtung der Achse entwickelt (Taf. II, Fig. 9).

Versuch P^{-}V, b_4; 19./III. 1915. — Fixiert nach 2 Tagen.

Wie beim vorerwähnten Objekt unabsichtlich verletzt; die äußere Hälfte der zweitjüngsten Achselknospe abgetrennt. Die stehengebliebene innere Hälfte beginnt seitlich einen Ersatzvegetationspunkt vorzuwölben.

Versuch P^{-}VI, b_1; 3./IV. 1915. — Fixiert nach 2 Tagen.

Wie vorerwähnter Versuch.

C. Querregeneration (Verletzung durch Queramputation).

Ein Querschnitt durch den Vegetationskegel wird natürlich je nach der Höhe, in welcher er geführt wurde, ein verschiedenes Ergebnis haben. Die äußerste Kuppe des Kegels genau senkrecht zur Achse

abzutragen, stößt auf erhebliche Schwierigkeiten; oft gleitet das Messer ab oder es dringt schräg oder tiefer als beabsichtigt ein. Die Lupe reicht nicht aus, um die Art der Schnittführung von vornherein mit genügender Sicherheit zu bestimmen. Hier sind nur solche Fälle zu besprechen, bei welchen der Querschnitt im Bereiche meristematischen Gewebes geführt wurde.

Versuch P^{-}I, b_5; 2./III. 1915. — Fixiert nach 3 Tagen.

Amputation unterhalb der jüngsten Blattanlagen. Jüngstes Internodium stark herangewachsen; sämtliche Zellen, in denen noch lebhafte Teilungen vor sich gegangen sind, im Übergange zu Dauergewebe. Die Prokambienanlagen reichen bis gegen die Wundfläche, welche deutliche Kallusbildung aufweist und von einem Schorf aus abgestorbenen Zellen bedeckt ist. Embryonale Zellen fehlen gänzlich, demnach ist auch jede Regeneration im Bereiche des Vegetationskegels unterblieben.[1]

Versuch P^{-}VI, b_2; 3./IV. 1915. — Fixiert nach 2 Tagen.

Der etwas schräg geführte Querschnitt hat auf einer Seite oberhalb der jüngsten Blattanlage eingesetzt, die gegenüberliegende Anlage hingegen ganz entfernt. Die stehengebliebene Blattanlage ist jedoch ebenso wie die benachbarten Urmeristemzellen abgestorben (Taf. II, Fig. 8). Kallus an der Wundfläche noch nicht entwickelt. Die intakten Zellen des Vegetationspunktes im Übergang zu Dauergewebe; keine regenerative Tätigkeit zu konstatieren.

Versuch P^{-}VI, c_3; 3./IV. — Fixiert nach 2 Tagen.

Der Querschnitt war exakt senkrecht zur Achse geführt und hat die Spitze des Vegetationspunktes bis knapp unmittelbar zur Insertion der jüngsten Blattanlagen abgetragen. Kallusbildung noch nicht eingetreten. Es ist so wenig wie in den vorerwähnten Versuchen eine Spur einer beginnenden Regeneration zu beobachten.

Versuch P^{-}II, a_2; 3./III. — Fixiert nach 5 Tagen.

a) Terminalknospe.

Querschnitt genau orientiert; nur die alleräußerste Spitze des Vegetationskegels entfernt, so daß oberhalb der Insertion der jüngsten Blattanlagen noch ein Rest meristematischen Gewebes vorhanden geblieben ist. Eine dieser Blattanlagen ist völlig unversehrt, von der anderen nur die äußerste Spitze verletzt. — An der Wundfläche noch kein Kallus, aber auch keine Regeneration, hingegen wölben sich (am Medianschnitte; Taf. II, Fig. 11) beiderseits der Wunde aus dem stehengebliebenen Meristem Ersatzvegetationspunkte vor.

b) Achselknospe.

Im selben Objekte wurde auch eine Primordialachselknospe durch einen schief geführten Querschnitt unabsichtlich verletzt; auf der Innenseite ist das jüngste Blattprimordium und ein Rest des Spitzenmeristems erhalten, auf der Außenseite hingegen ist der Schnitt unterhalb der Blattanlage durchgegangen. Dementsprechend hat der innere Meristemanteil einen neuen Vegetationskegel produziert. Daß es sich nicht etwa um einen in der Entwicklung geförderten Achselvegetationspunkt handelt, ist in diesem Falle besonders klar, da ein solcher an der Basis des Ersatzvegetationspunktes zur Entwicklung gelangt ist.

Versuch P^{-}III, a_3; 10./III. — Fixiert nach 3 Tagen.

Amputationsfläche etwas von rechts oben nach links unten und etwas nach vorne (in bezug auf die Ebene der Mikrotomschnitte) geneigt, Regenerat daher schwer erkennbar. Die Durchsicht der Schnittserie ergibt jedoch, daß sich aus dem erhaltenen Rest des Spitzenmeristems ein neuer Vegetationskegel herausdifferenziert hat.

---

[1] Eine Regeneration (im weiteren Sinne) wird nur durch das Austreiben der Achselknospen erzielt.

Versuch $P^{-}V$, b_4; 19./III. — Fixiert nach 2 Tagen.

Amputationsfläche etwas zur Achse geneigt. Auf einer Seite (Taf. II, Fig. 10 und 11 rechts) ist ein Teil des äußersten Vegetationskegels stehen geblieben, während auf der Gegenseite die infolge des Schnittes abgestorbenen, in der Figur entsprechend der intensiven Tingierbarkeit dunkel getönten Zellen bis knapp an die Insertion des Blattprimordiums reichen. Auf der rechten Seite der Figur ist durch Vorwölbung des restlichen Meristems ein Ersatzvegetationspunkt (v') regeneriert. Kallus noch nicht gebildet.

Die Ergebnisse der vorgeführten Versuche lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Stichwunden, welche den Scheitel des Vegetationspunktes wenn auch noch so geringfügig verletzen, veranlassen die Entwicklung eines neuen Vegetationspunktes (»Ersatzvegetationspunkt«) durch eine seitwärts der Wunde erfolgende Vorwölbung des unversehrt gebliebenen Meristems.

2. Eine Längsregeneration findet nie in der Weise statt, daß die verloren gegangene Hälfte ersetzt wird, sondern stets dadurch, daß die intakt gebliebenen Teile der äußersten Vegetationsspitze einen Ersatzvegetationspunkt ausbilden.

3. Eine Querregeneration unterbleibt, wenn durch die vorgenommene Amputation das gesamte Meristem in der Höhe der jüngsten Blattanlagen oder in einer tiefer gelegenen Zone entfernt wird; Regenerationsfähig ist ausschließlich die oberhalb der letzten Blattprimordien gelegene Spitze des Vegetationskegels. Das Regenerat entsteht hier wie in den vorerwähnten Fällen durch Vorwölbung des unverletzten Meristemkomplexes seitlich der Wundfläche. Geschieht die Vorwölbung nach zwei Seiten hin, so kann die Entstehung von Doppelbildungen veranlaßt werden.

4. Das Regenerat stellt sich von vornherein in die Richtung der Organachse ein.

5. Die Bildung des »Ersatzvegetationspunktes« ist von der Entwicklung eines Kallus unabhängig und wird nicht durch einen solchen vermittelt.

II. Versuche mit Polygonatum.

Haben wir bei *Phaseolus* das regenerative Verhalten des Vegetationspunktes eines schnellwüchsigen Dikotylenkeimlings kennen gelernt, so betreffen die nachfolgenden Versuche die Regenerationsfähigkeit der Vegetationsspitze eines monokotylen Rhizoms mit verhältnismäßig geringer Wachstumsgeschwindigkeit, also einen in biologischer und physiologischer Hinsicht durchaus anderen Typus.

Der Vegetationskegel bildet hier eine ziemlich breite und flache Kuppe, die von den umfassenden Blattanlagen überdacht wird, wie es in Fig. 15, Taf. III dargestellt ist. Die vollständige Freilegung des Kegels ist etwas mühsam. Die größeren Blätter wurden an der Basis durch einen Kreisschnitt abgetrennt und dann abgehoben, die jüngeren Blattanlagen mit Nadel und Pinzette entfernt. Ob auch die jüngsten, den Scheitel überwölbenden Anlagen entfernt waren, ließ sich jedoch auch unter dem Binokular nicht immer sicher erkennen. Für Verletzungen durch Einschnitt war auch eine völlige Freilegung unnötig, da der Scheitel der Wölbung immer sicher zu erkennen war. Bei einer auf die äußerste Spitze beschränkten Queramputation war es aber von vornherein nicht ausgemacht, ob der Schnitt auch tatsächlich die Spitze erreichte oder nur die Kuppe der Blattanlage entfernte; den Erfolg mußte die nachträgliche anatomische Untersuchung lehren.

A. Verletzung durch Einschnitt.

Versuch $Pl^{v}Ib^{1}$; 15./V. — Fixiert nach 6 Tagen.

Der Einschnitt erfolgte nicht median, sondern nach der Seite der einen Blattanlage hin verschoben; der ursprüngliche Scheitel ist jedoch mit in die Kallusbildung einbezogen worden, für welche die ganze rechte Hälfte des Vegetationskegels aufgebraucht wurde. Die unversehrte (linke) Hälfte hat einen ansehnlichen neuen Ersatzvegetationskegel produziert.

Versuch $Pl^{v}II,b_{2}$ und b_{4}; 21./V. — Fixiert nach 10 Tagen.

Der Einschnitt ist etwas schräg geführt. Die Fig. 18 bis 20, Taf. III entsprechen drei Schnitten der Serie, die jedoch nicht unmittelbar aufeinanderfolgen. In Fig. 19 ist der Einschnitt am tiefsten, aber ganz gegen die Basis der links situierten Blattanlage verschoben. Die Wunde ist durch einen ansehnlichen Kallus abgeschlossen. Auf der entgegengesetzten Seite ist der Ersatzvegetationspunkt tangiert und eine deutliche Achselknospe entwickelt. Auf der folgenden Skizze erscheint der Einschnitt mehr gegen die Mitte gerückt; der aus dem unverletzten Meristem der rechten Hälfte vorgewölbte, ansehnliche Ersatzkegel ist annähernd median getroffen. In der Fig. 18 ist das Regenerat wieder nur tangiert; die Wunde zieht sich bis gegen die Mitte des ursprünglichen Kegels.

B. Verletzung durch Queramputation.

Wird der Vegetationskegel ganz oder zum größten Teile durch einen Querschnitt entfernt, so wölbt sich das Ende des noch wachsenden Rhizoms zu einer ansehnlichen Kuppel vor, die makroskopisch einer Terminalknospe nicht unähnlich sieht. Sie stellt jedoch nur einen blattfreien, von einem Schorf bedeckten Zapfen dar. Die mikroskopische Untersuchung zeigt, daß das gesamte noch teilungsfähige Gewebe nach Erlöschen des ansehnlichen Dickenwachstums bis zu der von Kallus gebildeten Scheitelregion in Dauerzustand übergegangen ist. Eine Wachstumsregulation muß somit auch in dem eines Urmeristems beraubten Stammende noch weiter in gesetzmäßiger Weise eingreifen, um zur Ausbildung einer gleichmäßig gewölbten Endkuppe zu führen. Diese einer näheren Untersuchung werte Erscheinung ist keineswegs auf den vorliegenden Fall beschränkt, wenngleich sie hier wegen des starken primären Dickenwachstums besonders auffällig ist. *Phaseolus* verhält sich unter gleichen Bedingungen ganz analog und Reuber erwähnt bei *Populus* gleichfalls zapfenförmige Bildungen bei Unterbleiben der Regeneration der Stammspitze. — Hier sollen wieder nur solche Fälle Erwähnung finden, bei welchen die Amputation im Bereiche des Meristems erfolgte.

Versuch $Pl^{-}II\ b_{2}$; 21./V. — Fixiert nach 10 Tagen.

Die äußerste Spitze des Vegetationskegels bis zur Ansatzstelle der jüngsten Blattprimordien quer amputiert. Sämtliche Elemente im Übergang zu Dauerelementen, keinerlei Regeneration zu beobachten.

Versuch $Pl^{-}I\ a_{2}$; 15./V. — Fixiert nach 6 Tagen.

Der etwas schräge Querschnitt hat nur die alleräußerste Spitze getroffen. Aus dem oberhalb der jüngsten Blattanlagen erhaltenen Meristem hat sich ein Regenerat herausdifferenziert (Taf. III, Fig. 16 und 17).

Versuch $Pl^{-}I\ a,\ a_{2}$; 15./V. — Fixiert nach 6 Tagen.

Querschnitt durch die äußerste Spitze des Kegels annähernd genau senkrecht zur Achse orientiert. Am Medianschnitt wölben sich beiderseits der Wundfläche zwei neue Ersatzvegetationspunkte aus dem Meristem hervor; es ist somit zur Entstehung einer Doppelbildung gekommen (Taf. III, Fig. 21). Am Grunde der Regenerate treten überdies den jüngsten Blattanlagen zugehörige Achselknospen auf.

Zusammenfassend ergibt sich somit für *Polygonatum*, daß eine Längs- und eine Querregeneration nur von einem intakt gebliebenen Anteil des Urmeristems ausgehen kann, welcher oberhalb der jüngsten Blattprimordien gelegen ist und daß sich diese meristematischen Komplexe seitlich der Wundfläche und somit ohne Vermittlung des Kallus zu einem Ersatzvegetationspunkte vorwölben.

Die Regeneration geht sonach in genau derselben Weise wie bei *Phaseolus*-Keimlingen vor sich.

III. Versuche mit Helianthus annuus.

1. Regeneration des Stammscheitels der Keimpflanze.

Die Keimlinge dieser Pflanze sind für Regenerationsversuche weit weniger geeignet als Bohnenkeimlinge. Ihr Vegetationskegel hat nur eine geringe Ausdehnung und ist für Verletzungen umso schwerer zugänglich, als er flach ausgebreitet zwischen den jüngsten Blattanlagen liegt und daher im Binokular nur schlecht hervortritt. Aber gerade der Umstand, daß hier ein anderer Typus einer Vegetationsspitze vorliegt, bestimmte mich zur Wahl dieses Materials; überdies wäre nach den Untersuchungen Peters' ein anderer Regenerationsmodus zu erwarten, da hier das Regenerat durch Vermittlung eines Kallus entstehen sollte.

Wird der terminale Vegetationspunkt in einem entsprechend frühzeitigen Stadium — die benützten Keimlinge hatten zur Zeit der Operation eine Länge von etwa 4 bis 5 *cm* — ganz oder zum Teile entfernt, so entwickelt sich, wie ich im Gegensatze zu Köck (l. c. p. 66) oftmals konstatieren konnte, eine Ersatzknospe in der Achsel der Kotyledonen. Wenn Köck zu einem negativen Ergebnisse gelangte, so ist es wohl darauf zurückzuführen, daß er die Entknospung in einem späteren Entwicklungsstadium vollzog, in welchem die Fähigkeit zur Anlage von Achselknospen bereits erloschen ist. Die Besonderheit unseres Falles liegt ausschließlich darin, daß die Anlage der Kotyledonar-Achselprodukte[1] erst durch die Verletzung des Stammscheitels ausgelöst wird, natürlich nur so lange als noch entsprechend jugendliches Gewebe an der Blattbasis vorhanden ist. Diese erste Anlage, die wegen ihrer geringen Ausdehnung leicht übersehen werden kann, falls nicht Schnittserien zu Gebote stehen, liegt nicht immer genau in der Blattachsel, sondern erscheint mitunter auf die Basis des Kotyledonarstieles etwas hinaufgerückt.

A. Verletzung durch Einstich.

Um den Vegetationspunkt für die gewünschte Art der Verletzung zugänglicher zu machen, wurde der eine Kotyledo und die ersten Laubblattpaare entfernt; trotzdem blieb jeder Versuch, den Vegetationskegel mit einer entsprechend feinen Nadel median anzustechen, vergebens. Die nachträgliche Untersuchung ergab immer wieder, daß die Nadel durch den Widerstand der jüngeren noch über dem Vegetationspunkt zusammenschließenden Anlagen aus ihrer Richtung abgelenkt war. Ich ging schließlich so vor, daß nach Entfernung des einen Kotyledo solange Tangentialschnitte abgetragen wurden, bis der flache Vegetationspunkt erkennbar war, worauf der Einstich ausgeführt wurde. Aber trotz dieser umständlichen Präparation zeigte nur eines von zahlreichen Objekten annähernd den gewünschten Erfolg, während sonst der Stich mehr oder minder weit neben den Initialen vorbeiging und infolgedessen auf die Weiterentwicklung keinen Einfluß ausübte.

Versuch *H I*, c_2; 26./II. — Fixiert nach 3 Tagen.

Die beiden jüngsten zur Zeit der Operation eben angelegten Blätter sind beträchtlich herangewachsen. Der deutlich erkennbare Einstich hat wohl die Initialien selbst kaum getroffen, ist aber in ziemlicher Nähe vorbeigegangen. Wie aus der Verfolgung des Verlaufes der Histogene hervorgeht und namentlich

[1] Es gibt übrigens auch eine durch ihre Mächtigkeit auffallende, völlig unverzweigte *Helianthus*-Rasse, welche auch in den Achseln der Folgeblätter unter normalen Umständen keine Seitenknospen anlegt.

bei Durchsicht der ganzen Schnittserie deutlich wird, liegt der Scheitel des Vegetationskegels zur Zeit der Untersuchung bei v', somit dem in der Figur (Taf. VI, Fig. 29) rechten Blatte genähert; zu beiden Seiten desselben erheben sich bereits in sanfter Wölbung die Anlagen neuer Blätter. Dieser Vegetationspunkt ist mit dem vor der Verletzung tätig gewesenen jedenfalls nicht identisch, denn dieser muß mit seinem Scheitel genau in der Mitte zwischen den vor dem Einstich angelegten Blättern $b_1 b_1$ gelegen sein. Es hat somit infolge des gegen die linke Seite hin erfolgten Einstiches eine Verlagerung der Initialen oder — was dasselbe bedeutet — eine Verlagerung des Vegetationskegels nach rechts hin stattgefunden. Der Vorgang ist dem bei *Phaseolus*-Keimlingen beobachteten prinzipiell durchaus gleich, nur deshalb weit weniger auffällig, weil sich die Vegetationspunkte bei *Helianthus* nicht kuppelförmig vorwölben.

B. Halbierung des Vegetationskegels.

Die Vorbereitungen zur Operation waren dieselben wie im vorigen Versuch. Von der Stammspitze wurden Tangentialschnitte bis zur Freilegung des flachen Scheitels abgetragen. Ob dieser selbst median halbiert oder vom Schnitte nur tangiert war, konnte leider im Binokular nicht mit Sicherheit erkannt werden. Aus der nachträglichen Untersuchung war erst zu entnehmen, wie tief der Schnitt geführt worden war.

Versuch $H'I$, b_2; 13./II. — Fixiert nach 2 Tagen.

Ein Medianschnitt senkrecht zur Amputationsfläche ist in der Skizze Taf. IV, Fig. 22 wiedergegeben, in welcher der Verlauf der Periklinen und die Lage der Achse (durch die mittlere, stärker ausgezogene Linie) angedeutet ist. Die wachsende Spitze hat sich von der Wundfläche weggewendet. Der Längsschnitt traf den Vegetationskegel außerhalb der jüngsten Blattanlage *bl*, die sich unversehrt weiterentwickelte. Die Vegetationsspitze setzt ihr Wachstum unbeschadet der schweren Verletzung fort. Die Wundfläche selbst ist von Kallus bedeckt, der nicht die geringsten Anzeichen einer beginnenden Neubildung erkennen läßt. Wie der Anschluß des Neuzuwachses, insbesondere des Prokambiums an die Elemente der verletzten Seite zu einem späteren Zeitpunkt vollzogen wird, wurde nicht weiter verfolgt.

Das gleiche Bild der Verletzung mit ihren Folgen habe ich in zahlreichen Fällen erhalten. Sie bieten aber kein weiteres Interesse, da die in ihrem apikalen Teile unverletzte Vegetationsspitze einfach weiterwächst und in normaler Weise Gewebe produziert; von einer Regeneration ist hier keine Rede.

Versuch $H'Ia$; 13./II. — Fixiert nach 3 Tagen.

Der Schnitt ist tiefer eingedrungen als im vorerwähnten Falle, indem ihm noch die jüngste Blattanlage zum Opfer fiel. Es ist somit nur der Teil der Vegetationsspitze, welcher einem vorgewölbten Kegel der äußersten Kuppe entspricht, unversehrt geblieben. Das Ergebnis ist trotzdem das gleiche wie im vorigen Versuche: Weiterwachstum der Spitze, keine Regeneration des amputierten Teiles.

Auch dieser Befund konnte des öfteren bestätigt werden.

Versuch $H'Va$; 12./V. — Fixiert nach 3 Tagen.

Der Schnitt hat den Vegetationskegel an der inneren Ansatzstelle der jüngsten Blattanlage getroffen. Im Anschluß an die Wunde ist ein Komplex von Urmeristemzellen bis in den Bereich der Initialen abgestorben; es fehlt somit die rechte Hälfte des ursprünglichen Scheitels (v in Taf. IV, Fig. 25). Auf der linken Hälfte der Figur ist ein Prokambiumstrang getroffen. Man erkennt mehr oder minder deutlich die Tendenz der Zellenzüge, auf der verletzten Seite gegen links hin zu konvergieren, wo sich etwa in der durch den Aster gekennzeichneten Partie ein neuer Scheitel ausbildet. Bei Verfolgung der Schnittserie wird dieses Ergebnis natürlich wesentlich deutlicher und bestimmter: die unversehrte Hälfte des Vegetationspunktes hat einen Ersatzvegetationspunkt regeneriert.

Versuch $H''I$, a_2; 12./V. — Fixiert nach 3 Tagen.

Mehr als die Hälfte des ursprünglichen Vegetationskegels ist der Amputation zum Opfer gefallen. Der erhaltene Meristemkomplex hat einen Ersatzvegetationspunkt ausgebildet. Das Ergebnis ist noch klarer wie im vorigen Versuche; es wird durch die Fig. 26 und 27, Taf. V, erläutert. Die letztere, welche den etwa bei v' gelegenen Ersatzvegetationspunkt nur tangiert, zeigt deutlich das Konvergieren der Schichten gegen links hin (man verfolge die Zellzüge, welche durch ein * markiert sind), woraus erhellt, daß die Initialen des ursprünglichen Vegetationskegels, die durch den Schnitt entfernt wurden, etwa bei v zu suchen sind. Zu beachten ist dabei, daß sich der der Wunde anliegende Teil des Meristems etwas vorgewölbt hat; er wird der nächsten Blattanlage den Ursprung geben. Fig. 26, welche einen etwas tiefer liegenden Schnitt darstellt, hat dagegen das Regenerat annähernd median getroffen. Daß sich in der Gegend von v' neue Initialen ausgebildet haben, ist unverkennbar. [1]

Das Ergebnis, zu welchem die Versuche mit *Helianthus*-Keimlingen führte, deckt sich somit vollkommen mit den Befunden an *Phaseolus:* Regenerationsfähig ist nur der zwischen den jüngsten Blattprimordien gelegene Anteil des Vegetationspunktes, also nur der äußerste Teil des Urmeristems; die Regeneration des Stammscheitels erfolgt dadurch, daß ein unversehrter Komplex dieser Partie sich zu einem Ersatzvegetationspunkt umbildet. (Vgl. im übrigen die Zusammenfassung auf p. 14 [120].)

2. Regeneration des Infloreszenzscheitels von Helianthus.

Die Regeneration der Blütenköpfchen von *Helianthus* spielt in unserer Frage eine wichtige Rolle; die vorliegenden Angaben bedürfen daher einer ausführlicheren Darstellung.

Die erste Beobachtung verdanken wir Sachs (I, p. 567), der seiner Darstellung die Schilderung einer zufällig aufgefundenen »Monstrosität« eines *Helianthus*-Köpfchens zugrunde legt. Nach seinen durch eine schematische Zeichnung erläuterten Ausführungen war der zentrale Scheitel des in der Mitte der Scheibe gelegenen Vegetationspunktes durch einen Zufall zerstört worden; »das ihn zunächst umgebende junge Gewebe hat die Natur des Vegetationspunktes verloren, sich aber in Form eines Hügels emporgehoben, während an der Basis des letzteren eine Zone embryonalen Gewebes sich herstellte; nur an dieser Zone entstehen nun die Anlagen neuer Blüten und zugehöriger Deckblätter.« Während nun bei ungestörter Tätigkeit des normalen Vegetationspunktes die Blüten in zentripetaler Folge entstehen, verhielt sich dagegen nach der Verletzung der frühere Scheitel so, als ob er der älteste Teil des Hügels wäre. Im Umfange des erwähnten neugebildeten embryonalen Gewebskomplexes stehen sowohl die jüngsten normal gebildeten als auch die jüngsten abnorm gebildeten Blütenanlagen. Es hat sich also gewissermaßen das organische Zentrum nach außen verschoben; die Blütenentwicklung ist aber nach wie vor eine progressive.

Wenn dieser Fall der Wundheilung in der Literatur als Beispiel echter Restitution hingestellt wird, so ist dagegen einzuwenden, daß nach Sachs' Darstellung die Regeneration gar nicht von der Wundfläche ausgeht, daß sich vielmehr unterhalb derselben eine Art interkalaren Meristems ausgebildet hat. Goebel (I, p. 214) faßt es auch als solches auf und vergleicht es direkt mit dem Wurzelmeristem, das nach unten hin Gewebe der Wurzelhaube, nach oben den Wurzelkörper bildet. Die Hemmung, welche das in den Boden vordringende Wurzelmeristem infolge des Bodenwiderstandes erleidet, soll in derselben Weise zur Ausbildung eines interkalaren Meristems geführt haben wie die Verletzung des Stammeristems bei *Helianthus.*

---

[1] Vgl. auch p. 24 [130].

Nach Goebel spricht der Sachs'sche Befund überdies dafür, daß die Meristemzellen nicht schon selbst polar differenziert sind — die Entwicklungsfolge der nach der Verletzung entstandenen Blüten ist im Hinblick auf den ursprünglichen Vegetationspunkt anscheinend zentrifugal geworden — die anscheinende Polarität des Meristems vielmehr durch die älteren Teile bestimmt wird. Ich komme auf diese Fragen nach Schilderung der eigenen Befunde zurück.

In der Folge ist es bekanntlich Kny gelungen, durch künstliche Einschnitte in jugendliche Köpfchenanlagen die Ausbildung von Doppelköpfchen experimentell zu veranlassen. Damit war die Existenz einer Längsregeneration festgestellt. Da jedoch nur die fertigen Entwicklungszustände Monate nach der Verletzung zur Untersuchung kamen, läßt sich der Modus der Regeneration nicht mehr erkennen und die Frage, ob eine echte Regeneration wie bei der Wurzel vorlag, nicht entscheiden.

Peters hat die Regenerationsversuche an *Helianthus*-Köpfchen mit gleichem Erfolge wiederholt und den Ausheilungsprozeß in diesem Falle und bei *Polygonum cuspidatum* sehr eingehend anatomisch verfolgt. Hier interessieren uns nur die bezüglich der Regeneration der Stammspitze erzielten Ergebnisse, von denen die wichtigsten dem der Arbeit beigegebenen Resumé wörtlich entnommen seien:

»Alle durch den Stich freigelegten Gewebe, auch die des Stichkanals, reagieren auf die Verletzung mit Bildung eines Kallus, des Primärkallus.«

»Die eine gewisse Zeit vor Anlage der Köpfchen verletzten Pflanzen regenerieren aus dem Kallus[1] der Stammspitze die verlorene Hälfte des Vegetationspunktes.«

»Die nach Anlage der Köpfchen verletzten Pflanzen regenerieren an Organen nur Zungenblüten und die obersten Deckblätter. Eine kurze Strecke der obersten regenerierten Gewebe dieser Pflanze kann regelmäßig sein, gewöhnlich sind auch oben die Gewebe nicht in normaler Ausbildung regeneriert.«

»Die meristematische Stammkuppe, aus welcher im normalen Entwicklungsgange noch Organe und Gewebe sich bilden, regeneriert am besten: Normale Organe und Gewebe können aus ihr neugebildet werden.«

Trotz der zweifellos sorgfältigen und detaillierten Untersuchung können diese Befunde nicht als einwandfrei bezeichnet werden; es fehlt eine genauere Untersuchung über die Art und Weise des Zustandekommens der Regeneration. Der Verfasser untersuchte die Entwicklung der nach einem zentralen Einstich mit einer feinen Lanzette auftretenden Wundgewebe nach drei und nach acht Tagen. Im ersten Fall sind die Wundgewebe »naturgemäß überall weniger stark entwickelt«, 300 μ unter der Stammspitze findet sich »ein etwa 100 μ dicker, anscheinend meristematischer, jedenfalls aber gerbstoffreicher Kallus« (p. 49); von einer Regeneration des Stammscheitels war natürlich noch nicht die Rede. Bei dem älteren Material ist hingegen die Regeneration bereits fertig vollzogen: »Die Hälften des Vegetationspunktes sind zu zwei selbständigen aber noch nicht ganz regelmäßigen Stammspitzen regeneriert« (p. 47). Daß die Stammspitzenhälfte regenerierte, in dem Sinne, daß die verlorengegangene Hälfte neu gebildet wurde, geht aus diesen Befunden ebensowenig hervor als die Art und Weise wie die Regeneration aus einem Kallus erfolgt. Daß eine Regeneration im weiteren Sinne stattgefunden hat, unterliegt keinem Zweifel; fraglich ist es jedoch, ob sie als »echte« Regeneration (Restitution im Sinne Küster's) zu gelten hat. Meine anfänglichen Zweifel an der Richtigkeit der von Peters gegebenen Deutung wurden durch die oben mitgeteilten Befunde an anderen Objekten, darunter den Keimlingen derselben Pflanze, nur bestärkt, da sonst eine Restitution durch Vermittlung des Kallus nie zu beobachten war. Ich zog daher auch diesen Fall in den Bereich meiner Untersuchungen.

Eine Anzahl von Blütenknospen wurde durch Anstechen mit einer Nadel oder einer feinen Lanzette oder durch möglichst exaktes Halbieren der ganzen Knospe verletzt.

Die Veränderung des Stammvegetationskegels beim Übergang zur Bildung des Blütenköpfchens hat schon Sachs (I, p. 560) geschildert. Darnach flacht sich der Vegetationspunkt zu dieser Zeit zu einer fast ebenen Scheibe — ich will sie im Folgenden »Vegetationsscheibe« nennen — ab.

[1] Von mir gesperrt.

Erst nach Erreichung des scheibenförmigen Stadiums wurde die entsprechende Operation vollzogen, nachdem vorher die Hüllblätter vollständig oder doch zum größten Teil entfernt worden waren, um die Verletzung mit größerer Sicherheit vornehmen zu können. Wie sich herausstellte, entwickeln sich die Köpfchen unbeschadet der schweren Operation ohne jeden Schutz weiter. Bei einem Durchmesser der Vegetationsscheibe von 10 bis 15 *mm* war die ganze meristematische Fläche bereits von Blütenanlagen bedeckt; ein operativer Eingriff in diesem Stadium hat nur die Entwicklung von Wundgewebe zur Folge, löst aber keine regenerativen Vorgänge mehr aus, die Entwicklung nimmt ihren normalen Verlauf. Dasselbe ist auch — wenigstens scheinbar — noch in jüngeren Stadien, bei einem Durchmesser von etwa 5 *mm* aufwärts der Fall, obgleich hier mit der Lupe erst die randständigen Blütenanlagen hervortreten. Ein Regenerationserfolg ist hingegen bei noch jüngeren Infloreszenzanlagen von einem Durchmesser von 2 bis höchstens 4 *mm* mit Sicherheit zu erwarten, solange noch keine oder nur die ersten Reihen der Blütenanlagen beobachtet werden können, also im »jüngsten« Blütenköpfchen, wie schon Kny und Peters bemerkten.

Die Beobachtungen an fertigen Entwicklungszuständen bestätigen durchaus die bereits vorliegenden Angaben: die Natur der regenerierten Seitenorgane hängt vom Zustand der Infloreszenzanlage zur Zeit der Verletzung ab. Ich kann mich somit auf die Besprechung einiger weniger Fälle beschränken, aus welchen der Erfolg von Einstichverletzungen zu entnehmen ist, die bisher noch nicht untersucht wurden. Der Effekt ist übrigens ganz analog dem, der nach Halbierung des Scheitels beobachtet wurde. Fig. 4, Taf. I stellt ein in sehr frühzeitigem Entwicklungsstadium mit feiner Nadel angestochenes Köpfchen dar; man beobachtet deutlich in der Mitte der Infloreszenz in der Umgebung der Einstichstelle die Entwicklung einer Anzahl grüner, derber Hüllblätter, die sich nur durch geringe Größe und stumpfere Form von den typischen Hüllblättern unterscheiden. Wird die Verletzung in einem etwas späteren Stadium angebracht, so treten in der Peripherie der Wunde dagegen Randblüten (Fig. 5) auf, und zwar zu einer Zeit, in welcher die inneren Scheibenblüten noch nicht entwickelt sind. Es wird somit nicht nur die Art der Anlagen im Umkreis der Wunde durch die Verletzung beeinflußt, sondern auch ihre Entwicklung wesentlich beschleunigt. Mit der Größe der Wunde nimmt auch die Zahl der abnormen Anlagen zu.

In einem noch späteren Stadium ist der Erfolg der Verletzung im fertigen Zustande kaum oder überhaupt nicht mehr zu erkennen. Fig. 6, Taf. I gibt einen Längsschnitt durch ein aufgeblühtes Köpfchen wieder, das mit Hilfe einer sehr zarten Lanzette angestochen war; der Schnitt steht senkrecht zum Einschnitt. Man erkennt deutlich, wie sich in der Peripherie der Wunde ein blütentragender Wulst ausgebildet hat, welcher einen Teil der Blüten in den erweiterten Stichkanal hineindrängt, die dadurch an ihrer Entfaltung behindert sind. Die Untersuchung mit der Lupe ergibt das Vorhandensein von ziemlich verkümmerten Strahlblüten am innersten Wulstrande. Wären nur mehr Scheibenblüten regeneriert worden, so wäre die Regeneration überhaupt nicht mehr nachweisbar, umso weniger, wenn die Anlage der inneren, normalen Blütenkreise mit der der abnormen Blüten im Umkreis der Wunde zeitlich zusammentrifft, so daß auch der Unterschied in der Größe und der Zeit des Aufblühens wegfällt. Sind sämtliche Blüten zur Zeit der Verletzung bereits angelegt, dann hat die Wunde natürlich tatsächlich keinerlei Einfluß mehr auf die Organbildung; die Entwicklung verläuft dann durchaus normal, der Defekt ist am aufgeblühten Köpfchen noch unverändert wahrnehmbar, abgesehen davon, daß sich die Wunde wie immer infolge des allseitigen Wachstums bedeutend vergrößert hat.

Wesentlich instruktiver gestaltet sich die Untersuchung früherer Entwicklungsphasen.

Die Entwicklung der unverletzten Infloreszenz geht in der Weise vor sich, daß die Hüllblätter sowie die Spreuschuppen mit den in ihren Achseln angelegten Blütenknospen vom Rande gegen die Mitte der Scheibe hin in streng zentripetaler Folge ausgebildet werden. Untersucht man ein halbiertes oder in anderer Weise verletztes Köpfchen einer im Freiland kultivierten Pflanze nach etwa 10 bis 14 Tagen, so beobachtet man, daß die ganze Wundfläche von einem Kallus bedeckt ist. Das unversehrt gebliebene Meristem hat sich am Wundrande schwach wulstartig vorgewölbt und läßt nun an dieser Stelle Blatt- und Blütenanlagen erkennen. Die Entwicklungsprozesse am Wundrande (das heißt die Bildung von Seitenorganen) erfahren

somit an dieser Stelle eine beträchtliche Förderung. Das Ergebnis ist von der Form der Wunde ganz unabhängig. Bei Stichwunden kommt es häufig vor, daß die Wunde Einrisse in das umgebende Meristem aufweist, die sich mit zunehmendem Wachstume vergrößern und erweitern; unversehrte Meristemlappen, gelegentlich auch fast völlig isolierte aber intakte Komplexe springen dann gegen den Stichkanal vor. Soweit sie an die Wunde grenzen, sind sie von einem Saum von Blütenanlagen umgeben.

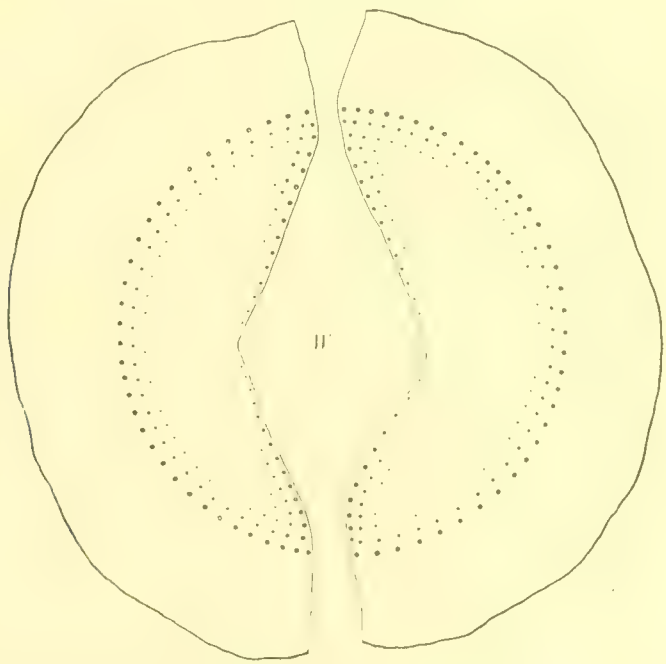
Wenngleich es somit am Wundrande zu einer abnorm frühzeitigen Anlage von Blüten kommt, so ist doch auch hier die akropetale Entwicklungsfolge beibehalten, was am Flächenbilde halbierter Köpfchen am deutlichsten hervortritt. Sowie von der Peripherie her die Anlagen gegen die Mitte zu weiterschreiten, so beobachtet man, daß an der, das Köpfchen spaltenden Schnittlinie die Blütenanlagen vom Rande gegen das Zentrum an Größe abnehmen. Der Wundrand verhält sich nun genau so wie ein normaler Rand eines Köpfchens: die Blütenbildung schreitet gegen die Mitte des halbierten Köpfchens in akropetaler Richtung fort. Die Mitte der Scheibenhälfte wird mit anderen Worten das organische Zentrum, um welches herum sich die Blüten (beziehungsweise Hüllblätter) gruppieren. Haben sich infolge der Verletzung Lappen oder größere Inseln unversehrten Meristems gebildet, so können diese wieder für sich ein selbständiges Bildungszentrum abgeben.

Besser als umfangreiche Beschreibungen wird das nebenstehende Schema die Entwicklungsfolge in der Anlage der Blüten vor Augen führen, wobei die an Größe abnehmenden Punkte die Blütenanlagen abnehmenden Alters darstellen sollen.

Man ersieht daraus, daß die normale Entwicklung progressiv (zentripetal) fortschreitet, daß aber die Anlage der Blüten längs des Wundrandes *W* und von hier aus gegen die Mitte des unversehrten Meristems in gleichem Sinne erfolgt.

Zur weiteren Erläuterung mögen einige Einzelfälle an Längsschnitten dargestellt werden. Fig. 28, Taf. VI gibt das Verhalten eines Köpfchens wieder, das 12 Tage vorher durch einen zentralen Einstich

Fig. 2.



verletzt worden war. In der Mitte des Köpfchens ist noch deutlich die vom Einstich herrührende Wundnarbe (*W*) zu erkennen; von der Peripherie her wurden eine Anzahl Blüten in progressiver Folge angelegt ($h_1 - h$). Das Meristem, welches dem Wundrande anliegt, hat sich etwas vorgewölbt und an seiner inneren Peripherie gleichfalls Blütenanlagen (b') hervorgebracht, die sich somit vorzeitig entwickelt haben. Ein etwas weiter vorgeschrittenes Stadium ist in Fig. 23, Taf. IV skizziert, welche nur einen Teil des Köpfchens zur Darstellung bringt. Von den normal angelegten Blüten sind nur die innersten Reihen

($h_4 - h_1$) wiedergegeben. In diesem Falle sind auch von der Wundfläche her bereits eine Anzahl Blütenanlagen entwickelt ($h'_6 - h'_1$); wie man sieht, ist auch ihre Entwicklungsfolge eine progressive, natürlich nicht in bezug auf den ursprünglichen, durch den Einstich zerstörten Scheitel, sondern im Hinblick auf das neu aufgetretene bei v' gelegene organische Zentrum. Nicht selten treffen wir an Serienschnitten Bilder wie in Fig. 25, Taf. IV. Hier ist ein unversehrter Meristemlappen im Schnitt getroffen, der beiderseits von Wundgewebe flankiert wird. Deutlich ist an beiden Wundrändern die Förderung der Blütenanlagen zu erkennen; es ist der erhaltene Meristemkomplex gewissermaßen zu einer selbständigen Infloreszenz geworden, insoferne als die Anlage der Blüten auch an diesem engbegrenzten Bezirk von dessen Peripherie gegen das eigene Zentrum hin orientiert fortschreitet.

Auf Grund dieser Beobachtungen können wir uns nun leicht eine Vorstellung über das weitere Schicksal der operierten Infloreszenzen machen. Wurde das Köpfchen frühzeitig durch einen radialen Längsschnitt gespalten, so müssen sich zwei selbständige Köpfchen ausbilden, wie es in den Versuchen von Kny und Peters der Fall war. Je weiter die Blütenanlage zur Zeit der Operation vorgeschritten war, desto mehr muß sich das Bildungszentrum (das heißt der Scheitel des Ersatzvegetationspunktes) der Mitte des Wundrandes nähern, desto exzentrischer erscheinen die fertigen Köpfchen. War hingegen ein Einstich angebracht worden, der nur die noch nicht differenzierte Mitte der Köpfchenanlage traf, so ist zu erwarten, daß sich im ganzen Umkreise der Wundfläche Hüllblätter beziehungsweise Strahlblüten entwickeln. Einen derartigen Fall gibt Fig. 4, Taf. I wieder. Das organische Zentrum — um bei dem hier allerdings nicht mehr zutreffenden Ausdrucke zu bleiben — ist somit ringförmig ausgebildet.

Vergleichen wir unsere Befunde mit der von Sachs gegebenen Darstellung, so liegt die wesentlichste Differenz darin, daß Sachs irrtümlich ein interkalares Meristem an der Basis der von ihm beobachteten zentralen Kuppe zu sehen glaubte; da ihm nur ein Objekt in weit vorgeschrittenem Zustande zur Untersuchung vorlag, ist ein solches Versehen leicht begreiflich. Das Auftreten der beschriebenen Kuppe ist jedenfalls nur die Folge einer besonderen Art der Verletzung und für den Regenerationsprozeß von keinerlei Bedeutung. Ist die angebrachte Verletzung sehr seicht, so daß die tiefer situierten, aber noch wachsenden Gewebe ihren Zusammenhang bewahren, so erklärt sich die Entstehung der Kuppe ohneweiters als mechanische Folge des Wachstums in radialer Richtung; da die Wundnarbe selbst dem Wachstume nicht entsprechend folgeleisten kann, so müssen die wachsenden Gewebe um Platz zu gewinnen nach oben ausbiegen.

Die von Goebel an die Sachs'sche Deutung angeknüpften Bemerkungen haben mit der veränderten Sachlage natürlich auch ihre Gültigkeit verloren. Von einer Umkehr der Polarität (vgl. p. 19 [125]), die Goebel auf Grund der Sachs'schen Darlegung annehmen mußte, ist nach unseren Beobachtungen keine Rede; sie wäre nur dann vorhanden, wenn die erwähnte »Kuppe« den Charakter eines Vegetationskegels hätte, was ebensowenig zutrifft wie das Auftreten des interkalaren Bildungsgewebes. Die Entwicklungsfolge ist nach wie vor progressiv nur insoferne geändert, als sie jetzt vom Scheitel des allein tätigen »Ersatzvegetationspunktes« beherrscht wird, während sie sich vor der Operation nach dem terminalen Vegetationspunkt richtete. Von einer Veränderung der Polarität könnte man (in einem etwas anderen Sinne) höchstens insoferne sprechen, als die Deszendenten derselben Zelle die bei normaler Entwicklung eine Polarisation im Sinne des terminalen Vegetationspunktes gezeigt hätten, nach Auftreten des »Ersatzvegetationspunktes« sich nach diesem richten; in bezug auf den verletzten oder nicht mehr tätigen Vegetationspunkt ist wohl eine Umpolarisierung oder vielleicht besser gesagt Umorientierung ihrer Polarität eingetreten, das heißt aber nichts anderes, als daß die Polarität einer Zelle durch die Lage oder die Tätigkeit des Vegetationspunktes beziehungsweise seiner Initialen bestimmt wird, dessen Bereich sie angehört. Es hat den Anschein, als wäre die Polarität durch die Richtung des dem tätigen Initialenkomplex zugeführten Nahrungsstromes bedingt, doch ist die gesetzmäßige Lenkung der Nahrungszufuhr offenbar bereits ein sekundäres Moment, das seinerseits wiederum durch die Aktivität der in lebhafter Teilung begriffenen Initialengruppe bestimmend beeinflußt wird. Durch ihre Tätigkeit wird der Grund gelegt für

die Anordnung, spezifische Form, Symmetrie und Polarität der sich entwickelnden Elemente; man könnte sie direkt als formative Zentren bezeichnen.

Was die Angaben Peters' über Organregeneration am *Helianthus*-Köpfchen betrifft (vgl. p. 19 [125]), so kann ich sie im allgemeinen bestätigen; unzutreffend ist nach meinen Beobachtungen nur die Vorstellung, daß eine Längsregeneration des halbierten Köpfchens »aus dem Kallus« vor sich geht. Die fehlende Hälfte des Vegetationskegels wird überhaupt nicht ergänzt, es wächst vielmehr der erhaltene Teil des Meristems zu einer neuen Vegetationsscheibe aus, die ihrerseits in normaler Weise Organanlagen und Gewebe produziert.

Ohne auf die von Peters sorgfältig studierte Geweberegeneration bei *Helianthus* einzugehen, eine Frage, welche ich als außerhalb des gesteckten Rahmens liegend nicht eingehender untersuchte, möchte ich in diesem Zusammenhange nur der angeblichen Regeneration der Epidermis gedenken.

Peters konstatierte, daß sowie im ganzen die Regelmäßigkeit der regenerierten Gewebe von oben nach unten hin abnimmt, auch die Epidermis allmählich in gleicher Richtung Borsten, Haare und Spaltöffnungen verliert. »Die Dimensionen der Zellen werden unregelmäßiger, es findet abnormale Verdickung besonders der Längsradialwände statt.« Überdies treten Längsrippen und in der Richtung des Organs gestreckte Korkwülste auf (vgl. Peters, insbesondere p. 53*f*, 57, 111), welche die Unregelmäßigkeit noch vergrößern. Das Äußere der Erscheinung kann ich vollkommen bestätigen. Besonders auffällig und überraschend war das Bild, welches eine in frühem Entwicklungszustand zentral angestochene Infloreszenzachse darbot. Das entfaltete Köpfchen wies einen über 10 *cm* tief in die Achse eindringenden, fast im ganzen Verlauf nach außen hin geschlossenen Stichkanal auf, der von einigen Korkleisten abgesehen von einer glatten, »inneren« Epidermis bekleidet war. Stomata fehlten in der ganzen Ausdehnung völlig; die auf der Außenseite vielgestaltigen Trichome (Borsten, Drüsenhaare) mangelten der Innenseite gleichfalls gänzlich oder waren nur zu kümmerlicher Ausbildung gelangt. Die von Peters erwähnten Längsrippen traten namentlich an Querschnitten (vgl. Taf. VI, Fig. 30 und 31) deutlich hervor, an welchen auch der im allgemeinen zartere Bau und die unregelmäßigere Anordnung der Oberhautzellen der Innenseite auffällt.[1]

An Stelle der auf einem basalen Zellpolster stehenden derben Trichome sind stellenweise nur die »Polster« selbst zur Entwicklung gekommen, während die Ausbildung der eigentlichen Haarzelle unterdrückt ist. Die gefältelte Kutikula zieht sich stellenweise zwischen die Seitenwände der Epidermiszellen hinein und dringt bis in die subepidermale Zellschichte vor. Die Bildung der Kutikularsubstanz setzt, wie man an entsprechend klaren mit Sudan gefärbten Schnitten erkennen kann, beiderseits der Mittellamelle ein, die zunächst noch als feine, helle Linie zwischen den tingierten Kutinschichten zu erkennen ist (siehe Fig. 30 *a*, Taf. VI).

In Fig. 32 und Fig. 33 sind Flächenschnitte der Epidermis des Stammes von der Innen- und Außenseite nebeneinandergestellt, welche der gleichen Querzone entstammen. Um einen leichteren Vergleich zu ermöglichen, wurde auch von der Außenseite eine trichomfreie Partie zur Darstellung gewählt. Trotz des kleinen Ausschnittes fällt die größere Unregelmäßigkeit der »inneren« Epidermis auf, die an größeren Partien natürlich noch viel charakteristischer hervortritt; die Zellen sind bald im Sinne der Achse, bald schräg gegen sie orientiert. Gegenüber der äußeren typischen Oberhaut sind sie überdies im Durchschnitt beträchtlich kleiner und weniger stark getüpfelt. Auch im Zellinhalte treten deutliche Unterschiede hervor, die aber nicht weiter untersucht wurden. Die Differenzen erstrecken sich übrigens auch auf das subepidermale Kollenchym, das auf der Innenseite zarter und unregelmäßiger angeordnet ist. Trotz der bestehenden ansehnlichen Unterschiede ist jedoch — was mit besonderem Nachdrucke hervorgehoben sei — die Entstehung der inneren Epidermis und des anschließenden Kollenchyms eine durchaus normale; von einer Geweberegeneration ist hier keine Rede. Ist die Verletzung hinreichend frühzeitig angebracht, so werden eben nicht allein Hüllblätter und Blüten, sondern auch Achsen-

[1] Die Unregelmäßigkeit ist stellenweise noch auffälliger als in dem in Fig. 30 wiedergegebenen Querschnitt.

teile in der Umgebung des Wundrandes von Seiten des »Ersatzvegetationspunktes« in durchaus normaler Weise angelegt. Die Epidermis der sich streckenden Achse ist aus dessen Dermatogen hervorgegangen und keinesfalls ein Regenerationsprodukt.[1] Worauf die beobachteten Differenzen in der anatomischen Ausbildung der Gewebe zurückzuführen sind, entzieht sich derzeit unserer Erkenntnis; es wäre vom Standpunkte der experimentellen Anatomie eine dankenswerte Aufgabe, an unserem Objekte die Bedingungen für die verschiedene Ausbildung der Oberhaut speziell für die Unterdrückung der Trichomentwicklung des näheren zu untersuchen.[2]

Vergleichen wir zum Schlusse das regenerative Verhalten der Infloreszenzanlage mit den Ergebnissen, welche an Sproßvegetationspunkten in der vegetativen Region erzielt wurden, so ergibt sich eine vollkommene Übereinstimmung. Indem sich am Wundrande der Meristemscheibe des *Helianthus*-Köpfchens »vorzeitig« Blatt- und Blütenanlagen entwickeln, wird ein neues Organisationszentrum geschaffen; es wird mit anderen Worten der tätige Scheitel gegen die Mitte des erhalten gebliebenen Meristemkomplexes verschoben oder — um die frühere Ausdrucksweise beizubehalten — es wird auch hier aus dem unversehrt gebliebenen Meristem ein neuer Ersatzvegetationspunkt herausdifferenziert.

IV. Über die Differenzierung des „Ersatzvegetationspunktes".

Wir konnten in allen untersuchten Fällen übereinstimmend konstatieren, daß aus dem bei der Verletzung unversehrt gebliebenen Meristem ein neuer Ersatzvegetationspunkt entwickelt wird. Dieser Vorgang setzt natürlich voraus, daß infolge der Verletzung Vermehrung, gegenseitige Lagerung und Wechselbeziehung der Deszendenten des verfügbaren Meristemkomplexes in andere Bahnen gelenkt wird. Von diesen intimeren Vorgängen, welche dem Regenerationsprozesse zugrunde liegen, war bisher noch nicht die Rede; eine genauere Untersuchung lag auch nicht in meiner Absicht. Nur eine Frage soll hier kurz berührt werden.

Wie ein Blick auf die beigegebenen Figuren (vgl. zum Beispiel Fig. 13, Taf. II; Fig. 14 und 17, Taf. III), ergibt, erfolgt die Differenzierung des Ersatzvegetationspunktes exogen. Daraus erhellt, daß das ursprüngliche Dermatogen die neuen Dermatogeninitialen geliefert hat. Bezüglich der Periblem- und Pleromінitialen liegen jedoch zwei Möglichkeiten vor: die neuen Initialen könnten aus den analogen Histogenen des ursprünglichen Scheitels hervorgegangen sein, also in einem, wenn auch nicht unmittelbaren entwicklungsgeschichtlichen Zusammenhang mit den ursprünglichen Initialen stehen oder sie könnten ganz unabhängig von diesen entstanden sein. Eine direkte Entscheidung wäre, wenn überhaupt möglich, äußerst schwierig und zeitraubend, da sie exakte Medianschnitte voraussetzte, deren Erzielung schon unter normalen Umständen mit ansehnlichen technischen Schwierigkeiten verknüpft ist; einen Schnitt aber, der gleichzeitig ursprünglichen Scheitel und Regenerat median trifft, zu erhalten, ist geradezu aussichtslos. Die Frage läßt sich jedoch auch auf indirektem aber viel einfacherem Wege entscheiden. Das Periblem, das den Scheitel des Vegetationskegels in einfacher Lage überkleidet, wird gegen dessen Basis hin drei- (bis mehr)-schichtig. Entsteht nun der Ersatzvegetationspunkt an einer solchen Stelle und würden die neuen Pleromінitialen aus den Elementen des ursprünglichen Pleroms hervorgehen, so müßte das Periblem, beziehungsweise dessen Initialen am Scheitel des Regenerates mehrere Lagen einnehmen; ist hingegen auch am Ersatzscheitel an einem annähernd medianen Schnitte nur eine einzige Periblemlage vorhanden, so erhellt schon daraus mit Sicherheit, daß die neuen Pleromінitialen sich aus den tieferen Lagen des Periblems entwickelt haben müssen.

Ich verweise insbesondere auf die Fig. 26 und 27 (Taf. V), welche Schnitte aus dem regenerierten Scheitel von *Helianthus* darstellen. In Fig. 28 ist die Anlage des neuen Scheitels tangiert. Man erkennt an

---

[1] Der von Vöchting studierte Fall der Epidermisregeneration bei »Kohlrabi« (p. 73 ff.) liegt somit vollkommen anders, wenigstens an den eingehend untersuchten Seitenknollen (p. 77): Die Epidermis entsteht hier aus dem Kork.

[2] Äußere Bedingungen scheinen in diesem Falle wenn überhaupt so doch nur eine ganz untergeordnete Rolle zu spielen.

dem Verlauf der Periklinen an dieser Stelle noch deutlich das Konvergieren der Zellzüge gegen die Stelle des ursprünglichen Vegetationspunktes, also gegen *v* hin (vgl. die Darstellung auf p. 18 [124]).

Die zweite Figur stellt einen etwas tiefer gelegenen Schnitt dar; hier konvergieren die Zellreihen von beiden Seiten her gegen den Ersatzvegetationspunkt *v'*. Die Periblemreihen — die Abgrenzung gegen das Plerom ist etwas stärker ausgezogen — lassen sich ungezwungen verfolgen und weisen auf eine durch einen besonders großen Zellkern ausgezeichnete Zelle als Initialzelle hin. Sind auch die Pleromінitialen nicht mit der gleichen Deutlichkeit zu erkennen, so geht doch aus der ganzen Disposition der Zellen unzweifelhaft hervor, daß sie sich aus der ursprünglich zweiten, vielleicht auch dritten Periblemreihe herausdifferenziert haben. Die gleiche Tatsache konnte ich wiederholt nicht nur bei *Helianthus*, sondern auch bei *Phaseolus* und *Polygonatum* beobachten.

In diesem Verhalten liegt ein neuer Beweis für die potentielle Gleichartigkeit der Periblem- und Pleromelemente im Bereiche des äußersten Vegetationskegels. Die Deszendenten der Periblem- und Pleromінitialen sind mit anderen Worten zunächst äquipotent. Ob eine solche potentielle Gleichartigkeit auch zwischen Dermatogen und Periblem vorhanden ist, vermögen unsere Untersuchungen natürlich nicht zu entscheiden, da letzteres gar nicht in die Lage kommt, das Dermatogen zu ersetzen.[1]

Was die Bedingungen des Auftretens der Ersatzbildungen in unserem Falle betrifft, so will ich mich auf einige kurze Bemerkungen beschränken, ohne die oft diskutierte Frage eingehender zu behandeln.[2]

Wie wir gesehen haben, ist jeder Meristemkomplex von entsprechender Ausdehnung im Bereiche der äußersten Vegetationsspitze zur Bildung eines individualisierten Vegetationskegels befähigt, doch wird diese Fähigkeit erst durch die angebrachte Verletzung ausgelöst. Sollen wir auch hier stoffliche Beziehungen zwischen den einzelnen Bezirken eines Vegetationskegels annehmen, deren Störung die Entwicklung eines isolierten Meristemteiles zu einem neuen Vegetationspunkte auslöst? Denkbar wäre es wohl, daß die von Goebel vertretene Ernährungstheorie auch auf unseren Fall anwendbar ist. Man könnte sich vorstellen, daß im normalen Vegetationskegel ein osmotisches Gefälle besteht, das gegen die Initialen hin an Höhe zunimmt, so daß diese als osmotisches Zentrum fungieren. Werden sie verletzt oder amputiert, so werden nun andere Teile des erhalten gebliebenen Meristems ihre relative osmotische Überlegenheit zur Geltung bringen; es wird die Stoffverteilung auf diese Stellen hin zentriert. Dank dieser Förderung wachsen sie zu neuen Vegetationspunkten aus oder es entsteht nur ein einziger Ersatzvegetationspunkt, wenn, wie es die Regel sein wird, die stärkere Förderung eines bestimmten Komplexes die Entwicklung der übrigen Meristembezirke unterdrückt.

Eine solche Vorstellung könnte wohl zur Not die selbständige Entwicklung eines intakt gebliebenen Meristemteiles veranschaulichen, ist aber kaum geeignet, das Wesentliche an der Sache befriedigend zu erklären. Es handelt sich eben nicht nur um das Weiterwachsen des restlichen Meristemkomplexes, sondern auch um dessen harmonische Umbildung zu einem neuen Vegetationskegel, was nur durch eine bestimmte Regulierung der Teilungsfolge und Teilungsrichtung der Zellen möglich ist. Hier und in anderen Fällen der Regeneration ist meines Erachtens scharf zu unterscheiden zwischen Anlage und Entwicklung der Anlage. Die Ernährungstheorie, welche hauptsächlich auf den Erscheinungen des Austreibens der Organanlagen fußt, betrifft nur den zweiten Punkt.

In diesem Zusammenhange verdient das Verhalten des *Helianthus*-Köpfchens nach erfolgter Verletzung besonderes Interesse. Wir beobachteten, daß die Wundränder in ihrer Entwicklung gefördert sind, was sich in der vorzeitigen Organanlage an diesen Stellen äußert. Indem nun die Entwicklung vom Wund-

---

[1] Ich muß mich leider mit diesen wenigen Andeutungen über diesen Gegenstand begnügen. In der Wurzel, welche derartigen Untersuchungen viel leichter zugänglich ist, scheinen die Verhältnisse etwas anders zu liegen. Nach Němec (l. c., p. 313, vgl. auch p. 254 f.) kann hier das Dermatogen weder Periblem noch Pleromelemente bilden, während das Periblem direkt aus sich heraus Dermatogen zu differenzieren vermag, nicht aber das Plerom. Eingehendere vergleichende Untersuchungen über die Beteiligung der Elemente des Stammvegetationspunktes am Regenerationsvorgange wären sehr erwünscht. Es wäre dabei besonders zu beachten, ob und in welchem Maße Entdifferenzierungsvorgänge an der Neubildung der Histogene beteiligt sind.

[2] Vgl. die Diskussion bei Jost (p. 446); hier auch weitere Literatur.

rande aus in gleicher Weise wie vom unversehrten Köpfchenrande allmählich gesetzmäßig fortschreitet, wird der in der Differenzierung zurückbleibende, also am längsten im ursprünglichen embryonalen Zustande verharrende Teil zum Scheitel des Ersatzvegetationspunktes. Die Frage ist nur, worauf die Entwicklungsförderung am Wundrande zurückzuführen ist. Daß eine gesteigerte Stoffzufuhr an diese Stellen die primäre Ursache der Entwicklungsförderung sein sollte, halte ich kaum für wahrscheinlich; ich glaube eher, daß die infolge der Störung des normalen Gewebeverbandes veränderten Spannungsverhältnisse dabei eine maßgebende Rolle spielen. Eine experimentelle Entscheidung ist derzeit nicht möglich; für derartige Studien in dieser Frage sei jedoch das Kompositenköpfchen besonders empfohlen.

Ganz unabhängig von diesem Problem ist die Frage nach den Bedingungen, welche über die Qualität der am Vegetationspunkte entstehenden Organe entscheiden. Es ist jedenfalls höchst auffällig und beachtenswert, daß das Ersatzköpfchen an dem der Wunde zugekehrten Rande je nach dem Zeitpunkte der Verletzung Hüllblätter oder Deckblätter mit Blütenanlagen produziert, wie bereits von Kny und Peters angegeben wurde und was ich durchaus bestätigen kann. Sind zur Zeit der Operation die Hüllblätter an der Peripherie bereits angelegt, so unterbleibt ihre Bildung am Regenerat; es setzt von Anfang an die Bildung von Rand- (Strahl-) blüten ein. In jedem Zeitpunkte der fortschreitenden Entwicklung ist somit das Köpfchen nur zur Bildung bestimmter Organe von untersich gleicher Dignität befähigt. Wenn man will, kann man in diesem Verhalten eine Stütze der Theorie der organbildenden Stoffe erkennen.[1]

V. Zusammenfassung der Ergebnisse über Regeneration des Stammscheitels.

Ist die Zahl der in den Bereich der Untersuchung gezogenen Objekte nur eine kleine, so vertreten sie doch recht verschiedenartige Typen. Zur Untersuchung gelangte ein flacher und ein kuppelförmiger Vegetationskegel eines dikotylen Keimlings (*Helianthus* beziehungsweise *Phaseolus*), ein Vertreter einer Monokotylen (*Polygonatum*) neben dikotylen Formen, der Vegetationsscheitel eines Rhizoms (*Polygonatum*) und einer Infloreszenzachse (*Helianthus*-Köpfchen) neben solchen oberirdischer, vegetativer Achsen. Da die Regenerationsversuche am Stammscheitel durchaus verschiedenartiger, ziemlich willkürlich herausgegriffener Objekte zu vollkommen übereinstimmenden Ergebnissen führten, so kann der beobachtete Vorgang wohl als Regel angesehen werden, womit nicht gesagt sein soll, daß sich jeder Stammscheitel dem gleichen Regenerationsschema unterordnet.

Die beobachteten Fälle führten zu folgenden allgemeinen Ergebnissen:

1. Jede Wunde im Bereiche des Stammscheitels wird durch einen Kallus verschlossen, dessen Ausbildung im Bereiche des äußersten Urmeristems am spätesten einsetzt.

2. In völliger Unabhängigkeit von dieser Kallusbildung wird bei beliebiger Verletzung des Scheitels (Einstich, Längseinschnitt, Querschnitt) ein vollkommenes Regenerat ausgebildet, sofern ein entsprechender Meristemkomplex unversehrt erhalten geblieben ist.

3. Die Regeneration geht stets in der Weise vor sich, daß sich der unversehrte Meristemteil zu einem neuen »Ersatzvegetationspunkt« umbildet, der in der Folge in ganz normaler Weise Gewebe und Organe produziert.

4. Zur regenerativen Neubildung ist ausschließlich der äußerste Teil des Urmeristems geeignet bis zu der Zone, an welcher die jüngsten Blattanlagen ausgegliedert werden. Tiefer liegende, wenngleich meristematische Zonen sind niemals mehr regenerationsfähig.

5. Die neuen Initialen des Ersatzvegetationspunktes stehen in keinem genetischen Zusammenhange mit den Abkömmlingen der gleichartigen Initialen des ursprünglichen

[1] Ich möchte jedoch an dieser Stelle insbesondere auf die zu wenig gewürdigten Einwände gegen diese Theorie von Driesch (p. 114 ff.) hinweisen.

Scheitels; die neuen Plerominitialen gehen vielmehr aus der inneren Periblemzone des verletzten Vegetationskegels hervor.[1]

Theoretisches.

Wie aus der vorhergehenden Darstellung erhellt, geht die Regeneration des Sproß- und Wurzelvegetationspunktes — entgegen unseren Erwartungen — in prinzipiell verschiedener Weise vor sich.

Ich brauche den Vergleich im Einzelnen nicht durchzuführen, da ich die so eingehend untersuchten Vorgänge am Wurzelscheitel (vgl. namentlich Simon und Němec) als bekannt voraussetzen kann und beschränke mich daher nur auf einige Bemerkungen.

Der Unterschied liegt natürlich nicht im erzielten Endergebnisse des Regenerationsvorganges; in beiden Fällen kann sowohl nach Längs- wie nach Querschnitten ein vollständiger Ersatz des Scheitels geschaffen werden. Wesentlich verschieden sind dagegen Mittel und Wege, welche zur Ersatzbildung führen. Bei der Wurzel entsteht das Regenerat stets an der Wundfläche selbst, es kommt unter Umständen zu einem vollkommen adäquaten Ersatz des verloren gegangenen Teils, zu einer »restitutio in integrum«; beim Stammvegetationspunkte unterbleibt hingegen die Ersatzbildung an der Wundfläche selbst, es wölbt sich das benachbarte Meristem zu einem neuen Scheitel vor. Es wird somit hier nicht »das Fehlende ergänzt«, sondern vielmehr ein ganz neuer Vegetationspunkt gebildet, der bei seiner Weiterentwicklung die Tätigkeit des verletzten Scheitels in völlig normaler Weise aufnimmt. Fällt das Verhalten der Wurzel unter den Küster'schen Begriff der »Restitution«, der echten Regeneration im engeren Sinne, so können wir diese Bezeichnung auf die Regeneration des Stammscheitels offenbar nicht anwenden; der Sproßvegetationspunkt ist nicht zu einer Restitution befähigt.[2] Wir haben daher in der bisherigen Darstellung den Begriff Regeneration stets nur in der weiteren Fassung angewendet, die ihm Goebel gegeben hat, als Ausdruck für jede Art der Ersatztätigkeit. Ist diese weite Umgrenzung des Begriffes insoferne zweckmäßig und gerechtfertigt, als das Ziel aller regenerativen Tätigkeit das gleiche ist, so ist es doch vom Standpunkte der Entwicklungsphysiologie durchaus angebracht und notwendig, die Regenerationsvorgänge nach dem Modus der Ersatzbildung möglichst scharf voneinander zu unterscheiden. Es ist meines Erachtens von diesem Gesichtspunkte durchaus nicht nebensächlich, ob das Regenerat direkt oder indirekt durch Vermittlung eines Kallus entsteht, ob die Ersatzbildung in der Entwicklung von Organreserven besteht oder ob sich das Regenerat an der Wundfläche differenziert u. dgl. Es ist vielmehr von vorneherein möglich und sogar wahrscheinlich, daß die Bedingungen, welche verschiedene Formen des regenerativen Geschehens beherrschen, sehr verschiedenartiger Natur sind. Das Austreiben einer normal gehemmten Achselknospe nach Inaktivierung des terminalen Vegetationspunktes, das im Grunde genommen nur eine Fortsetzung der normalen autogenetischen Entwicklung darstellt, ist voraussichtlich auf einen ganz anderen Bedingungskomplex zurückzuführen, wie etwa die Anlage von Adventivknospen im Kallus oder eine echte Restitution. Ein tieferes Eindringen in die Mechanik des regenerativen Geschehens setzt somit voraus, daß wir zunächst die Formen der Regeneration nach entwicklungs-physiologischen Gesichtspunkten möglichst auseinander halten.

---

[1] Ich möchte bei dieser Gelegenheit nebenher bemerken, daß ich häufig Gelegenheit hatte, die Entwicklung junger und jüngster Blattanlagen zu verfolgen, welche bei der Operation absichtlich oder unabsichtlich mehr oder minder weitgehend verletzt worden waren. Auch hier besorgte ein Kallus den Wundverschluß, eine Regeneration war aber auch nicht in einem Falle zu beobachten; der Defekt blieb bei der Weiterentwicklung stets erhalten. Die gegenteiligen Angaben, welche gelegentlich gemacht wurden, sind — abgesehen von den bekannten Beobachtungen an Farnwedeln (Goebel, Figdor I) und Gesneraceenblättern (Pischinger, Figdor II) — durchaus nicht beweisend und einer Nachprüfung bedürftig.

[2] Daß bei der Regeneration des *Helianthus*-Köpfchens keine »echte« Regeneration (= Restitution) vorliegt, erhellt übrigens schon aus der von Sachs gegebenen Darstellung, aus der ebenso wie aus der beigegebenen Skizze deutlich hervorgeht, daß die Wundfläche an der Regeneration unbeteiligt ist.

Jost hat im Sinne dieser Forderung in seinen »Vorlesungen« sehr zweckmäßig unterschieden zwischen Wiederbildung (Reparation), Neubildung (Entstehung der Ersatzbildung in der Nähe der Wunde oder im Wundkallus) und Neuentfaltung (Austreiben der nächstgelegenen Organanlage), betont jedoch, daß sich in der Praxis die beiden letzteren Fälle schwer voneinander sondern lassen.

Ich möchte nachstehend den Versuch unternehmen, eine etwas abweichende Gliederung der Ersatzvorgänge zu begründen, wobei ich mich ausschließlich auf die Besprechung der Organregeneration beschränke.

Zunächst ist es erforderlich, dasjenige Entwicklungsstadium festzustellen, auf welchem die Regeneration eines Organes als beendet angesehen werden kann. Von einem Abschluß der Regeneration in dem Sinne zu sprechen, daß »alles Fehlende« ersetzt wurde, wäre nur bei Organen mit begrenzter Entwicklungsfähigkeit (mit begrenztem Wachstum) möglich. Für Wurzeln und Sprosse mit potentiell unbeschränkter Entwicklung ist jedoch, wie nicht weiter ausgeführt zu werden braucht, diese Abgrenzung von vorneherein untunlich. Aber auch in diesen Fällen muß eine — wenn auch nur theoretisch fixierbare — Grenze zwischen regenerativer Entwicklung und normalem formativen Geschehen vorhanden sein. Der durch Verletzung (oder Inaktivierung) ausgelöste Regenerationsprozeß wird also dann als abgeschlossen zu betrachten sein, wenn die weitere Entwicklung mit den Mitteln und nach den Gesetzen der normalen Ontogenese vor sich geht. Die Regeneration ist somit schon als beendet anzusehen, wenn eine fertig »differenzierte Anlage« geschaffen ist. Die weitere Entwicklung und Ausgestaltung des Regenerates hängt mit den eigentlichen regenerativen Vorgängen nur mehr lose zusammen, indem sie von der Form der »Anlage« und den durch sie neu geschaffenen Korrelationen beeinflußt wird. Es ist somit ein wesentlicher Unterschied, ob eine fertige Anlage nach Beseitigung einer Entwicklungshemmung auswächst oder ob eine neue differenzierte Anlage erst regenerativ geschaffen werden muß.

Der Begriff »Anlage« bedarf jedoch noch einer weiteren Erläuterung. Versteht man darunter eine potentielle Fähigkeit, so hat der von Goebel (II, p. 386) aufgestellte Satz: »Bei den Regenerationserscheinungen handelt es sich um eine Entfaltung schlummernder (latenter) Anlagen« jedenfalls allgemeine Berechtigung.

In diesem Sinne ist eine »schlummernde« Knospe ebenso eine Sproßanlage wie eine Gruppe von Zellen oder eine Einzelzelle, die unter Umständen einer Knospe den Ursprung gibt. Goebel betont denn auch ausdrücklich, daß derartige Anlagen makroskopisch oder mikroskopisch nachweisbar oder aber auch vollständig »verborgen«, also morphologisch nicht faßbar sein können; alle derartige Anlagen werden als »Organreserven« zusammengefaßt. Bei dieser rein funktionellen Fassung des Begriffes »Anlage« kann natürlich zwischen Neubildung und Neuentfaltung (welche Jost unter dem Namen Regeneration im Gegensatz zu Reparation zusammenfaßt) keine Grenze gezogen werden, was aber dann der Fall wäre, wenn man »»unter »Anlagen« eines Organs nur bereits fertig differenzierte Zellmassen verstehen will«« (Jost, p. 442).

Ich sehe jedoch keinen zwingenden Grund, den Begriff »Anlage« nicht in diesem »morphologischen« Sinne zu fassen. Eine Gruppe nicht differenzierter Meristemzellen ist von diesem Standpunkte aus noch keine Sproßanlage; sie stellt nur das mehr oder minder embryonale Zellenmaterial dar, welches auf einen Reiz hin durch das Auftreten bestimmt orientierter Zellteilungen zur Sproßanlage wird, die durch einen Komplex charakteristisch angeordneter meristematischer Zellen, vor allem der Initialen, gekennzeichnet ist. Ist auf einen Regenerationsreiz hin aus indifferentem Material die Anlage differenziert, so ist damit die Regeneration im Wesentlichen abgeschlossen; die weitere Entwicklung geht nach den Gesetzen der normalen Ontogenese vor sich.

Wird etwa wie bei gewissen Begonien eine einzige Epidermiszelle zum Ausgangspunkte des Regenerates, so ist auch diese Zelle im morphologischen Sinne keine Sproßanlage, wenngleich sie besonders disponiert erscheint, den Ausgangspunkt zu deren Differenzierung zu bilden. Setzt die Regeneration ein, so muß zunächst ein Entdifferenzierungsvorgang einen Komplex embryonaler Zellen

schaffen, in welchem die Differenzierung der »Anlage« vor sich gehen kann. In gleicher Weise beobachten wir, daß auch eine Kalluszelle oder eine Gruppe von solchen nicht unmittelbar zu einem Sproß oder einer Wurzel werden kann; auch in diesem Falle setzen erst neuerliche Zellteilungen ein, wenngleich ihre Zahl mitunter auf ein geringes Maß reduziert sein kann, welche zur Bereitstellung indifferenter Zellen führen, aus denen sich die entsprechende Anlage entwickelt. Ein »schlafendes Auge« hingegen ist wie jede Achselknospe genau genommen schon über das Stadium der eigentlichen Anlage hinaus; durch die normale Tätigkeit der Initialengruppe hat sich bereits eine mehr oder minder weitgehende Gewebedifferenzierung vollzogen, es sind bereits Blätter und Internodien angelegt. Der die Regeneration — im weitesten Sinne — auslösende Reiz beschränkt sich in diesem Falle auf eine bloße Aufhebung der normalen Entwicklungshemmung.

Nach Driesch vollzieht sich die Regeneration, welche beim tierischen Organismus etappenweise vor sich geht, in zwei Phasen, die wir als Anlage (im morphologischen Sinne) und Ausgestaltung bezeichnen können (l. c. p. 49). Die Anlage selbst setzt aber schon die Anwesenheit indifferenten Zellenmaterials voraus, das unter Umständen erst aus mehr oder minder bestimmt determinierten Elementen durch Entdifferenzierung geschaffen werden muß. Es lassen sich somit im vollkommensten Falle drei, natürlich teilweise ineinandergreifende regenerative Zustände unterscheiden:

1. Bereitstellung indifferenten Zellenmaterials, 2. Differenzierung der Organanlage, 3. Ausgestaltung (= Weiterentwicklung) der Anlage.

Dementsprechend lassen sich auch drei Hauptformen der Organregeneration unterscheiden, die als primäre, sekundäre und tertiäre Regeneration bezeichnet werden können.

1. Primäre Regeneration: Sie durchlauft sämtliche drei Regenerationsstufen. Ein solcher Fall liegt dann vor, wenn eine Dauerzelle oder eine Kalluszelle oder ein aus solchen bestehender Komplex zum Ausgangspunkt für die Regeneration wird, da in diesem Falle erst hinreichendes indifferentes Zellenmaterial von entsprechend embryonalem Charakter gebildet werden muß. Der Ort, an welchem das Regenerat entsteht, kommt dabei gar nicht in Betracht.

2. Sekundäre Regeneration: Sie liegt dann vor, wenn das erste Stadium übersprungen wird, wenn also schon indifferentes Zellenmaterial verfügbar ist, an welchem die Regeneration einzusetzen vermag, die zunächst zur Differenzierung einer Organanlage wird.

3. Tertiäre Regeneration: Die regenerative Tätigkeit beschränkt sich darauf, eine bereits vorhandene, ruhende Anlage zur weiteren Entwicklung (durch Beseitigung einer Entwicklungshemmung) anzuregen.

Erwägen wir schließlich, in welche Kategorie die Regeneration des Sproßscheitels einzureihen wäre. Wie wir ermitteln konnten, setzt sie stets an dem unversehrt gebliebenen Meristem des äußersten Scheitels ein; hier liegt bereits das erforderliche indifferente Zellenmaterial vor. Damit eine gesetzmäßige Entwicklung einzusetzen vermag, muß nun eine entsprechende Umgruppierung der Zellen vorgenommen werden, das heißt, es bilden sich durch Vermittlung neuer Teilungen neue Initialen aus, deren Tätigkeit zur Vorwölbung eines Ersatzvegetationspunktes führt. Die so geschaffene Sproßanlage entwickelt sich nun in normaler Weise unter gesetzmäßiger Ausgestaltung weiter. Die Regeneration des Sproßvegetationspunktes ist somit als ein Fall sekundärer Regeneration zu bezeichnen.

Unsere Versuche über die Regeneration des Stammscheitels führten zu dem allgemeinen Ergebnisse, daß nur ein beschränkter Teil des Urmeristems die Befähigung besitzt, nach erfolgter Verletzung einen neuen Vegetationspunkt zu konstituieren. Es ist somit die regenerative Befähigung innerhalb des »Urmeristems« nicht gleichmäßig ausgebildet, die dasselbe konstituierenden Elemente sind funktionell nicht gleichwertig. Die Grenze des regenerationsfähigen Urmeristems ist nach unten hin ziemlich scharf durch das Auftreten der ersten Blattanlagen gekennzeichnet.

Sobald sich die Anlage von Seitenorganen zu differenzieren beginnt, ist die Determinierung in großen Zügen beendet, wenigstens insoweit, daß die Zellen obgleich noch lebhaft teilungsfähig nicht mehr zur regenerativen Organbildung direkt befähigt sind. Die unterhalb der jüngsten Blattanlagen gelegenen Teile

des Urmeristems sind zur Organregeneration ungeeignet und gehen, soweit sie nicht infolge der Verletzung absterben, relativ frühzeitig in Dauergewebe über.

Um diese im Hinblick auf das regenerative Verhalten potentielle Verschiedenheit der apikalen und basalen Partie des Urmeristems im Namen zum Ausdrucke zu bringen, will ich den ersteren, allein aus allseitsbefähigten Elementen bestehenden Komplex des Urmeristems als Archimeristem bezeichnen. Die weiteren Konsequenzen dieser Auffassung habe ich bereits an anderer Stelle[1] eingehender dargelegt.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

I. Die nach Amputation der Vegetationsspitze von *Phaseolus coccineus*-Keimlingen auftretenden Primordial- oder Kotyledonar-Achseltriebe beginnen ihre Entwicklung ausnahmslos mit Niederblättern oder Primordialblattformen, worauf erst die Bildung dreizähliger Folgeblätter einsetzt. Das gleiche gilt für die unter besonderen Umständen am Epikotyl auftretenden Adventivtriebe. Es wird wahrscheinlich gemacht, daß für die Ausbildung der Hemmungsformen der Blätter beziehungsweise der normalen Folgeblätter nicht qualitative, stoffliche Differenzen (organbildende Substanzen, Wuchsenzyme) maßgebend sind, daß vielmehr eine korrelative Beziehung zwischen Stamm- und Blattentwicklung besteht und eine quantitative Verringerung der den Blättern unmittelbar zur Verfügung stehenden Nährstoffe die Ausbildung von Hemmungsformen bedingt.

II. Wird die Vegetationsspitze selbst durch Einstich, Einschnitt oder teilweise Amputation verletzt, so wird die Wundfläche in allen untersuchten Fällen (Keimlinge von *Phaseolus coccineus* und *Helianthus annuus,* Rhizom von *Polygonatum officinale,* Infloreszenzanlage von *Helianthus*) durch einen Kallus abgeschlossen. Im Gegensatz zur Wurzel ist jedoch die Stammvegetationsspitze zu keiner Restitution (im Sinne Küsters) befähigt. Die Regeneration des Vegetationspunktes geht nach einem anderen Modus vor sich, und zwar derart, daß ein bei der Verletzung unversehrt gebliebener Meristemkomplex sich seitlich der Wunde zu einem neuen »Ersatzvegetationspunkt« vorwölbt.

Zu einer derartigen Regeneration ist nur der äußerste Teil des Urmeristems befähigt, welcher oberhalb der jüngsten Blattprimordien gelegen ist.

Die Initialen des »Ersatzvegetationspunktes« stehen in keiner genetischen Beziehung zu den gleichnamigen Elementen des ursprünglichen Vegetationskegels; die neuen Plerominitialen differenzieren sich vielmehr aus den inneren Schichten des ursprünglichen Periblems.

Die Regeneration des verletzten Blütenköpfchens von *Helianthus* geht in prinzipiell gleicher Weise vor sich, also ohne Vermittlung eines Kallus. Die Bildung des Ersatzvegetationspunktes äußert sich in einer Verlagerung des Organisationszentrums, welche durch die Förderung der Blatt- und Blütenanlagen in dem an die Wundgrenze anschließenden Meristem eingeleitet wird. Die Bildung einer interkalaren Wachstumszone (Sachs) kommt dabei so wenig zustande wie eine Umkehr der Polarität. Die Blütenanlagen entstehen in Hinblick auf den tätigen Vegetationspunkt stets progressiv. In jedem Stadium fortschreitender Entwicklung ist das Köpfchen nur zur Bildung bestimmter Organe von unter sich gleicher Dignität befähigt.

III. Im Verlaufe der Organregeneration lassen sich ganz allgemein im vollkommensten Falle drei Phasen unterscheiden: 1. Bereitstellung undifferenzierten (embryonalen) Zellenmaterials. 2. Differenzierung der Anlage des zu regenerierenden Organs. 3. Ausgestaltung der Anlage. Je nachdem sämtliche Phasen, die beiden letzten oder nur die dritte Phase bei einem speziellen Regenerationsprozeß in Erscheinung treten, läßt sich zwanglos eine primäre, sekundäre und tertiäre Regeneration unterscheiden. Das regenerative Verhalten des Sproßvegetationspunktes bietet ein typisches Beispiel einer sekundären Regeneration.

[1] Vgl. K. Linsbauer, Die physiologischen Arten der Meristeme. Biol. Centralbl., Dez. 1915.

Literaturverzeichnis.

Beijerinck. Beobachtungen und Betrachtungen über Wurzelknospen und Nebenwurzeln. Amsterdam 1886.

Doposcheg-Uhlár Jos. Studien zur Regeneration und Polarität der Pflanzen Flora, N. F. 2, 1911.

Driesch H. Die organischen Regulationen. Leipzig 1901.

Figdor W. I. Über Regeneration der Blattspreite bei *Scolopendrium Scolopendrium*. Ber. d. D. bot. Ges., Bd. 24, 1906.

— II. Über Restitutionserscheinungen an Blättern von *Gesneriaceen*. Jahrb. wiss. Bot., Bd. 44, 1907.

Goebel K. I. Einleitung in die experimentelle Morphologie der Pflanzen. Leipzig 1908.

— II. Über Regeneration im Pflanzenreiche. Biol. Zentralbl., Bd. 22, 1902.

Jost L. Vorlesungen über Pflanzenphysiologie, III. Aufl., Jena 1913.

Kny L. Über künstliche Spaltung der Blütenköpfe von *Helianthus annuus*. Nat. Woch. N. F., Bd. 4, Nr. 47, 1905.

Köck G. Über Kotyledonarknospen dikotyler Pflanzen. Öst. bot. Z., Bd. 53, 1903.

Küster E. Pathologische Pflanzenanatomie, Jena 1903.

Lopriore G. I. Über die Regeneration gespaltener Wurzeln. Nova Acta Leop. Car. D. Akad. d. Naturf., Bd. 66, 1896.

— II. Vorläufige Mitteilung über die Regeneration gespaltener Stammspitzen. Ber. D. bot. Ges., Bd. 13, 1895.

Lundegårdh H. Experimentell-morphologische Beobachtungen. Flora, N. F., Bd. VII, 1915.

Němec B. Studien über Regeneration, Berlin 1905.

Peters L. Beiträge zur Kenntnis der Wundheilung von *Helianthus annuus* und *Polygonum cuspidatum*. In. Diss. Göttingen 1897.

Pfeffer W. Pflanzenphysiologie, II. Bd., Leipzig 1904.

Pischinger F. Über Aufbau und Regeneration des Assimilationsapparates von *Streptocarpus* und *Monophyllaea*. Sitzber. k. Akad. d. Wiss., Wien, math.-nat. Kl., Bd. 111, Abt. I, 1902.

Portheim L. v. Beobachtungen über Wurzelbildung an Kolyledonen von *Phascolus vulgaris*. Öst. bot. Z. 1903, Nr. 12.

Prantl K. Untersuchungen über die Regeneration des Vegetationspunktes an Angiospermenwurzeln. Arb. Würzburger bot. Inst., Bd. I, 1874.

Reuber. Experimentelle und analytische Untersuchungen über die organisatorische Regulation von *Populus nigra* usw. Arch. für Entwicklungsmechanik, B. 34, 1912.

Sachs J. I. Vorlesungen über Pflanzenphysiologie. Leipzig 1882.

— II. Physiologische Versuche über die Keimung der Schminkbohne (*Phaseolus multiflorus*). Sitzber. k. Akad. d. Wiss., Wien, Bd. 37, 1859. — Ges. Abh. I, 25, p. 574.

Schuepp O. Wachstum und Formwechsel des Sproßvegetationspunktes der Angiospermen. Ber. D. bot. Ges., Bd. 32, 1914.

Simon S. Untersuchungen über die Regeneration der Wurzelspitze. Jahrb. wiss. Bot., Bd. 40, 1904.

Vöchting H. Untersuchungen zur experimentellen Anatomie und Pathologie des Pflanzenkörpers. Tübingen 1908.

Wettstein R. v. Die Innovationsverhältnisse von *Phaseolus coccineus* L. (= *Ph. multiflorus* Willd.). Ö. bot. Z., Bd. 47, 1897, p. 424, und Bd. 48, 1898, p. 4.

Winkler H. Entwicklungsmechanik und Entwicklungsphysiologie in Handw. d. Nat., III, 1913.

Figurenerklärung.

In den anatomischen Bildern bedeutet: W = Wundstelle; v = ursprünglicher Vegetationspunkt; v' = Ersatzvegetationspunkt; K = Kotyledo; bl_1, bl_2 = Blattanlagen zunehmenden Alters; h_1, h_2 = Blütenanlagen fortschreitender Entwicklung. Punktierte Teile des Vegetationskegels bezeichnen die Lage des Urmeristems; abgestorbene Zellgruppen sind dunkel getönt.

Nachträgliche Anmerkung.

Durch Zufall werde ich nach Abschluß des Druckes auf eine Notiz von P. Richter aufmerksam (»Über Mißbildungen an den Blütenköpfchen der Sonnenrose«, Ber. d. D. bot. Ges. VIII, 1890, p. 231), die mir deshalb hier erwähnenswert erscheint, weil ihr eine sehr hübsche Abbildung der Regeneration einer verletzten *Helianthus*-Infloreszenz beigegeben ist (siehe Taf. XVI). Die vom Verfasser versuchte Erklärung des Zustandekommens der beobachteten »Abnormität« ist jedoch nach unseren Erfahrungen jedenfalls unzutreffend. Wahrscheinlich sind auch andere sogenannte »Monstrositäten« wie zum Beispiel die gelegentlich beobachtete Doppelbildung von Doppelköpfchen bei *Bellis* als Ergebnisse von Regenerationsprozessen infolge frühzeitiger Schädigung des Vegetationspunktes aufzufassen.

Tafel I.

Tafel I.

Fig. 1. Rhizom von *Polygonatum officinale* mit medianem Einschnitt in den Vegetationskegel 10 Tage nach der Verletzung. Deutliche Anlage einer Doppelbildung. Annähernd natürl. Größe.

Fig. 1*a*. Wie Fig. 1, jedoch 6 Wochen nach der Verletzung. Die Regeneration hat zur Ausbildung zweier ungleich großer Endknospen geführt. Natürl. Größe.

Fig. 2. Adventivknospe an einem Teil des gesprengten Epikolyls von *Phaseolus coccineus* mit deutlichem Primordialblatte. Natürl. Größe.

Fig. 3. Kotyledonartriebe von *Phaseolus* mit Niederblättern (*n*).

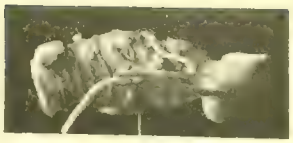
Fig. 4. Köpfchen von *Helianthus*; in seiner Mitte um die Stichwunde angeordnet ein Kranz von Hüllblättern.

Fig. 5. Wie Fig. 4; im Umkreis der kleinen Einstichwunde stehen einige wenige Strahlblüten, von denen nur die beiden größten sichtbar sind.

Fig. 6. Längsschnitt durch ein verhältnismäßig spät operiertes Köpfchen. Der Blütenboden ist wulstförmig gegen den Stichkanal vorgewölbt. Die innersten Blüten sind zum Teil abnorm (vgl. Text p. 20).

5

1



2

3

4

7

6

Aut. phot.

Tafel II.

Tafel II.

Phaseolus coccineus.

Fig. 7. Regeneration des Stammscheitels nach medianem Einstich bei *W*. Der Ersatzvegetationspunkt v' hat sich annähernd in die Achse eingestellt. Kallusgrenze gestrichelt. Sämtliche Achselknospen stark herangewachsen. (Vgl. Fig. 13.) Vers. PII, a_2. Vgr. 40.

Fig. 8. Urmeristem bis zur Basis der jüngsten Blattanlagen abgeschnitten, beziehungsweise abgestorben. Regeneration unterblieben. Vers. P⁻VI, b_2. Vgr. 40.

Fig. 9. Achselknospe schräg amputiert; der oberhalb des jüngsten Blattprimordiums erhaltene Meristemrest hat den Ersatzvegetationspunkt v' regeneriert. Vers. $P^{V}I$, d_3. Vgr. 160.

Fig. 10. Nach Amputation der äußersten Spitze des Vegetationskegels sind die Zellen links bis zur Insertionsstelle der jüngsten Blattanlage bl_1 abgestorben, während sich aus dem geringfügigen unversehrten Meristemreste rechts ein Regenerat v' ausgebildet hat. Vers. P⁻V, b_1. Vgr. 440.

Fig. 10 *a*. Dasselbe im Schema. Vgr. 70.

Fig. 11. Äußerste Spitze des Vegetationskegels senkrecht zur Achse amputiert; beiderseits der Wundfläche wölben sich Regenerate vor. Vers. P⁻II, a_2. Vgr. 70.

Fig. 12. Medianschnitt durch eine ganz seichte Stichwunde, die an einer tiefer gelegenen Stelle eine Regeneration ausgelöst hat. P⁻II, a_2. Vgr. 700.

Fig. 13. Regeneration des Sproßscheitels nach erfolgtem Einstich bei *W*. *c* Kallusgrenze, *tr* Trichom. Vers. PII, c_3. Vgr. 440.

Tafel III.

Tafel III.

Fig. 14. Beiderseits des von einem Kallus umgrenzten Einschnittes haben sich Ersatzvegetationspunkte vorgewölbt, von denen der eine (v', links) mehr median getroffen, der andere (v', rechts) dagegen nur tangiert ist. Vers. PvI, d_3. Vgr. 440.

Polygonatum officinale.

Fig. 15. Medianschnitt durch die Vegetationsspitze eines normalen Rhizoms. Vgr. 70.

Fig. 16. Bildung eines Regenerats (v') nach Amputation der äußersten Vegetationsspitze aus dem oberhalb der jüngsten Blattanlage stehengebliebenen Meristem. Vers. PI–I, a_2. Vgr. 70.

Fig. 17. Dasselbe bei stärkerer Vergrößerung. Der annähernd median getroffene Ersatzvegetationspunkt läßt den Verlauf der Histogene erkennen. Vgr. 70.

Fig. 18—20. Drei Schnitte durch einen, durch Einstich verletzten Sproßscheitel; Regenerat schräg zur Schnittebene orientiert. In Fig. 20 ist der ganze Ersatzvegetationspunkt zu erkennen; in Fig. 19 ist neben dem Regenerat die Achselknospe des jüngsten Blattes sichtbar. Vers. PlvII, *b*. Vgr. 70.

Fig. 21. Äußerste Kuppe des Vegetationskegels senkrecht zur Achse amputiert; aus dem restlichen Meristem wölben sich beiderseits Regenerate vor. Vers. PI–I*a* a_2. Vgr. 160.

Tafel IV.

Tafel IV.

Helianthus annuus.

Fig. 22. Längsschnitt durch die Vegetationsspitze, senkrecht zur Amputationsfläche *W* (vgl. p. 17 [123]). Vers. H' I, b_2. Vgr. 70.

Fig. 23. Regenerierte Köpfchenhälfte nach erfolgtem Einschnitt bei *W*; bei *v'* ist ein neuer Vegetationsscheitel aufgetreten, der beiderseits Blütenanlagen in progressiver Folge ausbildet. Etwas schematisiert. h_1 die jüngste normale, h'_1 die jüngste »regenerierte« Blütenanlage.

Fig. 24. Zwischen den verletzten Teilen des Blütenköpfchens ist ein unversehrter Meristemlappen erhalten geblieben, an dessen Rändern neue Blütenanlagen aufgetreten sind. Schematisiert. Vgr. zirka 40.

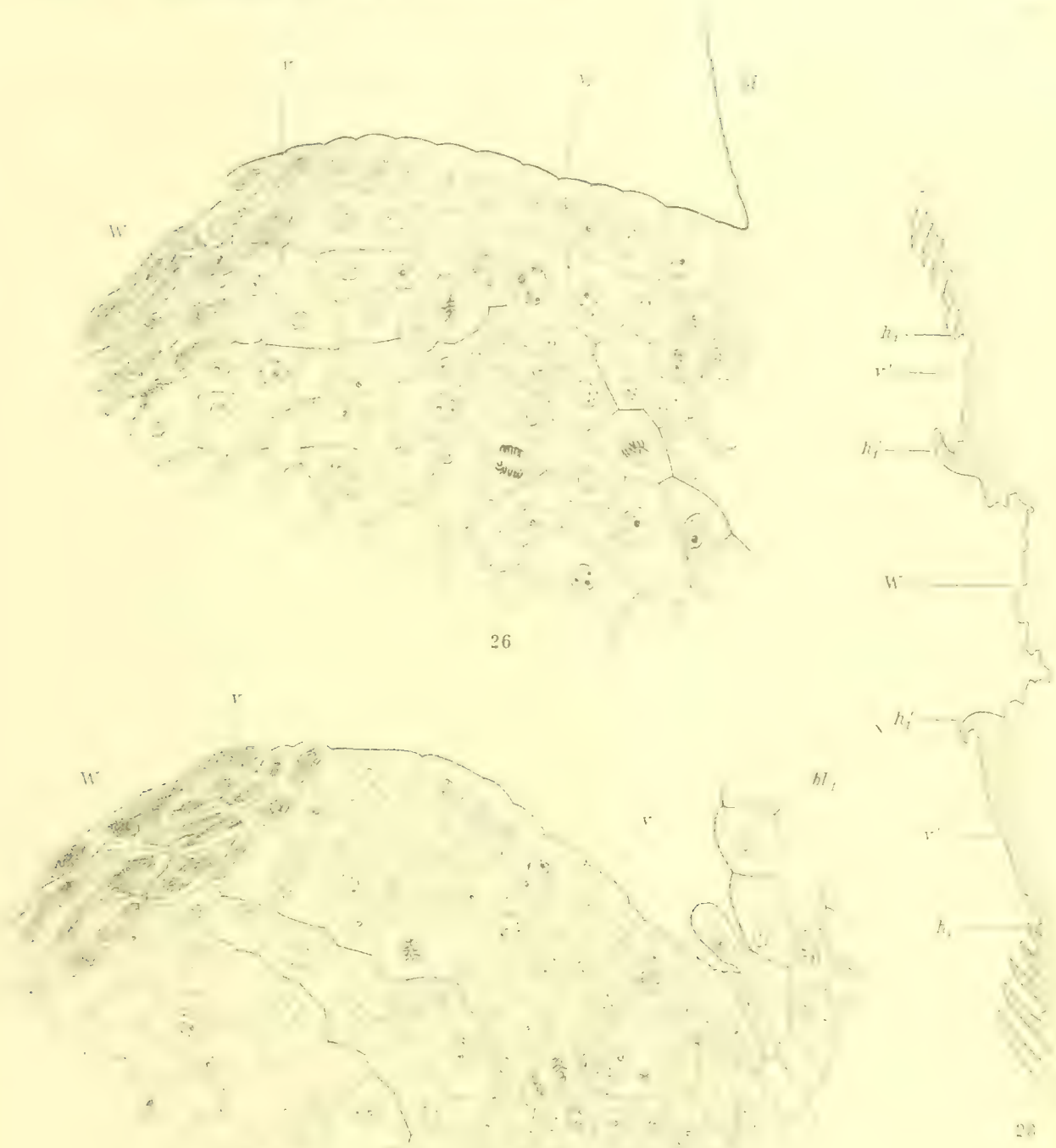
Fig. 25. Beginnende Regeneration des Stammscheitels. Die infolge des Schnittes abgestorbenen Zellen reichen bis zur Mitte des ursprünglichen Scheitels *v*; bei *v'* entwickelt sich der Ersatzscheitel. Vers. H' V *a*. Vgr. zirka 40.

Tafel V.

Tafel V.

Fig. 26 und 27. Zwei Schnitte aus dem nach erfolgter Längshalbierung regenerierenden Scheitel. In Fig. 26 ist der Ersatzscheitel (v') mit seinen Histogenen median getroffen; in Fig. 27, in welcher das Regenerat nur tangiert erscheint, erkennt man noch das Konvergieren der Zellzüge gegen den ursprünglichen, bei v gelegenen Scheitel. Vers. H^{v} I, a_2. Vgr. 700.

Fig. 28. Regenerierendes durch zentralen Einstich bei W verletztes *Helianthus*-Köpfchen. Am Wundrande sind beiderseits neue, in ihrer Entwicklung geförderte Blütenanlagen aufgetreten; bei v' die zugehörigen Ersatzvegetationspunkte, die zum Organisationszentrum für die beiden regenerierenden Köpfchen werden. h, h' wie in Fig. 23. Etwas schematisiert. Vgr. zirka 40.


v
W
hl
h1
v'
h1'
W
h1'
v'
h1
26
v
W
hl
v
v'
h1
27
26

Tafel VI.

Tafel VI.

Fig. 29. Durch Einstich verletzte Vegetationsspitze eines Keimlings. Für den ursprünglich bei v gelegenen Vegetationspunkt ist ein Ersatzvegetationspunkt bei v' gebildet worden. Vers. HI, c_2. Vgr. 440.

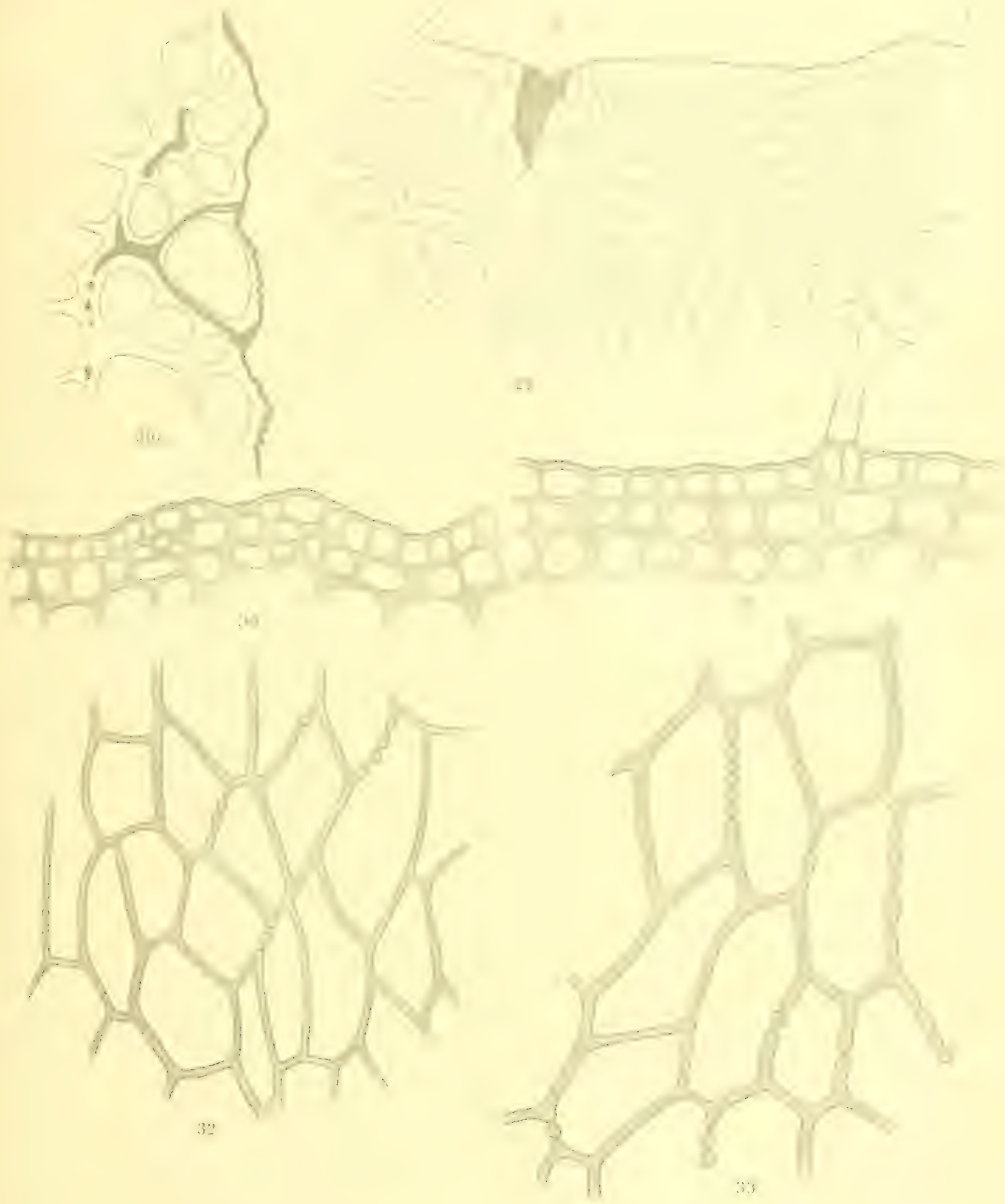
Fig. 30. Querschnitt durch die »innere«, in Verlängerung des Stichkanals gelegene, scheinbar regenerierte Epidermis. Vgr. 270.

Fig. 30*a*. Dasselbe bei stärkerer Vergrößerung. Die gewellte Kutikula zieht sich der Mittellamelle folgend zwischen die subepidermalen Zellen hinein. Kutikula und Kutinsubstanz dunkel gehalten. Vgr. 700.

Fig. 31. Querschnitt durch die normale äußere Epidermis. Vgr. 270.

Fig. 32. Flächenschnitt der inneren Epidermis. Vgr. 700.

Fig. 33. Flächenschnitt einer trichomfreien Stelle der äußeren Epidermis. Vgr. 700.



Lith. Anst. Th. Bannwarth, Wien

ÜBER AMMONITEN MIT ADVENTIVLOBEN

VON

DR. CARL DIENER

W. M. K. A.

MIT 2 TAFELN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 28. OKTOBER 1915

I. Über die Entstehung und Terminologie der adventiven Suturelemente in hochspezialisierten Ammonitenloben.

L. v. Buch hat in seiner grundlegenden Arbeit über Ceratiten zuerst den Nachweis geführt, daß bei der überwiegenden Mehrzahl der Ammoniten die Loben und Sättel in der Suturlinie insofern eine große Regelmäßigkeit in ihrer Anordnung erkennen lassen, als außerhalb der Naht die Zahl der Hauptloben und Sättel auf fünf beziehungsweise sechs beschränkt ist, nämlich auf einen unpaarigen, häufig durch einen größeren oder kleineren Mediansattel geteilten Externlobus mit beiderseits anschließenden Externsätteln, und auf je zwei Lateralloben und Lateralsättel, auf die bis zur Naht gelegentlich noch einige Auxiliarloben und Auxiliarsättel folgen können.[1] Als Grenze zwischen Haupt- und Auxiliarloben galt ihm die Projektionsspirale der vorhergehenden Windung.[2] Ammoniten, deren Suturlinie nach diesem Schema gebaut ist, das L. v. Buch irrtümlich für allgemein gültig hielt, bezeichnen wir heute noch als solche mit normaler Lobenstellung, beziehungsweise mit vollzähligen Loben, dagegen sprechen wir von unterzähligen Loben, wenn nur ein Laterallobus auf jeder Seite vorhanden ist, von überzähligen, wenn die Lateralloben in einer größeren Zahl als zwei auftreten.

Allein bereits im Jahre 1846 hatte F. v. Hauer auf einen triadischen Ammoniten aus dem Hallstätter Kalk des Salzkammergutes aufmerksam gemacht, auf den eine solche Zweiteilung der Suturelemente in Haupt- und Auxiliarloben keine Anwendung finden kann. In seiner Schilderung der Suturlinie des *Ammonites Metternichii*[3] (Typus der Gattung *Pinacoceras* v. Mojsisovics, 1873) bespricht er zunächst den von ihm als Dorsallobus bezeichneten Externlobus und den Externsattel und fährt dann fort: »Alle übrigen Loben und Sättel, deren gesamte Reihe eine nach vorwärts konvexe Kurve bildet, lassen sich füglich in drei Abteilungen bringen, in deren jeder ein ganz anderer Charakter der Bildung sich ausspricht.«

[1] L. v. Buch: Über Ceratiten. Abhandl. kgl. Akad. d. Wissensch. Berlin, 1848, p. 4 ff.

[2] Nach L. v. Buch darf es als Regel gelten, »daß, wenn der Ammonit mit Hilfsloben versehen ist, die letzte Windung die vorhergehende jederzeit so weit umfaßt, daß diese vorletzte Windung, wenn man sie auf der Fläche der anderen fortsetzt, die Ventralwand des unteren Laterallobus berührt.«

[3] F. v. Hauer: Die Cephalopoden des Salzkammergutes aus der Sammlung Sr. Durchl. des Fürsten Metternich. Wien 1846, p. 2.

Der zweite bis fünfte Sattel, dann der sechste, siebente und achte Sattel, endlich die zehn letzten Sättel bilden je eine besondere Gruppe.

Eine ähnliche Gruppierung der Suturelemente ergab sich bei *Ammonites Layeri* (Typus des Subgenus *Pompeckjites* v. Mojsisovics, 1902).[1] Auch bei diesem Ammoniten werden von F. v. Hauer außer dem Rücken(Extern)sattel drei Sättel der ersten Gruppe, deren letzter allerdings schon eine Annäherung an die Sättel der zweiten Gruppe zeigt, zwei, von sehr tiefen, dreieckigen Loben flankierte Sättel der zweiten, endlich sechs bis acht paarig geteilte Sättel der dritten Gruppe unterschieden.

Eine mit *Ammonites Metternichii* sehr nahe verwandte Art aus dem Hallstätter Kalk, *Ammonites imperator*, beschrieb F. v. Hauer im Jahre 1849.[2] Seine Suturlinie setzt sich folgendermaßen zusammen. Auf den breiten Mediansattel folgt zunächst der Externlobus, dann ein Sattel mit stark unsymmetrischer Astbildung, indem nur gegen die Externseite hin Äste entwickelt sind. Hierauf erscheinen sechs paarig geteilte Sättel, die in jeder Richtung den ersten drei Sätteln der ersten Sattelgruppe des *A. Metternichii* analog sind. Die nächsten drei Sättel werden von F. v. Hauer mit den drei Sätteln der zweiten Sattelgruppe des *A. Metternichii* verglichen. Sie werden von langen, spitz zulaufenden Loben flankiert. Vier paarig geteilte, kleine Sättel entsprechen der dritten Abteilung von Suturelementen in der Lobenlinie des *A. Metternichii*.

F. v. Hauer weist darauf hin, daß diese dritte Gruppe von Lobenelementen der Auxiliarserie L. v. Buch's entspreche. »L. v. Buch« — berichtet er — »forderte mich bei seiner letzten Anwesenheit in Wien auf, ein besonderes Augenmerk auf das Verhältnis der Lobenzeichnung zur Umhüllung der Schale zu richten. Projiziere man nämlich bei mit engem Nabel versehenen Arten die Rückenlinie eines Umganges auf die Seitenfläche des nächstfolgenden, so treffe sie stets an die Scheidungslinie der Hauptsättel von den Hilfssätteln.« Bei *Ammonites imperator* fällt nach F. v. Hauer's Darstellung diese Linie in der Tat zwischen den zehnten und elften, bei *A. Metternichii* zwischen den achten und neunten Sattel, das heißt genau zwischen die zweite und dritte Abteilung der von F. v. Hauer bei diesen beiden Ammoniten unterschiedenen Suturabschnitte.

Ammoniten, bei denen zu den eigentlichen Lateralelementen und den Auxiliarloben noch ein drittes Suturelement hinzutritt, können in bezug auf die Entwicklung ihrer Suturlinie als hochspezialisiert bezeichnet werden.

F. v. Hauer war nicht nur der erste, der solche Ammoniten mit hochspezialisierter Lobenlinie beschrieb,[3] er hat auch als erster bei einer dieser Formen die Entwicklung der von den eigentlichen Lateralelementen abweichenden extern-lateralen Suturelemente ersichtlich gemacht. Bei *Ammonites floridus* Wulf. konnte er zeigen, daß aus der zum Externlobus sich absenkenden Flanke des Siphonalsattels (Mediansattels) zunächst ein Zähnchen sich ablöse, das allmählich zu einem selbständigen Sattel anwächst.[4]

Obschon F. v. Hauer die Verschiedenheit der einzelnen Abschnitte der Suturlinie bei *Ammonites Metternichii*, *A. Layeri* und *A. imperator* klar erkannt und definiert hatte, beschränkte er sich auf eine Parallelisierung seiner zweiten und dritten Sattelgruppe mit den Lateral- beziehungsweise Auxiliarsätteln L. v. Buch's, unterließ jedoch die Einführung eines besonderen Namens für seine erste Sattelgruppe, deren Unterschiede von den eigentlichen Lateralelementen er wiederholt und scharf betonte. Diesem

[1] F. v. Hauer: Neue Cephalopoden aus dem roten Marmor von Aussee. Haidinger's Naturwissenschaftl. Abhandl. I, 1847, p. 269.

[2] F. v. Hauer: Neue Cephalopoden aus den Marmorschichten von Hallstatt und Aussee. Haidinger's Naturwissenschaftl. Abhandl. III, 1849, p. 21.

[3] Auch L. v. Buch kannte bereits einige Ammoniten, bei denen, wie wir heute wissen, selbständige Suturelemente zwischen den Externlobus und die eigentlichen Lateralloben sich einschalten, wie *Ammonites (Tissotia) Ewaldi* v. Buch (l. c. p. 26) oder *Ammonites (Neolobites) Vibrayeanus* d'Orb. (l. c., p. 27). Er spricht bei solchen Formen von der Anwesenheit eines Sekundärlobus im Dorsalsattel.

[4] F. v. Hauer: Über die Cephalopoden des Muschelmarmors von Bleiberg in Kärnten. Haidinger's Naturwissenschaftl. Abhandl. I, 1846, p. 3.

Mangel halfen 1855 die Gebrüder F. und G. v. Sandberger und 1873 mit größerem Erfolge E. v. Mojsisovics ab.

Die Gebrüder v. Sandberger stellten fest, daß L. v. Buch's Regel der Lobenstellung bei dem devonischen *Goniatites multilobatus* Beyr. (Typus des Genus *Beloceras* Hyatt), ähnlich wie bei *Ammonites Metternichii*, eine Ausnahme erleide, indem zwischen den tiefsten Seitenlobus und den Externlobus noch eine Anzahl von Loben und Sätteln sich einschiebt. Allerdings stimmen dieselben mit den Hauptlateralelementen in der Gestalt durchaus überein und stehen ihnen nur an Größe nach. Der tiefgreifende Unterschied zwischen den drei (oder genauer gesagt vier) Abschnitten der Suturlinie bei den von F. v. Hauer beschriebenen Hallstätter Ammoniten in bezug auf die Form der jeden einzelnen Suturabschnitt zusammensetzenden Loben und Sättel wird daher bei *Goniatites multilobatus* vermißt. Da die von dem tiefsten Flankenlobus, der dem ersten Laterallobus der Ammoniten mit vollzähligen Loben entspricht, in der Richtung des Externteils folgenden Loben und Sättel in ihrer allmählichen Größenabnahme gewissermaßen ein Spiegelbild der Auxiliarloben darstellen, so werden sie auch von den Gebrüdern v. Sandberger als solche bezeichnet, aber von den seitlichen Auxiliarloben als Rücken-Auxiliarloben unterschieden.[1]

An Stelle des Terminus »Rücken-Auxiliarloben«, der bald wieder in Vergessenheit geriet, hat E. v. Mojsisovics im Jahre 1873 im ersten Teile seiner Monographie der Hallstätter Cephalopoden die Bezeichnung »Adventivloben« vorgeschlagen.

»Der durchgreifende Unterschied von Bedeutung« — heißt es in der Diagnose der Gattung *Pinacoceras*[2] — »durch welchen *Pinacoceras* mit *Sageceras* von allen übrigen Ammoneen abweicht, besteht in dem Hinzutreten einer größeren oder geringeren Anzahl von externen Adventivloben. Der Entwicklungsgang einzelner Arten sowohl (*Pinacoceras floridum*) als auch ganzer Formenreihen (*Pinacoceras platyphyllum, P. Metternichii, P. imperator*) weist in evidenter Weise nach, daß nur die drei unmittelbar außerhalb der Projektionslinie des vorletzten Umganges gelegenen Loben, welche sich zugleich durch bedeutende Tiefe auszeichnen (Hauer's zweite Sattelgruppe, Sandberger's Lateralloben), den drei Hauptloben der übrigen Ammonitengenera entsprechen. Die weiteren gegen den Siphonalteil hin folgenden Loben, deren Zahl bei den verschiedenen Arten wechselt, bilden eine bei den übrigen Ammonitengeschlechtern fehlende, besondere Gruppe, welche sich durch Loslösung neuer Sättel vom Siphonalhöcker aus sowie durch Spaltung vermehrt. Da derjenige Lobus, welchen man gewöhnlich Extern- oder Siphonallobus nennt, bei *Pinacoceras* erst in größerer oder geringerer Entfernung vom Externteil folgt, die usuelle Terminologie der Loben mithin hier nicht anwendbar ist, so werde ich bei *Pinacoceras* unterscheiden: (Externe) Adventivloben, Hauptloben und Auxiliarloben.«

E. v. Mojsisovics hat also in dieser Arbeit nicht nur den Terminus »Adventivloben« für gewisse Suturelemente bei *Pinacoceras* und *Sageceras* in die Literatur eingeführt,[3] sondern auch eine bestimmte Meinung über die Entstehung solcher Loben geäußert. Nach beiden Richtungen ist eine Kritik seiner Ausführungen notwendig.

Zunächst ist zu beachten, daß E. v. Mojsisovics die drei Loben der zweiten Sattelgruppe v. Hauer's mit den von L. v. Buch festgestellten drei Hauptloben der Ammoniten mit normaler Lobenstellung parallelisiert. Da zu L. v. Buch's »Hauptloben« auch der Externlobus gehört, so ergibt sich aus dieser Betrachtung, daß E. v. Mojsisovics den ersten Hauptlobus der zweiten Lobengruppe E. v. Hauer's

[1] F. u. G. v. Sandberger: Systematische Beschreibung und Abbildung der Versteinerungen des rheinischen Schichtensystems in Nassau. Wiesbaden, 1850—55, p. 55, 79.

[2] E. v. Mojsisovics: Die Cephalopoden der Hallstätter Kalke, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst. VI 1, 1873, p. 41, 42.

[3] Der Terminus »Adventivloben« findet sich allerdings bereits in der Abhandlung der Gebrüder F. und G. v. Sandberger, wird aber dort stets als Synonym mit »Auxiliarloben« gebraucht. Sowohl auf p. 57 als auf p. 80 ist von Adventiv- oder Auxiliarloben die Rede. In einem bestimmten Sinne für einen besonderen Abschnitt der Suturlinie hat also erst E. v. Mojsisovics die Bezeichnung »Adventivloben« verwendet. Eine Beschränkung derselben auf die Rücken-Auxiliarloben im Gegensatz zu den Bauch- oder Seiten-Auxiliaren lag den Brüdern v. Sandberger ferne.

als Externlobus anspricht. Das stimmt auch mit seiner Bemerkung, daß der Externlobus bei *Pinacoceras* vom Externteil so weit entfernt liege, daß eine Bezeichnung desselben mit diesem Namen nicht passend erscheine. Hier liegt also ein wesentlicher Unterschied gegenüber der Auffassung v. Hauer's vor, dessen drei Suturgruppen nur laterale und auxiliare Elemente, aber nicht den Externlobus und Externsattel umfassen. F. v. Hauer erwähnt in seinen Beschreibungen der Hallstätter Pinacoceraten stets des Externlobus und Externsattels (unter den Bezeichnungen: Siphonallobus, Dorsallobus, Rückenlobus, beziehungsweise Sattel) als eines von den drei übrigen Sattelgruppen gesonderten Suturelements [1] und denkt keinen Augenblick an die Möglichkeit, daß der erste Lobus seiner zweiten Gruppe dem Externlobus der Ammoniten mit normaler Lobenstellung homolog sein könne.

Bestimmend für die Auffassung von E. v. Mojsisovics war offenbar der genetische Zusammenhang der Adventivloben mit dem Mediansattel oder -Höcker, beziehungsweise mit dessen zum Externlobus herabziehenden Rand, wie ihn F. v. Hauer bei *Ammonites floridus* festgestellt hatte. Die irrtümliche Vereinigung des *Ammonites floridus* mit *Pinacoceras*, die E. v. Mojsisovics im Jahre 1873 vornahm, und die keineswegs gerechtfertigte Übertragung der an jenem Ammoniten gewonnenen Erfahrungen auf die eigentlichen Vertreter der Gattung *Pinacoceras* führten zu der Meinung, die Adventivloben triadischer *Pinacoceratidae* seien ausnahmslos aus einer Teilung des Mediansattels hervorgegangen und der wahre Externlobus sei auf diese Weise weit in das Innere der Flanken verschoben worden.

Noch zwei weitere Umstände mögen E. v. Mojsisovics in dieser Auffassung bestärkt haben. Einmal stand er im Jahre 1873 noch vollständig unter dem Einfluß der Lehre L. v. Buch's, daß die Zahl der außerhalb der Naht auf jeder Seite befindlichen Hauptloben bei keinem Ammoniten die Zahl drei überschreiten dürfe. Da die zweite Sattelgruppe F. v. Hauer's bei *Pinacoceras Metternichii* und *P. imperator* drei Hauptloben enthält, so mußte unter diesen neben den beiden Lateralloben auch der Externlobus Platz finden. Diese Auffassung zwingt allerdings dazu, bei manchen Formen mit nur zwei Hauptsätteln, wie *Pinacoceras rex* (l. c., p. 65), unterzählige Loben anzunehmen. Zweitens findet man nicht selten bei E. v. Mojsisovics einen Hinweis auf die Möglichkeit, den ersten Laterallobus an seiner tiefen Stellung zu erkennen. Nur aus der tiefsten Stellung eines bestimmten Flankenlobus konnte zum Beispiel bei den Gruppen des *Pinacoceras platyphyllum*, *P. myophorum* und *P. symmetricum* (Genus *Placites* v. Mojsisovics, 1896) auf die Anwesenheit von Adventivelementen geschlossen werden. Da nun weder bei *P. imperator* noch bei *P. Layeri* der erste Hauptlobus der tiefste ist, sondern von dem gegen innen nächstfolgenden Hauptlobus an Tiefe ein wenig übertroffen wird, so konnte auch diese Tatsache zu Gunsten einer Parallelisierung des ersten Hauptlobus der zweiten Sattelgruppe F. v. Hauer's mit dem Externlobus, des zweiten mit dem ersten Laterallobus der Ammoniten mit normaler Lobenstellung verwertet werden.

Graphisch läßt sich der tiefgreifende Unterschied zwischen den Auffassungen von F. v. Hauer und E. v. Mojsisovics in folgender Weise ausdrücken.

F. v. Hauer.		E. v. Mojsisovics.	
Mediansattel.		Mediansattel.	
Dorsallobus. Dorsalsattel.		Adventivloben und Sättel.	
Loben und Sättel der ersten Sattelgruppe.			
I. Lobus	der zweiten Sattelgruppe.	Externlobus	Hauptloben.
I. Sattel		Externsattel	
II. Lobus		I. Laterallobus	
II. Sattel		I. Lateralsattel	
III. Lobus		II. Laterallobus	
III. Sattel		II. Lateralsattel	
Loben und Sättel der dritten Sattelgruppe.		Auxiliarelemente.	

[1] Ebenso die Brüder v. Sandberger in ihrer Beschreibung des *Gonialites multilobatus*.

Eine Unsicherheit in bezug auf die Notwendigkeit einer Trennung adventiver von lateralen Elementen entsteht für E. v. Mojsisovics in allen jenen Fällen, wo die Erfüllung der einen von den beiden eben genannten Bedingungen mit der zweiten in Widerspruch gerät.

Das Musterbeispiel eines solchen Falles bietet die Formengruppe des *Pinacoceras sandalinum* Mojs. Außerhalb der Projektionsspirale befinden sich bei dieser Gruppe (*Megaphyllites* Mojsisovics, 1882) fünf Loben, unter denen der unmittelbar auf den Externlobus folgende der tiefste ist. Nur die Überzeugung von der uneingeschränkten Gültigkeit des v. Buch'schen Stellungsgesetzes der Loben vermochte hier die Annahme der Anwesenheit von adventiven Lobenelementen zu rechtfertigen, obwohl man durch eine solche Annahme mit der tiefen Position des ersten Flankenlobus in einen unlösbaren Widerspruch geriet.

E. v. Mojsisovics selbst blieb diese Schwäche in der Deutung hochspezialisierter Suturlinien triadischer Ammoniten keineswegs verborgen. Der Fortschritt in seinen Untersuchungen brachte ihn endlich zu der Überzeugung, daß die von L. v. Buch formulierte Regel, es seien bei den Ammoniten niemals mehr als zwei Lateralloben vorhanden, Ausnahmen erleide. In seiner Monographie der Cephalopoden der Mediterranen Triasprovinz spricht er sich (1882) über die Lobenstellung und Lobenzahl der triadischen *Pinacoceratidae* folgendermaßen aus:

»Was die Terminologie der Loben betrifft, so ist für dieselben einzig und allein die Projektionsspirale der vorhergehenden Windung maßgebend. Als letzter Seitenlobus gilt derjenige, welcher in oder außer die Projektionsspirale fällt. In vielen Fällen sind drei Seitenloben vorhanden, wie zum Beispiel bei *Monophyllites, Phylloceras, Norites, Hungarites, Ptychites.* Da zu diesen Lateralloben als vierter Hauptlobus noch der Externlobus tritt, so sollte man der bisher herrschend gewesenen Übung zufolge, welche bloß zwei Lateralloben kannte, den überzähligen vierten Hauptlobus als Adventivlobus bezeichnen. Einem solchen Sprachgebrauche steht aber die wichtige Tatsache entgegen, daß in einigen der oben genannten Gattungen, wie *Phylloceras, Hungarites, Ptychites,* auch Formen mit bloß zwei Lateralloben und dem Externlobus, im ganzen daher mit bloß drei Hauptloben vorkommen. Es wäre, wie leicht einzusehen ist, hier sehr störend und unlogisch, einen und denselben Lobus in dem einen Falle Externlobus, in dem anderen Falle Adventivlobus zu nennen. Dagegen ist es ganz unverfänglich und auch das Wesen der Sache am besten bezeichnend, wenn wir in solchen Fällen von Formen mit zwei, beziehungsweise drei Lateralloben sprechen.«

»Sobald wir uns von der Anschauung emanzipiert haben, daß nicht mehr als zwei Seitenloben vorhanden sein können, werden wir kein Bedenken tragen, bei der Gattung *Megaphyllites* sogar von vier Seitenloben zu sprechen, da eine natürliche Gliederung dieser Loben nicht besteht und der erste auf den Externlobus folgende Lobus der tiefste ist.«

»Wo jedoch, wie bei *Sageceras, Pinacoceras, Longobardites, Carnites,* außerhalb der drei durch größere Tiefe ausgezeichneten Hauptloben noch mindestens zwei durch geringere Tiefe ausgezeichnete und meistens aufsteigende Loben vorhanden sind, nennen wir diese letzteren »Adventivloben.« [1]

Hier erhalten wir also einerseits eine klare Definition des Terminus »Adventivloben« und andererseits ein Mittel, um die Trennung zwischen Haupt- und Adventivloben durchzuführen. Noch immer wird wie man sieht, von E. v. Mojsisovics die Anschauung aufrecht erhalten, daß der erste Hauptlobus von *Pinacoceras* dem Externlobus in der Suturlinie eines Ammoniten mit normaler Lobenstellung entspreche. Mit voller Deutlichkeit findet sich die gleiche Ansicht noch einmal in einer späteren Arbeit desselben Verfassers über die obertriadischen Cephalopodenfaunen des Himalaya ausgesprochen. Hier heißt es in der Diagnose der Gattung *Placites*: »Bei der Mehrzahl der Formen ist bloß ein (externer) Adventivlobus vorhanden, dem zwei große Hauptloben folgen, von welchen der zweite in der Regel der tiefer hinabreichende ist und daher dem ersten Seitenlobus der Ammoniten ohne Adventivloben entspricht.« [2]

[1] E. v. Mojsisovics: Die Cephalopoden der Mediterranen Triasprovinz. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst. X, 1882, p. 182.

[2] E. v. Mojsisovics: Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya. Denkschr. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, math. nat. Kl. LXIII, 1896, p. 663.

Im Widerspruch mit dieser Auffassung heißt es dann freilich in der Schilderung der Suturlinie des *Pinacoceras* (*Pompeckjites*) *Layeri* Hau. im Supplementband des ersten Teiles der »Cephalopoden der Hallstätter Kalke«: Externlobus breit, durch einen hohen, gezackten Medianhöcker in zwei paarig geteilte Hälften gespalten. Vier Adventivsättel. Auf die Gruppe der Adventivsättel folgen zwei pyramidal gestaltete Hauptsättel.« [1]

Aus dieser Schilderung möchte man fast schließen, daß die Parallelisierung des ersten Hauptlobus von *Pinacoceras* mit dem Externlobus der Ammoniten mit normaler Lobenstellung nunmehr aufgegeben worden sei und daß in den Hauptloben nur noch den Lateralloben homologe Suturabschnitte erblickt werden. Dann aber konnte auch konsequenterweise die tiefe Position eines Flankenlobus nicht mehr als für den ersten Laterallobus kennzeichnend angesehen werden.

Die Unsicherheit in der Terminologie der einzelnen Suturelemente bei den triadischen Ammoniten mit hochspezialisierter Lobenlinie mußte naturgemäß so lange anhalten, als jeder Versuch unterblieb, die Homologie der verschiedenen Suturabschnitte mit solchen bei den Ammoniten mit normaler Lobenstellung auf Grund ontogenetischer Untersuchungen zu ermitteln. Der Frage, aus welchen Elementen der primären Suturlinie die Adventivelemente in der fertigen Sutur entstehen, ist E. v. Mojsisovics überhaupt nicht näher getreten. Und doch ist gerade ihre zutreffende Beantwortung für die Bewertung des Verhältnisses der Adventiv- zu den Hauptloben von maßgebender Bedeutung. Nur auf Grund einer Prüfung des Verhaltens der Lobenlinie von *Pinacoceras* in dessen Jugendstadien hätte eine wohlbegründete Entscheidung darüber getroffen werden können, welcher Lobus in der Sutur erwachsener Exemplare als Externlobus beziehungsweise als erster Laterallobus anzusprechen sei. Eine derartige Untersuchung aber war zu jener Zeit nur für *Ammonites floridus* von F. v. Hauer durchgeführt worden. Keinesfalls erschien es demnach gerechtfertigt, die an dieser Form gewonnenen Erfahrungen ohne weitere Prüfung auch auf echte Vertreter des Genus *Pinacoceras*, wie *P. Metternichii*, *P. imperator* oder *P. parma*, zu übertragen.

Wohl hatte schon 1880 W. Branca [2] in seinen Beiträgen zur Entwicklungsgeschichte der fossilen Cephalopoden die Beschaffenheit der ersten Anfangskammer einiger Triasammoniten mit hochspezialisierter Suturlinie untersucht und ihren angustisellaten Charakter festgestellt, jedoch nur bei zwei Arten, *Sageceras Haidingeri* Hau. und *Pinacoceras* (*Pompeckjites*) *Layeri* Hau. auch die an die Anfangskammer anschließenden Lobenlinien beobachtet. Die von ihm auf Taf. VII, Fig. 3 seiner unten zitierten Abhandlung dargestellte Entwicklung der vier ersten Suturen von *Pompeckjites Layeri* zeigt noch keine über die Bildung eines Externlobus hinausgehende Differenzierung der Primärloben und Sättel. Bei *Sageceras Haidingeri* reichen Branca's Beobachtungen bis in das Stadium der Entwicklung der ersten Adventivloben, doch sind die ontogenetischen Verhältnisse keineswegs klar. Immerhin scheint es ziemlich sicher, daß der tiefste Lobus im Stadium *n* aus dem Externlobus und der demselben vorangehende Adventivlobus aus der Innenflanke des Medianhöckers hervorgegangen sei. Andere Loben hingegen machen den Eindruck, als seien sie aus einer Spaltung des Externsattels entstanden. In den Stadien *h* und *i* könnte auch eine Teilung des Externsattels stattgefunden haben. Dem primären Laterallobus des Stadiums *d* dürfte im Stadium *n* erst der dritte Flankenlobus entsprechen. Dieser dritte Flankenlobus ist aber wesentlich kürzer als der vorangehende, den man als Adventivlobus oder (mit E. v. Mojsisovics) als Externlobus anzusehen hätte.

Hervorragende Bedeutung für unsere Kenntnis der ontogenetischen Entwicklung hochspezialisierter Suturlinien bei Ammoniten permischen Alters hat die grundlegende Abhandlung A. Karpinsky's »Über die Ammoneen der Artinsk-Stufe« im Jahre 1889 genommen.[3] Auch heute noch kann diese Arbeit als unübertroffenes Muster für ähnliche Untersuchungen gelten.

---

[1] E. v. Mojsisovics: Die Cephalopoden der Hallstätter Kalke, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst. VI/1, Supplementbd. 1902, p. 299.

[2] W. Branca: Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der fossilen Cephalopoden. Palaeontographica, XXXIII, 1880.

[3] A. Karpinsky: Über die Ammoneen der Artinsk-Stufe. Mémoires Acad. imp. des sciences St. Pétersbourg, VII. sér., T. XXXVII, No. 2, 1889.

Karpinsky berichtigte zunächst die irrige Meinung, daß zwischen *Sageceras* Mojs. und *Medlicottia* Waagen engere verwandtschaftliche Beziehungen bestehen und wies sodann in überzeugender Weise den phylogenetischen Zusammenhang von *Medlicottia* und *Propinacoceras* mit *Pronorites* Mojs., einem karbonischen und permischen Goniatitengenus mit normaler Lobenstellung, nach.

Er zeigte, daß die Adventivelemente bei *Medlicottia* aus dem Externsattel der primären Suturlinie hervorgehen, indem zuerst sekundäre Einschnitte an diesem entstehen — ein Zustand, der bei erwachsenen Individuen der permischen Gattung *Sicanites* Gemm. persistiert. Erst aus diesen Einschnitten entstehen sodann eigentliche Adventivloben und Adventivkerben, anfangs nur an der inneren, später auch an der äußeren Seite des Externsattels.

Von großem Interesse ist bei *Medlicottia* der Wechsel in den relativen Größenverhältnissen des ersten und des zweiten Lateralloбus im Laufe der Entwicklungsgeschichte. Beispiele bieten die beiden Spezies *Medlicottia artiensis* Karp. und *M. Orbignyana* Vern. Bei der ersteren Art (l. c., p. 31) liegt die Basis des ersten Laterallobus im Jugendstadium tiefer als jene des zweiten, im altersreifen Stadium dagegen ein wenig höher. Der erste Laterallobus ist also in dem letzteren Stadium nicht mehr der tiefste Lobus der Suturlinie.

Noch deutlicher tritt dieser Wechsel bei *Medlicottia Orbignyana* hervor (l. c. Taf. II, Fig. 1). Noch im *Sicanites*-Stadium ist bei dieser Art der primäre erste Laterallobus der tiefste. Später nimmt seine Tiefe dem zweiten Laterallobus gegenüber allmählich ab, so daß der letztere bei den erwachsenen Individuen erheblich tiefer steht. Selbstverständlich darf er trotz seiner Kürze keineswegs als Adventivlobus bezeichnet werden, weil er ja tatsächlich der erste Laterallobus der Primärsutur ist. Der Fall lehrt uns nur, daß die tiefe Stellung eines Flankenlobus noch nicht ausreicht, um ihn als ersten Laterallobus zu charakterisieren.

Bei so nahe verwandten Arten des mit *Medlicottia* phylogenetisch enge verknüpften Genus *Propinacoceras* Gemm., wie *P. Darwasi* Karpinsky (l. c., p. 41, Taf. II, Fig. 8) und *P. Sakmarae* Karpinsky (l. c., p. 38, Taf. II, Fig. 7) verhalten sich die beiden Lateralloben in bezug auf ihre relativen Größenverhältnisse ebenfalls sehr verschieden. Bei der ersteren liegt die Basis des ersten Laterallobus viel höher als jene des zweiten, ja sogar noch als jene des dritten, während bei *P. Sakmarae* der erste Laterallobus tiefer steht als die übrigen, wie bei der großen Mehrzahl der Ammoniten mit normaler Lobenstellung.

Diese Tatsachen beweisen in überzeugender Weise die Unmöglichkeit, die Tiefe des ersten Laterallobus im Sinne von E. v. Mojsisovics als Kriterium für eine Abgrenzung der Lateralloben von den ihnen vorangehenden adventiven Suturelementen zu benützen.

Die Untauglichkeit dieses Mittels zur Auffindung des ersten Laterallobus in einer hochspezialisierten Suturlinie war übrigens bereits nach unseren Erfahrungen an Ammoniten mit vollzähligen Loben zu erwarten. Auch bei diesen gilt die Regel, daß der erste Laterallobus das tiefste Suturelement sei, keineswegs uneingeschränkt. Es mag diesbezüglich nur auf *Pronorites mixolobus* Phill.[1], auf *Hypocladiscites subtornatus* v. Mojsisovics[2], auf *Hypocladiscites subaratus* v. Mojsisovics[3], auf *Procladiscites Brancoi* v. Mojsisovics[4] und auf *Oxynoticeras stenomphalum* v. Pia[5] verwiesen werden, bei denen der erste Laterallobus von dem zweiten an Tiefe übertroffen wird.

Es ist ein nicht zu unterschätzendes Verdienst Karpinsky's gezeigt zu haben, daß nur auf dem Wege einer Untersuchung der inneren Windungen eines Ammoniten mit Adventivloben die Homologie der Hauptelemente mit den Hauptelementen in der Suturlinie der Ammoniten mit normaler Lobenlinie festgestellt werden kann. Es bedarf wohl kaum einer Begründung, wenn wir verlangen, daß die als homolog erkannten Suturelemente auch gleich benannt werden und daß die Terminologie von den

---

[1] L. de Koninck: Faune du calcaire carbonifère de Belgique, Pt. II, p. 122, Pl. L, fig. 15.

[2] E. v. Mojsisovics: Die Cephalopoden d. Hallstätter Kalke, I. c., I, 1873, p. 79.

[3] E. v. Mojsisovics: Obertriadische Cephal. Faunen des Himalaya, l. c., p. 657.

[4] E. v, Mojsisovics: Die Cephalopoden der Mediterr. Triasprovinz, l. c., p. 171.

[5] J. v. Pia: Untersuchungen über die Gattung *Oxynoticeras*. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst. XXIII, 1914, p. 97, Taf. X, Fig. 6.

relativen Größenverhältnissen, zum Beispiel von der größeren oder geringeren Tiefe eines Flankenlobus, unabhängig bleiben muß.

Nicht nur aus der Triasperiode, dem Devon und Perm, sondern auch aus der unteren und oberen Kreide sind Ammoniten mit hochspezialisierten Suturen bekannt geworden. Als ein solcher wurde zuerst *Ammonites pedernalis* aus der Unterkreide von Texas von F. Römer beschrieben. Für diesen Ammoniten haben später Neumayr und Uhlig die Gattung *Engonoceras* aufgestellt. Im Jahre 1876 hat uns F. B. Meek[1] in *Placenticeras* und *Sphenodiscus* zwei kretazische Ammonitengattungen mit hochspezialisierten Loben kennen gelehrt und auf deren Ähnlichkeit in der Entwicklung der Suturlinie mit dem triadischen Genus *Pinacoceras* aufmerksam gemacht. Neumayr und Uhlig glaubten nachweisen zu können, daß die Adventivelemente bei *Placenticeras* aus einem Zerfall des ersten Laterallobus hervorgehen.[2] »Die Lobenlinie des *Placenticeras Guadaloupae* Stoliczka (an Römer?) aus der indischen Trichinopoly group zeigt, wie die Äste des ersten Laterals immer selbständiger werden und der Stamm derselben immer mehr zurücktritt, bis er endlich bei *Ammonites placenta* Dek. in vier selbständige Loben zerfallen ist. Die abnorme Lobenstellung durch das Auftreten überzähliger Laterale ist daher nicht die Folge der Neubildung dieser, sondern des Zerfalls des ersten ursprünglichen Laterals in seine Elemente.«

Weder Meek noch Neumayr und Uhlig haben für die von ihnen beschriebenen Kreideammoniten, deren Sutur in ihrer Anlage von dem Buch'schen Gesetz der Lobenstellung abweicht, den Terminus »Adventivloben« in Anwendung gebracht. E. v. Mojsisovics hat sich sogar entschieden gegen den Gebrauch dieses Terminus für die überzähligen externen Seitenloben bei *Placenticeras* und *Sphenodiscus* verwahrt. »*Sphenodiscus* und *Placenticeras*« — sagt er, an Meek's Vergleich mit *Pinacoceras* anknüpfend — »besitzen keine Adventivloben, sondern einfach einen sehr breiten, mehrfach gespaltenen Externsattel, der stets sich schräg gegen rückwärts zum tief liegenden ersten Laterallobus hinabbiegt. Auf diesen ersten Laterallobus folgt regelmäßig der zweite, mit welchem die Projektionsspirale der vorhergehenden Windung zusammenfällt. Die Adventivloben von *Pinacoceras* steigen stets an und erst auf diese folgen die drei Hauptloben.«[3]

Auf diesen Punkt werden wir später noch zurückkommen. Zunächst sollen hier noch einige Erfahrungen über die überzähligen externen Loben bei Kreideammoniten folgen, die trotz des Einspruches von E. v. Mojsisovics als Adventivloben bezeichnet werden dürfen.

Über die ontogenetische Entwicklung der Suturlinie bei *Placenticeras* und *Sphenodiscus* haben uns zwei Arbeiten von J. P. Smith[4] und Solger[5] unterrichtet. Bei *Sphenodiscus* bilden sich die Adventivelemente aus Einschnitten im äußeren Flügel des ursprünglichen Externsattels heraus. Bei *Placenticeras pacificum* Smith und *Pl. californicum* Smith ist es ausschließlich der zum ersten Laterallobus abfallende Hang des Externsattels, der eine Teilung erfährt, während der äußere Flügel dieses Sattels von einer solchen Teilung frei bleibt. Es ist lediglich Ansichtssache, ob man in einem derartigen Fall von einer Spaltung im Externsattel, wie Hyatt,[6] oder im ersten Laterallobus, wie J. P. Smith, sprechen will. Eine tatsächliche Grundlage für die Differenz in der Ausdrucksweise von Hyatt und Smith, wie das Stanton glaubt, scheint mir nicht zu bestehen. Wenigstens stimmt die Darstellung der Suturlinie, die Hyatt (l. c., p. 221, Pl. XLV) von *Placenticeras Whitfieldi*, einer mit *Pl. placenta* nahe verwandten Spezies, gibt, mit jener bei den von J. P. Smith beschriebenen pazifischen Arten gut überein. Auch hier ist es ausschließlich

---

[1] F. B. Meek: Invertebrate cret. and tert. foss. of the upper Missouri country. Report U. S. Geol. Surv. Terr. Vol. IX, 1876, p. 464.

[2] M. Neumayr und V. Uhlig: Über die Ammonitiden aus den Hilsbildungen Norddeutschlands. Palaeontograph. XXVII, 1881, p. 137.

[3] E. v. Mojsisovics: Cephal. d. Mediterr. Triasprovinz, f. c., p. 182, Anm.

[4] J. P. Smith: The development and phylogeny of *Placenticeras*. Proceed. Californ. Acad. sci. San Francisco, Vol. VI, Nr. 7, 1900.

[5] Solger: Die Jugendentwicklung von *Sphenodiscus lenticularis* Owen und seine Beziehungen zur Gruppe der Tissotien. Zeitschr. Deutsch. Geol. Ges., LV, 1903, p. 69, Textfig. 1—8.

[6] A. Hyatt: Pseudoceratites of the cretaceous. Monographs U. S. Geol. Surv. XLIV, Washington, 1903, p. 192.

die zum ersten Laterallobus sich in flacher Neigung absenkende Flanke des Externsattels, die durch Spaltung in Adventivelemente aufgelöst wird.

Die Terminologie der Suturlinie stößt bei *Placenticeras* und verwandten Gattungen auf Schwierigkeiten, weil eine scharfe Trennung der aus dem Externsattel und aus dem mit ihm in engster Verbindung stehenden ersten Laterallobus entstandenen Adventivelemente selten möglich ist. Pervinquière[1] sieht den tiefsten Flankenlobus als den eigentlichen ersten Laterallobus und die beiden vorangehenden kürzeren Loben als adventive Verästelungen desselben an, rechnet hingegen die drei weiterhin gegen die Externseite folgenden Sättel zu den aus dem Zerfall des Externsattels hervorgegangenen Adventivsätteln.[2]

Aus einer Teilung des Externsattels wie bei *Sphenodiscus* entstandene Adventivelemente weisen *Engonoceras, Neolobites* und *Tissotia* auf. Die beiden letzteren Gattungen zeigen im Externsattel alle Übergänge von Sekundärloben bis zu echten Adventivloben.

Während bei *Placenticeras* Zweifel darüber bestehen können, inwieweit der innere Teil des Externsattels, beziehungsweise der erste Laterallobus an der Ausbildung der Adventivelemente beteiligt sind, kann bei einigen anderen Kreideammoniten mit hochspezialisierter Lobenlinie die Abspaltung von Adventiven aus dem ersten Laterallobus nicht bestritten werden. Dies gilt insbesondere für die beiden Genera *Coilopoceras* Hyatt und *Hoplitoides* v. Koenen.

A. de Grossouvre's[3] Zeichnung der Suturlinie des Gattungstypus, *Coilopoceras Requienianum* d'Orb., läßt bereits vermuten, daß wenigstens ein Teil der Adventivsättel bei dieser Spezies nicht auf Kosten des Externsattels, sondern des ersten Laterallobus gebildet worden sein könne. Diese Vermutung wird durch die Untersuchung der Suturlinie des *Coilopoceras Haugi* Pervinquière[4] zur Gewißheit. Bei dieser Art liegt zwischen dem hohen Externsattel und dem nur wenig tieferen Lateralsattel ein sehr breiter Lobus, der durch zwei kürzere Sättel untergeteilt wird. Loben von solcher Art besitzt auch *Hoplitoides ingens* v. Koenen.[5] Die Suturlinie dieses letzteren Ammoniten wird durch eine ganz ungewöhnliche Verbreiterung des ersten Laterallobus charakterisiert, der sich gleichzeitig auffallend verkürzt und mit den Ästen des Externsattels verschmilzt. Er zerfällt an seiner Basis in mehrere Adventivelemente. Seine ungewöhnliche Breite gibt sich schon darin zu erkennen, daß er zum Teil bereits innerhalb der Projektionsspirale der vorhergehenden Windung liegt.

Schon diese kurze Übersicht, die von Vollständigkeit weit entfernt ist, zeigt, daß die Adventivelemente in den Suturlinien hochspezialisierter Kreideammoniten sehr verschiedenen Abschnitten einer normalen Lobenlinie entsprechen können, bald dem äußeren, bald dem inneren Flügel des Externsattels, bald dem ersten Laterallobus, jedoch nicht dem Externlobus oder dessen Mediansattel, wie bei einer erheblichen Anzahl triadischer Ammoniten mit Adventivloben.[6]

Innerhalb des letzten Dezenniums ist unsere Kenntnis der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinien bei Ammoniten mit hochspezialisierten Loben insbesondere durch zwei Arbeiten Noetling's gefördert

[1] L. Pervinquière: Etudes de Paléontologie Tunisienne, I, Céphalopodes des terr. second. Paris, 1907, p. 197.

[2] Vgl. J. Boehm: Über *Ammonites pedernalis* L. v. Buch. Zeitschr. Deutsch. Geol. Ges., L. 1898, p. 183—201. Nicht immer ist der tiefste Lobus der erste Laterallobus. An Formen wie *Engonoceras Hilli* Boehm (l. c., p. 189, Textfig. 5) ist er leicht zu finden, da sich an ihm neuerlich eine schwache Aufbiegung der wellenförmig gebogenen Sutur vollzieht. Dagegen ist er sehr schwer zu erkennen, wenn eine Biegung der Lobenlinie fehlt. Die Zählung der Loben wird dann willkürlich. J. Boehm spricht in seiner Diagnose des *E. Hilli* von zwei Lateralloben, allein die Projektionsspirale der vorletzten Windung geht durch den ersten Laterallobus.

[3] A. de Grossouvre: Les Ammonites de la craie supérieure. Paris, 1904, p. 140, Textfig. 59.

[4] L. Pervinquière: Sur quelques Ammonites du crétacé Algérien. Mémoires Soc. géol. de France, T. XVII, No. 42, 1910, p. 75, Pl. III, Fig. 19, Textfig. 37.

[5] v. Koenen: Fossilien der unteren Kreide am Mungo in Kamerun. Abhandl. kgl. Ges. d. Wissensch. Göttingen, N. F., I, 1897, p. 12, Taf. II, Fig. 5—8 und Nachtrag, 1898, p. 58, Taf. V, Fig. 3, VII, Fig. 4, 5. — F. Solger: Die Fossilien der Mungokreide in Kamerun etc. In Esch, Solger, Oppenheim, Jäckel: Beiträge zur Geol. von Kamerun. Stuttgart, 1904, p. 137, Taf. V, Fig. 8—10, Textfig. 28—41.

[6] Vgl. insbesondere H. Douvillé: Evolution et classification des Pulchellidés. Bull. Soc. géol. de France, 4. ser., T. XI, 1911, p. 285—320, der die Entstehungsweise der Adventivelemente bei den einzelnen Gattungen kretazischer Ammoniten eingehend erörtert.

worden. Die eine dieser Arbeiten betrifft die Entwicklung eines der jüngsten Kreideammoniten, *Indoceras baluchistanense*, aus dem Maestrichtien von Baluchistan.[1] Schon sehr früh entsteht hier durch Spaltung des primären Externsattels e_1 der unpaarige Externlobus E_2, aus dessen Mitte sich ein wenig später der Mediansattel *m* aufwölbt. Bis zur zehnten oder vierzehnten Lobenlinie bleiben die aus der Spaltung des primären Externsattels hervorgegangenen Externsättel unverändert, dann setzt eine neue Teilung durch das Erscheinen eines flachen Lobus ein. Das ist der zukünftige Adventivlobus E_6, der jeden Externsattel in zwei neue Sättel e_{6d} und e_{6v} zerlegt. Eine weitere Differenzierung von Adventivelementen findet bei *Indoceras* nicht statt. Wir haben es also hier, wie bei *Sphenodiscus*, mit einem aus der Teilung des Externsattels entstandenen Adventivlobus zu tun.

Eine ganz andere Art der Entwicklung von Adventivelementen zeigt das untertriadische *Pseudosageceras multilobatum* Noetl., dessen Entwicklungsgeschichte F. Noetling ebenfalls monographisch behandelt hat.[2]

Noetling verwirft zunächst die bisher übliche Trennung von Lateral- und Auxiliarelementen, weil seinen Untersuchungen zufolge alle auf den primären Laterallobus *L* nach innen folgenden Lobenelemente aus einer Spaltung des primären Internsattels hervorgegangen sind. Es werden daher alle auf den ersten Laterallobus folgenden Lateral-, Auxiliar- und Internloben von Noetling mit den gleichen Buchstaben (*H* für Loben, *i* für Sättel) mit den entsprechenden Ordnungsindizes bezeichnet. Die zahlreichen Sättel zwischen dem Mediansattel und *L* sind keineswegs, wie bei *Indoceras*, Teile des primären Externsattels, sondern des später im Externlobus *E* entstandenen Mediansattels *m*, also detachierte Äste des Externlobus. Noetling meint, man sollte derartige Loben zum Unterschied von den echten Adventivloben Medianloben oder Pseudoadventivloben nennen.

Gegen einige der von Noetling gezogenen Schlußfolgerungen erheben sich gewichtige Bedenken.

Der Anwendung einer Terminologie der Loben und Sättel, die sich ausschließlich auf Ordnungsindizes gründet, erwachsen in der Praxis fast unüberwindliche Schwierigkeiten, da man nur ausnahmsweise bei einem sehr gut erhaltenen und reichen Material in die Lage kommen dürfte von ihr Gebrauch zu machen. Der Verzicht auf eine Trennung von Lateral- und Auxiliarelementen berücksichtigt in allzu einseitiger Weise das genetische Moment, ohne dem ethologischen Gesichtspunkt Rechnung zu tragen. Die Scheidung von Lateral- und Hilfsloben nach der von L. v. Buch vorgeschlagenen Methode hat ja nicht nur das Recht der historischen Priorität für sich, sondern grenzt auch zwei funktionell verschiedene Abschnitte eines Ammonitengehäuses gegen einander ab, indem sich an dieser Grenze »das in der Extern- und Lateralregion einheitliche Gewölbe des Septums in zwei Gewölbe spaltet, die nun beiderseits des inneren Umganges zum Nabel herunterziehen«.[3]

Zu schärferem Widerspruch fordert Noetling's Definition des Terminus »Adventivloben« heraus.

Adventivloben sind nach Noetling (l. c., p. 173) nur solche, die durch selbständige Teilung des primären Externsattels, beziehungsweise seiner abgeleiteten Teile entstanden sind. Von diesen eigentlichen Adventivloben, wie man sie bei *Indoceras* oder *Sphenodiscus* findet, sind die Median- oder Pseudoadventivloben, das heißt selbständig gewordene Zweige des Externlobus, zu unterscheiden. Es sind somit bei *Pseudosageceras* überhaupt keine echten Adventivloben, sondern nur Pseudoadventivelemente vorhanden. Welche Bedeutung Noetling diesem Ergebnis seiner Untersuchungen beilegt, geht aus dem nachstehenden Satze (l. c., p. 258) seines Resümees hervor: »Ich halte den Nachweis, daß durch Spaltung des Mediansattels Blätter entstehen, welche vollständig die Gestalt von Adventivsätteln annehmen, für eines der wichtigeren Ergebnisse dieser Untersuchung. Man wird in Zukunft nicht mehr ohne weiteres von Adventivloben und Sätteln reden können, sondern genau zu prüfen haben, ob dieselben durch Spaltung von e_1 wie bei *Indoceras* und *Placenticeras*, oder wie bei *Pseudosageceras* durch Spaltung von *m* entstanden sind.«

---

[1] F. Noetling: Die Entwicklung von *Indoceras baluchistanense*. Geol. u. Paläontol. Abhandl. v. Koken, XII, 1906, insbesondere p. 85 und Taf. V.

[2] F. Noetling: Untersuchungen über den Bau der Lobenlinie von *Pseudosageceras multilobatum*. Palaeontograph. LI, 1905.

[3] J. v. Pia: l. c., p. 121.

Wenn wir uns erinnern, daß E. v. Mojsisovics im Jahre 1882 eine Übertragung seines Terminus »Adventivloben« auf Formen wie *Placenticeras* oder *Sphenodiscus* ausdrücklich als unzulässig erklärt hatte, so tritt uns ein vollkommener Widerspruch in der Auffassung dieser beiden Forscher entgegen. Um eine Lösung dieses Widerspruches zu finden, müssen wir zu dem Ausgang der Diskussion über die Natur und Entstehung der Adventivloben zurückkehren. Der Terminus »Adventivloben« ist von E. v. Mojsisovics zunächst (1873) für bestimmte Abschnitte der Suturlinie bei *Ammonites Metternichii, A. Layeri, A. imperator* und *A. floridus* aufgestellt worden. Da die Entwicklung der Adventivloben aus der Normalsutur damals nur bei *Ammonites* (später *Carnites*) *floridus* bekannt war, so muß dieser Ammonit unter allen Umständen unter den durch den Besitz echter Adventivloben ausgezeichneten Formen verbleiben. Es dürfen daher Ammoniten, wie *Pseudosageceras,* bei denen wie bei *Carnites* die Adventivelemente durch Teilung des Externlobus entstehen, keinesfalls aus der Liste der Ammoniten mit echten Adventivloben ausgeschlossen werden. Es sind im Gegenteil gerade jene Adventivloben als die typischesten anzusehen, die nicht aus einer Spaltung des Externsattels (*Indoceras*), sondern aus einer solchen des Externlobus (*Carnites*) hervorgehen.

Noetling's Übertragung des Terminus »Adventivloben« auf Suturelemente, die der Schöpfer jenes Terminus im Jahre 1873 zunächst gar nicht im Auge haben konnte, erscheint somit durchaus unzulässig und im Widerspruch mit den Regeln der historischen Priorität.

Eine andere Frage ist es, ob wir überzählige externe Loben, die aus einer Spaltung des Externsattels wie bei *Sphenodiscus* und *Indoceras* hervorgehen, in Übereinstimmung mit einer Forderung von E. v. Mojsisovics nicht mehr als Adventivloben bezeichnen sollen.

Die Entscheidung über diese Frage hängt von dem Urteil ab, inwiefern E. v. Mojsisovics zu der Beschränkung des Terminus »Adventivloben« auf eine Gruppe externer Seitenloben von ganz bestimmter Entstehung überhaupt berechtigt war. Den Ausgangspunkt für die Einführung jenes Terminus bildete die Suturlinie der Gattung *Pinacoceras.* Die Entstehungsweise der Adventivelemente bei den typischen Repräsentanten dieser Gattung ist jedoch bis heute unbekannt geblieben. Nur die irrige Einreihung des *Ammonites floridus* Wulf. in jenes Genus gab E. v. Mojsisovics im Jahre 1873 die Veranlassung, bei *Pinacoceras Metternichii, P. imperator* und *P. Layeri* eine Bildung der Adventivelemente aus denselben Abschnitten der Normalsutur wie bei *Ammonites floridus* vorauszusetzen.

Daß die echten Pinacoceren aus der Formengruppe triadischer Ammoniten mit eigentlichen Adventivloben ebensowenig ausgeschlossen werden dürfen wie *Carnites floridus,* liegt auf der Hand. Sind sie doch die bezeichnendsten Träger dieser Suturform, von denen F. v. Hauer in seiner klassischen Beschreibung der Lobenlinie des *Ammonites Metternichii* ausgegangen ist. Da man bei diesen Typen die genetischen Beziehungen der Adventivloben zu bestimmten Stücken der Normalsutur eines Ammoniten mit vollzähligen Loben nicht kannte — für die von E. v. Mojsisovics angenommene aber niemals bewiesene Homologie des ersten Hauptlobus der zweiten Sattelgruppe F. v. Hauer's mit dem Externlobus fehlte jede Begründung durch Beobachtungstatsachen — so wäre der allein richtige Vorgang gewesen, überhaupt kein genetisches Moment in die Definition des Ausdruckes »Adventivloben« hineinzutragen, sondern diesen Terminus gleichmäßig auf alle wohl entwickelten überzähligen externen Seitenloben anzuwenden, gleichgültig, aus welchen Abschnitten der Normalsutur sie ihre Entstehung herleiten. Diesen Standpunkt, der uns gestattet, ebensowohl bei devonischen und permischen als bei triadischen und kretazischen Ammoniten von Adventivelementen zu sprechen, werde ich in der vorliegenden Arbeit zur Geltung bringen.[1]

---

[1] Unsere Hand- und Lehrbücher der Paläontologie nehmen in dieser Frage einen sehr verschiedenen Standpunkt ein, indem sie das genetische Moment bald stärker bald schwächer betonen. Dem hier vertretenen nähert sich am meisten A. Hyatt (in Zittel-Eastman, Text-book of Palaeontology, Cephalopoda, London, 1900, p. 541). »Adventivloben« — heißt es dort — »entstehen zwischen dem ersten Paar der Lateralloben und der Medianlinie des Bauches entweder durch das Wachstum von Seitenzweigen aus den Armen des Ventral(Extern)lobus, oder durch Teilung der äußeren Partien des Externsattels oder der inneren des Mediansattels.«

Dagegen erklärt K. v. Zittel (Handbuch der Paläontologie, II, 1885, p. 400) die Adventivloben entstanden aus einer Zerteilung des Externsattels durch tiefe, lobenartige Sekundäreinschnitte. »Bei einzelnen Gattungen (*Pinacoceras*) geht die Differenzierung der

In der Tat haben die meisten Ammonitenforscher den Terminus »Adventivloben« unbedenklich in diesem Sinne angewendet, so Holzapfel, Clarke und Frech bei devonischen, Waagen, G. v. Arthaber, A. Hyatt, J. P. Smith,[1] A. v. Krafft, Simionescu und ich bei triadischen, Kossmat, H. Douvillé, J. Boehm und Pervinquière bei kretazischen Ammoniten. Nur bei K. v. Fritsch finden wir bereits im Jahre 1902 denselben Standpunkt vertreten, den Noetling später ausführlich begründet hat. »Adventivloben« — heißt es dort — »entstehen auf Kosten der dadurch zerlegten äußeren Flügel breiter Externsättel, nicht durch Einkerbung des Mittelhöckers zwischen den Enden des Siphonallobus.«[2]

Eine Erweiterung des Terminus »Adventivloben« über den üblichen Rahmen hinaus haben W. Waagen und G. v. Arthaber versucht, die beide der Anwesenheit von Adventivelementen bei Ammoniten einen ungewöhnlich hohen systematischen Wert zugestehen.

Waagen hat, irregeleitet durch das Mißverständnis einer Zeichnung in Griesbach's »Palaeontological notes on the lower Trias of the Himalayas« (Records Geol. Surv. of India, XIII, 1880, Pl. III, Fig. 6*a*) in dem Externlobus von *Ophiceras tibeticum* Griesb. ein Adventivelement zu erkennen geglaubt. Sekundäre Zacken solcher Art im Externlobus, wie sie von Waagen später bei *Goniodiscus typus* tatsächlich beobachtet worden sind,[1] fallen ganz außerhalb des Rahmens dessen, was man sonst als Adventivloben zu bezeichnen pflegt. Wollte man ihnen den letzteren Namen beilegen, so würde man nur in die Exaktheit der Termini »Loben« und »Sättel« Verwirrung bringen.

In seinen beiden Monographien der Cephalopodenfaunen Albaniens, die einen sehr wertvollen Beitrag zu unserer Kenntnis der Triasammoniten des Mediterranen Reiches bilden, hat G. v. Arthaber[4] eine größere Zahl von Ammoniten mit Adventivloben beschrieben. Doch geht auch er — teilweise in Anlehnung an Waagen — im Gebrauch des Terminus »Adventivloben« erheblich weiter als andere Beobachter und und als mir mit einer präzisen Fassung jenes Ausdruckes verträglich erscheint.

So genügt ihm die Anwesenheit eines sekundären Lobus im Externsattel bei *Tibetites* oder die Spaltung des Externsattels bei einigen Arten der Gattung *Sirenites* Mojs., um die betreffenden Gattungen

---

äußeren Hälften des Externsattels so weit, daß zwischen denselben und dem Externlobus eine kleinere oder größere Zahl überzähliger Loben (Adventivloben und -sättel) sich einschaltet.« Diese Definition ist auch noch in die dritte Auflage der »Grundzüge der Paläontologie« (1910, p. 455) unverändert übernommen worden.

Bei Steinmann (Elemente der Paläontologie, Leipzig 1890, p. 375) lautet die Definition der Adventivloben: »Zuweilen vermehren sich die Seitenloben sehr reichlich durch Zerteilung des Außensattels. Die so entstandenen Loben zeichnen sich im allgemeinen durch geringere Tiefe vor den eigentlichen Seitenloben aus, weshalb sie als Adventivloben und die sie trennenden Sättel als Adventivsättel unterschieden werden.« Ähnlich heißt es in der »Einführung in die Paläontologie« (Leipzig, 1903, p. 290): »Wenn sich zwischen dem Außenlobus und dem durch seine Tiefe zumeist gekennzeichneten ersten Seitenlobus durch Zerteilung des Außensattels noch Loben ähnlich den Hilfsloben einschalten, so werden sie als Adventivloben bezeichnet. Sie entstehen nur bei hochmündigen Formen.«

Dagegen sieht R. Hoernes (Elemente der Paläontologie, Leipzig, 1884, p. 31) von einer Erörterung der Entstehung der Adventivloben in seiner Definition derselben ab und begnügt sich mit der Angabe: »Bei den hochmündigen Pinacoceraten treten auch zwischen den Hauptloben und dem Externteil äußere Adventivloben auf, während die Hilfsloben sonst auf die Kolummellarseite beschränkt sind.«

Desgleichen P. Fischer (Manuel de Conchyliologie, I, Paris, 1887, p. 369): »Zwischen den Lateralloben und der Siphonalregion gibt es bei einigen Ammoniten der Trias (*Pinacoceras*) eine sehr auffallende Reihe von Loben und Sätteln, die man Adventivloben und -sättel genannt hat.«

Es ist beachtenswert, daß keiner der genannten Forscher sich E. v. Mojsisovics in der Deutung des ersten Hauptlobus bei *Pinacoceras* als Externlobus angeschlossen hat. Für K. v. Zittel sowohl als für Steinmann bleibt der Externlobus auch bei dieser Gattung der äußerste Lobus auf der Siphonalseite.

[1] Den bereits bekannten europäischen Gattungen triadischer Ammoniten mit hochspezialisierter Suturlinie haben A. Hyatt und J. P. Smith (Triassic Cephalopod genera of America, U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. Nr. 40, Washington, 1905) die beiden Genera *Aspenites* und *Cordilleriles* aus der Trias des westlichen Nordamerika hinzugefügt.

[2] K. v. Fritsch: Beitrag zur Kenntnis der Tierwelt der deutschen Trias. Abhandl. Naturforsch. Ges. zu Halle, XXIV, 1902, p. 259.

[3] W. Waagen: Salt Range Fossils. Palaeontol. Indica, ser. XIII, Vol. II, Ceratite formation, 1895, p. 127.

[4] G. v. Arthaber: Über die Entdeckung von Untertrias in Albanien und ihre faunistische Bewertung, Mitteil. Geol. Ges. in Wien, I, 1908, p. 245—289. — Die Trias von Albanien. Beiträge zur Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., XXIV, 1911, p. 169—277.

seiner durch den Besitz von Adventivloben ausgezeichneten, im übrigen aber aus den heterogensten Elementen zusammengesetzten Familie der *Carnitidae* zuzuweisen. Mit demselben Rechte könnte man wohl auch noch *Didymites* der letzteren zuzählen. Auch bei dieser Gattung ist die Teilung des Externsattels sehr tiefgehend. Freilich verbietet hier die dimeroide Teilung der Lateralsättel die Spaltung des Externsattels anders zu beurteilen als jene der übrigen Sättel.

Für *Tibetites* könnte man sich auf die Tissotien der Kreide berufen, die ja eine so auffallende äußere Ähnlichkeit mit manchen Vertretern des Genus *Tibetites* und seiner Untergattungen zeigen und bei denen tatsächlich alle Übergänge von kleinen Sekundärzacken am Rande des Externsattels bis zu echten Adventivsätteln beobachtet werden. Allein ein Unterschied zwischen *Tibetites* und *Tissotia* liegt eben darin, daß die triadische Gattung über die Entstehung von Sekundärloben nicht hinausgekommen und keineswegs bis zur Bildung echter Adventivloben fortgeschritten ist. Diese Tatsache würde verschleiert werden, wenn man die Sekundärloben im Externsattel von *Tibetites* als Adventivloben bezeichnen wollte. Bei *Tibetites* ist es gewissermaßen bei einem gescheiterten Versuch geblieben, solche hervorzubringen, während bei *Tissotia* die Suturlinie wirklich bis zur Ausbildung von adventiven Elementen vorgeschritten ist. Man ist daher durchaus berechtigt, die entsprechenden Sekundärloben bei den in bezug auf ihre Lobenentwicklung minder spezialisierten Tissotien als unausgebildete Adventivelemente zu bewerten, weil sie bei den Tissotien mit hochspezialisierter Suturlinie zu echten Adventivelementen geworden sind, während es keinen einzigen Tibetiten mit Adventivsätteln gibt, die, wie die Adventivsättel von *Tissotia*, sich in ihrer Gestalt und Zerschlitzung von den Externsätteln auffallend unterscheiden.

Tiefgehende Spaltungen des Externsattels finden sich auch bei zahlreichen Ammoniten des Jura und der Kreide, ohne daß es deshalb zu einem wirklichen Zerfall des Externsattels gekommen wäre. Nur in dem letzteren Falle aber darf man meiner Ansicht nach von Adventivloben sprechen. Derartige tief gespaltene Externsättel sind zum Beispiel bei *Oxynoticeras, Amaltheus, Sonneratia* und *Hoplites* vorhanden. In der Suturlinie eines jeden dieser Ammoniten lag gewissermaßen die Möglichkeit, Adventivloben zu entwickeln. H. Douvillé [1] hat die Familie der *Pulchelliidae,* in der er 1890 fast alle Kreideammoniten mit hochspezialisierten Loben vereinigte, auf *Hoplites* als Stammform zurückzuführen versucht. Da jedoch die Veränderungen, die der Externsattel von *Hoplites* durchmachen müßte, um den in echte Adventivsättel aufgelösten Externsätteln von *Sphenodiscus* oder *Placenticeras* zu entsprechen, bei keinem einzigen Vertreter der Gattung *Hoplites* bis heute beobachtet worden sind, so denkt Douvillé ebensowenig als andere Forscher daran, bei *Hoplites* von Adventivloben zu sprechen [2]. Die gleiche Forderung, die einen Verzicht auf die Bezeichnung gewisser Suturabschnitte als Adventivloben beinhaltet, muß meiner Meinung nach auch für triadische Formen wie *Sirenites* und *Tibetites* gelten.

G. v. Arthaber faßt ferner unter der Bezeichnung *Noritidae* eine Familie zusammen, die aus den permischen Gattungen *Pronorites* Mojs., *Parapronorites* Gemm., *Daraelites* Gemm. und dem triadischen Genus *Norites* Mojs. besteht. Als charakteristisch für diese Familie betrachtet er »ein Adventivelement, welches, wie A. Karpinsky hervorgehoben hatte, sich nicht vollkommen vom Laterallobus loslöst und noch mit ihm verschmolzen bleibt, weshalb dieser Lobus eine breite, plumpe Gestalt behält. Wir kennen die Abspaltung jener adventiven Elemente aus dem externen (*Sageceras, Pinacoceras*) oder aus dem lateralen Lobenelement (*Medlicottia*). Die *Noritidae* gehören zur letzteren Gruppe, bei der jedoch die

---

[1] H. Douvillé: Sur la classification des Ceratites de la craie. Bull. Soc. géol. de France, 3. sér. T. XVIII, 1890, p. 290. Doch ist diese Meinung von Douvillé seither verlassen worden. Vgl. Evolution et classification des *Pulchelliidae*. Ibidem, 4. sér., T. XI, 1911, p. 287.

[2] Nur V. Uhlig (The fauna of the Spiti shales, Palaeontologia Indica, ser. XV, Himal. Foss., Vol. IV, 1903) geht so weit, alle die Köpfe des Externsattels und des ersten Lateralsattels teilenden sekundären Einschnitte bei *Hoplites* und *Perisphinctes* als Adventivloben zu bezeichnen, während die sonst übliche Terminologie für solche Sättel den Ausdruck »dimeroid« verwendet. (An vielen Stellen, zum Beispiel p. 239, 248, 249, 253, 255, 257.)

Viel eher könnte man bei einer Anzahl von Vertretern des Genus *Harpoceras s. l.*, bei denen die unsymmetrische Teilung des Externsattels ein erhebliches Ausmaß erreicht hat, von Adventivelementen sprechen. Vgl. die Abbildungen der Suturlinien von

Abspaltung in einem tieferen Stadium geblieben ist. Das erste große Flankenelement stellt daher Adventiv- und Laterallobus dar.«[1]

Es wird also bei den Repräsentanten der *Noritidae* v. Arthaber (non Waagen) der erste Lateral-lobus als aus dem eigentlichen Lateral- und einem Adventivlobus zusammengesetzt betrachtet, so daß der kleine, in der Mitte dieses Lobus aufragende Zacken gewissermaßen einem rudimentären Adventivsattel entsprechen würde.

Als Gewährsmann für diese Auffassung wird Karpinsky angeführt, bei dem man indessen vergeblich nach einer Angabe suchen wird, die in diesem Sinne gedeutet werden könnte.[2] Überhaupt ist Karpinsky leider das Mißgeschick widerfahren, von G. v. Arthaber in mehrfacher Hinsicht mißverstanden worden zu sein. Die Adventivelemente von *Medlicottia* sind nach Karpinsky's klaren Auseinandersetzungen aus dem Externsattel — nicht, wie es bei G. v. Arthaber heißt, aus dem lateralen Lobenelement — hervorgegangen. Der Laterallobus behält bei *Pronorites* keineswegs seine breite, plumpe Gestalt, sondern nimmt diese, wie gerade Karpinsky betont und auch durch Zeichnungen erläutert hat, erst in vorgeschritteneren Wachstumsstadien an. G. v. Arthaber's Berufung auf Karpinsky ist, wie man sieht, nach keiner Richtung hin zulässig, umso weniger, als Karpinsky ein so großes Gewicht darauf legt, den engen genetischen Zusammenhang zwischen *Pronorites* und *Medlicottia* zu beweisen, die G. v. Arthaber auf zwei getrennte Familien seiner *Beloceratea* verteilt.

Eine ähnliche Ansicht wie G. v. Arthaber hat dagegen F. B. Meek (l. c. p. 464) bezüglich des ersten Laterallobus einer kretazischen Form, des *Ammonites* (*Coilopoceras*) *Requienianus* d'Orb., geäußert. Er meinte, daß dieser sehr breite Lobus aus der Verschmelzung mehrerer ursprünglich selbständiger Loben entstanden sei. Schon Neumayr und Uhlig (Hilsbildungen, l. c. p. 137) haben diese Ansicht als »sonderbar« bezeichnet. Sie erscheint gegenwärtig vollständig widerlegt durch die ontogenetischen Studien an

---

Grammoceras Bassanii Fuc. und *Harpoceratoides elegans* Sow. bei Haas: Fauna des mittleren Lias von Ballino. Beitr. z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., XXIV, 1913, Taf. VII, Fig. 31 und 42.

Ganz unzulässig ist es freilich, wenn Siemiradzki (Monographische Beschreibung der Ammonitengattung *Perisphinctes*, Palaeontographica, XLV, 1898/99) wiederholt (zum Beispiel p. 215) Suturelemente im Nahtlobus von *Perisphinctes* als Adventivloben bezeichnet.

[1] Wie wenig G. v. Arthaber von dieser Deutung des ersten großen Flankenelements als Adventivlobus + erster Laterallobus befriedigt war, geht aus den Widersprüchen zwischen seiner Auffassung und den Detailbeschreibungen, zum Beispiel der Suturlinie des *Pronorites osmanicus* hervor. Dort heißt es (l. c. p. 205): »Die Sutur hat einen glattrandigen, breiten Externlobus, breiten zweiteiligen Adventiv, mit einigen Sekundärzäckchen. Der eine laterale Hauptlobus ist auffallend lang, relativ schmal und am Grunde gezackt. Ein breiter und ein kleiner Auxiliar folgt bis zur Naht. Der Adventivsattel ist der höchste und von da an fällt die Sutur rasch herab zur Naht.«

In dieser Schilderung wird also auf die angebliche Verschmelzung eines Adventiv- und Lateralelements im ersten breiten Flankenlobus keine Rücksicht mehr genommen, sondern dieser ganze Flankenlobus im Widerspruch mit den obenstehenden Ausführungen als ein Adventivlobus, der anschließende Sattel als ein Adventivsattel angesprochen, während er nach der Anlage der Suturlinie offenbar der erste Lateralsattel ist. Als ein solcher müßte er aber auch bezeichnet werden, wenn G. v. Arthaber der Terminologie der Suturlinie seine oben mitgeteilte Auffassung zugrunde gelegt hätte. Dieser Auffassung zufolge ist nämlich die externe Hälfte des breiten Flankenlobus ein Adventivlobus, die interne der erste Laterallobus, der Mittelzacken in jenem Flankenlobus ein rudimentärer Adventivsattel und der erste Flankensattel der erste Lateralsattel.

Durch Verschmelzung mit einem Adventivlobus kann doch der erste Laterallobus als das genetisch ältere Suturelement niemals selbst zu einem Adventivlobus werden. Desgleichen ist der erste Lateralsattel ein primäres Lobenelement, daher kein Adventivsattel.

Auch in der Diagnose der anderen zu *Pronorites* gestellten Arten aus der albanischen Untertrias findet man Angaben, die mit der oben mitgeteilten Auffassung im Widerspruch stehen. Aus diesen Diagnosen könnte man geradezu den Besitz eines einzigen Laterallobus als für *Pronorites* charakteristisch herauslesen.

[2] G. v. Arthaber (Die Trias von Bithynien. Beiträge z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc. XXVII, 1914, p. 156) zitiert als Beleg für die »große systematische Bedeutung, welche in der tiefen Spaltung und übergroßen Breite des ersten Laterallobus liegt«, auch Karpinsky, Verhandl. Mineral. Ges. St. Petersburg, IX, p. 295. An der betreffenden Stelle findet sich jedoch in der Beschreibung des *Goniatites praepermicus* von Karpinsky in dessen russisch geschriebener Abhandlung über die geologischen Untersuchungen im Gouvernement Orenburg kein Hinweis auf Adventivelemente in jenem Lobus.

Kreideammoniten mit hochspezialisierten Loben, da man sich unschwer überzeugen kann, daß die Zerschlitzung der Suturen, beziehungsweise die Auflösung des Lateralelements in Einzelloben sich erst in späteren Wachstumsstadien des Individuums vollzieht, somit im Laufe der Ontogenie keine Verschmelzung, sondern vielmehr eine Zerteilung der Suturlinie stattfindet.

Auch bei *Pronorites* stellt sich die erhebliche Breite des ersten Laterallobus, die G. v. Arthaber als einziges Argument zugunsten seiner Auffassung anzuführen weiß, erst in einem vorgeschrittenen Altersstadium ein.[1] Lateralloben von erheblicher Breite sind aber bei triadischen Ammoniten kein außergewöhnliches Merkmal. Bei der nordamerikanischen Gattung *Lanceolites* Hyatt et Smith ist der erste Laterallobus noch unverhältnismäßig breiter als bei *Norites*, ohne daß Anzeichen von Adventivelementen vorhanden wären. Wer den ersten Laterallobus des *Ptychites Oppeli* v. Mojsisovics (Cephalopoden d. Mediterr. Triasprov., l. c., Taf. LXXI, Fig. 2 *c*) mit dem korrespondierenden Suturabschnitt anderer Ptychiten vergleicht, wird dessen ganz auffallende Breite zugeben müssen, ohne ein Argument zugunsten der Annahme der Herausbildung eines neuen Adventivelements in diesem Lobus anführen zu können.

Auch bei *Choristoceras Marshi* Hau. wird der erste Laterallobus durch einen in der Mitte aufragenden Zacken, genau wie bei *Pronorites*, in zwei symmetrische Hälften geteilt (vgl. E. v. Mojsisovics, Cephal. d. Hallst. Kalke, l. c., VI/2, 1893, p. 543). Hier aber ist selbstverständlich an eine Abstammung von *Pronorites* oder *Norites* nicht zu denken, denn die geologisch älteren Formen der Gattung *Choristoceras* zeigen noch einen ungeteilten ersten Laterallobus. Die Teilung durch einen Mittelzacken stellt sich erst bei den geologisch jüngeren Arten der rhätischen Stufe ein, ist daher kein von Vorfahren ererbtes, sondern ein neu erworbenes Merkmal.

Überhaupt scheint mir die Bedeutung des kleinen Mittelzackens, beziehungsweise die Schrägstellung der Zacken im Lobengrund von *Norites* erheblich überschätzt worden zu sein. Solche Zacken finden sich auch im Grund des ersten Laterallobus bei *Beyrichites Reuttensis* (vgl. E. v. Mojsisovics, Cephal. d. Mediterr. Triasprov., l. c., Taf. IX, Fig. 5 *d*) und bei *Ceratites Petersi* v. Mojsisovics (l. c., Taf. XL, Fig. 14 *c*). Ja, bei der letzteren Art tritt der Mittelzacken sogar noch stärker hervor als bei *Norites gondola*. Dagegen fehlt er bei einer Spezies aus dem Reiflinger Kalk, *N. apioides*, die G. v. Arthaber gleichwohl unbedenklich zu *Norites* rechnet. Er scheint also selbst dieses Merkmal nicht für ein solches von generischer Bedeutung zu halten.

Alle diese Tatsachen veranlassen mich, die von E. v. Mojsisovics angenommenen phylogenetischen Beziehungen zwischen *Norites* und *Pronorites* zu bezweifeln. Viel eher möchte ich in *Norites* einen Nachkommen des untertriadischen Genus *Meekoceras* erblicken, mit dem in jeder Richtung eine viel größere Ähnlichkeit als mit *Pronorites* besteht.

Gegen die Deutung des Mittelzackens im Grunde des ersten Laterallobus bei *Pronorites* als Adventivelement spricht schon die symmetrische Stellung dieses Zackens. Fast immer wird das durch die Bildung eines neuen Adventivelements betroffene ältere Stück einer Suturlinie dadurch unsymmetrisch geteilt. Übrigens würde einem kleinen Zacken wie jenem am Grunde des ersten Laterallobus von *Pronorites* keinesfalls der Name eines Adventivsattels gebühren, selbst wenn der Nachweis erbracht werden könnte, daß es sich hier wirklich um ein verkapptes Adventivelement handle.[2] Sonst könnte man

---

[1] Vgl. auch die Entwicklung der Suturlinie bei *Pronorites postcarbonarius* in A. Karpinsky: Zur Ammoneenfauna der Artinsk-Stufe, in Mélanges géol. et paléontol. tirés du Bull. de l'Académie des sciences, St. Pétersbourg, T. I, 1890, p. 67 (Stadium *b* und *c* in Fig. 3).

[2] Am ehesten könnte man noch bei einem himamalayischen Repräsentanten der von *Pronorites* abstammenden Gattung *Parapronorites* Gemmellaro (La fauna dei calcari con Fusulina della valle del fiume Sosio, I, Palermo, 1887, p. 60) von der beginnenden Ausbildung eines rudimentären Adventivelements in dem sehr breiten ersten Laterallobus sprechen. Die Suturlinie des von C. Haniel (Paläontologie von Timor, 3. Liefg., Heft 4, 1915, Taf. XLVI, Fig. 11) abgebildeten Exemplars von *Parapronorites Koninckı* var. *Timorensis* zeigt in der Tat eine auffallende Teilung dieses Lobus durch einen Sekundärsattel, der freilich an Höhe weder an den Extern- noch an den Lateralsattel heranreicht. Übrigens haben weder Gemmellaro noch Haniel in diesem Sekundärsattel ein Adventivelement vermutet.

mit dem gleichen Rechte ähnliche Mittelzacken im Grunde der Lateralloben von *Ptychites* ebenfalls als rudimentäre Adventivsättel auffassen. Schließlich wäre man in keinem zweispitzigen Laterallobus eines Ammoniten mehr vor versteckten Adventivsätteln sicher.

Als Adventivloben dürfen — um es nachdrücklich zu wiederholen — der ursprünglichen Definition dieses Terminus entsprechend, nur wirkliche Loben, nicht sekundäre Einbuchtungen, als Adventivsättel nur fertige Sättel, nicht Zacken oder Zähnchen bezeichnet werden, oder das letztere höchstens eventuell in jenen wenigen Ausnahmefällen, wie bei *Tissotia*, in denen der unwiderlegliche Beweis erbracht werden kann, daß aus ihnen bei den fortgeschrittenen Vertretern der betreffenden Gattung echte Loben oder Sättel sich entwickelt haben. Einen derartigen Beweis aber hat G. v. Arthaber für seine Familie der *Noritidae* gar nicht zu erbringen versucht. [1]

Diesen Darlegungen entsprechend, ist G. v. Arthaber's Familie der *Noritidae* aus der Liste der mit hochspezialisierten Suturen, beziehungsweise mit Adventivloben versehenen Triasammoniten zu streichen. Ihre Suturlinien sind nach dem Normaltypus von *Ceratites* oder *Meekoceras* gebaut.

Noch mögen hier einige Bemerkungen über devonische und karbonische Ammoniten mit Adventivloben Platz finden. Eine treffliche Zusammenstellung der ersteren hat vor einiger Zeit F. Frech [2] gegeben. Die folgenden Gattungen gehören hierher:

Probeloceras Clarke (Typ. *P. lynx* Clarke), nur durch die Anwesenheit eines Adventivlobus von *Timanites* Holzapfel unterschieden.

Beloceras Hyatt mit drei Arten, *B. praecursor* Frech (l. c., p. 61) aus dem tiefsten Unterdevon der karnischen Alpen, *B. multilobatum* Beyr., *B. Kayseri* Holzapfel, beide aus dem unteren Oberdevon.

Maeneceras Hyatt. Die Suturentwicklung von *M. terebratum* ist von Holzapfel [3] durch eine Reihe von Stadien verfolgt worden. Deutlich läßt sich erkennen, daß der Adventivsattel aus der äußeren Wand des Externsattels entsteht.

Sporadoceras Hyatt. Bei dieser Gattung hat F. Frech (l. c., p. 79) vier Gruppen von Loben beobachtet. Nur bei den Vertretern der vierten Gruppe (Typ. *Sporadoceras cucullatum* v. Buch aus dem

---

[1] Eine andere Frage ist es, ob die von G. v. Arthaber zu *Pronorites* gestellten Ammoniten aus der Untertrias von Albanien, nämlich *P. osmanicus, P. triadicus, P. arbanus,* überhaupt dieser Gattung angehören. Sie besitzen gezähnte Loben wie die Vertreter der triadischen Gattung *Norites* Mojs., während bei den karbonischen und permischen Repräsentanten der Gattung *Pronorites* Mojs. alle Loben ganzrandig sind und nur der erste Laterallobus durch den oben erwähnten Mittelzacken geteilt wird. Nach der Zähnelung der ersten Hauptloben und selbst des ersten Hilfslobus müssen die albanischen Ammoniten zu *Norites* gestellt werden.

G. v. Arthaber war sich dieses Unterschiedes zwischen seinen albanischen Formen und *Pronorites* wohl bewußt, hat sich jedoch zu einer Identifizierung mit *Pronorites*, wie er selbst mitteilt (Mitt. Geol. Ges. Wien, I, p. 265) durch die Anwesenheit von nur zwei Lateralloben bei denselben verleiten lassen, während *Norites* drei solche besitzen soll. Wenigstens sind für den Gattungstypus *Norites gondola* von E. v. Mojsisovics drei Seitenloben angegeben worden. Dabei hat jedoch G. v. Arthaber übersehen, daß jene Angabe von ihm selbst im Jahre 1896 richtiggestellt worden ist. In seiner »Cephalopodenfauna der Reiflinger Kalke« Beiträge zur Paläont. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., X, p. 88) heißt es: »Von größerer Wichtigkeit ist das Auftreten von nur zwei Lateralloben statt drei, welche sich gleichmäßig bei allen Noriten finden, die bis jetzt bekannt geworden sind, und zwar nicht nur bei den neuen Reiflinger Arten, sondern auch bei der von Han bulog beschriebenen Form (*N. subcarinatus* Hau.) ebenso wie — der Zeichnung nach — auch bei dem Original (des *Norites gondola*) von der Schreyeralm.« Damit fällt jeder Grund für eine Trennung der albanischen Arten von *Norites* weg. Über die Zahl der Hauptloben bei *Norites* vgl. auch C. Diener: Die triadische Cephalopodenfauna der Schiechlinghöhe. Beitr. z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc. XIII, 1900, p. 21.

Nur für *P. arbanus* könnte auch die Zugehörigkeit zu *Sibirites* Mojs. ins Auge gefaßt werden. Jedenfalls ist die Ähnlichkeit in der Skulptur mit *Sibirites spiniger* v. Krafft et Diener (Lower triassic Cephal. fr. Spiti etc. Pal. Ind. ser. XV, Him. Foss. Vol. VI, No. 1, 1909, p. 131, Pl. XXXI, Fig. 2, 7) sehr bemerkenswert, noch weit auffallender als mit den von G. v. Arthaber in Vergleich gezogenen Sibiriten aus der Gruppe der *rectecostati* Waag. Da die Loben des *Sibirites spiniger* und seiner Verwandten in der Untertrias des Himalaya nicht bekannt sind, läßt sich über die Zugehörigkeit des *Ammonites arbanus* zu *Norites* oder *Sibirites* vorläufig kein sicheres Urteil abgeben.

[2] F. Frech: Über devonische Ammoneen. Beiträge z. Paläont. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., XIV, 1902.

[3] E. Holzapfel: Die Fauna der Schichten mit *Maeneceras terebratum*. Abhandl. kgl. Preuß. Geol. Landesanst. N. F. Heft 16, Berlin 1895, p. 107, Taf. IV, Fig. 14, VI, Fig. 6, 7, 9.

oberdevonischen Clymenienkalk) wird der breite Externsattel an seinem Kopf durch einen kleinen Adventivlobus geteilt.

Gonioclymenia Guembel, der interessanteste devonische Ammonit mit hochspezialisierter Suturlinie. Die meisten Arten dieser oberdevonischen Gattung besitzen nur einen Adventivlobus, der sich aus der äußeren Wand des Externsattels, nahe dem Sattelkopf, herausbildet. Nur bei *Gonioclymenia maxima* Mstr. entwickeln sich, wie Frech (l. c., p. 37) gezeigt hat, zwei spitz zulaufende Adventivloben und -sättel, so daß, noch verstärkt durch eine Zuschärfung der Externseite, eine Konvergenz mit *Beloceras* sich kundgibt.

Gonioclymenia ist nicht allein aus dem Grunde interessant, weil sie den einzigen Vertreter intrasiphonater Ammoniten mit Adventivloben darstellt, sondern noch mehr deshalb, weil bei ihr diese Adventivloben sich unter anderen Einrollungsverhältnissen als bei irgend einem extrasiphonaten Ammoniten entwickeln. Im allgemeinen gilt die Beschränkung des Auftretens von Adventivloben auf solche Ammonitengehäuse als Regel, deren Scheibenform und starke Involution sie zu einer Vermehrung ihrer Suturelemente prädestiniert. Bei *Gonioclymenia* liegt die Sache anders. Alle ihre Vertreter sind stark evolut, so daß die meist zahlreichen Windungen einander eben noch am Externteil umhüllen.

Man sieht an dem Beispiel von *Gonioclymenia*, daß die Scheibenform des Gehäuses mit der Entstehung von Adventivloben nicht immer Hand in Hand geht, wie das Steinmann[1] glaubte.

Aus dem Oberkarbon Nordamerikas sind zwei sehr merkwürdige Ammonitengattungen mit hochspezialisierten Suturlinien, *Shumardites* und *Schuchertites*, von J. P. Smith[2] beschrieben worden.

Eine Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie des *Shumardites Simondsi* Smith (l. c. Pl. III, Fig. 7—11) lehrt, daß die drei lateralen Loben der altersreifen Form aus einem einzigen, ursprünglich triänidischen Lobus hervorgehen. Es ist also strenge genommen nur ein einziger, durch zwei Adventivsättel untergeteilter Laterallobus vorhanden. Diese Entstehung adventiver Elemente aus dem ersten Laterallobus erinnert durchaus an analoge Vorgänge der Zerteilung dieses Lobus bei kretazischen Ammoniten.

Schuchertites Grahami Smith (l. c., p. 50, Pl. XI, Fig. 22) erinnert in der Anordnung seiner Lobenelemente ebenfalls an manche Pseudoceratiten der Kreide, in gleichem Maße aber auch an die anisische Gattung *Bosnites* Hauer.

Fassen wir die aus den voranstehenden Darlegungen sich ergebenden Erfahrungen über die Entwicklung der Adventivelemente bei Ammoniten mit hochspezialisierter Suturlinie zusammen, so springt auf den ersten Blick die Tatsache ins Auge, daß solche Adventivelemente aus sehr verschiedenen Abschnitten einer normalen Suturlinie hervorgehen können.

Bei manchen Ammoniten entwickeln sich die Adventivloben aus dem Mediansattel, bei anderen aus dem Externlobus, wieder bei anderen aus dem Externsattel, wobei die Zerspaltung bald auf den äußeren, bald auf den inneren Flügel dieses Sattels sich beschränken, bald den ganzen Sattel gleichmäßig betreffen kann. Bei einigen kretazischen Ammoniten und bei *Shumardites* endlich ist gar der erste Laterallobus der Ausgangspunkt einer Zerteilung in Adventivelemente.

Auf diese Tatsache muß meiner Ansicht nach eine wissenschaftlich begründete Terminologie Rücksicht nehmen. Ein aus dem Mediansattel hervorgegangenes Adventivelement werden wir anders beurteilen und auch anders bezeichnen müssen als ein solches, dessen Ursprung im ersten Laterallobus liegt. In beiden Fällen wäre es verfehlt, den Externlobus, der ja keine Änderung erlitten hat und noch immer dem Externlobus der Ammoniten mit normaler Suturlinie homolog geblieben ist, mit einem anderen Namen zu belegen. Er hat vielmehr nach wie vor auf die Bezeichnung »Externlobus« Anspruch. Bei *Placenticeras, Sphenodiscus* oder *Engonoceras* — wie wir später sehen werden, auch bei *Pinacoceras* — kann der von einem Medianhöcker geteilte Lobus auf der Externseite auch weiterhin unbedenklich als

[1] G. Steinmann: Einführung in die Paläontologie. Leipzig, 1903, p. 290.

[2] J. P. Smith: The carboniferous Ammonoids of America. Monographs U. S. Geol. Surv. XLII. Washington, 1903.

Externlobus bezeichnet werden, weil er ja das unveränderte Äquivalent dieses Suturstückes in einer normalen Lobenlinie bleibt. Man wird in diesen Fällen die Ausdrücke »Adventivloben« und »-sättel« auf die aus einer Zerspaltung des Externsattels neu entstandenen — daher auch allein dem Wortsinn nach adventiven — Elemente in der Suturlinie zu beschränken haben.

Wenn dagegen Adventivelemente aus einer ventropartiten Spaltung des Externlobus hervorgehen, wie bei *Hedenstroemia* oder *Pseudosageceras*, dann verschiebt sich der Hauptflügel des Externlobus immer mehr gegen die Seitenmitte, während der Mediansattel und der Externsattel unverändert bleiben. Dem eigentlichen Externlobus homolog ist in diesem Falle jener innerste Lobus, der den unverändert gebliebenen Externsattel an seiner Außenseite begrenzt. Alle anderen zwischen diesen Lobus und den Mediansattel sich einschiebenden Loben und Sättel sind Adventivelemente des Externlobus. Der den primären Laterallobus von *Pseudosageceras* an seiner Außenseite flankierende Sattel muß also Externsattel heißen, weil er in einem bestimmten Entwicklungsstadium von *Pseudosageceras*, nämlich jenem mit normaler Lobenstellung, dem Externsattel genau entspricht und seine Position gegenüber dem primären Laterallobus auch seither nicht geändert hat. Es wäre ganz irrig, ihn als einen Adventivsattel bezeichnen zu wollen, denn er ist in Wahrheit ein älteres Lobenelement, nämlich der ursprüngliche Externsattel des Gehäuses, der nur durch das Auftreten adventiver Elemente an seiner Außenseite später gegen die Flankenmitte hin gedrängt worden ist.

Wir müssen uns darüber klar werden, daß die Scheidung der Loben in paarige, beziehungsweise laterale, und in zwei unpaarige, nämlich den Extern- und Internlobus, von der seit L. v. Buch's grundlegender Arbeit in unseren Lehrbüchern gesprochen wird, strenge genommen nur für jene tiefstehenden Ammoniten Gültigkeit besitzt, bei denen der Externlobus ungeteilt bleibt oder nur durch einen niedrigen Medianhöcker halbiert wird. Die Entwicklung eines ausgebildeten Mediansattels, wie er der Mehrzahl mesozoischer Ammoniten eigentümlich ist, macht bereits den Externlobus zu einem paarigen Element, indem jeder Flügel des ursprünglichen Externlobus zu einem dem Laterallobus gleichwertigen, selbständigen Suturelement wird. Es ist daher notwendig, bei einem Ammoniten mit wohl ausgebildetem Mediansattel den Charakter des Externlobus als eines paarigen Suturstückes auch in der Terminologie der Lobenlinie zum Ausdruck zu bringen und nur je einen der beiden Flügel des ursprünglichen Ventral- oder Siphonallobus als Externlobus zu bezeichnen.

Die Anordnung der einzelnen Suturelemente bei einem Ammoniten mit hochspezialisierter Lobenlinie läßt sich am besten aus einer Formel ersichtlich machen, in der diese Elemente in ihrer Reihenfolge von der Symmetrielinie des Gehäuses am Externteil bis zur Naht nebeneinander geschrieben werden. In einer solchen Formel erscheint das jeweilige unpaarige Suturstück in Gestalt eines Bruches mit dem Nenner 2, weil es durch die Medianlinie halbiert wird.

Für das von F. Noetling in seiner oben zitierten Monographie des *Pseudosageceras multilobatum* auf Taf. XXVI, Fig. 40, abgebildete Exemplar dieser Spezies würde demnach eine solche Formel folgendermaßen lauten:

$$\frac{MS}{2} + AdL_1 + AdS_1 + AdL_2 + AdS_2 + EL + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + LL_3 + LS_3 + \\ + AxL_1 + AxS_1 + AxL_2 \text{ etc.}$$

Der Externsattel *ES* muß diese Bezeichnung unter allen Umständen beibehalten, da er ja im Laufe der ontogenetischen Entwicklung seit der ersten Ausbildung eines Externlobus keine Veränderung erfahren hat. Dagegen könnte man die Formel für die Adventivelemente auch anders schreiben, indem man ihre Entstehung aus dem Externlobus in der folgenden Weise graphisch ersichtlich macht:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[AdL_1 + AdS_1 + AdL_2 + AdS_2 + el] + ES \text{ etc.}$$

el entspricht dem inneren, größeren Flügel des ursprünglichen Externlobus, ist daher kein neu hinzugekommenes (adventives) Element und darf infolgedessen auch nicht als AdL_3 bezeichnet werden.

Andererseits sind alle Adventivelemente Teile des ursprünglichen Externlobus und repräsentieren diesen gewissermaßen in ihrer Gesamtheit, wie es in der obigen Formel durch die Klammer zum Ausdruck gebracht wird. Daß *el* nicht dem ganzen Externlobus gleichwertig ist, wird durch die kleinen Buchstaben angedeutet. Sinngemäß kann man auch rudimentäre Adventivloben oder Adventivkerben, wie bei *Medlicottia*, durch den Gebrauch kleiner Buchstaben von den Hauptadventiven unterscheiden.

Vom ontogenetischen Gesichtspunkt aus wäre es noch richtiger, die obige Formel so zu schreiben, daß die Ordnungsindizes der Adventivelemente vom Externsattel gegen die Medianlinie zunehmen, da ja die neuen Adventivloben sich von außen nach innen — gerade entgegengesetzt der Vermehrung der Auxiliarloben — einschieben. Das jüngste Adventivelement würde sonach den höchsten Ordnungsindex erhalten. Diese Formel lautet:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[Ad\,L_2 + Ad\,S_2 + Ad\,L_1 + Ad\,S_1 + el] + ES \text{ etc.}$$

Die Zweckmäßigkeit der letzteren Schreibweise unserer Formel wird jedoch dadurch in Frage gestellt, daß sie auf solche Ammoniten keine Anwendung finden kann, bei denen, wie bei *Sphenodiscus* oder *Pinacoceras*, alle Adventivloben aus einem gleichzeitigen Zerfall des Externsattels hervorgehen. Hier wäre man genötigt, die Ordnungsindizes von der Symmetrielinie nach innen zunehmend zu schreiben, mithin in entgegengesetzter Reihenfolge wie in der vorangehenden Lobenformel. Der Gleichförmigkeit halber dürfte es sich daher empfehlen, die Ordnungsindizes der einzelnen Suturelemente nicht von dem Zeitpunkt ihrer Entstehung, sondern lediglich von der Stelle ihres Auftretens innerhalb der Suturlinie abhängig zu machen, indem man den der Symmetrielinie näher stehenden die niedrigeren Ordnungsindizes erteilt.

Wenn, wie bei dem Genus *Medlicottia*, ein Adventivlobus allen anderen gegenüber durch frühzeitiges Auftreten oder durch Größe besonders hervorragt, so kann diese Tatsache in unserer Formel dadurch graphisch zum Ausdruck gelangen, daß man dieses Element im Gegensatz zu den übrigen mit großen Buchstaben schreibt. Die Formel für die von Karpinsky in seiner Abhandlung »Über die Ammoneen der »Artinsk-Stufe«, auf Taf. II, Fig. 1, abgebildete *Medlicottia Orbignyana* Vern., würde zum Beispiel lauten:

$$\frac{MS}{2} + EL + ES\,[ads_1 + adl_1 + ads_2 + adl_2 + ads_3 + adl_3 + ads_4 + adl_4 + ads_5 + adl_5 + ads_6 + adl_6 +$$
$$+ ads_7 + adl_7 + ads_8 + adl_8 + ads_9 + adl_9 + ads_{10} + adl_{10} + ads_{11} + adl_{11} + ads_{12} + adl_{12} + ads_{13} +$$
$$AdL_{13} + AdS_{14}] + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 \text{ etc.}$$

In dieser Formel entspricht das durch die großen Buchstaben gekennzeichnete Suturelement AdL_{13}, das bei einer Schreibung der Adventive in chronologischer Reihenfolge den Ordnungsindex 1 tragen müßte, dem ältesten Adventivlobus, der in der Gattung *Sicanites* persistiert und den übrigen Adventivloben gegenüber auch durch seine Dimensionen auffällt.

Daß die hier vorgeschlagene Terminologie die Kenntnis der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie, wenigstens bis zu einem gewissen Grade, zur Voraussetzung hat, kann wohl kaum als ein Nachteil empfunden werden. So lange wir nicht wissen, aus welchen Stücken einer normalen Suturlinie die verschiedenen Abschnitte einer hochspezialisierten Sutur hervorgegangen sind, fehlt uns ohnehin jedes tiefere Verständnis für den Bau der letzteren. In einem solchen Falle mag man sich neutraler Bezeichnungen bedienen.

Maßgebend für eine wissenschaftlich begründete Terminologie der einzelnen Abschnitte einer hochspezialisierten Suturlinie muß stets die Überlegung bleiben, daß Adventivelemente, wie schon im Sinne dieses Wortes liegt, gegenüber den primären Hauptloben neu hinzugekommene, jüngere Suturelemente darstellen. Einem Ammoniten mit Adventivloben können Hauptloben als die älteren, primären Suturelemente niemals fehlen. Sie müssen daher auch als solche in der Terminologie der Suturlinie gekennzeichnet werden. Ein Suturelement in einer hochspezialisierten Lobenlinie, das einem solchen in einer normalen Sutur gleichwertig ist, muß auch die gleiche Benennung tragen. Ein Sattel, der ursprünglich

als erster Lateralsattel angelegt wurde und bei einem Ammoniten mit normaler Lobenstellung die Funktion eines ersten Lateralsattels versieht, kann sich unmöglich in einen Adventivsattel verwandeln, wenn im Grund des vorangehenden Lobus ein kleiner Zacken erscheint (*Norites*). Auch bei Ammoniten mit Adventivloben müssen die Hauptloben stets so benannt werden wie bei Ammoniten mit normaler Suturlinie.

Gegen diese Regel ist von manchen Autoren gefehlt worden. Auch mich selbst kann ich von einem gelegentlichen Verstoß gegen dieselbe nicht vollständig frei sprechen.[1] Gleichwohl ist ihre Einhaltung im Interesse einer einheitlichen und einwandfreien Nomenklatur unerläßlich. Die Bedenken, die E. v. Mojsisovics gegen die Anwendung der Bezeichnung »Externlobus« für einen innerhalb der Flanken befindlichen Lobus bei *Pinacoceras* geltend gemacht hat, dürfen uns hier nicht beirren. Denn jener Lobus spielt, wie später noch gezeigt werden soll, gar nicht die Rolle des primären Externlobus. Zu Recht bestehen bleibt daher die Forderung, daß in der Terminologie einer hochspezialisierten Suturlinie die Bezeichnung eines Hauptlobus niemals zugunsten eines der jüngeren Adventivelemente unterdrückt werden darf. Mediansattel, Externlobus, Externsattel, ferner eine wechselnde Zahl von Lateralloben und Lateralsätteln müssen auch bei Ammoniten mit Adventivloben unterschieden und mit diesen Namen belegt werden, woferne man nicht in die Terminologie der Ammonitensuturen überhaupt Verwirrung bringen will.

Auch für eine Trennung der Lateral- und Auxiliarelemente können bei den hochspezialisierten Suturlinien mancher Triasammoniten Schwierigkeiten aus der Tatsache erwachsen, daß die Projektionsspirale der vorhergehenden Windung nicht genau mit der Grenze zwischen zwei durch Größe und Gestalt der einzelnen Elemente voneinander abweichenden Sattelgruppen zusammenfällt. Bei *Pinacoceras Metternichii* und *P. parma* trennen sich die dimeroid ausgebildeten Adventiv- und Auxiliarsättel sehr deutlich von den drei pyramidenförmigen Lateralsätteln (F. v. Hauer's zweite Sattelgruppe). Auch sind die Auxiliarloben viel kürzer als die lateralen Hauptloben. Bestimmt man bei diesen beiden Arten die Grenze zwischen Lateral- und Auxiliarelementen nach der Methode L. v. Buch's, so fällt sie in der Tat mit jener zusammen, die schon aus dem äußerlichen Kontrast der zweiten und dritten Sattelgruppe F. v. Hauer's sich als solche ergibt.

Dagegen trifft bei *Pinacoceras imperator* v. Hau., wie E. v. Mojsisovics — allerdings im Widerspruch mit F. v. Hauer — behauptet,[2] die Projektionsspirale der vorhergehenden Windung die Mittellinie des ersten Auxiliarsattels. Nach der Regel L. v. Buch's müßte also der vorangehende Lobus noch als Laterallobus, jener Sattel selbst als Lateralsattel bezeichnet werden. Eine solche Nomenklatur würde indessen der Ausbildung der Suturlinie keine Rechnung tragen.

Ich bin daher der Meinung, daß L. v. Buch's Methode, die Grenze zwischen Lateralelementen und Auxiliarloben mit Hilfe der Projektionsspirale der vorangehenden Windung zu ermitteln, in einem solchen Ausnahmsfalle nicht zum Ziele führt, daß diese Grenze vielmehr auf Grund der verschiedenen Ausbildung der beiden stark differierenden Sattelgruppen gezogen werden muß.

Wenn die Grenze zwischen zwei auffallend voneinander abweichenden Lobengruppen, deren eine den Hauptloben, die andere den Auxiliaren entspricht, auch nicht genau mit der durch die Projektionsspirale bezeichneten zusammenfällt, so ist ihr doch bei der Abgrenzung beider Lobengruppen der Vorzug einzuräumen.

II. Zur Phylogenie der Ammoniten mit hochspezialisierten Suturlinien.

Zur Zeit der Aufstellung des Terminus »Adventivloben« für die überzähligen externen Suturelemente gewisser Triasammoniten kannte E. v. Mojsisovics nur die beiden Genera *Pinacoceras* und *Sageceras* als Besitzer dieses eigenartigen Suturtypus. Er nahm keinen Anstand *Goniatites multilobatus*

---

[1] Vgl. übrigens A. v. Krafft et C. Diener: Lower triassic Cephalopoda from Spiti etc., l. c., p. 155, Anmerkung.

[2] E. v. Mojsisovics: Die Cephalopoden der Hallstätter Kalke, l. c., VI/1, Suppl. 1902, p. 294.

Beyr. (den Typus der später von Hyatt errichteten Gattung *Beloceras*) als einen bezeichnenden Vertreter der Gattung *Pinacoceras* und *Sageceras* selbst als ein von *Pinacoceras* sich abzweigendes Genus zu betrachten.[1]

Von seiner ursprünglichen Meinung, daß alle durch den Besitz von Adventivloben charakterisierten Ammoniten der Triasperiode mit einander phylogenetisch enge verknüpft seien, ist er indessen schon im Jahre 1882 wieder abgekommen. In der Abhandlung »Die Cephalopoden der Mediterranen Triasprovinz« hat er in seine Subfamilie der *Pinacoceratinae* außer vier Gattungen mit Adventivloben (*Beneckeia, Longobardites, Pinacoceras, Sageceras*) auch das Genus *Megaphyllites* aufgenommen, dessen Suturlinie der Adventivelemente vollständig entbehrt. Dafür wird in die Subfamilie der *Ptychitinae,* zusammen mit einer Anzahl von Ammoniten mit normaler Lobenstellung, auch die Gattung *Carnites* (Typ. *Pinacoceras floridum* Wulf.) eingereiht. Allerdings erachtet er eine förmliche Entschuldigung für ein solches Vorgehen für geboten. »Das Vorkommen typischer Adventivloben« — sagt er[2] — »zeichnet die Gattung *Carnites* in so hervorragender Weise innerhalb der Subfamilie der *Ptychitinae* aus, daß es der Rechtfertigung bedarf, weshalb wir dieselbe in diese Subfamilie und nicht in jene der *Pinacoceratinae* stellen, in welcher die übrigen mit Adventivloben versehenen Gattungen untergebracht wurden.« Er weist sodann darauf hin, daß die ontogenetische Entwicklung des Gehäuses sowohl als der Loben ausreichende Anhaltspunkte für die Ansicht biete, daß die Vorfahren von *Carnites* in den Gattungen *Hungarites* und *Meekoceras* zu suchen seien.

K. v. Zittel[3] vereinigt, übereinstimmend mit E. v. Mojsisovics, die meisten triadischen Ammoniten mit Adventivloben in seiner Familie der *Pinacoceratidae,* in der aber auch eine Gattung mit normaler Suturlinie, *Norites* Mojs., Aufnahme findet. Nur *Carnites* wird auch von ihm, wieder in Übereinstimmung mit E. v. Mojsisovics, in die Familie der *Ptychitidae* verwiesen.

Beide Forscher nehmen den Standpunkt ein, daß der Besitz von Adventivloben noch keineswegs die enge phylogenetische Zusammengehörigkeit sonst verschiedener Ammonitengattungen verbürge, daß vielmehr in getrennten Stämmen Adventivloben von Ammoniten mit ursprünglich normalem Lobenbau erworben werden können, so in der Familie der *Ptychitidae* von *Carnites,* einem Nachkommen der Gattungen *Meekoceras* und *Hungarites.*

Im Jahre 1886 hat E. v. Mojsisovics zwei Ammoniten aus der Trias des borealen Reiches, *Ceratites furcatus* Oeberg[4] und *Ceratites Hedenstroemi* Keyserl.[5] sogar trotz des Besitzes eines Adventivlobus direkt zu *Meekoceras* Hyatt gestellt. Von so geringem systematischem Wert erschien ihm damals noch das Auftreten von Adventivelementen im Vergleich zu anderen Merkmalen von generischer Bedeutung.

Auch in seinen Publikationen aus den Jahren 1893, 1896 und 1902 findet sich keine wesentliche Änderung dieses Standpunktes, wenngleich er, der engeren Fassung aller Ammonitengattungen der Trias entsprechend, die durch Adventivloben ausgezeichneten Vertreter der arktischen *Meekoceratidae* zu selbstständigen Gattungen (*Tellerites*) erhob oder als solche (*Hedenstroemia* Waagen) anerkannte.

Beachtenswert ist der Standpunkt, den E. Haug[6] in dieser Frage einnimmt, da er in seiner Systematik fast ausschließlich die Beschaffenheit der Suturlinie berücksichtigt und diesem Merkmal gegenüber alle anderen (Länge der Wohnkammer, Skulptur) in den Hintergrund treten läßt.[7] Er verteilt sämtliche

[1] E. v. Mojsisovics: Die Cephalopoden der Hallstätter Kalke. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanstalt. VI, 1, 1873, p. 43, 69, 70.

[2] E. v. Mojsisovics: Die Cephalopoden der Mediterranen Triasprovinz, l. c., p. 227.

[3] K. v. Zittel: Handbuch der Paläontologie, II, 1885, p. 432, 447.

[4] E. v. Mojsisovics: Arktische Triasfaunen. Mém. Acad. imp. d. sciences St. Pétersbourg, VII. sér., T. XXXIII, 1886, p. 80, Taf. X, Fig. 18, 19.

[5] E. v. Mojsisovics: Über einige Triasammoniten des nördlichen Sibirien. Ibidem, T. XXXVI, 1888, p. 10.

[6] E. Haug: Les Ammonites du Permien et du Trias. Bull. Soc. géol. de France, 3. sér., T. XXII, 1894, insbes. p. 387, 391, 392.

[7] Diese Meinung hat Haug in seiner Abhandlung »Etudes sur les Goniatites« (Mém. Soc. Géol. de France, Paris 1898) nicht mehr aufrecht erhalten, vielmehr unter den klassifikatorischen Merkmalen der Ammoniten die Wohnkammerlänge an die erste Stelle gerückt.

Triasammoniten auf die beiden Goniatitenstämme der *Glyphioceratidae* und *Prolecanitidae*. Nur *Pinacoceras* scheint ihm einer von diesen beiden Stämmen unabhängigen Formenreihe mit stenophyllen Loben anzugehören, die vielleicht auf *Beloceras* Hyatt zurückgehen könnte. Der wichtigste, durch den Besitz von Adventivelementen charakterisierte Typus triadischer Ammoniten fällt also in Haug's Systematik aus dem Stamm der *Prolecanitidae* heraus. Dem letzteren werden zwar die übrigen Triasammoniten mit Adventivloben zugerechnet, aber selbst wieder auf drei verschiedene Familien verteilt. In der ersten, die sich von *Pronorites* herleitet, findet *Medlicottia — Episageceras* war zu jener Zeit noch nicht als ein besonderes Genus von *Medlicottia* abgetrennt worden — in einer zweiten, ebenfalls durch dikranidische Loben ausgezeichneten Familie das angustisellate Genus *Sageceras*, in der dritten *Longobardites* mit prionidischen Loben seinen Platz.

Auch Haug ist, wie man sieht, weit entfernt von der Annahme einer monophyletischen Abstammung aller Triasammoniten mit Adventivloben. Daß er den systematischen Wert des Besitzes adventiver Elemente trotz seiner hohen Bewertung aller sonstigen mit der Suturlinie zusammenhängenden Merkmale ziemlich gering einschätzt, geht übrigens auch aus der Tatsache hervor, daß er den mit einem externen Adventivlobus versehenen *Ceratites furcatus* Oeberg ohne Bedenken mit *Norites* vereinigt. In der Geringschätzung dieses Merkmals stimmt er also mit E. v. Mojsisovics, der *Ceratites furcatus* mit *Meekoceras* vereinigte, vollständig überein.

Den entgegengesetzten Standpunkt hat zuerst W. Waagen[1] im Jahre 1895 zur Geltung zu bringen versucht. In der Diagnose der Familie der *Pinacoceratidae* gibt er seiner Überzeugung von dem außerordentlich hohen systematischen Wert der Adventivloben beredten Ausdruck. »Das Erscheinen eines Adventivlobus in der Suturlinie eines Ammoniten« — meint er — »ist ein so auffallendes Merkmal, daß es an Bedeutung viele andere übertrifft. Denn die Entstehung eines Adventivlobus verlangt eine so eigentümliche Anlage in der Bildung der Suturlinie, daß es von vorneherein sehr unwahrscheinlich ist, daß in einem und demselben Genus die einen Spezies Adventivloben besitzen sollen und die anderen nicht.« Waagen faßt daher alle Triasammoniten mit Adventivloben in der Familie der *Pinacoceratidae* zusammen, aus der hingegen alle Genera ohne Adventivelemente, wie *Megaphyllites* oder *Norites*, ausgeschlossen werden. Innerhalb dieser Familie werden vier Unterfamilien errichtet, die *Beloceratinae* für *Beloceras* und *Pinacoceras*, die *Beneckeinae* für *Beneckeia* und *Longobardites*, die *Medlicottiinae* für *Medlicottia* und *Sageceras*, die *Hedenstroemiinae* für *Hedenstroemia, Clypites* und *Carnites*.

Wie hoch Waagen die klassifikatorische Bedeutung der Adventivloben einschätzt, geht deutlich aus seiner Polemik gegen Karpinsky hervor, der enge verwandtschaftliche Beziehungen zwischen *Medlicottia* und *Sageceras* in Abrede gestellt hatte.

In der großen Monographie der triadischen Cephalopoden Nordamerikas von A. Hyatt und J. P. Smith finden wir wieder, wie bei E. v. Mojsisovics, die Triasammoniten mit Adventivloben auf weit getrennte systematische Abteilungen verteilt. Das Hauptkontingent fällt allerdings auf die Unterordnung der *Pinacoceratoidea* mit den drei Familien der *Pinacoceratidae, Pronoritidae* und *Noritidae*. In der ersten figuriert aber neben sieben Gattungen mit Adventivloben auch die Zwerggattung *Dieneria* mit sehr einfachen, normalen Suturen. Die zweite Familie enthält *Cordillerites* mit und *Lanceolites* ohne Adventivloben. In die Unterordnung der *Ceratitoidea* wird dagegen *Longobardites* (l. c., p. 132) verwiesen, das nach der Ansicht der beiden amerikanischen Forscher von der mit normalen Loben versehenen Gattung *Hungarites* abgeleitet werden kann.

Hyatt und Smith sind, ebenso wie E. v. Mojsisovics und E. Haug, weit entfernt davon, die Triasammoniten mit Adventivloben nur um dieses Merkmals willen als eine phyletische Einheit aufzufassen. Die abgesonderte Rolle, die bei E. v. Mojsisovics im Jahre 1882 die Gattung *Carnites* spielte, fällt in der von ihnen vorgeschlagenen Systematik dem Genus *Longobardites* zu.

---

[1] W. Waagen: Fossils from the Ceratite formation, Palaeont. Ind., ser. XIII, Salt Range Foss., Vol. II, 1895, p. 139.

Auch F. Broili stellt sich in seiner Bearbeitung der Cephalopoden für die dritte Auflage der »Grundzüge der Paläontologie« K. v. Zittel's (1910) viel mehr auf die Seite von E. v. Mojsisovics, beziehungsweise von Hyatt und Smith als auf jene Waagen's. Die Triasammoniten mit Adventivloben sind bei ihm in vier systematisch weit voneinander abstehenden Familien untergebracht, die Mehrzahl — aber wieder zusammen mit *Dieneria* — bei den *Medlicottiidae, Carnites* und *Metacarnites* bei den sonst der Adventivloben entbehrenden *Ptychitidae, Cordillerites* bei den *Goniatitidae, Pinacoceras* und *Placites* bei den *Pinacoceratidae.*

Erst G. v. Arthaber[1] hat im Jahre 1911, in Anlehnung an Waagen, den scharfen Bruch mit der bis dahin fast allgemein üblichen Auffassung vollzogen, daß die triadischen Ammoniten mit Adventivloben von verschiedenen Stammformen mit Normalsuturen abzuleiten seien. Er löst die mikrodomen Ammonitiden, deren Wohnkammerlänge weniger als einen Umgang umfaßt, in drei Stämme: *Beloceratea, Tornoceratea* und *Gephyroceratea* auf. In dem Stamm der *Beloceratea,* der auf das devonische *Beloceras* zurückgeht, werden alle Ammoniten vereinigt, »bei denen sich zwischen Extern- und Lateralloben noch Adventive ausbilden« und die sich dadurch von den beiden übrigen Stämmen sehr weit entfernen. G. v. Arthaber hebt (l. c., p. 198) ausdrücklich hervor, daß Waagen zwar als erster auf die systematische Bedeutung des Adventivelements hingewiesen, aber leider nicht die volle Konsequenz aus seiner Beobachtung gezogen habe. Diese Konsequenz, meint er, könne nur in der Zusammenfassung aller Ammoniten mit Adventivloben zu einer systematischen und phyletischen Einheit bestehen.

Innerhalb des Stammes der *Beloceratea* unterscheidet G. v. Arthaber die fünf Familien der *Beloceratidae, Noritidae, Prodromitidae, Pinacoceratidae* und *Carnitidae,* von denen jedoch die zweite als der Adventivloben entbehrend und durch normale Lobenstellung charakterisiert unbedingt auszuscheiden ist, wie ich in dem ersten Teil dieser Abhandlung auseinandergesetzt habe.

Es liegt mir ferne, auf eine Kritik der von G. v. Arthaber in Vorschlag gebrachten Klassifikation der triadischen Ammoniten hier im Einzelnen einzugehen. Manche Einzelheiten werden ohnehin im dritten Abschnitt der vorliegenden Abhandlung eine Erörterung erfahren. Wohl aber möchte ich an dieser Stelle einige allgemeine Gesichtspunkte zur Diskussion stellen, die bei einer kritischen Beurteilung seines Vorschlages in Betracht kommen.

Wenn wir an der Forderung festhalten, daß jede systematische Kategorie nur solche Elemente enthalten darf, die miteinander stammesgeschichtlich verknüpft oder mindestens so geartet sind, daß keines ihrer Merkmale einer solchen stammesgeschichtlichen Verknüpfung widerstreitet, so muß es möglich sein, alle *Beloceratea* auf eine gemeinsame Stammform zurückzuführen, die durch die Erwerbung eines Adventivelements ihre gegenüber den Ammoniten mit Normalsutur bevorzugte Stellung erlangt hat. Nur einmal in der Geschichte der Ammoniten darf der Prozeß der Umwandlung einer normalen Lobenlinie in eine Sutur mit Adventivelementen an jener auserlesenen Form sich vollzogen haben. Wäre diese Umbildung in verschiedenen Gattungen und Familien gleichsinnig erfolgt, wie das E. v. Mojsisovics und andere angenommen haben, so würden G. v. Arthaber's *Beloceratea* keiner natürlichen systematischen Einheit entsprechen, sondern einer willkürlichen Zusammenfassung genetisch abweichender Typen, die ein Horizontalschnitt durch verschiedene Entwicklungsreihen in dem gleichen Entwicklungsstadium der Suturlinie trifft.

Theoretisch unmöglich wäre es wohl nicht, wenn auch überaus unwahrscheinlich, daß nur einmal in einem bestimmten Ammonitentypus die Disposition zur Ausbildung von Adventivloben vorhanden war, sich von diesem auf seine Nachkommenschaft vererbt und außerhalb der letzteren sich niemals wieder bei einem zweiten Ammonitentypus eingestellt hat. Um jedoch den Beweis zu erbringen, daß die *Beloceratea* oder wenigstens eine der in ihr vereinigten Familien wirklich eine stammesgeschichtliche

---

[1] G. v. Arthaber: Die Trias von Albanien, l. c., p. 176, 198. Ferner »Grundzüge einer Systematik der triadischen Ammoneen.« Centralblatt f. Miner. etc. 1912, p. 245—256.

Einheit darstellen, müßte gezeigt werden können, daß jedes einzelne Glied innerhalb einer solchen Familie in allen seinen Merkmalen als das natürliche Fortbildungsprodukt der Stammform erscheint.

Ich glaube nicht, daß irgend eine der Familien G. v. Arthaber's auch nur den bescheidensten Anforderungen in dieser Richtung Rechnung trägt. Nehmen wir zum Beispiel die *Beloceratidae*, so finden wir in dieser Familie neben dem angustisellaten *Sageceras*, bei dem die Adventivloben aus dem Externlobus entstehen, die latisellate *Medlicottia*, bei der sie aus dem Externsattel hervorgegangen sind. Wie sollen diese beiden voneinander durch so tiefgreifende Unterschiede getrennten Formen auf *Beloceras* als ihren gemeinsamen Vorfahren zurückgeführt werden können? Unter den *Carnitidae* figuriert neben *Carnites* der Ceratitide *Tibetites*. Beide weichen in allen ihren Merkmalen so vollständig voneinander ab, daß ich außerstande bin, mir ihre stammesgeschichtliche Verknüpfung durch eine Form vorzustellen, die, der phylogenetischen Verknüpfung aller *Beloceratea* wegen, auch von *Beloceras* nicht gar zu verschieden sein kann.

Ich muß es nach meinen Erfahrungen für einen Grundfehler eines Klassifikationsversuches halten, wenn ein einziges Merkmal mit Außerachtlassung aller anderen als Haupteinteilungsprinzip festgehalten wird, vollends, wenn die systematische Bedeutung dieses Merkmales in so ungebührlicher Weise überschätzt wird, wie jene des Auftretens von Adventivloben. Ich finde es nicht merkwürdiger, wenn die Vermehrung der Suturelemente durch Adventivloben, als wenn sie durch Auxiliarloben erfolgt und habe daher von vorneherein gar keinen Anlaß anzunehmen, daß ein solches Ereignis nur ein einziges Mal bei einem dazu besonders disponierten Ammoniten eingetreten sei und sich außerhalb des Kreises seiner Nachkommen niemals mehr wiederholt habe. Ich schöpfe im Gegenteil schon aus der Tatsache, daß Adventivelemente aus verschiedenen Abschnitten der Normalsutur (Mediansattel, Externlobus, äußerer oder innerer Flügel des Externsattels, erster Laterallobus) hervorgehen, die Überzeugung, daß *Pinacoceras*, bei dem die Adventivelemente aus einer Spaltung der breit angelegten Externsättel entstehen, andere Vorfahren mit normaler Suturlinie gehabt hat als *Medlicottia*, bei der der Externsattel in oraler Richtung verlängert ist, andere als *Sageceras*, bei dem die Adventivelemente sich aus der Grenzregion des Mediansattels und Externlobus loslösen, und auch andere als *Shumardites*, bei dem der erste Laterallobus in Adventivsättel zerfällt.

Auch die großen zeitlichen Intermittenzen, die zwischen dem Auftreten der devonischen, oberkarbonischen, triadischen und kretazischen Ammoniten mit Adventivloben liegen, sprechen gegen deren direkte phylogenetische Verbindung. Zwischen dem oberdevonischen *Beloceras* und dem oberkarbonischen *Schuchertites* klafft eine ungeheure zeitliche Lücke. Eine kaum minder große Intermittenz stellt sich zwischen dem Erlöschen der norischen Pinacoceraten und dem ersten Auftreten kretazischer Ammoniten mit hochspezialisierten Loben aus der Oberstufe der Unterkreide ein. Keine dieser beiden Lücken ist durch Zwischenformen überbrückt. Kein Ammonit aus der karbonischen oder permischen Periode läßt sich ungezwungen auf *Beloceras*, kein Pseudoceratit der Kreide auf einen triadischen Vorläufer mit hochspezialisierten Suturen als Stammform zurückführen.

Überlegungen dieser Art haben mich bewogen, der von G. v. Arthaber vorgeschlagenen Systematik der Triasammoniten gegenüber eine ablehnende Haltung einzunehmen. Ich halte an der Meinung fest, daß Adventivloben von Gattungen sehr verschiedenen Ursprungs zu verschiedenen Zeiten erworben worden sind, beziehungsweise sich aus normalen Suturen entwickelt haben. Der Besitz von Adventivloben ist daher an und für sich noch keineswegs geeignet, eine stammesgeschichtliche Verknüpfung ihrer Träger zu beweisen.[1]

---

[1] Wenn G. v. Arthaber in seiner Abhandlung über die Trias von Bithynien (Beiträge z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., XXVII, 1914, p. 108) betont, daß »in den Suturlinien der *Beloceratea* die Adventivloben deshalb besonders auffallen, weil sie allen anderen Stämmen fehlen«, so liegt in dieser Behauptung ein Circulus vitiosus. Wenn man von vorneherein in dem Stamm der *Beloceratea* alle Ammoniten mit Adventivloben, und zwar nur diese vereinigt, kann ihr Fehlen in anderen Stämmen nicht auffallen. Ganz anders würde die Sache liegen, wenn die drei Abteilungen der *Tornoceratea, Gephyroceratea* und *Beloceratea* auf Grund verschiedener Merkmale aufgestellt worden wären und sich dann der alleinige Besitz von Adventivloben als bezeichnend für die *Beloceratea* ergeben hätte.

Untersuchungen über die Phylogenie paläozoischer Ammoniten mit hochspezialisierten Suturlinien haben zu Meinungsverschiedenheiten so tiefgreifender Art bisher keinen Anlaß gegeben.

Daß die devonischen Ammoniten mit Adventivloben nicht auf eine gemeinsame Stammform zurückgeführt werden können, liegt auf der Hand, da solche Ammoniten sowohl unter den intrasiphonaten Clymenien (*Gonioclymenia*) Guemb.), als unter den extrasiphonaten Goniatitiden sich finden. Aber auch innerhalb der letzteren Abteilung sind ihre Repräsentanten so verschieden geartet, daß Frech[1] keinen Anstand nimmt, sie in sehr weit voneinander abstehenden Familien unterzubringen. So stellt er *Maeneceras* Hyatt in seine Familie der *Aphyllitidae*, *Probeloceras* Clarke und *Beloceras* Hyatt in jene der *Gephyroceratidae*, das erstere Genus jedoch in die Subfamilie der *Primordialinae* Beyr., das letztere in jene der *Beloceratinae* Frech (non Arthaber), die Gattung *Sporadoceras* endlich in seine Familie der *Cheiloceratidae*. Es ist wohl kaum nötig zu bemerken, daß die weitaus überwiegende Mehrzahl der Vertreter aller genannten Familien aus Ammoniten mit Normalsuturen besteht.

In der Bewertung der Adventivelemente als systematisches Merkmal schließt sich Frech an E. v. Mojsisovics an, indem e_r zum Beispiel in der Gattung *Sporadoceras* Hyatt die Gruppe des *Sp. cucullatum* v. Buch trotz der Erwerbung eines kleinen Adventivlobus im Kopf des Externsattels beläßt und nicht einmal die Errichtung eines Subgenus für dieselbe als angemessen erachtet.

Auch die beiden karbonischen Ammonitengenera mit Adventivloben — *Schuchertites* und *Shumardites* — sind voneinander in allen wesentlichen Merkmalen so verschieden, daß J. P. Smith jede Möglichkeit phylogenetischer Beziehungen zwischen denselben ausschließt und die erstere in die Familie der *Noritidae*, die letztere in jene der *Cyclolobidae* einreiht, die zwei weit getrennten Ammonitenstämmen angehören.

Anders liegt die Sache für die permischen Ammoniten mit hochspezialisierten Suturen, die sich auf die *Medlicottiidae* im engeren Sinne, nämlich auf *Medlicottia* und die mit diesem Genus sehr nahe verwandten Gattungen *Sicanites* und *Propinacoceras* beschränken, von denen die erste einem primitiveren, die zweite einem höher spezialisierten Typus als *Medlicottia* entspricht. Den engen phylogenetischen Zusammenhang dieser drei Formen mit *Pronorites* Mojs. hat A. Karpinsky in überzeugender Weise klargestellt. Er hat zugleich mit vollem Recht darauf hingewiesen, daß *Medlicottia* und *Sageceras* im System weit voneinander abstehen, daß sie nicht auf eine gemeinsame Stammform zurückgeführt werden können und daß äußere Ähnlichkeiten zwischen beiden nur als Konvergenzerscheinungen zu deuten seien.

Nach einer langen, die ganze Juraperiode umfassenden Intermittenz gelangen die durch hochspezialisierte Suturlinien ausgezeichneten Ammoniten in der Kreideperiode zu einer neuen Blüte. Die Phylogenie dieser kretazischen Ammoniten mit Adventivloben wird heute von einem ihrer besten Kenner, H. Douvillé, anders beurteilt als in seiner ersten klassischen Arbeit aus dem Jahre 1890.[2] Damals glaubte Douvillé alle mit Adventivloben ausgestatteten Formen direkt an *Hoplites* anknüpfen zu können, eine Meinung, die fast allgemeine Zustimmung erfahren hat und noch in den synoptischen Tabellen der oberkretazischen Ammoniten von L. Pervinquière[3] und J. Nowak[4] ihren Ausdruck findet.

In der letzten Arbeit H. Douvillé's[5] über kretazische Ammoniten mit hochspezialisierten Suturlinien sehen wir hingegen eine andere Auffassung Platz greifen, indem die Unterschiede der Entstehung der Adventivelemente aus verschiedenen Abschnitten der Primärsutur stärker als früher betont werden. Auf Grund solcher Unterschiede lassen sich nach H. Douvillé die folgenden vier Typen aufstellen (l. c., p. 289):

---

[1] F. Frech: Ammoneae devonicae. Fossilium catalogus, Pars I, W. Junk, Berlin, 1913.

[2] H. Douvillé: Sur la classification des Ceratites de la craie. Bull. Soc. géol. France, 3. sér., T. XVIII, 1890, p. 275.

[3] L. Pervinquière: Etudes de Paléontologie Tunisienne. I, Paris, 1907, p. 195.

[4] J. Nowak: Über die bifiden Loben der oberkretazischen Ammoniten und ihre Bedeutung für die Systematik. Extrait du Bull. Acad. sci. de Cracovie, classe sci. math. et nat. sér. B. Janvier-Fevr. 1915, p. 6.

[5] H. Douvillé: Evolution et classification des Pulchelliidés. L. c., 4. sér., T. XI, 1911, p. 285–320.

1. Ammoniten mit einem Adventivlobus, der aus einem Sekundärlobus des Externsattels hervorgeht (*Libycoceras, Indoceras*).

2. Ammoniten mit zwei Adventivloben, indem zu dem ersten externosellaten Adventivelement ein zweites hinzukommt, dessen Ursprung im ersten Laterallobus liegt. Dieser Typus tritt uns zuerst in der Gattung *Knemiceras* entgegen und erreicht seine Akme in *Placenticeras* und *Sphenodiscus*.

3. Ammoniten mit vier Adventivloben. Drei derselben entstehen aus dem vierteiligen ersten Laterallobus. Der Hauptvertreter dieses Typus ist *Engonoceras*, das sich an die *Hoplitoidinae* anschließt.

4. Ebenfalls an die *Hoplitoidinae* knüpfen Ammoniten mit drei Adventivloben an, deren geringere Zahl mit der dreiteiligen (nicht vierteiligen) Beschaffenheit des ersten Laterallobus zusammenhängt. Hierher gehören einige Repräsentanten des Genus *Coilopoceras*, ferner *Leoniceras segne* und die von J. P. Smith zu *Placenticeras* gestellten pazifischen Formen, die Douvillé provisorisch mit *Engonoceras* vereinigen möchte.[1]

Diese vier Typen lassen sich, wie Douvillé selbst an anderer Stelle (l. c., p. 320) auseinandersetzt, auf zwei reduzieren. Bei dem einen wird nur der Externsattel von einer Zerteilung in Adventivelemente betroffen. Die Vertreter dieses Typus bilden einen Zweig der Familie der *Tissotiidae*. Bei den Repräsentanten des zweiten Typus, die im Albien mit *Knemiceras* und *Engonoceras* anheben und, nach Douvillé's neuer Auffassung, an die *Pulchelliidae*, nicht an *Hoplites*, anzuschließen sind, nimmt auch der erste Laterallobus an der Auflösung in Adventivelemente teil.

So sehen wir auch bei den kretazischen Ammoniten mit Adventivloben die ältere Meinung, daß sie insgesamt einer phyletischen Einheit entsprechen, zugunsten der gegenteiligen Ansicht verlassen, die einer polyphyletischen Abstammung den Vorzug gibt.

III. Triasammoniten mit hochspezialisierten Loben.

In dem hier folgenden dritten Teil dieser Abhandlung soll der Versuch gemacht werden, zu zeigen, mit welchem durch den Besitz normaler Suturen ausgezeichneten Genus jede einzelne Gattung von Triasammoniten mit hochspezialisierter Lobenlinie die nächsten Beziehungen aufweist. Auf solchem Wege wird sich eine Entscheidung über die Frage ermöglichen lassen, ob G. v. Arthaber's *Beloceratea* als systematische Einheit bestehen können, oder eine nur durch das Merkmal der Adventivloben zusammengehaltene Vergesellschaftung heterogener, voneinander stammesgeschichtlich weit abstehender Elemente darstellen.

Für die Ermittlung der phylogenetischen Beziehungen der Triasammoniten mit hochspezialisierten Suturlinien untereinander und zu Formengruppen mit Normalsuturen lege ich, in Übereinstimmung mit H. Douvillé, besonderes Gewicht auf die Feststellung, aus welchen Abschnitten der Primärsutur in jedem einzelnen Falle die Adventivelemente hervorgegangen sind. Untersuchungen in dieser Richtung besitzen für triadische Ammoniten eine noch schwererwiegende Bedeutung als für jene der Kreideperiode, weil bei ihnen die Mannigfaltigkeit des Ursprungs der Adventivloben eine noch größere ist.

Die einzelnen Gattungen triadischer Ammoniten, die mit Adventivloben ausgestattet sind oder denen der Besitz von solchen bisher zugesprochen worden ist, sollen hier der Reihe nach, aber ohne Rücksicht auf ihre Zugehörigkeit zu bestimmten Familien aufgezählt und kritisch besprochen werden. Auf eine Zusammenfassung der triadischen Ammonitengenera zu größeren systematischen Gruppen glaube ich vorläufig besser Verzicht leisten zu sollen.

---

[1] Obwohl ich mich hier diesen Angaben H. Douvillé's gegenüber streng referierend verhalten möchte, kann ich doch nicht umhin, auf den Widerspruch aufmerksam zu machen, der zwischen denselben und den Ergebnissen der Untersuchungen J. Boehm's und F. Solger's in einigen Punkten besteht.

Episageceras Noetling.

Taf. I, Fig. 1.

Über *Medlicottia* und *Episageceras* etc. Neues Jahrb. f. Mineral. Beilagebd. XIX, 1904, p. 363.

Drei Arten dieser zuerst aus dem permischen Productuskalk der Salt Range beschriebenen Gattung, *Episageceras Dalailamae* Diener,[1] *E. latidorsatum* Noetling[2] und *E. Kaslinense* Haniel,[3] sind in der Untertrias des Himamalayischen Reiches heimisch. Die Suturlinie stimmt vollständig mit jener des Genus *Medlicottia* Waagen überein, in das auch der Gattungstypus, *M. Wynnei*, von Waagen zunächst eingereiht wurde.

Eine Trennung beider Gattungen ist von Noetling ausschließlich durch Unterschiede in der Gestalt des Gehäuses, insbesondere der Externseite, begründet worden.

W. Waagen hat in seiner Beschreibung der *Medlicottis primas* (Salt Range Foss. Pal. Ind. ser. XIII, Vol. I, Productus limest. foss. 1879, Cephal., p. 40) auf eine Terminologie der Suturelemente verzichtet, da die sonst üblichen Bezeichnungen ihm auf diesen Ausnahmefall nicht zu passen schienen. Auch in seiner Diagnose des *Episageceras Wynnei* (l. c., Ceph. Suppl. 1880, p. 80) sieht er von einer solchen Terminologie ab und beschränkt sich darauf, hervorzuheben, daß L. v. Buch's numerisches Gesetz der Lobenverteilung bei Ammoniten für diesen Fall nicht zutreffend sein könne. Durch A. Karpinsky's Untersuchungen erscheinen heute die Schwierigkeiten einer Parallelisierung der Suturlinie von *Medlicottia* und *Episageceras* mit den Lobenlinien anderer Ammoniten beseitigt.

Noetling's Auffassung der Lobenstellung bei *Episageceras Dalailamae* und *E. latidorsatum*, die mit Karpinsky's Beobachtungen in Widerspruch steht, vermag ich mich nicht anzuschließen, halte vielmehr die von mir im Jahre 1897 gegebene Deutung derselben auch heute noch vollinhaltlich aufrecht.

In Bezug auf die Lage des Externlobus besteht zwischen Noetling und mir keine Meinungsverschiedenheit. Ebenso betrachten wir beide, in Übereinstimmung mit Karpinsky, die Zacken im Externsattel als Adventivkerben oder rudimentäre Adventivloben, die statt lateral auseinandergezogen in oraler Richtung vorwärts geschleppt sind. Den tiefsten, an den Externsattel anschließenden Lobus, der in seiner Lage und Form sich in nichts von den Lateralloben unterscheidet, faßt Noetling als ein Adventivelement auf, während er für mich tatsächlich den ersten Laterallobus darstellt. Noetling glaubt, aus einer kritischen Untersuchung der Beobachtungen Karpinsky's über die Entwicklung der Suturlinie bei *Medlicottia artiensis* und *M. Orbignyana* den Beweis erbringen zu können, »daß der bisher schlechtweg als Externsattel bezeichnete Sattel nur einen Teil desselben darstellt und daß der eigentliche Externsattel durch zwei morphologisch höchst ungleiche Elemente repräsentiert wird«, nämlich durch den von rudimentären Adventivloben tief gekerbten äußeren Externsattel und durch einen zweiten inneren Teil, »der sich in Gestalt in nichts von den Lateralsätteln unterscheidet.«

Ich muß den Leser bitten, Karpinsky's Abhandlung zur Hand zu nehmen, um sich aus dessen Abbildungen der Suturen von *Medlicottia artiensis* und *M. Orbignyana* von der Unrichtigkeit der Angaben Noetling's zu überzeugen. Der erste Hauptlobus der Flanke bleibt bei diesen beiden Formen von den ersten Entwicklungsstadien angefangen stets der erste Laterallobus. Er liegt viel tiefer und ist viel größer als jener Adventivlobus, der bei *Sicanites* persistiert, in den vorgeschritteneren Wachstumsstadien der

---

[1] Diener, Palaeont. Ind. ser. XV, Vol. II, Pt. I, 1897, Cephalopoda Himalayan Lower Trias, p. 58, Pl. I, Fig. 6, VII, Fig. 7 (*Medlicottia*). — v. Krafft: Centralblatt f. Mineral. 1901, p. 275 (*Medlicottia Wynnei*). — Diener: Ibidem, 1901, p. 514. — Noetling: In Frech, Die Dyas, Lethaea palaeozoica, II 2, 1901, p. 656, Fig. 1. — Noetling: Über Medlicottia etc. Neues Jahrb. f. Min., Beilagebd. XIX, 1904, p. 369, Taf. XVII, Fig. 1. — v. Krafft et Diener, Palaeont. Ind. ser. XV, Vol. VI, Nr. 1, Lower Triassic Cephalopoda from Spiti etc. 1909, p. 143.

[2] Noetling: Über *Medlicottia* etc. Neues Jahrb. f. Min., Beilagebd. XIX, 1904, p. 372, Taf. XVI, Fig. 2. — Noetling: Asiatische Trias, Lethae mesoz. I, 1905, Taf. XXV, Fig. 3.

[3] C. Haniel: Die Cephalopoden der Dyas von Timor. Paläontologie von Timor, herausgeg. v. J. Wanner, 3. Liefg., Heft 4, 1915, p. 146, Taf. LVI, Fig. 7.

Medlicottien vom Kopf des Externsattels auf der Innenseite nach abwärts rückt und endlich zweispitzig wird. Durch seine schräg nach innen gerichtete Achse und geringe Größe ist dieser *Sicanites*-Lobus, wie wir ihn kurz nennen wollen, von den Lateralloben auf den ersten Blick zu unterscheiden.

Suchen wir nun bei *Episageceras Dalailamae* diesen *Sicanites*-Lobus, so stellt er sich uns bei dieser Spezies als der tiefste unter den rudimentären Adventivloben am Innenrande des Externsattels dar. Er bleibt erheblich kleiner als bei *Medlicottia Orbignyana*, ist aber trotzdem leicht zu erkennen, da er im Gegensatz zu den übrigen Adventivkerben zweiteilig ist. Doch behält er, wie bei *Medlicottia Orbignyana*, im Gegensatz zu den Lateralloben die schräg nach innen gerichtete Lage seiner Hauptachse bei. Dagegen ist der tiefe Lobus an der Basis des Externsattels von *Episageceras Dalailamae* ein dem *Sicanites*-Lobus weder morphologisch noch genetisch gleichwertiges Suturelement, sondern entspricht ohne Zweifel dem ersten Laterallobus der Ammoniten mit normaler Lobenstellung.

Nach der Lage der Projektionsspirale der vorletzten Windung sind für *E. Dalailamae* vier Lateralloben und -sättel anzunehmen. Auch in diesem Punkte befinde ich mich im Widerspruch mit Noetling, der nur zwei Lateralloben — mit Einschluß des von ihm irrtümlich als Adventivlobus gedeuteten ersten Laterals würde ihre Zahl auf drei anwachsen — annimmt.

Charakteristisch für *Episageceras Dalailamae* ist der auffallende Wechsel zwischen großen und kleinen Lateralloben. Der erste und dritte Laterallobus stehen erheblich tiefer als der zweite und vierte. Die Sättel nehmen erst vom zweiten Lateralsattel, die Loben vom dritten Laterallobus an Größe in der Richtung gegen die Naht regelmäßig ab.

Bei *E. latidorsatum* ist der zweite Laterallobus der tiefste, der zweite Lateralsattel der höchste Sattel.

Bei *E. Kasliuense* ist der erste Laterallobus der tiefste und alle Suturelemente nehmen von diesem Lobus in der Richtung zur Naht allmählich an Größe ab, doch sind die Unterschiede in den Dimensionen der Lateralsättel nur sehr gering.[1]

Die Formel der Suturlinie des *Episageceras Dalailamae* lautet:

$$\frac{MS}{2} + EL + ES\,|\,ads_{1-13} + adl_{1-13} + ads_{14} + AdL_{14}{}^{2} + AdS_{15}\,|\,+ LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + LL_3 + LS_3 + LL_4 + LS_4 + AxL_1 + AxS_1 \text{ etc.}$$

Ussuria Diener.

Taf. I, Fig. 2, 3.

Triadische Cephalopodenfaunen der ostsibirischen Küstenprovinz, Mémoires Com. géol. St. Pétersbourg, XIV, No 3, 1895, p. 25. — v. Mojsisovics, Cephal. d. Hallst. Kalke, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst. VI/1, Suppl. 1902, p. 306. — Hyatt et Smith, Triassic Cephal. genera of America, U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, Washington, 1905, p. 88.

Die beiden von mir im Jahre 1895 beschriebenen Arten dieser Gattung aus den untertriadischen Schichten des Ussuridistrikts bei Wladiwostok, *Ussuria Schamarae* Diener und *U. Iwanowi* Diener, besitzen eine durchaus normale Suturlinie ohne Andeutung adventiver Elemente. Dagegen haben A. Hyatt und J. P. Smith über zwei Arten aus den Meekoceras beds des nordamerikanischen Westens, *U. compressa*[3] und *U. Waageni*[4] berichtet, von denen mindestens die zweite ein deutliches Adventivelement aufweist. Dieses Adventivelement ist ein integrierender Bestandteil des Mediansattels, der bei allen Ussurien durch seine mächtige Entwicklung auffällt.

---

[1] In der Auffassung der Lobenlinie von *Episageceras* ist auch C. Haniel in der Beschreibung des permischen *E. Noetlingi* (l. c., p. 58) und des untertriadischen *E. Kasliuense* der Deutung Noetling's gefolgt.

[2] Der *Sicanites*-Lobus.

[3] Hyatt et Smith, l. c., p. 89, Pl. III, Fig. 6, 11. — Vgl. auch Frech, Lethaea mesoz. I, 1908, Cirkumpazifische Trias, Taf. LXIII, Fig. 6.

[4] A. Hyatt et J. P. Smith, l. c., p. 90, Pl. LXV, Fig. 1—5, LXVI, Fig. 1—12, LXVII, Fig. 1, 2, LXXXV, Fig. 1—8.

Schon bei *Ussuria Iwanowi* Diener[1] und bei *U. compressa* sieht man nahe dem Kopf des Mediansattels von diesem einen scharfen Zacken sich ablösen. Dieser Zacken individualisiert sich bei *U. Waageni* im altersreifen Zustand zu einem kleinen Adventivsattel, der an die Externsättel mancher Ptychiten erinnert.

Es wäre durchaus ungerechtfertigt, *Ussuria Waageni* lediglich auf Grund der Entwicklung eines kleinen, wenn auch deutlich individualisierten Adventivsattels von *U. compressa* und *U. Iwanowi*, bei denen dieses Element sich gewissermaßen in statu nascendi befindet, und von *U. Schamarae*, bei dem es überhaupt noch nicht sichtbar ist, generisch zu trennen, da in allen übrigen Merkmalen zwischen den genannten Formen eine weitgehende Übereinstimmung besteht.

Ussuria Waageni ist in zweifacher Richtung von hervorragendem Interesse, einmal mit Rücksicht auf die Entwicklung des Adventivelements aus dem Kopf des Mediansattels — nicht aus dem Externlobus — dann, weil bei dieser Art der Zusammenhang einer durch den Besitz von Adventivloben ausgezeichneten Form mit Ammoniten ohne Adventivloben in überzeugender Weise nachgewiesen erscheint.

Die Zusammengehörigkeit der Ussurien mit und ohne Adventivloben zu einer natürlichen Einheit kann nicht ernstlich in Zweifel gezogen werden. A. Hyatt und J. P. Smith haben die ontogenetische Entwicklung der Suturlinie bei *Ussuria Waageni* bis zu einer Windungshöhe von 5·5 *mm* verfolgt und gezeigt, daß auf ein *Dimorphoceras*-Stadium zunächst jenes der einfacher gebauten karbonischen, später jenes der höher entwickelten permischen Vertreter des Genus *Thalassoceras* folgt. Dadurch erscheint mir der Beweise für den von mir schon 1895 vermuteten phylogenetischen Zusammenhang zwischen *Dimorphoceras, Thalassoceras* und *Ussuria* so weit erbracht zu sein, als wir überhaupt Beweise für eine Abstammung bei Ammoniten zu erbringen in der Lage sind.

Ein solcher Beweis schließt die von G. v. Arthaber[2] vorgeschlagene Vereinigung von *Ussuria* mit *Procarnites* und *Carnites* in einer Familie der *Carnitidae* aus, da *Carnites* und *Procarnites* in ihrer Entwicklung weder ein *Dimorphoceras*- noch ein *Thalassoceras*-Stadium durchlaufen, sondern auf *Meekoceras* zurückgehen.

Auf alle Fälle ist *Ussuria* eine Gattung mit gelegentlich auftretenden Adventivloben, die auf Ammoniten mit normalen Suturen direkt zurückgeführt werden muß und sich nicht aus solchen Ammoniten entwickelt haben kann, die bereits mit Adventivloben ausgestattet waren. Eine Abstammung von solchen würde jedoch von einer Systematik erfordert werden, die alle Ammoniten mit Adventivloben — unbekümmert um Art und Zeit der Entstehung der letzteren — in einem einzigen Stamme (*Beloceratea*) vereinigen möchte.

Procarnites v. Arthaber.

Taf. I, Fig. 4, 5.

Die Trias von Albanien. Beiträge zur Paläontol. u. Geol. Österreich-Ungarns etc., XXIV, 1911, p. 212.

Die Gattung *Procarnites*, die in der Untertrias Albaniens durch zwei Arten, *P. Kokeni* v. Arthaber (l. c., p. 215, Taf. XVII, Fig. 16, 17, XVIII, Fig. 1—5) und *P. Skanderbegis* v. Arthaber (l. c., p. 216, Taf. XVIII, Fig. 6, 7) repräsentiert wird, schließt sich, was die Entstehung des Adventivelements in ihrer Suturlinie betrifft, an *Ussuria* Diener an. Auch hier bildet sich das Adventivelement ausschließlich aus dem Sattelkopf des Mediansattels heraus.

Die schönen Abbildungen, in denen G. v. Arthaber (l. c., Textfig. 8) die Entwicklung des Adventivelements in der Sutur des *Procarnites Kokeni* erläutert, zeigen zunächst einen kurzen, durch einen am Sattelkopf eingeschnittenen Medianhöcker geteilten Externlobus. Allmählich verbreitert sich der Mediansattel, indem sich zugleich die äußeren Blätter seines Sattelkopfes individualisieren, bis sie endlich zu

---

[1] C. Diener, l. c., p. 27, Taf. III, Fig. 5. — Vgl. auch Frech, Lethaea palaeozoica, II·2, Die Dyas, 1902, p. 659, Textfig. 3, und Frech, in Noetling, Asiatische Trias, Lethaea mesoz. I, 1905, Taf. XXXII, Fig. 2.

[2] G. v. Arthaber: Die Trias von Albanien, l. c., p. 211.

kleinen Adventivsätteln, genau wie bei *Ussuria Waageni* Hyatt et Smith, werden. Deutlich trennt sich das neu entstandene Adventivelement bei einer Windungshöhe von 16 *mm* vom Mediansattel ab. Bei einer Windungshöhe von 64 *mm* beginnt bereits ein zweites Adventivblatt ganz nahe der Symmetrielinie sich vom Stamm des Mediansattels loszulösen. Die Bildung der Adventivelemente geht daher bei *Procarnites* ausschließlich vom Mediansattel aus und läßt den ursprünglichen Externlobus vollständig unverändert.

Leider sind diese interessanten Veränderungen in der Suturlinie des *Procarnites Kokeni* von G. v. Arthaber mißdeutet worden. G. v. Arthaber gibt an, daß sich aus dem breiten Externlobus in einem bestimmten Alter ein Adventivelement abgliedert und daß man auf den ersten Eindruck hin die Form für einen Vertreter des Genus *Hedenstroemia* Waag. halten möchte. Der von ihm in seiner Textfig. 8 durch die dunkle Färbung hervorgehobene Lobus ist aber der von einer Flankenhöhe von 8 *mm* an ganz unverändert gebliebene Externlobus und kein Adventivelement. Die Bildung der Adventivelemente beschränkt sich durchaus auf den Mediansattel. Man braucht nur die verschiedenen Abbildungen der Suturlinie des *Procarnites Kokeni* auf Taf. XVII, Fig. 17*c* und Taf. XVIII, Fig. 2, 3 der oben zitierten Arbeit zu vergleichen, um zu der Überzeugung zu gelangen, daß in der Entwicklung der Suturlinie keine Ähnlichkeit mit *Hedenstroemia* besteht, bei der der Externlobus stets durch einen wohlentwickelten Adventivsattel geteilt wird. Die auf Taf. XVIII, Fig. 2*c* abgebildete Suturlinie zeigt noch eine durchaus normale Lobenstellung, in der der Lobus neben dem Mediansattel dem Externlobus, der nächstfolgende tiefste Lobus dem ersten Laterallobus entspricht.

Procarnites Skanderbegis hat selbst in erwachsenem Zustande kaum Andeutungen eines Adventivelements. Die auf Taf. XVIII, Fig. 6*c* von G. v. Arthaber abgebildete Suturlinie ist von normaler Beschaffenheit. Sie besitzt einen durch den breiten Mediansattel halbierten Externlobus, einen sehr tiefen ersten Laterallobus und noch zwei kürzere Lateralloben. Vom ersten Laterallobus ab wird die Lobenstellung serial. Bei dem auf Taf. XVIII, Fig. 7*c* abgebildeten Exemplar ist die Ablösung äußerer Sattelblätter vom Kopf des Mediansattels eben angedeutet, aber noch viel zu schwach markiert, als daß man von Adventivelementen sprechen könnte. Zwischen den Suturlinien des *Procarnites Kokeni* und *P. Skanderbegis* besteht dasselbe Verhältnis, wie zwischen jenen der *Ussuria Waageni* und *U. Schamarae*. Bei *Ussuria* sowohl wie bei *Procarnites* kann der Adventivsattel gewissermaßen in statu nascendi beobachtet werden. Einzelne Vertreter dieser beiden Gattungen besitzen ihn bereits, anderen fehlt er noch.[1]

Von phylogenetischen Beziehungen zwischen *Procarnites* und *Carnites* Mojs. kann ernstlich nicht die Rede sein. *Carnites* besitzt einen mächtigen Adventivsattel, der den Externlobus teilt. Dieser Adventivsattel ist schon bei *Tellerites* Mojs., der mit den inneren Windungen von *Carnites* die nächste Übereinstimmung zeigt, deutlich entwickelt, während *Procarnites* überhaupt keinen Adventivsattel im Externlobus aufzuweisen hat. Zählt man in den Abbildungen des *Carnites floridus* Wulf. bei E. v. Mojsisovics die Sättel zwischen dem Medianhöcker und dem ersten Laterallobus, so findet man deren zwei, nämlich den Adventivsattel und den eigentlichen Externsattel, bei *Procarnites* hingegen nur einen einzigen, nämlich den Externsattel. Die Lobenformel beider Gattungen ist durchaus verschieden. Sie lautet für *Carnites*:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[AdL + AdS + el] + ES \text{ etc., für } \textit{Procarnites}:$$

$$\frac{MS}{2}\left[\frac{ms}{2} + AdL + AdS\right] + EL + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + LL_3 + LS_3 + AxL_1 \text{ etc.}$$

Ungeachtet der vollkommenen Übereinstimmung in der Art der Entwicklung der Adventivelemente muß die Annahme phylogenetischer Beziehungen zwischen *Procarnites* und *Ussuria* außer Betracht bleiben. Gegen eine solche spricht die tiefgreifende Verschiedenheit in der Anlage der Suturlinien bei aller Ähnlichkeit der äußeren Gestalt des Gehäuses. Durch die dolichophylle Zerschlitzung der Loben stehen

[1] Das von G. v. Arthaber (Mitteil. Geol. Ges. Wien, I, 1908, p. 284, Taf. XIII, Fig. 2) ursprünglich zu *Hedenstroemia* gestellte, später als *Procarnites Kokeni* var. bestimmte Fragment ist nach G. v. Arthaber's eigener Angabe zu schlecht erhalten, um eine Sicherheit der generischen Bestimmung zu gewährleisten.

allerdings beide Gattungen in der unteren Trias vereinzelt da. Sie bieten mir ein weiteres Beispiel für die vielfach bestätigte Erfahrung, daß Adventivelemente in gleicher Weise von den Vertretern weit voneinander abstehender Familien erworben werden können, so daß selbst der Besitz von gleichartig entstandenen Adventivelementen noch kein Beweis für die stammesgeschichtliche Verwandtschaft ihrer Träger ist.

Beatites v. Arthaber.

Taf. I, Fig. 10.

Trias von Albanien, Beiträge z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., XXIV, 1911, p. 210.

Diese mit einfachen, clydonitischen Loben ausgestattete, in ihrer äußeren Erscheinung an *Pompeckjites Layeri* Hau. erinnernde Gattung aus der albanischen Untertrias wird meiner Meinung nach von G. v. Arthaber mit Unrecht den Ammoniten mit Adventivloben zugezählt.

Die Sutur des *Beatites Berthae* v. Arthaber (l. c., p. 210, Taf. XVII, Fig. 15), der einzigen bisher bekannten Spezies dieses Genus, zeigt einen breiten Externlobus mit einem sehr hohen, flach gespannten Mediansattel, zwei tiefe Flankenloben und mehrere wellenförmige, sehr flache Loben. Der erste dieser wellenförmigen Loben wird von der Projektionsspirale der vorletzten Windung getroffen, so daß es nach G. v. Arthaber's Ansicht der individuellen Auffassung unterliegt, ob man ihn noch als Laterallobus oder schon als Auxiliarlobus ansehen will. Ich glaube, daß der auffallende Gegensatz in der Ausbildung dieses Lobus und des vorangehenden tiefen Flankenlobus nur eine Entscheidung in dem letzteren Sinne zuläßt. Dann aber sind die beiden Flankenloben naturgemäß als Lateralloben zu betrachten. Der erste ist ein wenig breiter und kürzer, der zweite schmaler und tiefer. Die Tatsache, daß er etwas tiefer hinabreicht als der erste Flankenlobus, ist selbstverständlich noch kein ausreichender Grund, ihn als ersten Laterallobus und den vorangehenden Flankenlobus als Adventivlobus anzusprechen. Die Lage und die bedeutende Breite des ersten Flankenlobus sprechen entschieden gegen dessen Deutung als ein Adventivelement. Wer diese Deutung rechtfertigen wollte, müßte aus der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie des *Beatites Berthae* den Beweis erbringen, daß nicht der erste sondern der zweite Flankenlobus ursprünglich als primärer Laterallobus angelegt worden sei und daß erst in vorgerückteren Wachstumsstadien der erste Flankenlobus als adventives Element sich zwischen ihn und den Externsattel eingeschoben habe. Vorläufig erscheint mir die Annahme einer normalen Lobenstellung mit drei Hauptloben (Externlobus, zwei Lateralloben) als die natürlichere.

Nach G. v. Arthaber's Auffassung hätten wir die Lobenformel des *Beatites Berthae* zu schreiben:

$$\frac{MS}{2} + EL + ES + AdL + AdS + LL_1 + LS_1 + AxL_1 \text{ etc.}$$

Ich schreibe sie dagegen folgendermaßen:

$$\frac{MS}{2} + EL + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + AxL_1 \text{ etc.}$$

und streiche demgemäß die Gattung *Beatites* aus der Liste der triadischen Genera mit hochspezialisierten Suturen.

Hedenstroemia Waagen.

(Subgen. **Clypites** Waagen inclus.)

Taf. I, Fig. 6—9.

Ceratite formation, Palaeont. Ind., ser. XIII. Salt Range Foss. Vol. II, 1895, p. 141. — Diener: Palaeont. Ind., ser. XV. Himal. Foss. Vol. II, Pt. I. Cephalopoda of the Lower Trias, p. 60. — A. Hyatt et J. P. Smith: Triassic Cephalopod genera of America. U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, 1905, p. 100. — v. Krafft et Diener: Paleaont. Ind., ser. XV, Vol. VI, No. 1, 1909, Lower triass. Cephalopoda from Spiti etc., p. 147. — v. Arthaber: Die Trias von Albanien, Beiträge z. Paläont. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., XXIV, 1911, p. 207.

Die von Waagen für den sibirischen *Ceratites Hedenstroemi* Keyserling aufgestellte Gattung *Hedenstroemia* ist durch den Besitz eines Adventivelements ausgezeichnet, das durch eine Teilung des ursprünglichen Externlobus in dessen zum Mediansattel aufwärtsziehender Flanke entstanden ist. Der zwingende Beweis für die Richtigkeit dieser Auffassung durch eine Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie ist allerdings infolge des Mangels an ausreichendem Material bisher nicht möglich gewesen, doch stehen so überzeugende Beweise anderer Art zur Verfügung, daß jeder Zweifel an der Entstehung des Adventivelements bei *Hedenstroemia* aus dem Externlobus ausgeschlossen erscheint.

Die am besten bekannte Spezies der Gattung, *Hedenstroemia Mojsisovicsi* Diener,[1] schließt sich enge an *Meekoceras* Hyatt (in weiterem Sinne) an und unterscheidet sich von diesem Genus, wie von A. v. Krafft und mir ausführlich dargelegt wurde, nur durch das Auftreten eines Adventivsattels in der äußeren Flanke des Externlobus. Die Suturformel dieser Art lautet:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[AdL + AdS + el] + ES + LL_1 \text{ etc.}$$

Genau die gleichen Merkmale finden sich in der Suturlinie der *Hedenstroemia acuta* v. Krafft et Diener (l. c., p. 157, Pl. IX, Fig. 2), *H. Muthiana* v. Krafft et Diener (l. c., p. 157, Pl. IX, Fig. 7), *H. byansica* v. Krafft et Diener (l. c., p. 154, Pl. VIII, Fig. 2, XXX, Fig. 8, 9), ferner der beiden von G. v. Arthaber aus der Untertrias Albaniens beschriebenen Spezies *H. Kastriotae* (l. c., p. 208, Taf. XVII, Fig. 14) und *H. skipetarensis* (l. c., p. 208, Taf. XVII, Fig. 13), endlich der *H. Kaslucnsis* Haniel (Die Cephalopoden aus der Dyas von Timor, Palaeont. von Timor, herausgeg. v. J. Wanner, 3. Liefg., Heft 4, 1915, p. 148, Taf. LVI, Fig. 8) aus der Untertrias von Kaslioe auf der Insel Timor.

Die von Hyatt und Smith aus den tieftriadischen Meekoceras beds des nordamerikanischen Westens beschriebene *Hedenstroemia Kossmati* (l. c., p. 101, Pl. LXVII, Fig. 3—7, LXXXIV, Fig. 1—10) zeigt den Adventivsattel näher an den Mediansattel gerückt, als eine der genannten indischen und europäischen Spezies und zugleich eine so auffallende Verkürzung des Adventivlobus, daß man denselben mit gleichem Recht als ein aus der Teilung des Mediansattels wie des Externlobus hervorgegangenes Suturelement betrachten könnte. Da die äußere Flanke des Externlobus und die innere des Mediansattels ohne scharfe Grenze miteinander verschmelzen, so macht es ja sachlich keinen Unterschied, aus welchem dieser beiden primären Suturelemente man das neu hinzugekommene Adventivelement ableitet, woferne man sich nur vor Augen hält, daß es eben aus der Flanke und nicht aus dem Kopf des Mediansattels entsprungen ist, wie gewisse kryptogene Adventivelemente bei *Ussuria* und *Procarnites*. Wir werden, um Mißverständnissen vorzubeugen, die aus der Grenzregion des Externlobus und des Mediansattels entsprungenen Adventivelemente noch als externolobat — im Gegensatz zu den aus dem Kopf des Mediansattels hervorgegangenen mediosellaten — bezeichnen.

Den überzeugenden Beweis für die Entstehung des Adventivsattels bei *Hedenstroemia* aus der Außenflanke des Externlobus, beziehungsweise aus dessen Grenzregion gegen den Mediansattel, liefern Formen mit undeutlich individualisiertem Adventivelement, das sich bei ihnen gewissermaßen eben in statu nascendi befindet. Waagen hat solche Formen aus der unteren Trias der Salt Range in der Gattung *Clypites* vereinigt, der jedoch höchstens ein subgenerischer Wert zuerkannt werden darf. Die von ihm beschriebenen drei Arten *Clypites typicus* Waagen (Salt Range Foss. Palaeont. Ind. ser. XIII, Vol. II, Foss.

---

[1] Vgl. insbesondere C. Diener, Cephalopoda Himal. Lower Trias, l. c., p. 63, Pl. XX, Fig. 1 (Typ. *Meekoceras nov. form. ind. aff. Hedenstroemi* v. Mojsisovics, Arktische Triasammoniten des nördlichen Sibirien, Mém. Acad. imp. d. sci. St. Pétersbourg, VII. sér., T. XXXVI, No. 5, 1888, p. 10, Taf. II, III, Fig. 13). — v. Krafft et Diener, l. c., p. 152, Pl. IX, Fig. 3—6, X, Fig. 1—3, XX, Fig. 1 (*Hedenstroemia sp. ind. aff. Mojsisovicsi* Diener, l. c. 1897, p. 65, Pl. XXII, Fig. 2 inclus.).

Die von A. Hyatt vorgeschlagene Abtrennung dieser Art als Typus eines besonderen Subgenus, *Anahedenstroemia* (Zittel-Eastman, Text-book of Palaeontology, London, 1900, p. 555) erscheint mir nicht gerechtfertigt. Da Hyatt eine Motivierung seines Vorschlages unterlassen hat, so ist der neue Name als unbegründet einzuziehen.

from the Ceratite formation, 1895, p. 143, Pl. XXI, Fig. 7), *Cl. Kingianus* Waagen (l. c., p. 144, Pl. XXI, Fig. 8, XXII, Fig. 3) und *Cl. evolvens* Waagen (l. c., p. 146, Pl. XXII, Fig. 2) stehen einander sehr nahe und zeigen den rudimentären Adventivsattel noch nicht durch einen deutlichen Lobus vom Mediansattel geschieden. Erst die Erfahrung, daß es bei nahe verwandten Typen wirklich bis zur Bildung eines echten Adventivsattels kommt, berechtigt uns überhaupt bei *Cl. typicus* von einem Adventivelement zu sprechen. Deutlicher ist dieser Adventivsattel bei *Hedenstroemia* (*Clypites*) *lilangensis* v. Krafft et Diener (l. c., p. 151, Pl. IX, Fig. 1) individualisiert, überdies durch einen mittleren Einschnitt in seinem Sattelkopf bemerkenswert, wie wir ihn so häufig in den Auxiliarsätteln der *Meekoceratidae* finden.[1]

Durch *Clypites typicus* über *Hedenstroemia lilangensis* bis zu *Hedenstroemia Mojsisovicsi* ist eine fast lückenlose Verbindungsreihe zwischen der Gattung *Meekoceras* Hyatt mit vollzähligen Loben und dem Genus *Hedenstroemia* mit hochspezialisierter Suturlinie hergestellt. Aus dieser Tatsache ergibt sich mit logischer Konsequenz die Notwendigkeit, *Hedenstroemia* phylogenetisch an *Meekoceras* anzuschließen und als eine Formengruppe anzusehen, die durch Erwerbung eines Adventivsattels aus der Stammform *Meekoceras* hervorgegangen ist.

Die Existenz von Verbindungsgliedern zwischen *Meekoceras* und *Hedenstroemia* schließt die Möglichkeit aus, die letztere Gattung von einem noch unbekannten Genus abzuleiten, das bereits Adventivloben besaß, und so die Einheitlichkeit einer Familie der *Pinacoceratidae* im Sinne Waagen's oder gar eines Stammes wie der *Beloceratea* v. Arthaber's aufrecht zu erhalten.

G. v. Arthaber (l. c., p. 207) vereinigt auch *Ceratites furcatus* Oeberg aus der Trias von Spitzbergen mit *Hedenstroemia*, obwohl E. v. Mojsisovics für diesen Ammoniten schon im Jahre 1902 ein besonderes Genus, *Tellerites*, aufgestellt hat. Auf die Frage einer Trennung von *Hedenstroemia* und *Tellerites* werde ich später noch zurückkommen.

G. v. Arthaber stellt *Hedenstroemia* zusammen mit *Aspenites* Hyatt et Smith und *Longobardites* Mojs. in seine Familie der *Prodromitidae*, als deren ältester Repräsentant von ihm die karbonische Gattung *Prodromites* Smith et Weller angesehen wird.[2] Die letztere Gattung betrachtet auch J. P. Smith als »zweifellos dem gleichen Stamm, wahrscheinlich sogar der gleichen Familie wie *Hedenstroemia* angehörig«.

Dieser Meinung kann ich mich nicht anschließen, möchte vielmehr die Zugehörigkeit des Genus *Prodromites* zu den Ammoniten mit adventiven Suturelementen überhaupt bezweifeln. Smith selbst drückt sich in seiner Beschreibung der drei von ihm zu *Prodromites* gestellten Arten aus der Kinderhook group des Mississippigebietes sehr vorsichtig aus. Er vermeidet die Bezeichnung »Adventivsättel«, deren er sich in seiner Beschreibung der mit solchen versehenen Triasammoniten unbedenklich bedient, und spricht nur von Lateralelementen. Bei dem Typus der Gattung, *Prodromites Gorbyii* Miller, sollen fünf, bei *P. praematurus* vier, bei *P. ornatus* nur drei Lateralloben vorhanden sein. Der Rest der Flankenloben bis zur Naht wird von Smith der Auxiliarserie zugewiesen.

Ein Vergleich des Textes mit den Abbildungen in den beiden Arbeiten von Smith[3] führt zu dem folgenden Ergebnis:

---

[1] Die Zugehörigkeit des *Clypites tenuis* Hyatt et Smith (l. c., p. 103, Pl. I, Fig. 4–8) aus den untertriadischen Meekoceras beds von Idaho zu diesem Subgenus erscheint mir umso zweifelhafter, als die beiden amerikanischen Autoren selbst die Möglichkeit zugeben, daß die in Fig. 6 abgebildete Suturlinie sich auf ein Jugendexemplar der *Hedenstroemia Kossmati* bezieht.

[2] *Paranorites* Waagen (Ceratite form. l. c., p. 157), den G. v. Arthaber ebenfalls, jedoch mit Vorbehalt, in diese Familie verweist, vermag ich ebensowenig als *Norites* Mojs. zu den Triasammoniten mit Adventivloben zu zählen. Wahrscheinlich ist *Paranorites* mit *Meekoceras* identisch. Vgl. Frech, in Noetling, Asiatische Trias, Lethaea mesoz. I. 1905, Erklärung zu Taf. XXIV. Philippi (Ceratiten des oberen deutschen Muschelkalkes, Palaeontol. Abhandl. v. Dames u. Koken etc. Neue Folge, Bd. IV, 1901, p. 107) vereinigt *Paranorites* mit *Proptychites* Waag.

[3] J. P. Smith et S. Weller: Prodromites, a new Ammonite genus from the lower Carboniferous. Journ. of Geology, Chicago, IX, 1901, p. 259. — J. P. Smith: The carboniferous Ammonites of America. Monographs U. S. Geol. Surv. Washington, 1903, p. 34.

Die Sutur des *Prodromites praematurus* (l. c., Pl. XXV, Fig. 8) zeigt alle Merkmale einer serialen Lobenlinie. Der scheinbar ungeteilte, selbst der Andeutung eines Mediansattels entbehrende Externlobus ist der tiefste. Von ihm aus steigen die übrigen Loben bis zur Naht allmählich an. Es liegt gar kein Grund für die Annahme vor, daß der erste Flankenlobus nicht der primäre erste Laterallobus wie bei allen Ammoniten mit normaler Lobenstellung sei. Nach der Lage der Projektionsspirale vermag ich bei dieser Form nur drei, nicht vier Lateralloben zu erkennen. Für *Prodromites ornatus* gibt Smith selbst die Zahl der Lateralloben mit drei an, für *P. Gorbyi* dagegen mit fünf, indem die Auxiliarserie bei dieser Form erst mit dem sechsten Flankenlobus beginnen soll. Ist es schon von vorneherein äußerst unwahrscheinlich, daß bei so nahe verwandten Arten die Zahl der Lateralloben in einem so ungewöhnlichen Maße schwankt, so wird aus einer Betrachtung der Abbildungen sofort klar, daß Smith die Grenze zwischen den Lateral- und Auxiliarelementen in dem vorliegenden Falle nicht nach der von L. v. Buch vorgeschlagenen Methode auf Grund des Verhältnisses der Flankenloben zur Projektionsspirale der vorhergehenden Windung, sondern lediglich mit Rücksicht auf die Beschaffenheit des Lobengrundes ermittelt hat. Bei *Prodromites ornatus* fällt die Grenze in beiden Fällen zusammen, nicht so jedoch bei den beiden anderen Arten. Bei *P. Gorbyi* bezeichnet Smith das erste Flankenelement mit goniatitisch ausgebildetem Lobengrund als Auxiliarlobus und dieses ist allerdings das sechste. Sucht man jedoch die Trennungslinie zwischen Auxiliar- und Hauptloben nach der sonst üblichen Methode L. v. Buch's, so findet man, daß, genau wie bei *Prodromites ornatus*, drei Lateralloben vorhanden sind.[1] Ein irgend auffälliger Unterschied zwischen dem ersten und zweiten Flankenlobus in Dimensionen oder Zähnelung ist nicht zu beobachten. Kein einziges Merkmal könnte die Vermutung begründen, daß dieser erste Flankenlobus nicht der primäre erste Laterallobus, sondern ein Adventivlobus sei. Man braucht nur die entsprechenden Suturelemente bei *Hedenstroemia* zu betrachten, um sofort den großen Unterschied in dieser Richtung zwischen beiden Gattungen zu erkennen. Bei *Hedenstroemia* ist der erste Flankenlobus tatsächlich ganz erheblich kleiner als der ihm nach innen zu folgende und gibt sich dadurch dem letzteren gegenüber sofort als ein Adventivelement zu erkennen.

Sollte *Prodromites* wirklich zu den Ammoniten mit echten Adventivelementen gehören, so könnte ein Beweis dafür nur an der Hand ontogenetischer Untersuchungen erbracht werden, die zeigen müßten, daß der zweite, nicht der erste Flankenlobus ausgewachsener Exemplare dem primären Laterallobus des Jugendstadiums entspricht. Vorläufig betrachte ich *Prodromites* als einen Ammoniten mit normaler Suturlinie, der durch den Besitz von drei Lateralloben sich auszeichnet. Nähere Beziehungen zu *Hedenstroemia* scheinen mir nicht zu bestehen. Der ceratitischen Zerschlitzung der Suturlinie, die für einen unterkarbonischen Ammoniten so auffallend ist, steht als ein primitives Merkmal der Mangel jedweder Teilung des Externlobus gegenüber.

Aspenites Hyatt et Smith.

Taf. I, Fig. 14.

Triassic Cephalopod genera of America. U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, Washington, 1905, p. 95.

Die einzige Art dieser Gattung aus den tieftriadischen Meekoceras beds von Idaho und Californien, *Aspenites acutus* Hyatt et Smith (l. c., p. 96, Pl. II, Fig. 9—13, III, Fig. 1—5) wird von diesen beiden Autoren mit *Clypites* Waagen verglichen. Zwischen dem Medianhöcker und dem inneren Flügel des Externlobus erhebt sich ein kleiner Adventivsattel. Es kann wohl keinem Zweifel unterliegen, daß dieser Sattel, wie bei *Clypites*, aus einer Teilung des Externlobus hervorgegangen ist. Der Externsattel steht an Höhe den beiden Lateralsätteln erheblich nach.

Hyatt und Smith zählen drei Lateralloben. Die Projektionsspirale der vorletzten Windung scheint mir jedoch, so weit sich dies aus den Abbildungen entnehmen läßt, durch den zweiten Laterallobus zu

[1] Vgl. insbesondere die Abbildungen bei Smith and Weller, l. c., Pl. VI, Fig. 1, VII, Fig. 1, VIII, Fig. 1, 2.

gehen, so daß man nur zwei Lateralloben anzunehmen hätte. Die Anwesenheit von nur zwei lateralen Hauptelementen stimmt auch besser mit der Illustration der Suturlinie auf Pl. II, Fig. 11, in der dann nur die beiden tiefsten Flankenloben mit den großen anschließenden Sätteln jenen beiden Hauptelementen entsprechen würden. Die Verschiedenheit der Darstellung der Suturlinie in Fig. 11 und 13 macht allerdings Zweifel an der Richtigkeit derselben rege. Am wahrscheinlichsten ist die Darstellung der äußeren Hauptloben in der Abbildung des ausgewachsenen Exemplars auf Pl. III, Fig. 3. Hier erscheint der erste Lateral-lobus als ein breiter, im Grunde ceratitisch gezahnter Lobus, nicht wie auf Pl. II, Fig. 11, schmal, zugespitzt und ganzrandig. Auch geben die Autoren im Text selbst an, daß sämtliche Lateralloben im Grunde gezähnt seien.

Die Lobenformel für *Aspenites* lautet, ähnlich wie für *Clypites*:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[AdL + AdS + el] + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + AxL_1 \text{ etc.}$$

Als Vorfahre von *Aspenites* kann wohl nur, wie bei *Clypites* und *Hedenstroemia*, ein Vertreter der Gattung *Meekoceras* Hyatt im weiteren Sinne in Betracht kommen. Phylogenetische Beziehungen zu dem devonischen Genus *Timanites* Mojs., wie sie Hyatt und Smith annehmen, vermag ich nicht zu erkennen. Der Bau der Suturlinie von *Aspenites* und *Timanites* ist grundverschieden, da die letztere Gattung durchaus monakanthische, durch breitgerundete Sättel getrennte Loben besitzt.[1]

Pseudosageceras Diener.

Taf. I, Fig. 13.

Triadische Cephalopodenfaunen der ostsibirischen Küstenprovinz. Mémoires Com. géol. St. Pétersbourg, Vol. XIV, No. 3, 1895, p. 28. — Noetling, Untersuchungen über den Bau der Lobenlinie von *Pseudosageceras multilobatum*. Palaeontographica, LI, 1905, p. 179. — Hyatt et Smith, Triassic Cephalopod genera of America. U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, Washington, 1905, p. 98. — v. Krafft et Diener, Palaeont. Indica, ser. XV, Himalayan Foss., Vol. VI, No. 1, 1909, Lower Triassic Cephalopoda from Spiti etc., p. 144.

Noetling's Monographie hat uns mit den ontogenetischen Verhältnissen bei dem bestbekannten Typus der Gattung, *Pseudosageceras multilobatum*, in ausreichender Weise vertraut gemacht. Die Adventivelemente gehen, wie das reiche von Noetling bearbeitete Material aus dem Ceratitenmergel der Salt Range lehrt, aus dem Externlobus durch Teilung hervor. Noetling (l. c., p. 254) spricht allerdings gelegentlich die Meinung aus, daß die Adventivloben Teile des Mediansattels seien, und es läßt sich in der Tat nicht in Abrede stellen, daß der äußere, gegen den Mediansattel sanft ansteigende und an keiner Stelle gegen ihn scharf abgegrenzte Flügel des Externlobus den Schauplatz ihrer Entstehung bildet. Man könnte also mit gleichem Recht von einer Entstehung der Adventivloben aus dem inneren Abhang des Mediansattels oder aus dem äußeren des Externlobus sprechen, wenn nicht gewichtige Gründe zugunsten einer Terminologie vorhanden wären, die der letzteren Ausdrucksweise den Vorzug gibt. Es ist nämlich die Position der Adventivloben im Verhältnis zum Mediansattel bei *Pseudosageceras* eine wesentlich andere als bei *Procarnites* oder *Ussuria*, bei denen die Loslösung eines Adventivelements am Kopf des Mediansattels erfolgt. Dieser tiefgreifende Unterschied in der Entwicklung der Adventivsättel bei *Procarnites* und *Ussuria* einerseits, bei *Pseudosageceras* andererseits würde mit Unrecht verschleiert werden, wenn man die Adventivsättel der letzteren Gattung als Teile des Mediansattels und nicht des Externlobus bezeichnen wollte.

Die Zahl der Adventivelemente ist bei *Pseudosageceras multilobatum* sehr wechselnd. »Wir haben« — sagt Noetling (l. c., p. 255) — »alle Stufen von einem einfachen, zweiästigen Externlobus mit breitem, stark gekerbtem Mediansattel bis zum achtästigen, mit schmalem, nicht gekerbtem Mediansattel vertreten.« Die Zerteilung des Externlobus durch Adventivsättel tritt schon in frühen Wachstumsstadien ein und

[1] Vgl. A. Holzapfel: Die Cephalopoden des Domanik im südl. Timan. Mém. Com. géol. St. Pétersbourg, XII, No. 3, 1899, p. 41, insb. Taf. VIII.

persistiert dann, ohne daß eine weitere Vermehrung der Adventivelemente bei zunehmendem Alter eintreten würde. Die einzelnen Adventivelemente nehmen von der Symmetrielinie des Externteils nach innen an Größe regelmäßig zu, sind also in dieser Hinsicht ein Spiegelbild der Auxiliaren. Der innerste, dem ursprünglichen Externlobus entsprechende Lobus am Außenrande des primären Externsattels ist stets tiefer als die nach außen folgenden Adventivloben. Der ursprüngliche Externlobus sowohl als eine Anzahl von Adventivloben sind unsymmetrisch gezackt. Dabei ist der äußere Ventralfinger stets stärker ausgebildet als der innere Dorsalfinger.

Der erste Lateralloben ist bei *Pseudosageceras multilobatum* leicht zu erkennen. Er ist bei weitem der größte und tiefste Lobus von einfach dreispitzigem Grundtypus, der aber durch sekundäre Spaltung der drei Finger sehr mannigfaltigen Veränderungen unterliegt.

Die Lobenformel des großen, von A. v. Krafft und mir aus den Hedenstroemia beds von Spiti beschriebenen Exemplars (l. c., Pl. XXI, Fig. 5) lautet folgendermaßen:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[Ad\,L_1 + Ad\,S_1 + Ad\,L_2 + Ad\,S_2 + Ad\,L_3 + Ad\,S_3 + Ad\,L_4 + Ad\,S_4 + el] + ES + LL_1 +$$
$$+ LS_1 + LL_2 + LS_2 + Ax\,L_1 + Ax\,S_1 + Ax\,L_2 + Ax\,S_2 + Ax\,L_3 + Ax\,S_3 + Ax\,L_4 + Ax\,S_4 + Ax\,L_5 + Ax\,S_5 \text{ etc.}$$

A. Hyatt und J. P. Smith geben für *Pseudosageceras intermontanum* aus den Meekoceras beds des nordamerikanischen Westens die folgende Lobenstellung an (l. c., p. 99): Ein einspitziger, durch den Mediansattel geteilter Ventrallobus, zwei Adventivloben, vier Hauptlateralloben, sechs Auxiliarloben. Die auf Pl. IV, Fig. 3 abgebildete Suturlinie zeigt jedoch deutlich, daß der ursprüngliche Externlobus in vier Elemente zerfiel und daß nur zwei Lateralloben vorhanden sind. Eine gleiche Anordnung der Suturlinie ist aus der Abbildung auf Pl. LXIII, Fig. 1*c* erkennbar, während die in Fig. 2*c* abgebildete Suturlinie, wofern sie korrekt wiedergegeben sein sollte, auf eine ganz andere Spezies hinzuweisen scheint.

Die Suturlinie des *Pseudosageceras Drinense* aus der albanischen Untertrias hat G. v. Arthaber (Die Trias von Albanien, Beiträge zur Paläont. u. Geol. Österreich-Ungarns etc., XXIV, 1911, p. 201) beschrieben. Bei dieser Art scheinen Schalengröße und Anzahl der Suturelemente in engerer Wechselbeziehung zu stehen als bei *Ps. multilobatum*, bei dem Noetling eine Abhängigkeit der Anzahl der Adventiv- und Auxiliarelemente von dem Durchmesser des Gehäuses nicht nachweisen konnte. G. v. Arthaber bezeichnet »die ersten seitlichen Flügel nächst dem Siphonalhöcker« als Externlobus. Da, wie Noetling gezeigt hat, der innerste dem ursprünglichen Externsattel benachbarte Lobus den ältesten Teil des Externlobus darstellt, so muß diesem die Bezeichnung »Externlobus« verbleiben, wenn man es nicht vorzieht, das ganze Suturelement vom Mediansattel bis zum Externsattel Externlobus zu nennen und die einzelnen Adventivloben innerhalb desselben in der Formel durch eine Klammer zu vereinigen. Für das größte der albanischen Exemplare des *Pseudosageceras Drinense* würde sonach die Suturformel lauten:

$$\frac{MS}{2} + EL[Ad\,L_1 + Ad\,S_1 + Ad\,L_2 + Ad\,S_2 + Ad\,L_3 + Ad\,S_3 + Ad\,L_4 + Ad\,S_4 + el] + ES + LL_1 + LS_1 +$$
$$+ LL_2 + LS_2 + Ax\,L_1 + Ax\,S_1 \ldots\ldots Ax\,L_8.$$

Pseudosageceras clavisellatum Diener (Triassic faunae of Kashmir, Palaeont. Ind. new. ser., Vol. V, No. 1, 1913, p. 28) schließt sich in der Anordnung seiner Suturelemente an *Ps. multilobatum* enge an. Das gleiche gilt von der leider nur sehr unvollständig bekannten Spezies aus den Tobisin-Schichten der Murawiew-Halbinsel an der Ussuribucht, für die ich den Genusnamen *Pseudosageceras* im Jahre 1895 zuerst in Vorschlag gebracht habe.

Auch *Pseudosageceras* dürfte, ähnlich wie *Hedenstroemia*, auf *Meekoceras* im weiteren Sinne (mit Einschluß von *Aspidites*) als Stammform zurückgehen. Die Jugendwindungen von *Ps. multilobatum* mit ungegliedertem oder nur schwach geteiltem Externlobus (Noetling, Taf. XXVI, Fig. 37, 38) besitzen die Suturlinie von *Aspidites* Waagen. Ferner kennen wir aus der Untertrias des Himalaya eine leider nur in

einem fragmentarischen Rest vorliegende Form, die bis zu einem gewissen Grade zwischen *Hedenstroemia* und *Pseudosageceras* vermittelt. Sie ist von A. v. Krafft und mir in unserer Monographie der untertriadischen Cephalopoden von Spiti (l. c., p. 158, Pl. XXIX, Fig. 2) als *Nov. gen. ind. ex aff. Hedenstroemiae* beschrieben und abgebildet worden. Die Suturlinie ist komplizierter als bei *Hedenstroemia*, indem der Externlobus durch zwei Adventivsättel geteilt wird.

G. v. Arthaber (Die Trias von Albanien, l. c., p. 202) zieht die Vereinigung dieses Stückes mit *Pseudosageceras* in Erwägung. Gegen eine solche spricht jedoch die abweichende Beschaffenheit des Lobengrundes im ersten Laterallobus, der sehr gleichmäßig gezähnt ist und in diesem Merkmal vollständig mit dem ersten Laterallobus von *Hedenstroemia* übereinstimmt. Die unbenannte Form aus der Untertrias von Spiti scheint mir daher auf alle Fälle *Hedenstroemia* näher zu stehen als *Pseudosageceras*.

Cordillerites Hyatt et Smith.

Taf. I, Fig. 11.

Triassic Cephalopod genera of America. U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. Nr. 40, Washington, 1905, p. 109.

Die Entwicklung der Suturlinie ist bei dem einzigen bisher bekannten Vertreter dieser Gattung, *Cordillerites angulatus* Hyatt et Smith (l. c., p. 110, Pl. II, Fig. 1—8; LXVIII, Fig. 1—10; LXXI, Fig. 1—6; LXXXV, Fig. 14—20) aus den Meekoceras beds von Idaho bis zu einem Durchmesser von 3·5 *mm* verfolgt worden. Eine Prüfung der von den beiden obengenannten Forschern mitgeteilten Beobachtungen an der Hand ihres vorzüglichen Illustrationsmaterials führt mich jedoch zu wesentlich abweichenden Ergebnissen.

Nach der Meinung von Hyatt und Smith durchläuft die Lobenlinie des *Cordillerites angulatus* zunächst die Stadien von *Prolecanites* und *Pronorites* und tritt bei einem Durchmesser von 6 *mm* in ein *Sicanites*-Stadium ein. Bis zu diesem Augenblick herrscht eine Normalsutur ohne jedwede Andeutung adventiver Elemente. Solche stellen sich bei einem Durchmesser von 7 *mm* ein, indem sich aus dem Externsattel ein Adventivsattel bildet. Das *Sicanites*-Stadium mit der Entwicklung eines Adventivelements dauert bis zu einem Durchmesser von 12 *mm*. Dann erscheinen zwei Adventivloben (*Propinacoceras*-Stadium). Bei einem Durchmesser von 30 *mm* teilt sich der Externsattel nochmals und damit ist das *Cordillerites*-Stadium mit drei Adventivsätteln erreicht.

In den von Hyatt und Smith abgebildeten Lobenlinien vermag ich weder ein *Pronorites*-, noch ein *Sicanites*-, noch endlich ein *Propinacoceras*-Stadium zu erkennen. Der erste Laterallobus zeigt nirgends die für *Pronorites* so charakteristische Teilung durch den von der Mitte des Lobengrundes her aufragenden Zacken, sondern wird sofort triänidisch. Viel eher könnte man die Suturlinie des *Cordillerites angulatus* in diesem Wachstumsstadium mit der Normalsutur von *Popanoceras* vergleichen. Die Ähnlichkeit mit der letzteren wird noch größer, wenn man das in Pl. LXXI, Fig. 5, dargestellte Entwicklungsstadium in Betracht zieht, in dem der eigentliche Externlobus durch die Einschaltung von zwei Adventivsätteln bereits erheblich auf die Flanke nach innen geschoben erscheint. Der bifide Externlobus und der triänidische erste Laterallobus mit ihren großen gerundeten Sätteln gleichen vollständig den homologen Stücken der Suturlinie des *Popanoceras Romanowskyi* Karpinsky (Ammoneen der Artinsk-Stufe, l. c., p. 77, Taf. V, Fig. 6).

Andeutungen eines *Sicanites*-Stadiums vermisse ich vollständig. Nirgends zeigt sich im Externsattel von *Cordillerites* jenes für die Gattung *Sicanites* Gemm. charakteristische Merkmal, das Hyatt und Smith als »notching of the external saddle« bezeichnen, mit dem die Entstehung der Adventivelemente bei einem Durchmesser von 7 *mm* anheben soll. Der Externsattel bleibt vielmehr bei *Cordillerites* während des ganzen Wachstums unverändert, und die Adventivelemente entstehen, wie ein Vergleich der Figuren 20 auf Pl. LXXXV, und 2 auf Pl. LXXI lehrt, aus dem Externlobus. In dieser Hinsicht schließt sich daher *Cordillerites* durchaus an *Hedenstroemia* oder *Pseudosageceras* an, wie das auch die Entwicklung

weiterer Adventivelemente in fortschreitenden Wachstumsstadien zeigt. Alle diese Adventivelemente lösen sich von dem an den Mediansattel grenzenden Teil des Externlobus, wenn nicht aus der inneren Flanke des Mediansattels selbst los.

Die Lobenformel des *Cordillerites angulatus* lautet daher für das auf Pl. LXXI, Fig. 6, abgebildete erwachsene Exemplar:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[adl_1 + ads_1 + AdL_2 + AdS_2 + AdL_3 + AdS_3 + el] + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + Ax\,L_1 + + Ax\,S_1 + \ldots\ldots Ax\,S_6.$$

Hyatt und Smith haben die Gattung *Cordillerites* mit einem zweiten Genus aus der Untertrias Nordamerikas, *Lanceolites* Hyatt et Smith (l. c., p. 113) in der Familie der *Pronoritidae* vereinigt, obwohl keine dieser beiden Gattungen in der Entwicklung ihrer Suturen ein *Pronorites*-Stadium durchläuft.

Lanceolites (Taf. II, Fig. 7) gehört überhaupt nicht zu den Triasammoniten mit hochspezialisierten Suturlinien. Die Suturen des Gattungstypus *Lanceolites compactus* Hyatt et Smith (l. c., p. 113, Pl. IV, Fig. 4—10; V, Fig. 7—9, LXXVIII, Fig. 9—11) zeichnen sich durch kräftige Zackung des breiten, niedrigen Externlobus und des breiten, sehr tiefen Laterallobus, ferner durch die auffallende Verschmelzung des ersten Lateralsattels mit den übrigen bis zur Naht folgenden Suturelementen aus. Von Adventivelementen jedoch ist in dieser eigenartig spezialisierten Lobenlinie keine Spur vorhanden. Auch widersprechen sich diesbezüglich die Gattungs- und Artdiagnose bei Hyatt und Smith auf p. 118 ihrer oben zitierten Monographie. In der ersteren heißt es: »The septa in *Lanceolites* are complex, digitate, and lanceolate. There is a short adventitious series of simple lobes, two laterals etc.« In der letzteren dagegen: »The septa (of *Lanceolites compactus*) are complex, with lanceolate digitation of the lobes, the external lobe is divided by a narrow siphonal saddle into two broad digitate branches. The first lateral lobe is broad etc.« Hier wird also der Anwesenheit von Adventivloben überhaupt keine Erwähnung getan. Eine solche muß daher auch aus der Gattungsdiagnose von *Lanceolites* verschwinden.[1]

Arthaberites Diener.

Taf. I, Fig. 12.

Triadische Cephalopodenfauna der Schiechlinghöhe. Beitr. z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc. XIII, 1900, p. 17.

Die wenigen Exemplare, die von den beiden Arten dieses anisischen Genus, *Arthaberites Alexandrae* Diener[2] und *A. Katzeri* Turina[3] in den europäischen Sammlungen liegen, gestatten keine Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie. Am besten erhalten erscheint das von G. v. Arthaber (l. c., Textfig. 9) abgebildete Exemplar des *Arthaberites Alexandrae* aus dem Hallstätter Kalk der Schiechlinghöhe. Auf den hohen Mediansattel folgt bei ihm ein Adventivlobus, von dem ein an die Externsättel mancher Ptychiten erinnernder Sattel vorspringt, hierauf der dreiteilige Externlobus und von diesem durch den hohen Externsattel getrennt, der ebenfalls dreiteilige erste Laterallobus. Die Lobenstellung ist zentroserial, indem vom Adventivlobus bis zum ersten Laterallobus die Loben an Größe regelmäßig zunehmen und dann gegen die Auxiliarserie hin wieder abnehmen.[4]

---

[1] Vgl. diese Abhandlung. Taf. II, Fig. 7.

[2] C. Diener: l. c., p. 18, Taf. II, Fig. 4. — v. Arthaber: Trias von Albanien. Beitr. z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc. XXIV, 1911, p. 217.

[3] Turina: Ein neuer Fundort des roten Han Bulog-Ptychitenkalkes etc. Wissenschaftl. Mitteil. aus Bosnien, XII, 1912, p. 689, Taf. XLII, Fig. 1, 2.

[4] In meiner Arbeit über die Cephalopodenfauna der Schiechlinghöhe habe ich den ersten Lobus neben dem Mediansattel als Externlobus, den nach innen zunächst folgenden, tieferen als Adventivlobus bezeichnet. Diese Terminologie wendet auch G. v. Arthaber an. Noetling's Erfahrungen über die Entwicklung der Suturlinie von *Pseudosageceras*, die im Jahre 1900 noch nicht bekannt waren, lassen jedoch eine Umkehrung der obigen Bezeichnungen geboten erscheinen, da durch das Hervortreten eines Adventivsattels der Hauptteil des Externlobus in die Flanke gedrängt und der neue Adventivsattel an seinem äußeren Rande von dem Adventivlobus begleitet wird.

Ob die Loslösung des Adventivelements vom Kopf des Mediansattels oder vom Externlobus ausgegangen ist, läßt sich nicht entscheiden. Man könnte ebensowohl an die erstere, wie bei *Ussuria* oder *Procarnites*, als an die zweite, wie bei *Hedenstroemia*, denken. Mit Rücksicht auf diese Unsicherheit wird man die Lobenformel vorläufig am besten in folgender Weise schreiben:

$$\frac{MS}{2} + AdL + AdS + EL + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + ArL_1 + ArS_1 + \ldots\ldots\ldots ArS_3.$$

Über die Beziehungen des Genus *Arthaberites* zu anderen Gattungen triadischer Ammoniten sind die Meinungen geteilt. Ich habe ursprünglich mich in dieser Frage mit großer Reserve ausgesprochen, wohl auf gewisse Ähnlichkeiten in der äußeren Gestalt mit *Norites*, in der Suturlinie mit *Sageceras* und *Pseudosageceras* hingewiesen, aber zugleich auf die Unterschiede aufmerksam gemacht, die in dem triänidischen Charakter der äußeren Loben von *Arthaberites* begründet sind. Später hat mich Noetling's Monographie des *Pseudosageceras multilobatum*[1] veranlaßt, die von ihm betonte Verwandtschaft zwischen *Arthaberites* und *Pseudosageceras* anzuerkennen[2] — im Widerspruch mit F. Frech,[3] der die generische Selbständigkeit der anisischen Gattung bezweifelt und sie mit *Hedenstroemia* vereinigen will, ein Vorschlag, der nach der neuen Darstellung der Suturlinie des *Arthaberites Alexandrae* durch G. v. Arthaber wohl kaum mehr ernstlich in Betracht gezogen zu werden braucht.

Seither haben A. Hyatt und J. P. Smith[4] *Arthaberites* in ihre Familie der *Pronoritidae* und in die Nähe von *Cordillerites* gestellt, übrigens mit Recht auf den Unterschied hingewiesen, der in der geringen Zahl der Adventivelemente und in der triänidischen Ausbildung des Externlobus sich zu erkennen gibt. Gegen eine Verwandtschaft mit den *Pronoritidae*, bei denen die Entstehung der Adventivelemente im Externsattel (nicht im Externlobus) ihren Ausgang nimmt, spricht jedoch die ganze Anordnung der Suturen.

Nach G. v. Arthaber (l. c., p. 218) nähert sich *Arthaberites* am meisten *Procarnites* durch den Besitz »eines kurzen Externlobus, eines übermäßig breiten Adventivs, die grobe Zerteilung der Loben, welche mehr auf die Außenseite derselben beschränkt ist, und die große Anzahl der einfach gegliederten Auxiliare«. Abgesehen davon, daß das Verhältnis des sehr kleinen Adventivlobus zum Externlobus bei *Procarnites* ein anderes sein dürfte als bei *Arthaberites*, sind die Verschiedenheiten im Lobenbau so auffallende, daß ich dem Vorschlage der Vereinigung beider Genera in einer und derselben Familie nicht beipflichten kann. Die Sättel von *Procarnites* sind dolichophyll zerschlitzt, bei *Arthaberites* dagegen monophyllisch, mit allseitig gerundeten Endblättern.

Longobardites v. Mojsisovics.

Taf. I, Fig. 16.

Cephalopoden d. Mediterranen Triasprovinz. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst. X, 1882, p. 184. — Hyatt et Smith, Triassic Cephalopod genera of America. U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, 1905, p. 132.

Obwohl *Longobardites* in der anisischen und ladinischen Stufe des Mediterranen und Andinen Reiches durch mehrere Arten vertreten ist, liegt mir von keiner derselben ausreichendes Material für eine Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie vor. Die Anordnung der einfach ceratitischen Loben ist zentroserial.

Im sogenannten *Prolecanites*-Stadium, das A. Hyatt und J. P. Smith bei *Longobardites nevadanus* (l. c., p. 132, Pl. XXV, Fig. 13—18, LVIII, Fig. 16—20, LXXV, Fig. 6—9) beobachtet haben, fehlen bei einem Durchmesser von 2·5 *mm* Andeutungen eines Adventivlobus, doch erscheint der breite und tiefe

---

[1] F. Noetling: Untersuchungen über den Bau der Lobenlinie bei *Pseudosageceras multilobatum*, l. c., p. 180.

[2] A. v. Krafft et C. Diener: Lower Triassic Cephalopoda from Spiti etc. Palaeontol. Ind., ser XV, Vol. VI, No. 1, 1909, p. 144.

[3] F. Frech, in Lethaea mesoz. I/2, Asiatische Trias, Erklärung zu Taf. XXVII.

[4] A. Hyatt et J. P. Smith: Triassic Cephalopod genera of America, l. c., p. 109.

Externlobus bereits durch einen Medianhöcker geteilt. Jedenfalls geht die Bildung der Adventivelemente vom Externlobus (wenn nicht gar vom Mediansattel) aus. Auch bei den erwachsenen Exemplaren aller bisher bekannten Spezies ist nur ein Adventivlobus und Adventivsattel vorhanden. Die Zahl der Lateralloben beträgt drei. Die Lobenformel dürfte zu schreiben sein:

$$\frac{MS}{2} + AdL + AdS + EL + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + LL_3 + LS_3 + AxL_1 \text{ etc.}$$

G. v. Arthaber stellt *Longobardites* in seine Familie der *Prodromitidae* in die Nähe von *Hedenstroemia*, J. P. Smith trotz des Besitzes eines Adventivlobus in die Familie der *Hungaritidae*, da die erstere Gattung seiner Ansicht nach von *Hungarites* nur durch das Auftreten des erwähnten Adventivelements und durch den Mangel von Marginalkanten abweicht. Wenn man in Erwägung zieht, daß bei manchen Formen, die E. v. Mojsisovics unbedenklich mit *Hungarites* vereinigt hat (zum Beispiel *Hungarites triformis* Mojs.),[1] die Abgrenzung des Externteils von den Flanken durch stumpfe Marginalkanten sehr unscharf wird, so scheint einer Ableitung der Gattung *Longobardites* von *Hungarites* in der Tat kein ernster Einwand entgegenzustehen.

Aber auch die von G. v. Arthaber hervorgehobenen Beziehungen zu *Hedenstroemia* sind im Auge zu behalten. Sie werden durch die Ähnlichkeit mit der indischen *Hedenstroemia acuta* Krafft et Dien.,[2] die eine zugeschärfte Externseite, aber einen viel weniger deutlich ausgebildeten Adventivsattel besitzt, in den Vordergrund gerückt.

Sageceras v. Mojsisovics.

Taf. I, Fig. 17, 18.

Cephalopoden d. Hallstätter Kalke. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst. VI/I, 1873, p. 69, Suppl. 1902, p. 313. — Cephalopoden d. Mediterr. Triasprovinz, ibidem, X, 1882, p. 187. — Hyatt et Smith: Triass. Cephalopod genera of America, U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, 1905, p. 97.

Unter allen triadischen Ammonitengattungen mit hochspezialisierter Suturlinie ist *Sageceras* eine der auffallendsten durch die ungewöhnlich große Zahl der adventiven Elemente und den von Haug als dikranidisch bezeichneten Typus der durchaus bifiden Loben, welche die hohen, zungenförmigen Sättel voneinander trennen.

In der Trias reicht *Sageceras* aus der skythischen (*S. albanicum* Arth.)[3] bis in die karnische Stufe hinauf. Seine Vertretung im permischen Productuskalk der Salt Range ist sehr unsicher.

Die drei bestbekannten Arten sind die einander außerordentlich nahestehenden mediterranen Formen *Sageceras Haidingeri* Hau.[4] und *S. Walteri* Mojs.[5] und das nordandine *S. Gabbi* Mojs.[6] aus der mittleren Trias von Nevada.

---

[1] E. v. Mojsisovics: Arktische Triasfaunen. Mém. Acad. imp. des sciences, St. Pétersbourg, sér. VII, T. XXXIII, No. 6, 1886, p. 87, Taf. XI, Fig. 14—16.

[2] A. v. Krafft et Diener: Lower triassic Cephalopoda from Spiti etc. Palaeont. Ind., ser. XV, Vol. VI, No. 1, 1909, p. 157, Pl. IX, Fig. 2.

[3] G. v. Arthaber: Untertrias in Albanien. Mitteil. Geol. Ges. Wien, I, 1908, p. 281, Taf. XIII, Fig. 1. — Trias von Albanien. Beitr. z. Paläont. u. Geol. Österr.-Ungarns etc. XXIV, 1911, p. 203, Taf. XVII, Fig. 4, 5. Not Sageceras. See Spath, 1934, Cotaldinae of Cephs.

[4] v. Hauer: Neue Cephalopoden aus d. roten Marmor von Aussee. Haidinger's Naturwiss. Abhandl. I, 1847, p. 264, Taf. VIII, Fig. 9—11. — v. Mojsisovics: Ceph. d. Hallst. Kalke, l. c., 1873, p. 70, Taf. XXIV, Fig. 1—6, Suppl. 1902, p. 313. — Branco: Entwicklungsgeschichte d. foss. Cephal. Palaeontographica, XXVI, 1879, p. 43, Taf. VI, Fig. 9. — v. Mojsisovics: Ceph. d. Mediterr. Triasprov., l. c., 1882, p. 189, Taf. LIII, Fig. 10. — S. v. Woehrmann: Fauna d. Cardita- u. Raibler Schichten. Jahrb. k. k. Geol. Reichsanst., XXXIX, 1889, p. 231. — v. Arthaber: Alpine Trias, Lethaea mes. I, 1906, Taf. XLIV, Fig. 4. — Renz: Triadische Faunen der Argolis. Palaeontographica. LVIII, 1910, p. 78. — Simionescu: Ammonites trias. de Hagighiol etc., Acad. Romana, Bucuresci, 1913, XXXIV, p. 329, 364, Pl. V, Fig. 4, Textfig. 57.

[5] v. Mojsisovics: Cephal. Mediterr. Triasprov., l. c., p. 187, Taf. LIII, Fig. 9, 11—13. — Salomon: Marmolata. Palaeontographica, XLII, 1895, p. 189, Taf. VII, Fig. 4—7. — v. Arthaber: Cephalopodenfauna d. Reiflinger Kalke. Beitr. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., X, 1896, p. 86. — Diener: Cephalopodenfauna d. Schiechlinghöhe. Ibidem, XIII, 1900, p. 17. — Reis:

Untersuchungen über die ontogenetische Entwicklung liegen nur für *Sageceras Haidingeri* in beschränktem Maße vor. Ich habe schon in dem ersten Abschnitt dieser Arbeit auf die unsicheren Ergebnisse der Beobachtungen Branca's hingewiesen. Durch das liebenswürdige Entgegenkommen des Vorstandes der Geologisch-Paläontologischen Abteilung des k. k. Naturhistorischen Hofmuseums in Wien, Herrn Professor Dr. F. X. Schaffer, war ich in der Lage, ein sehr reiches Material dieser Art aus den karnischen Hallstätter Kalken des Feuerkogels bei Aussee für die Präparation innerer Umgänge zu opfern. Auf diesem mühevollen Wege ist es mir gelungen, die folgenden Tatsachen festzustellen.

Die inneren Kerne sind weitnabelig, mit gerundetem Externteil und gewölbten Flanken versehen, die Umgänge fast ebenso breit als hoch. Andeutungen von Marginalkanten zeigen sich erst bei einer Windungshöhe von 8 *mm*. In diesem Stadium macht sich auch eine Abflachung der Seitenteile bemerkbar.

Bei einer Windungshöhe von $2^1/_2$ *mm* besteht die Suturlinie aus fünf Loben und Sätteln, die normal gerundet sind und noch keine Anzeichen der dikranidischen Lobenform aufweisen. Doch tritt eine solche bereits bei einer Windungshöhe von $3^1/_2$ *mm* zutage. Unter den fünf Sätteln der Suturlinie, die der Windungshöhe von $2^1/_2$ *mm* entspricht, ist der zweite — von der Medianlinie des Externteils gegen innen gezählt — der größte. Er ist der erste Lateralsattel. Der Externsattel ist ein wenig kleiner. Verfolgt man auf den Suturlinien der nächst jüngeren Wachstumsstadien diese beiden Sättel, so sieht man, daß die neu hinzutretenden Adventivelemente sich zwischen den Externsattel, der unverändert bleibt, und den Medianhöcker einschieben. Sie entstehen aus der vom Medianhöcker zum Externlobus abfallenden Flanke, wie bei *Pseudosageceras*.

Diese Art der Lobenbildung hat schon E. v. Mojsisovics im Jahre 1873 (l. c., p. 70) richtig erkannt, indem er die stetige Vermehrung der Adventivloben durch eine fortgesetzte Ablösung neuer Sättel vom Siphonalhöcker her erklärte. Auch in seiner Diagnose des *Sageceras Walteri* hat er (l. c., p. 188) auf »Ansätze weiterer Suturelemente in dem breiten Medianhöcker« eines Exemplars von 13 *mm* Windungshöhe aufmerksam gemacht.

Sageceras gehört somit zu den Ammoniten mit externolobaten Adventivelementen, bei welchen die letzteren sich aus dem Externlobus entwickeln. Diese Erfahrung zeigt, wie Recht Karpinsky hatte, als er nähere verwandtschaftliche Beziehungen zwischen *Sageceras* und *Medlicottia* in Abrede stellte. Wohl sind beide Gattungen durch den dikranidischen Bau ihrer Loben und durch den Besitz von Adventivelementen einander ähnlich, aber diese Adventivelemente bilden sich bei *Medlicottia* aus dem in oraler Richtung verlängerten Externsattel, bei *Sageceras* aus dem Externlobus heraus, verstärken daher durch ihren verschiedenen Ursprung den Unterschied, der sich aus den angustisellaten Anfangskammern der einen, den latisellaten der anderen Gattung ergibt.

Sageceras besitzt eine ausgezeichnet zentroseriale Lobenstellung. Der erste Laterallobus ist der tiefste. Von ihm aus nehmen Loben und Sättel nach der Naht und nach dem Externteil hin allmählich an Größe ab. Die Lobenformel ist nach dem Muster von *Pseudosageceras* zu schreiben. Die Zahl der Lobenelemente wechselt nicht nur innerhalb der Art, sondern auch an demselben Individuum innerhalb der einzelnen Wachstumsstadien. Sie erscheint von der Größe des Exemplars abhängig. E. v. Mojsisovics hat bei *Sageceras Walteri* bis zu elf Adventivloben gezählt. Interessant ist die Tatsache, daß die Zahl der

---

Fauna des Wettersteinkalkes. I. Geognost. Jahreshefte, XIII, 1900, p. 91, II, l. c., XVIII, 1905, p. 118. — Kittl: Triasbildungen d. nordöstl. Dobrudscha. Denkschr. kais. Akad. d. Wiss. Wien, LXXXI, 1908, p. 51, Textfig. 6. — Wilckens: Paläontol. Untersuchungen triad. Faunen aus d. Umgebung v. Predazzo. Verhandl. Naturhist. Mediz. Ver. Heidelberg, N. F., X, 1909, p. 175. — Renz: Stratigraphische Untersuchungen im griechischen Mesozoikum etc. Jahrb. k. k. Geol. Reichsanst. LX, 1910, Taf. XVIII, Fig. 2. — Renz: Triadische Faunen d. Argolis. Palaeontographica, LVIII, 1910, p. 21, 36, 43. — Turina: Ein neuer Fundort des roten Han Bulog-Ptychitenkalkes bei Sarajevo. Wissensch. Mitteil. aus Bosnien, XII, 1912, p. 689. — Salopek: O srednjem trijasu Samoborskoj gori etc. Jugoslav. Akad. znan. Zagreb, XX, 1912, p. 21. — De Toni: Fauna triasica di Valdepena. Mem. Ist. Geol. Università di Padova (Dal Piaz), II, 1913, p. 157.

[6] v. Mojsisovics: Cephalopoden d. Hallstätter Kalke. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst. VI/I, 1873, p. 71 (Typ. *Goniatites Haidingeri* Gabb. (non v. Hauer), Geol. Surv. of California, Palaeontology I, 1864, p. 22, Pl. V, Fig. 8, 10, teste E. v. Mojsisovics, non Pl. IV, Fig. 10, teste Hyatt et Smith). — Hyatt et Smith, l. c., p. 97, Pl. XXV, Fig. 1—3, LXXIV, Fig. 8, 9, LXXV, Fig. 14, 15.

Adventiv- und Auxiliarelemente bei den einzelnen Arten nicht gleichmäßig zunimmt. So bleibt die Zahl der Hilfsloben nach E. v. Mojsisovics bei *S. Haidingeri* von einem gewissen Wachstumsstadium an konstant, während sich noch immer neue Adventivloben einschieben. Bei *S. Walteri* hingegen hält die Vermehrung der Adventivloben mit jener der Auxiliarloben annähernd gleichen Schritt.

Über den genetischen Anschluß dieser Gattung, die durch ihren streng dikranidischen Lobenbau eine isolierte Stellung unter den Triasammoniten einnimmt, wage ich keine Vermutung zu äußern. Die Errichtung einer besonderen Familie, *Sageceratidae*, für dieselbe durch E. v. Mojsisovics halte ich für durchaus gerechtfertigt.

Beneckeia v. Mojsisovics.

Cephalopoden d. Mediterranen Triasprovinz. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., X, 1882, p. 183. — K. v. Fritsch: Beitrag zur Kenntnis der Tierwelt der deutschen Trias. Abhandl. Naturforsch. Ges. Halle, XXIV, 1902, p. 253 (37).

Bei dem Genus *Beneckeia*, dessen Namen in G. v. Arthaber's Liste der *Beloceratea* vermißt wird, geht die Bildung der Adventivelemente im Externlobus nicht über die ersten Anfänge hinaus.

R. Wagner[1] hat zuerst bei *Beneckeia tenuis*, später auch bei *B. Buchi*[2] das Auftreten von Adventivloben nachzuweisen versucht. K. v. Fritsch (l. c., p. 259) hat der Deutung der »seitlichen Einkerbungen am Mittelhöcker, dicht neben den Enden des Außenlobus« als Adventivloben widersprochen, weil sie gewöhnlich nur an manchen Kammerwänden des Gehäuses, nicht an allen, auftreten. Dieser Einwand kann aber wohl kaum als stichhältig erachtet werden. Einerseits sind die Beobachtungen über den Externlobus bei *Beneckeia* durch die Abwitterung der Steinkerne in der Regel außerordentlich erschwert, andrerseits können kleine Unregelmäßigkeiten in der Ausbildung eines Suturelements, das eben erst in der Entstehung begriffen ist, kaum auffallen, insbesondere, wenn man die keineswegs unerhebliche Veränderlichkeit der Loben in Betracht zieht, die sich bei den einzelnen Arten des Genus *Beneckeia* überhaupt geltend macht.

Acrochordiceras Hyatt.

Taf. I, Fig. 15.

Report Geol. Exploration 40. Parallel, by C. King, 1877, Vol. IV, p. 124. — v. Mojsisovics: Cephalopoden d. Mediterr. Triasprovinz. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., X, 1882, p. 140. — Hyatt et Smith, Triassic Cephalopod genera of America, U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, 1905, p. 177.

Die weitaus überwiegende Mehrzahl der Vertreter dieser schönen Gattung aus der Unterordnung der *Tropitoidea* v. Mojsisovics besitzt zweifellos normale Suturen. Insbesondere ist dies für die am besten bekannten Spezies aus dem Muschelkalk von Bithynien von G. v. Arthaber festgestellt worden. Eine Ausnahme von dieser Regel könnte indessen *Acrochordicerae Damesi* Noetling aus dem unteren Wellenkalk Niederschlesiens machen. Noetling[3] gibt bei dieser Spezies einen ungewöhnlich breiten, durch zwei sehr hohe und dolichophyll zerschlitzte Sekundärsättel geteilten Externlobus an. Diese sekundären Sättel sind so stark individualisiert, daß sie den Charakter von echten Adventivelementen annehmen. Sie übertreffen in dieser Richtung die von Douvillé als Adventivelemente angesprochenen Sekundärsättel im ersten Laterallobus mancher Kreideammoniten — zum Beispiel *Leoniceras (Pseudotissotia) segne* Solg. — nicht unerheblich.

Eine Nachprüfung der von Noetling mitgeteilten und von Philippi[4] reproduzierten Zeichnung der Suturlinie des *Acrochordiceras Damesi* erscheint in hohem Grade wünschenswert.

---

[1] R. Wagner: Cephalopoden aus dem Röth und unteren Muschelkalk von Jena. Zeitschr. Deutsch. Geol. Ges., XL, 1888, p. 26.

[2] R. Wagner: Versteinerungen des unteren Muschelkalkes von Jena. Ibidem, XLIII, 1891, p. 896.

[3] F. Noetling: Die Entwicklung der Trias in Niederschlesien. Zeitschr. Deutsch. Geol. Ges., XXXII, 1880, p. 334, Taf. XV, Fig. 1.

[4] E. Philippi: Kontinentale Trias. Lethaea mes., I/I, 1903, Taf. I, Fig. 7 *b*.

Das Auftreten von Adventivsätteln im Externlobus von *A. Damesi* wäre insoferne von besonderem Interesse, als es zeigen würde, daß auch in der durch ihre lange Wohnkammer charakterisierten Abteilung der *Tropitoidea* gelegentlich Adventivloben sich einstellen, mit anderen Worten, daß bei sehr verschiedenen Stämmen triadischer Ammoniten, die untereinander keine genetischen Beziehungen aufweisen, die Disposition in der Suturlinie zur Herausbildung hochspezialisierter Loben vorhanden war.

Bosnites v. Hauer.

Taf. I, Fig. 21.

Cephalopoden aus der Trias von Bosnien, II, Nautileen und Ammoniten mit ceratitischen Loben aus dem Muschelkalk von Haliluci. Denkschr. kais. Akad. d. Wissensch., LXIII, 1896, p. 269.

Diese sehr seltene Gattung, die nur im bosnischen Muschelkalk durch zwei Arten, *Bosnites clathratus* v. Hauer (l. c., p. 270, Taf. XIII, Fig. 1—3) und *B. patens* v. Hauer (l. c., p. 270, Taf. XIII, Fig. 4—9) vertreten ist, steht unter den Triasammoniten mit Adventivloben durch die eigenartige Anordnung ihrer Suturelemente vereinzelt da. Mit *Gymnites* Mojs. oder *Ambites* Waag. besteht nur eine äußere Ähnlichkeit im Umriß und in der Schalenskulptur. Die Lobenlinie ist ganz verschieden. Die Anordnung der Suturelemente ist zentroserial, weicht aber durch den nach aufwärts gebogenen Verlauf der Auxiliarloben von den Suturen der meisten übrigen, mit Adventivloben ausgestatteten Triasammoniten in auffallender Weise ab.

Daß bei *Bosnites* die Adventivelemente wie bei *Sageceras* oder *Pseudosageceras* aus den dem Medianhöcker benachbarten Abschnitten des Externlobus hervorgegangen sind, kann wohl kaum einem Zweifel unterliegen. In der von F. v. Hauer mitgeteilten Abbildung der Lobenlinie des *Bosnites patens* (Fig. 9) bemerkt man deutlich die Ansätze zur Bildung neuer Adventivelemente neben dem Mediansattel.

Die Suturformel für *Bosnites clathratus* würde unter dieser Voraussetzung folgendermaßen lauten:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[AdL_1 + AdS_1 + AdL_2 + AdS_2 + el] + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + AxL_1 \text{ etc.}$$

Der erste Laterallobus ist der tiefste Lobus, der Externsattel hingegen der höchste Sattel, der den ersten Lateralsattel an Größe erheblich übertrifft. An der Naht erreicht die Suturlinie durch das schräge Ansteigen der Auxiliaren eine Höhe, welche jene des höchsten Sattels noch überragt.

E. v. Mojsisovics[1] hat *Bosnites*, »der in der Gestalt sehr gut mit *Gymnites* übereinstimmt, aber megaphyll ausgebildete Sättel und statt eines Suspensivlobus dessen gerades Gegenteil, nämlich eine schräg aufsteigende Reihe von Hilfsloben besitzt,« gleichwohl an *Gymnites* angeschlossen. »Da anzunehmen ist« — meint er — »daß auch die Gymniten, bevor sie dimeroid gespaltene Sättel erwarben, ein Übergangsstadium mit megaphyllen oder monophyllen Sätteln durchlaufen haben, so scheinen die beiden Gattungen *Gymnites* und *Bosnites*, trotz ihrer scheinbar großen Verschiedenheit, doch Zweige eines und desselben Stammes zu sein, welche sich selbständig divergierend weiter entwickelten.«

Es zeigt sich aber bei *Bosnites* keineswegs nur in den Hilfsloben eine *Gymnites* geradezu entgegengesetzte Variationsrichtung. Auch die Adventivloben sind bei *Bosnites* aus anderen Abschnitten der Normalsutur hervorgegangen, als bei allen jenen Triasammoniten mit hochspezialisierten Suturlinien, die wir von *Gymnites* ableiten dürfen. Wie später noch ausführlicher dargelegt werden soll, bekundet sich bei einigen typischen Repräsentanten der Gattung *Gymnites* selbst eine Tendenz zur Bildung von Adventivloben, aber nicht im Externlobus, sondern durch Individualisierung äußerer Äste des breit angelegten Externsattels. Desgleichen finden wir bei *Placites*, der unbedenklich als der direkte Nachkomme des Genus *Gymnites* angesehen werden darf, ausschließlich externosellate, das heißt aus dem Externsattel hervorgegangene Adventivelemente.

Der Gegensatz in der Entwicklungsrichtung so wichtiger Abschnitte der Suturlinie macht es mir schwer, an eine direkte stammesgeschichtliche Verbindung von *Bosnites* und *Gymnites* im Sinne von E. v. Mojsisovics zu glauben.

[1] E. v. Mojsisovics: Cephalopoden der Hallstätter Kalke, l. c., I, Suppl. 1902, p. 303.

Tellerites v. Mojsisovics.

Taf. I, Fig. 19.

Cephalopoden d. Hallstätter Kalke. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., VI/1, Suppl. 1902, p. 311.

Der einzige, nur in zwei Exemplaren aus dem anisischen Daonellenkalk Spitzbergens[1] bekannte Vertreter dieses Genus, *Tellerites furcatus* Oeberg,[2] ist durch den Besitz eines Adventivlobus ausgezeichnet, dessen systematische Bedeutung lange Zeit so gering eingeschätzt wurde, daß Oeberg die Spezies mit *Ceratites*, E. v. Mojsisovics mit *Meekoceras*, Haug mit *Norites* vereinigen zu dürfen glaubten. Nachdem Waagen im Jahre 1895 für die mit Adventivelementen ausgestatteten Ceratiten der arktischen Trias den Genusnamen *Hedenstroemia* eingeführt hatte, erhob E. v. Mojsisovics 1902 *Ceratites furcatus* zum Range einer besonderen Gattung, *Tellerites*, die sich durch den Besitz wohl entwickelter Randkiele von *Hedenstroemia* unterscheidet. Dadurch entsteht eine unverkennbare äußere Ähnlichkeit mit *Norites* Mojs., der indessen die Gestalt der Suturlinie widerspricht, da in dem dreispitzigen ersten Laterallobus von *Tellerites* keine Spur des für *Norites* angeblich charakteristischen mittleren Zackens zu sehen ist.

Die Lobenformel für *Tellerites* lautet wie für *Hedenstroemia* oder *Clypites*:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[Ad\,L + Ad\,S + el] + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + Ax\,L_1 \ldots\ldots \text{etc.}$$

Der Umriß und die Involutionsverhältnisse des Gehäuses, die aus schwach ausgeprägten Sichelrippen bestehende Schalenskulptur und die Suturlinie sprechen für eine Abstammung des Genus *Tellerites* von einem untertriadischen *Meekoceras* mit biangularer Externseite. Formen aus der Verwandtschaft des *Meekoceras sibiricum* v. Mojsisovics (Arktische Triasfaunen, l. c., p. 85, Taf. XI, Fig. 1—6) würden hier in erster Linie in Betracht kommen. Der Besitz von Randkielen spricht durchaus nicht gegen eine direkte Abstammung von *Meekoceras*. Solche treten zum Beispiel bei *Meekoceras pseudoplanulatum* v. Krafft et Diener (Lower Triassic Cephalopoda from Spiti. Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. VI, No. 1, 1909, p. 30, Pl. VI, Fig. 3) auf.

Carnites v. Mojsisovics.

Taf. I, Fig. 22.

Verhandl. k. k. Geol. Reichsanst., 1879, p. 135. — Cephalopoden d. Mediterranen Triasprovinz, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., X, 1882, p. 227. — Cephalopoden d. Hallstätter Kalke. Ibidem, I/1, Suppl. 1902, p. 311.

Über die ontogenetische Entwicklung des Gattungstypus *Carnites floridus* Wulf. sind wir durch die Arbeiten von F. v. Hauer[3] und E. v. Mojsisovics[4] genauer unterrichtet.

Die innersten Kerne sind gewölbt, glatt, mit gerundeter Externseite versehen und besitzen die Lobenlinie eines *Meekoceras*. Bald früher bald später jedoch stellen sich Randkiele ein. Tritt dann zu den Hauptloben ein kleiner Adventivsattel im Externlobus hinzu, so besteht in diesem Stadium volle Übereinstimmung

---

[1] E. Stolley: Zur Kenntnis der arktischen Trias. Neues Jahrb. f. Min. etc. 1911/I, p. 124.

[2] Oeberg: Trias först. fr. Spetsbergen. K. Sv. Vet. Akad. Handl., XIV, No. 14, Stockholm, 1877, p. 13, Taf. III, Fig. 5, 6. — E. v. Mojsisovics, Arktische Triasfaunen. Mém. Acad. imp. sci. St. Pétersbourg, sér. VII, T. XXXIII, No. 6, 1886, p. 80, Taf. X, Fig. 18, 19. — E. Haug, Les Ammonites du Permien et du Trias. Bull. Soc. géol. de France, 3. sér., T. XXII, 1894, p. 393. — W. Waagen, Ceratite form. Palaeontol. Ind., ser. XIII, Salt Range Foss. Vol. II, 1895, p. 140. — v. Mojsisovics, Cephalopoden d. Hallstätter Kalke, I/1, Suppl., l. c., p. 311. — Frech, in Noetling, Asiatische Trias, Lethaea mesozoica, I, 1905, Taf. XXIX, Fig. 10.

[3] F. v. Hauer: Über die Cephalopoden des Muschelmarmors von Bleiberg. Haidinger's Naturwiss. Abhandl., I, 1846, p. 22, Taf. I, Fig. 5—14. — Beiträge zur Kenntnis der Cephalopodenfauna der Hallstätter Schichten. Denkschr. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, IX, 1855, p. 150.

[4] E. v. Mojsisovics, Cephalopoden der Hallstätter Kalke, VI/1, 1873, p. 58, Taf. XXII, Fig. 15, 16; XXV, Fig. 1, 3, 5 (caet. exclus.), Suppl. 1902, p. 312. — Cephalopoden der Mediterranen Triasprovinz, l. c., p. 228, Taf. L, Fig. 5—8; LI, Fig. 1—7 (non 8).

mit *Tellerites* Mojs. Weiter geht die Übereinstimmung mit bekannten Triasammoniten, in denen man persistierende Jugendstadien von *Carnites* erblicken könnte, nicht. Innere Kerne der letzteren Gattung, die neben den Randkielen bereits einen fadenförmigen Mittelkiel aufweisen, hat E. v. Mojsisovics mit *Rimkinites* verglichen, jedoch selbst auf das Fehlen von Adventivloben in dessen Suturen aufmerksam gemacht. Man braucht indessen gar nicht so weit gehen, um auch für dieses Entwicklungsstadium von *Carnites* Analogien bei untertriadischen Ammoniten zu finden. *Aspidites Spitiensis* v. Krafft et Diener (Lower Triassic Cephalopoda from Spiti etc. Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. VI, No. 1, 1909, p. 54, Pl. IV, Fig. 4, 5; XVI, Fig. 3—8) aus dem weiteren Formenkreise der Gattung *Meekoceras* besitzt ebenfalls außer den scharfen Marginalkanten einen breiten, niedrigen Mediankiel, so daß seine äußere Ähnlichkeit mit jugendlichen Exemplaren von *Carnites floridus* jener von *Rimkinites* gleichkommt.

Die Adventivelemente entstehen bei *Carnites*, wie schon F. v. Hauer nachweisen konnte, aus dem Externlobus, beziehungsweise aus dessen zum Mediansattel emporziehenden Außenrand.

Die Suturformel lautet daher wie bei *Hedenstroemia* oder *Tellerites*:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[AdL + AdS + el] + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + AxL_1 \ldots\ldots \text{etc.}$$

Bei großen Exemplaren des *Carnites floridus* tritt im Adventivlobus neben dem Mediansattel noch ein rudimentärer Sattel auf, der die Loslösung eines zweiten Adventivelements ankündigt. Dieses Element entsteht nicht, wie bei *Procarnites*, aus dem Kopf, sondern aus der zum Externlobus abfallenden Flanke des Mediansattels.

Als Stammform für *Carnites* kann meiner Überzeugung nach von skythischen Ammoniten nur *Meekoceras* s. l., unter den anisischen Ammoniten ein mit *Tellerites* verwandter Nachkomme der obigen Gattung, nicht aber *Procarnites* v. Arthaber in Betracht kommen. Ein *Procarnites*-Stadium ist in den Jugendzuständen des *Carnites floridus* überhaupt nicht zu finden. Altersreife Vorfahren von *Carnites* mit Adventivloben können weder einen Mediansattel wie *Procarnites Kokeni*, noch einen normal gerundeten Externteil gehabt haben, da in den inneren Kernen von *Carnites* sich mit der Herausbildung von Adventivelementen sogleich auch Randkiele und bald nachher oder fast gleichzeitig auch ein fadenförmiger Mediankiel einstellen.

F. Frech betrachtet das scharfkantige *Pinacoceras Mojsvari*[1] aus den Wengener Schichten von Ampezzo als Vorfahren von *Carnites*, da ihm die Zerschlitzung der Suturen erwachsener Exemplare eine gewisse Ähnlichkeit aufzuweisen scheint. Diese Meinung kann ich mit Rücksicht auf die durchgreifende Verschiedenheit der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie bei *Pinacoceras* und *Carnites* nicht teilen.

Pseudocarnites Simionescu.

Ammonites triassiques de Hagighiol. Acad. Romana, Bucuresci, XXXIV, 1913, p. 335, 366.

Aus Triasbildungen unbekannten, mutmaßlich karnischen Alters in der Dobrudscha ist von J. Simionescu unter dem obigen Namen eine Form, *Pseudocarnites Arthaberi*, beschrieben worden, die in allen ihren Merkmalen als das Produkt einer natürlichen Weiterentwicklung der von *Carnites* eingeschlagenen Variationsrichtung erscheint.

Die Suturlinie des *Pseudocarnites Arthaberi* unterscheidet sich von jener des *Carnites floridus* nur durch die größere Zahl der Adventivelemente (zwei) und durch die ein wenig abweichende Gestalt der auffallend blattförmigen Sattelenden.[2]

Die Lobenformel des von Simionescu in Fig. 66*a* (p. 336) abgebildeten Exemplars lautet:

$$\frac{MS}{2} + EL\,[Ad\,L_1 + Ad\,S_1 + Ad\,L_2 + Ad\,S_2 + el] + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 \text{ etc.}$$

[1] F. Frech: Nachträge zu den Cephalopoden und Zweischalern der Bakony-Trias. Sep. Abdr. aus »Resultate der wissensch. Erforschung d. Balatonsees«, Paläontol. Anhang z. I. Teil d. I. Bandes, Budapest 1899, p. 22.

[2] In Anbetracht der kleinen Dimensionen des rumänischen Exemplars kann man die Suturlinie wohl nicht als »einfacher als bei *Carnites*« bezeichnen. Die monophyllischen Sattelblätter sind kein Anzeichen einer geringeren Zerschlitzung der Suturlinie.

Gymnites v. Mojsisovics.

Taf. II, Fig. 1.

[Subgen. **Buddhaites** Dien. (Taf. II, Fig. 5, 6) inclus.]

Cephalopoden d. Mediterranen Triasprovinz, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., X, 1882, p. 230. — Cephalopoden d. Hallstätter Kalke. Ibidem, VI/1, Suppl. 1902, p. 302.

Die typischen Vertreter der Gattung *Gymnites* besitzen vollzählige Loben bei normaler Lobenstellung. »Der Externsattel erwirbt durch einen großen, auf der Seite des Externlobus stehenden Seitenzweig das Aussehen eines schräg gestellten, paarig geteilten Sattels.«[1] In manchen Fällen geht die Individualisierung dieses seitlichen Astes so weit, daß man ihn als ein Adventivelement ansprechen könnte, zum Beispiel bei *Gymnites subclausus* v. Hauer (Cephal. von Han Bulog, Denkschr. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, LIV, 1887, p. 33, Taf. VII, Fig. 5), oder bei der von Salopek (Cephalopodenfaunen der mittleren Trias von Süddalmatien und Montenegro, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., XVI/3, 1911, Taf. II, Fig. 2) abgebildeten süddalmatinischen Varietät dieser Art. Das Verhältnis des Außenastes zum Externsattel ist bei der letzteren Form fast das gleiche wie jenes des »Dorsalsattels« zu dem äußersten Sattel der ersten Sattelgruppe F. v. Hauer's bei *Pinacoceras Metternichii*. Auch Salopek betont mit Recht die Bedeutung dieses auffälligen Merkmals, nur handelt es sich nicht um eine Zerschlitzung des Siphonallobus, wie er meint (l. c., p. 27), sondern des Externsattels.

Daß die Individualisierung des Seitenastes im Externsattel bei fortschreitendem Wachstum zunimmt, läßt sich bei der Untergattung *Buddhaites* Diener (Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. II, Pt. 2, Cephalopoda Himalayan Muschelkalk, 1895, p. 61) nachweisen. Mittelgroße Individuen von *Buddhaites Rama* Diener (l. c., Pl. XIII, Fig. 3) zeigen diesen Seitenast weniger stark entwickelt als *Gymnites subclausus*. Bei sehr großen Exemplaren dagegen trägt der individualisierte Seitenast (Pl. XIV, Fig. 1) nicht nur infolge der tiefergehenden Abspaltung, sondern fast noch mehr infolge der sich allmählich herausbildenden Parallelstellung zum Externsattel immer mehr das Gepräge eines adventiven Elements.[2]

Es tritt also bei einzelnen Arten der Gattung *Gymnites*, beziehungsweise des Subgenus *Buddhaites*, die Tendenz zutage, durch Abspaltung des äußeren Seitenastes im Externsattel Adventivelemente zur Ausbildung zu bringen. Diese Tatsache ist von einiger Bedeutung, da sie uns das Verständnis für den Lobenbau einer Gattung eröffnet, die von E. v. Mojsisovics lange Zeit mit *Pinacoceras* vereinigt und in Bezug auf die Anordnung ihrer Suturelemente unrichtig beurteilt worden ist. Es ist dies das obertriadische Genus *Placites* Mojs.

Placites v. Mojsisovics.

Taf. II, Fig. 2, 3, 4.

Über den chronologischen Umfang des Dachsteinkalkes. Sitzungsber. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, CV, 1896, p. 18. — Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya. Denkschr. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, LXIII 1896, p. 663. — Upper Triassic Cephal. faunae Himalaya. Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. III, Pt. 1, 1899, p. 110. — Hyatt et Smith, Triassic Cephalopod genera of America, U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, 1905, p. 107.

Ein Vergleich der typischen Formengruppe des *Placites platyphyllus* v. Mojsisovics (Cephalopoden der Hallstätter Kalke, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., VI/1, 1873, p. 51)[3] mit den durch ihren engen Nabel

---

[1] E. v. Mojsisovics, l. c., p. 231.

[2] Vgl. diese Abhandl., Taf. II, Fig. 5, 6.

[3] Die am besten bekannten Arten dieser Formengruppe sind *Placites polydactylus* Mojs. und *Pl. oxyphyllus* Mojs., während *Pl. platyphyllus* nur in mangelhaft erhaltenen Exemplaren vorliegt. Den Anforderungen der historischen Priorität hätte die Aufrechterhaltung der alten Namen *Ammonites respondens* Quenstedt oder *A. amoenus* v. Hauer für diese Formengruppe besser entsprochen als die Einführung der neuen, von E. v. Mojsisovics vorgeschlagenen Speziesnamen.

ausgezeichneten Gymniten der ladinischen und karnischen Stufe zeigt eine ungewöhnlich weitgehenpe Übereinstimmung in der Form des Gehäuses und im Bau der Suturlinie. Legen wir die Zeichnung der Lobenlinie des *Pl. polydactylus* bei E. v. Mojsisovics (l. c., Taf. XXI, Fig. 4) neben jene des *Gymnites Credneri* v. Mojsisovics (Cephalopoden d. Mediterranen Triasprovinz, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., X, 1882, Taf. LIX, Fig. 2) oder des *G. Moelleri* v. Mojsisovics (l. c., Taf. LX, Fig. 1), so sehen wir in ihren Suturlinien auf den ersten Blick dieselben Sattelelemente sich abzeichnen und schon durch ihre Gestalt als homologe Elemente sich dokumentieren. Den Externsattel verrät sofort sein auffallender Außenast, den zweiten Lateralsattel der Anschluß an die zur Naht herabhängende Auxiliarreihe. Niemand, der mit unbefangenem Blick diese drei Suturlinien betrachtet, wird im Zweifel sein, daß die drei ersten Sättel die Hauptsättel sind und als solche auch die gleiche Bezeichnung tragen müssen.

Mit dieser Auffassung steht aber die Beschreibung, die E. v. Mojsisovics von der Suturlinie des *Placites polydactylus* gibt, im Widerspruch. Der dem Externsattel von *Gymnites* homologe Sattel wird dort als Adventivsattel bezeichnet. Der Grund, der E. v. Mojsisovics zu einer solchen Terminologie der Suturlinie des *Pl. polydactylus* und seiner Verwandten verleitet hat, kann nur in der größeren Tiefe des zweiten Laterallobus gelegen sein. Er selbst gleitet darüber mit Stillschweigen hinweg. Ich habe jedoch in dem ersten Teil dieser Abhandlung auseinandergesetzt, welch hohen systematischen Wert dieser Forscher, dessen hervorragende Leistungen auf dem Gebiet der Ammonitenkunde durch einzelne Irrtümer kaum geschmälert werden können, gerade jenem Merkmal beilegen zu sollen glaubte. Die eingewurzelte Meinung, der tiefste Flankenlobus müsse stets der erste Laterallobus sein, verführte ihn in diesem Falle zu einer verfehlten Deutung der einzelnen Suturelemente.

Daß das wechselnde Verhältnis der Tiefe des ersten und zweiten Laterallobus kein geeignetes Kriterium für eine Deutung der einzelnen Sättel bei *Placites* sein kann, geht ja schon aus der Tatsache hervor, daß keineswegs bei allen Arten dieser Gattung der zweite Flankenlobus der tiefste ist. Schon bei *Placites perauctus* v. Mojsisovics (l. c., p. 53, Taf. XXI, Fig. 7, 8) ist der Unterschied recht gering, desgleichen bei *Pl. Oldhami* Mojsisovics (Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya, l. c., p. 664, Taf. XIX, Fig. 2), der wohl nur als eine Varietät des mediterranen *Pl. polydactylus* Mojs. anzusehen sein dürfte.[1] Bei *Pl. Sakuntala* v. Mojsisovics (Obertriad. Cephalopodenfaunen d. Himalaya, p. 665, Taf. XIX, Fig. 3—5) sind beide Seitenloben von gleicher Länge, bei *Pl. Humboldtensis* Hyatt et Smith (Triass. Cephal. gen. America, l. c., p. 107, Pl. LVI, Fig. 10—25) endlich ist der erste Flankenlobus auch der größte und tiefste, so daß bei den beiden zuletztgenannten Arten jeder Grund für die Annahme eines Adventivlobus entfällt.

Aber auch eine Untersuchung der ontogenetischen Verhältnisse der Suturlinie des *Placites myophorus* Mojs., die ich an zwei wohlerhaltenen Exemplaren aus den norischen Hallstätter Kalken des Leisling vorzunehmen in der Lage war, lehrt, daß die tiefe Stellung des zweiten Flankenlobus ein relativ spät erworbenes Merkmal dieser Spezies darstellt. Hier ist noch bei einer Windungshöhe von 5*mm* der zweite Flankenlobus kaum länger, dafür jedoch erheblich schmäler als der erste, der in diesem Wachstumsstadium alle Merkmale eines Hauptlobus an sich trägt.

J. P. Smith gibt in seiner Beschreibung des *Placites Humboldtensis* aus der Obertrias von Nevada an, daß der Externsattel dieser Spezies lediglich in schmale Äste untergeteilt werde, die den Adventivsätteln echter *Pinacoceratidae* in keiner Weise gleichen. Ebenso ist G. v. Arthaber[2] vollständig im Recht, wenn er *Placites Sakuntala* den Besitz von Adventivloben abspricht. A. Hyatt[3] hat im Jahre 1900 *Pl. Sakuntala* zum Typus eines neuen Genus, *Paragymnites*, allerdings ohne jede Begründung, erhoben. G. v. Arthaber greift auf diesen Namen zurück und bezeichnet das Fehlen adventiver Elemente als

[1] Vgl. C. Diener: Fauna of the Tropites limestone of Byans. Palaeontol. Ind., ser. XV, Himal. Foss., Vol. V, Pt., 1 1906, p. 165.

[2] G. v. Arthaber: Die Trias von Bithynien. Beiträge zur Paläontologie und Geologie Österreich-Ungarns etc., XXVII, 1914, p. 149.

[3] A. Hyatt: Cephalopoda, in Zittel-Eastman: Text-book of Palaeontology, I, p. 557.

einen durchgreifenden Unterschied zwischen *Paragymnites* und *Placites*. Aber auch typischen Vertretern des Genus *Placites* Mojs. (*Placites polydactylus, Pl. oxyphyllus, Pl. platyphyllus, Pl. myophorus*) fehlen, wenn man genauer zusieht, Adventivelemente ebensogut wie dem *Paragymnites Sakuntala*. Die tiefere Stellung des zweiten Flankenlobus bei den genannten Formen rechtfertigt keineswegs dessen Parallelisierung mit dem ersten Laterallobus der Ammoniten mit normaler Lobenstellung. Es entspricht vielmehr auch hier der erste auf den Externlobus folgende Flankenlobus dem ersten, der zweite dem zweiten Laterallobus im Sinne der üblichen Terminologie, genau wie bei der Gattung *Gymnites*. Der Name *Paragymnites* ist daher als überflüssig einzuziehen, da ein Unterscheidungsmerkmal von generischer Bedeutung zwischen *Placites Sakuntala* und der Gruppe des *Placites platyphyllus*, dem Typus der Gattung *Placites*, fehlt.

Die typischen Repräsentanten des Genus *Placites* gehören daher ebensowenig als die weitaus überwiegende Mehrzahl der Gymniten zu den Triasammoniten mit hochspezialisierten Loben. Sie besitzen vielmehr keine Adventivelemente. Während aber das Auftreten von solchen bei *Gymnites* nur ganz ausnahmsweise beobachtet wird, finden wir in dem Genus *Placites* mehrere Arten, bei denen, wie bei *Gymnites subclausus*, Adventivelemente durch Individualisierung einzelner Außenäste des Externsattels gebildet werden. Gute Beispiele für das Auftreten derartiger Adventivsättel liefern *Placites perauctus* Mojs. und seine Verwandten.

Eine außerordentlich auffallende Form ist *Placites meridianus* Welter (Obertriadische Ammoniten und Nautiliden von Timor, l. c., p. 197, Taf. XXX, Fig. 3, 4, Textfig. 68), der wohl verdienen würde, zum Typus eines besonderen Subgenus erhoben zu werden, da er mit der stärkeren Evolution eine Ausbildung der Adventivelemente verbindet, wie man sie sonst nur bei *Pinacoceras* trifft.

G. v. Arthaber scheint nicht geneigt, solche individualisierte Außenäste des Externsattels, wie man sie bei *Placites perauctus* findet, als Adventivsättel anzuerkennen. Er führt (l. c., p. 149) als Merkmal für eine Unterscheidung zwischen Adventivloben und sekundären Einschnitten des Externsattels an: »Wir können schief stehende Sekundärzacken des bogenförmigen Externsattels sehr wohl von den parallel dem Lateral stehenden Adventivloben unterscheiden, die in beiden Fällen auch durch ihre Größenunterschiede kenntlich sind. Sie individualisieren sich allerdings aus dem Externsattel, aber bei den mesozoischen Familien fast immer aus dem absteigenden Innenast desselben, wodurch sie dann die dem Lateral parallele Stellung und ähnliche Größe annehmen.«

Dazu ist zu bemerken, daß die mehr oder weniger schräge Stellung der Adventivloben lediglich von der stärkeren oder geringeren Wölbung des ursprünglichen Externsattels abhängt und daß bei einer nicht geringen Zahl mesozoischer Ammoniten die Adventivsättel nicht aus der Spaltung des inneren, sondern des äußeren Teiles des Externsattels hervorgehen, wie bei *Pinacoceras, Sphenodiscus, Libycoceras, Paratibetites, Sirenites*.

Auch E. v. Mojsisovics konnte nicht umhin, in seiner ersten Diagnose des Genus *Placites* (Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya, l. c., p. 663) die große äußere Ähnlichkeit mit involuten Gymniten anzuerkennen, glaubte aber im Jahre 1896 (und ebenso noch im Jahre 1902) die Entscheidung über die Frage »der immerhin als denkbar zu bezeichnenden Abstammung der Gattung *Placites* von der in ihren älteren Repräsentanten weitgenabelten, in ihren jüngeren Vertretern aber zusehends enger genabelten Gymniten noch offen lassen zu müssen.« Er war vielmehr geneigt, gewissen Analogien mit den *Cladiscitidae* (*Hypocladiscites subtornatus, H. subaratus*) eine größere Bedeutung zuzuerkennen als den Ähnlichkeiten mit *Gymnites*. Ich sehe mich außerstande, die von E. v. Mojsisovics angeführten Analogien mit den genannten *Cladiscitidae* in der Disposition der Suturlinie aufzufinden. Der ausgezeichnet dimeroiden Gestalt aller Sättel bei den letzteren kann bei *Placites* nichts entfernt Ähnliches an die Seite gestellt werden. Der Externsattel von *Placites* mit seinem unsymmetrischen Außenast, die beiden pyramidenförmigen Lateralsättel und die mit dem zweiten Laterallobus zu einem herabhängenden Nahtlobus verschmolzene Auxiliarserie stimmen vielmehr auf das genaueste mit den homologen Elementen in der Sutur von *Gymnites* überein. Rechnen wir die plumpere Form des Querschnittes, den Besitz einer spiralen Oberflächenskulptur und einer langen Wohnkammer bei den typischen Cladisciten hinzu, so

entfällt meiner Ansicht nach jede Wahrscheinlichkeit einer phylogenetischen Verbindung zwischen *Placites* und *Cladiscites*.

Eine größere Übereinstimmung zwischen Vorfahren und Nachkommen als jene zwischen *Gymnites* und *Placites* kann bei Ammoniten wohl überhaupt nicht erwartet werden. *Placites* ist mit den durch Verengerung des Nabels charakterisierten, geologisch jüngeren Gymniten aus der Gruppe des *Gymnites Moelleri* Mojs. in allen seinen Merkmalen auf das innigste verknüpft und löst diese Gruppe auch zeitlich ab. Man könnte *Placites* geradezu als einen enggenabelten Gymniten definieren, bei dem der erste Lateral-lobus von dem zweiten an Länge in der Regel übertroffen wird, und gelegentlich Adventivelemente im äußeren Flügel des Externsattels auftreten.

Pinacoceras v. Mojsisovics.

Taf. I, Fig. 20; II, Fig. 9—13.

Cephalopoden d. Hallstätter Kalke. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., VI/1, 1873, p. 41, Suppl. 1902, p. 293. — Cephalopoden d. Mediterr. Triasprovinz. Ibidem, X, 1882, p. 195. — Pompeckj, Ammoniten mit anormaler Wohnkammer. Jahresber. Ver. für vaterl. Naturkunde, Württemberg, 1894, p. 238.

Den obertriadischen Pinacoceraten, unter denen *Ammonites Metternichii* v. Hauer den Typus der Gattung abgegeben hat, gehen in der anisischen Stufe Formen mit weniger komplizierten Suturlinien voraus. Im Jahre 1900 habe ich zuerst eine solche Form aus den Schreyeralm-Schichten der Schiechlinghöhe bei Hallstatt unter dem Namen *Pinacoceras aspidoides*[1] beschrieben. Später sind mehrere Arten aus dem indischen Muschelkalk (*Pinacoceras Loomisii, P. Rajah*)[2] hinzugekommen. Alle genannten Spezies schließen sich in der Anordnung der Suturelemente sehr nahe an *Gymnites subclausus* Hau. an. In besonders auffallendem Maße gilt dies von der Varietät aus der Dobrudscha, die Simionescu[3] mit *P. Loomisii* Dien. vereinigt hat. Bei *P. Rajah* Dien. kommt noch die Abrundung des nur in der Jugend zugeschärften Externteils im altersreifen Stadium als ein mit *Gymnites* übereinstimmendes Merkmal hinzu.

Schon E. v. Mojsisovics hat, auf die zuerst von mir betonte Ähnlichkeit des *P. aspidoides* mit *Gymnites subclusus* hinweisend, es »für ganz gut denkbar« erklärt (Cephal. d. Hallst. Kalke, Suppl. I, l. c., p. 293), »daß *Pinacoceras*, dessen älteste bekannte Repräsentanten der anisischen Stufe angehören, in engeren genetischen Relationen mit der zeitlich nahestehenden Gattung *Gymnites* stünde.« Wenn G. v. Arthaber[4] die Frage, ob jene drei obengenannten Spezies besser bei *Pinacoceras* oder bei der Unterfamilie der *Gymnitinae* unterzubringen seien, als noch nicht geklärt ansieht, so gibt er mit diesem Zugeständnis zu erkennen, wie sehr sich ihm selbst die Möglichkeit einer engeren phyletischen Verbindung der Genera *Gymnites* und *Pinacoceras* aufgedrängt hat, obwohl er beide in seiner Systematik der Triasammoniten auf zwei weit getrennte Abteilungen: *Tornoceratea* und *Beloceratea*, verteilt.

Bei diesen primitivsten Arten des Genus *Pinacoceras* ist der einzige Adventivsattel nur ein individualisierter, selbständig gewordener Seitenast im äußeren Flügel des Externsattels.[5] Er ist aus einer Teilung des letzteren hervorgegangen, mithin ein externosellates — nicht wie bei *Sageceras* oder *Pseudosageceras* ein externolobates — Adventivelement.

---

[1] C. Diener: Die triadische Cephalopodenfauna der Schiechlinghöhe bei Hallstatt. Beiträge z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., XIII, 1900, p. 19, Taf. I, Fig. 5, 6.

[2] C. Diener: Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. V, No. 2, Fauna of the Himalayan Muschelkalk, 1907, p. 122, Pl. XVI, Fig. 1, p. 123, Pl. XVII, Fig. 1—3.

[3] J. Simionescu: Les Ammonites trias. de Hagighiol. Acad. Romana, Publ. fund. Vasile Adamachi, Boucarest, No. XXXIV, 1913, p. 327, Textfig. 53.

[4] G. v. Arthaber: Die Trias von Bithynien. Beiträge z. Paläontol. u. Geol. Österr.-Ungarns etc., XXVII, 1914, p. 155.

[5] Genau auf derselben Entwicklungshöhe steht der gleichfalls aus einer Individualisierung des Außenastes im Externsattel hervorgegangene Adventivsattel bei *Oppelia aspidoides*. Es ist in einem solchen Falle lediglich Sache des Übereinkommens, ob man ein derartiges durch Abspaltung von dem ursprünglichen Externsattel diesem fast gleichwertig gewordenes Suturelement bereits als Adventivsattel bezeichnen will. Vgl. G. Steinmann: Die Abstammung der Gattung *Oppelia* Waag. Centralblatt f. Miner. etc. 1909, p. 642.

Schon in der anisischen Stufe jedoch treten zusammen mit den eben erwähnten Arten Pinacoceraten auf, bei denen, wie bei *Pinacoceras Damesi* Mojs., die Spezialisation der Suturlinie viel weiter fortgeschritten ist, indem zwischen den ersten, nicht nur durch seine tiefe Stellung, sondern auch durch seine abweichende Form als Hauptlobus gekennzeichneten ersten Laterallobus und den Externlobus eine kleinere oder größere Anzahl mehr oder weniger gleichartig gestalteter, meist dimeroider Sättel sich einschaltet. Den Höhepunkt der Komplikation erreicht die Suturlinie bekanntlich in den obertriadischen Gruppen des *Pinacoceras parma* und *P. imperator.*

Auch bei diesen Formen hat man es mit externosellaten Adventivelementen zu tun. Auch bei ihnen sind die Adventivsättel aus einem Zerfall des Externsattels hervorgegangen, der schon sehr frühzeitig beginnt. Bei *Pinacoceras parma* Mojs. ist es mir gelungen, die Entwicklung der Suturlinie bis zu einer Windungshöhe von 6 *mm* zu verfolgen. In diesem Stadium sind die Einschnitte in dem sehr breit gewölbten Externsattel bereits ganz deutlich ausgeprägt aber erheblich seichter als die seitlichen Hauptloben, deren pyramidenförmige Sättel viel stumpfer erscheinen als in späteren Wachstumsstadien. Auch die dimeroide Gestalt der Adventivsättel ist in diesem Altersstadium bereits angedeutet.

Die Zahl der Loben nimmt daher nicht, wie bei *Sageceras,* mit fortschreitendem Wachstum zu, sondern bleibt von einem sehr frühen Stadium an bis zum altersreifen Zustand des Gehäuses unverändert. Ganz kleine Individuen von *Pinacoceras parma* oder *P. Metternichii* besitzen bereits dieselbe Zahl von Adventivsätteln wie Scheiben von einem halben Meter Durchmesser. Die Zahl der Adventivsättel ist sonach für die Pinacoceraten ein Merkmal von spezifischer Bedeutung.

In bezug auf die Entstehung der Adventivloben schließt sich *Pinacoceras* an die kretazischen Ammonitengenera *Sphenodiscus* und *Indoceras* an. Von dieser Tatsache muß eine Terminologie der Suturlinie ausgehen. Es ist daher der äußerste durch den Medianhöcker geteilte Lobus als Externlobus (F. v. Hauer's »Dorsallobus«) zu bezeichnen. Die Sättel der ersten Sattelgruppe F. v. Hauer's bilden den ursprünglichen Externsattel. Der Name »Externsattel« im engeren Sinne mag daher dem gewissermaßen den Gipfel bildenden Sattel verbleiben, der dem ersten Hauptlobus der Flanke unmittelbar vorausgeht. Sein innerer Abfall ist ja von den ersten Wachstumsstadien an unverändert geblieben und bei der Bildung der Adventivloben nicht in Mitleidenschaft gezogen worden. Alle Sättel der ersten Gruppe F. v. Hauer's mit Ausnahme des Gipfelsattels sind neu hinzugekommene, also Adventivsättel im eigentlichen Sinne des Wortes. Die Sättel der zweiten Gruppe F. v. Hauer's entsprechen den Lateralsätteln.

Die Anordnung der Suturelemente bei *Pinacoceras Metternichii* Hau. würde somit in der folgenden Formel ihren graphischen Ausdruck finden:

$$\frac{MS}{2} + EL + ES\,[AdS_1 + AdL_1 + AdS_2 + AdL_2 + AdS_3 + AdL_3 + AdS_4 + AdL_4 + es] + LL_1 + LS_1 + LL_2 + \\ + LS_2 + LL_3 + LS_3 + AxL_1 + AxS_1 \ldots\ldots \text{ etc.}$$

Mit der Erkenntnis einer externosellaten Entstehung der Adventivloben des Genus *Pinacoceras* erledigt sich auch die lange Zeit umstrittene Frage einer Abstammung von *Beloceras* Hyatt. Diese devonische Gattung besitzt externolobate Adventivelemente, wie *Sageceras,* deren Zahl mit dem Alter des Individuums zunimmt. Von phylogenetischen Beziehungen zu *Pinacoceras* kann daher nicht die Rede sein. *Pinacoceras* ist vielmehr, wie *Placites,* auf *Gymnites* zurückzuführen, hat sich jedoch schon in der anisischen Epoche von *Gymnites* abgezweigt und durch Zuschärfung der Externseite, starke Kompression des Querschnittes und sehr frühe Zerteilung des Externsattels in Adventivloben eine viel größere generische Selbständigkeit erlangt, so daß die höher spezialisierten Formen der Gattung *Pinacoceras* sich von der Stammform erheblich weiter entfernen als *Placites.*

Pompeckjites v. Mojsisovics.

Taf. II, Fig. 14.

Cephalopoden der Hallstätter Kalke. Abhandl. k. k. Geolog. Reichsanst., VI/L, Suppl. 1902, p. 293.

Die Trennung des *Pinacoceras Layeri* Hau.[1] von dieser Gattung als einziger bisher bekannter Vertreter eines besonderen Subgenus gründet sich auf äußere Merkmale der Schale. Der Bau der Loben weicht von jenem bei *Pinacoceras Metternichii* nur in untergeordneten Merkmalen ab, die schon F. v. Hauer in seiner Diagnose namhaft gemacht hat. Während nämlich bei *P. Metternichii* und seinen Verwandten die Gesamtreihe der Loben und Sättel eine flache, nach vorne konvexe Kurve beschreibt, zeigt bei *P. Layeri* die Begrenzungslinie der Spitzen sämtlicher Sättel eine zweimalige Krümmung, indem die Auxiliarserie nicht nach rückwärts, sondern ein wenig nach vorwärts gebogen ist.

Ich habe die Suturlinie des *Pompeckjites Layeri* an zwei Exemplaren aus den Ellipticus-Schichten des Feuerkogels bei Aussee bis zu einer Windungshöhe von 7 *mm* verfolgt. In diesem Stadium ist die dimeroide Zerschlitzung der Adventivsättel bereits klar ersichtlich, doch sind die Adventivloben wesentlich seichter als die Hauptloben und stellen sich mit Rücksicht auf die große Tiefe des Externlobus und des ersten Laterallobus deutlich als Äste des breit angelegten Externsattels dar. In diesem Stadium sind außerhalb des Sattelgipfels im äußeren Flügel des Externsattels nur zwei Adventivsättel vorhanden. Der Sattelgipfel ist jedoch stärker dimeroid gespalten als die beiden seitlichen Adventivsättel. Aus der dimeroiden Spaltung dieses Sattelgipfels geht bei einer Windungshöhe von 8 *mm* der dritte Adventivsattel hervor.

Die Einschaltung neuer Lobenelemente vollzieht sich also hier nach einem anderen Gesetze als bei den Triasammoniten mit externolobaten Adventivelementen, wie *Sageceras*. Bei den letzteren herrscht eine ventropartite, bei *Pompeckjites* eine dorsopartite Spaltung vor. Bei *Sageceras* vollziehen sich die jüngsten Abspaltungen neuer Adventivelemente in der unmittelbaren Nähe des Medianhöckers, also am äußeren, ventralen Ende des Externlobus, bei *Pompeckjites* im dorsal gelegenen Sattelgipfel, während die äußeren ventralen Teile des Externsattels bereits in fertige Adventivelemente aufgelöst sind. Aber auch bei *Pompeckjites* beschränkt sich, wie bei *Pinacoceras*, die Abspaltung von Adventivsätteln auf sehr frühe Wachstumsstadien und tritt keine Bildung neuer Adventivelemente mehr ein, sobald eine Windungshöhe von 8 *mm* erreicht ist.

E. v. Mojsisovics zieht die Möglichkeit phylogenetischer Beziehungen zwischen *Pompeckjites Layeri* und *Pinacoceras daonicum* v. Mojsisovics (Cephalopoden d. Mediterr. Triasprovinz, Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., X, 1882, p. 197, Taf. LII, Fig. 10, 11) oder *P. Philopater* Laube (Fauna der Schichten von St. Cassian, Denkschr. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, XXX, 1869, p. 84, Taf. XLI, Fig. 10) in Betracht. *Pinacoceras daonicum* ist zwar, gleich *P. Layeri*, durch eine starke Egression der Schlußwindung ausgezeichnet, zeigt jedoch eine andere Art der Anordnung der Adventivelemente. Insbesondere ist der erste Adventivsattel viel komplizierter gebaut und selbst wieder, wie der Externsattel eines *Gymnites*, mit einem individualisierten Außenast versehen. *P. Philopater* ist zu dürftig bekannt, um über eventuelle phylogenetische Beziehungen zu *Pompeckjites* ein Urteil zu gestatten.[2]

---

[1] F. v. Hauer: Neue Cephalopoden von Aussee. Haidinger's Naturwiss. Abhandl., I, 1847, p. 269, Taf. IX, Fig. 1—3. — v. Mojsisovics: Cephalopoden d. Hallstätter Kalke, l. c., I, 1873, p. 63, Taf. XXIII, Fig. 1—6, Suppl. 1902, p. 298, Taf. XIX, Fig. 4, 5; XX, Fig 1. — Branco: Entwicklungsgeschichte der fossilen Cephalopoden. Palaeontographica, XXVI, 1879, p. 43, Taf. VII, Fig. 3. — v. Arthaber: Alpine Trias, Lethaea mesoz., I, 1906, Taf. XLIII, Fig. 6. — Kittl: Triasbildungen d. nordöstlichen Dobrudscha. Denkschr. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, LXXXI, 1908, p. 499. — Renz: Triadische Faunen der Argolis. Palaeontographica, LVIII, 1910, p. 78. — Simionescu: Ammonites triasiques de Hagighiol. Acad. Romana, Bucuresci, 1913, No. XXXIV, p. 326, Pl. VIII, Fig. 3.

[2] Unsere Kenntnis dieser Art beschränkt sich auf die winzigen Kerne von 10 *mm* Durchmesser, die von Laube und E. v. Mojsisovics (l. c., p. 197) beschrieben worden sind. An dem von Airaghi (Nuovi cefalopodi di Esino, Palaeont. Ital., VIII, 1902, p. 35, Tav. IV, Fig. 12) abgebildeten Exemplar konnte die Suturlinie nicht sichtbar gemacht werden.

Bambanagites v. Mojsisovics.

Taf. II, Fig. 8.

Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya. Denkschr. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, LXIII, 1896, p. 660. — Upper triassic Cephalopod faunae of the Himalaya. Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. III, Pt. I, 1899, p. 106.

Die Seltenheit der wenigen Arten dieses, auf die norische Stufe des Himalaya beschränkten Genus gestattete bisher keine Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie.

Die Lobenlinie altersreifer Exemplare ist dolichophyll bis phylloid zerschlitzt. Bei dem Gattungstypus *Bambanagites Schlagintweiti* v. Mojsisovics (l. c., p. 661, Taf. XVIII, Fig. 1, 2) und bei *B. Dieneri* v. Mojsisovics (l. c., p. 662, Taf. XVIII, Fig. 3—6) stehen zwischen dem ersten Laterallobus und dem Externlobus drei wohl individualisierte Sättel, von denen der innere, höchste, als Externsattel zu bezeichnen ist. Bei *B. Krafft* Diener (Fauna of the Tropites limestone of Byans, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. V, No. 1, 1906, p. 167, Pl. XIV, Fig. 2) ist der Einschnitt zwischen den beiden Adventivsätteln im Verhältnis zu den beiden anschließenden Loben so wenig tief, daß man mit gleichem Recht von einem einzigen gespaltenen Adventivsattel sprechen könnte. Die Entwicklung dieses Einschnittes zu einem echten Adventivlobus bei *B. Schlagintweiti* und *B. Dieneri* lehrt jedoch, daß wir es auch hier mit einem noch nicht zu voller Ausbildung gelangten Adventivelement zu tun haben.

Indem dieses Adventivelement sich bei *Bambanagites Kraffti* nicht in eine zentroseriale Anordnung der Loben einfügt, legt es den Verdacht nahe, daß die Adventivloben bei *Bambanagites* aus einer Spaltung des Externsattels, nicht des Externlobus, hervorgegangen seien. Zwingende Beweise für diese Vermutung könnten freilich nur aus einer Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie erbracht werden, für die mir kein genügendes Material zur Verfügung steht.

Wir schreiben also die Formel für die Suturlinie des Genus *Bambanagites* vorläufig, wie folgt:

$$\frac{MS}{2} + EL + AdS_1 + AdL_1 + AdS_2 + AdL_2 + ES + LL_1 + LS_1 + LL_2 + LS_2 + AxL_1 \text{ etc.}$$

Bambanagites steht zu keiner anderen triadischen Ammonitengattung in näheren Beziehungen. Seine Vorfahren sind uns bisher unbekannt.

Hauerites v. Mojsisovics.

Taf. II, Fig. 19, 20.

Cephalopoden d. Hallstätter Kalke. Abhandl. k. k. Geol. Reichsanst., VI/2, 1893, p. 517. — Hyatt et Smith, Triassic Cephalopod genera of America. U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No. 40, Washington 1905, p. 104.

Die Suturlinie dieser Gattung ist von E. v. Mojsisovics bei dem Gattungstypus *Hauerites rarestriatus* Hau.[1] (l. c., p. 527, Taf. CLIX, Fig. 7) und bei *H. Aesculapii* Mojs. (l. c., p. 529, Taf. CL, Fig. 5) untersucht und in durchaus zutreffender Weise gedeutet worden. Das Verständnis für die Anordnung der externen Suturelemente eröffnet uns die Kenntnis der Lobenlinie des nahe verwandten *Cyrtopleurites bicrenatus* v. Hauer und vor allem des *Hauerites Ashleyi* Hyatt et Smith (l. c., p. 104, Pl. XXXVII, Fig. 10—12) aus der Obertrias Californiens.

Bei *Cyrtopleurites bicrenatus* sowohl als bei *Hauerites Ashleyi* ist der Externlobus an seiner Basis nahe dem Medianhöcker durch einen Zacken von mäßiger Größe geteilt. Der äußere, dem Medianhöcker benachbarte Einschnitt am Rande des Zackens ist weniger tief als der innere. Bei *Hauerites rarestriatus* und *H. Aesculapii* wächst dieser Zacken im Externlobus zu einem kleinen Adventivsattel an, der mit dem Medianhöcker viel enger verbunden erscheint als mit dem inneren Hauptflügel des Externlobus, weil die

[1] Schon F. v. Hauer hat in seiner Abhandlung »Neue Cephalopoden aus den Marmorschichten von Hallstatt und Aussee« (Haidinger's Naturw. Abhandl., III, 1849, p. 11, Taf. V, Fig. 10) eine ganz richtige Abbildung der Suturlinie des *Ammonites rarestriatus* gegeben.

Differenz in der Höhe der den Adventivsattel flankierenden Einschnitte sich noch erheblich verstärkt hat. Es entwickelt sich also bei den beiden eben genannten Arten von *Hauerites* ein Adventivelement aus dem Externlobus, und zwar aus dessen äußerem, dem Medianhöcker genäherten Flügel.

Außerdem macht sich bei *Hauerites* auch eine Tendenz zur Spaltung des Externsattels geltend, indem sich von diesem ein äußerer, sekundärer Ast ablöst. Die gleiche Tendenz einer Spaltung des Externsattels wird auch bei einigen Arten der Gattung *Sirenites* Mojs. beobachtet, bei denen sie sogar gelegentlich bis zur Ausbildung echter Adventivloben führt. Bei *Hauerites* kann man wohl noch nicht von solchen sprechen. Es genügt, hier mit E. v. Mojsisovics eine Teilung des Externsattels durch einen tiefen Einschnitt in zwei ungleiche Hälften anzuerkennen.

Immerhin gibt uns die Entwicklungstendenz in der Suturlinie des *Hauerites rarestriatus* einen wichtigen Fingerzeig für die Deutung hochspezialisierter Suturlinien, die sich nicht ohne Zwang in das Schema externolobater und externosellater Adventivelemente einfügen lassen. Sie lehrt uns, daß auch an die Kombination beider Typen von Adventivelementen gedacht werden muß, indem zu einem externolobaten Adventivsattel, wie ihn *Hauerites rarestriatus* besitzt, auch ein externosellates Adventivelement hinzukommen kann, wie es *Sirenites Stachei* Mojs. und *Sirenites elegans* Mojs. aufweisen.

G. v. Arthaber[1] trennt *Hauerites rarestriatus* als Typus eines neuen Genus *Pseudohauerites* von *Hauerites s. s.* ab und stellt ihn zu seiner Familie der *Carnitidae*, indem er eine ältere Ansicht von F. v. Hauer, daß zwischen *Ammonites floridus* und *A. rarestriatus* eine engere Verwandtschaft zu bestehen scheine, wieder zur Geltung zu bringen sucht. Der Vorschlag, für *A. rarestriatus* einen neuen Gattungsnamen einzuführen, ist nicht diskussionsfähig, weil er dem Prioritätsgesetz direkt zuwiderläuft. Es sind ja gerade die beiden durch den Besitz adventiver Lobenelemente ausgezeichneten alpinen Arten: *A. rarestriatus* und *A. Aesculapii*, für die E. v. Mojsisovics 1893 das Subgenus *Hauerites* aufgestellt hat und denen daher dieser Name unter allen Umständen verbleiben muß. Will man jene Haueriten, die wie *H. Ashleyi* Hyatt et Smith keinen externen Adventivsattel besitzen, von *Hauerites* abtrennen, was ich für durchaus überflüssig halte, so wäre für diese und nicht für *H. rarestriatus* ein neuer subgenerischer Name in Vorschlag zu bringen.[2]

Was die angebliche Verwandtschaft mit *Carnites* betrifft, so spricht die größere Ähnlichkeit mit *Cyrtopleurites* Mojs. in den äußeren Merkmalen der Schalenskulptur und die bei *Carnites* niemals beobachtete Tendenz einer Spaltung des Externsattels mehr zugunsten enger phylogenetischer Beziehungen zu der ersten als zu der zweiten Ammonitengattung.[3]

Die Lobenformel für *Hauerites rarestriatus* lautet, wie folgt:

$$\frac{MS}{2} + EL[AdL+AdS+el]+ES+LL_1+LS_1 \text{ etc.}$$

Sirenites v. Mojsisovics (Subgen. Anasirenites Mojs. inclus.).

Taf. II, Fig. 15—18.

Cephalopoden der Hallstätter Kalke, Abhandl. d. k. k. Geol. Reichsanst., VI,2, 1893, p. 725. — Haug, Ammonites du Permien et du Trias. Bull. Soc. géol. de France, 3ième sér. T. XXII, 1894, p. 405. — Hyatt et Smith, Triassic Cephalopod genera of America. U. S. Geol. Surv. Prof. Pap., Nr. 40, 1905, p. 198.

Bei den meisten zahlreichen Arten dieser mit *Protrachyceras* Mojs. in engster genetischer Verbindung stehenden Gattung sind die Loben im Detail nicht bekannt. Zu diesen gehört auch der

---

[1] G. v. Arthaber, Trias von Albanien, l. c., p. 215.

[2] Selbstverständlich nicht der Name *Pseudohauerites*, der einmal in einem bestimmten Sinne, wenn auch irrtümlich vergeben, nicht ein zweites Mal in einem anderen Sinne gebraucht werden darf.

[3] Ich benütze diese Gelegenheit, einen Irrtum in meiner Abhandlung »Die marinen Reiche der Triasperiode« (diese Denkschr., Bd. 92, p. 452) zu berichtigen. In das Verzeichnis der dem Mediterranen Reich eigentümlichen Genera wurde auch *Hauerites* aufgenommen, eine Angabe, die mit dem Vorkommen des *H. Ashleyi* im Andinen Reich im Widerspruch steht.

Gattungstypus *Sirenites senticosus* v. Dittmar. Einige, wie *S. Aello* Dittm., *S. Iphigeniae* v. Mojsisovics (l. c., p. 755, Taf. CLXI, Fig. 6), *S. striatofalcatus* Hau., *S. Dromas* Dittm., besitzen vollzählige Loben bei normaler Lobenstellung. Bei einigen Arten jedoch treten merkwürdige Teilungen im Externsattel auf. E. v. Mojsisovics selbst (l. c., p. 726) nennt als solche Spezies *S. Stachei* (l. c., p. 770, Taf. CLVII, Fig. 8) und *Anasirenites Aristotelis* Mojs. (l. c., p. 780, Taf. CLII, Fig. 1). G. v. Arthaber[1] fügt *S. Evae* Mojs. aus der alpinen, ferner *S. Richteri* Mojs., *S. elegans* Mojs. und *S. elegantiformis* Dien. aus der Obertrias des Himalaya hinzu und trennt alle diese Arten — mit Ausnahme des *Anasirenites Aristotelis* — unter dem neuen Genusnamen *Pseudosirenites* von *Sirenites* ab, indem er sie zugleich aus der Familie der *Trachyceratidae* in jene der *Carnitidae* verweist.

Bei allen durch eine Komplikation ihrer Suturlinie charakterisierten Formen der Gattung *Sirenites* spaltet sich vom Externsattel ein äußerer Sekundärsattel ab. Es ist lediglich Sache des Übereinkommens, ob man ihn als einen Ast des Externsattels oder als einen selbständig gewordenen Adventivsattel bezeichnen will. Wichtig ist, daß zwischen Suturlinien mit ganzrandigem (*S. striatofalcatus, S. Iphigeniae*) und mit tief gekerbtem Externsattel Übergänge (*S. Solonis* v. Mojsisovics l. c., p. 751, Taf. CLVI, Fig. 1, *S. cf. Dianae* [Mojs.] Welter, Obertriadische Ammoniten etc. von Timor, p. 166, Taf. XXVII, Fig. 11) sich finden, bei denen die Loslösung eines sekundären Außenastes vom Externsattel eben beginnt. Derartige Formen sind geeignet, uns von der innigen Verknüpfung der Sireniten mit ganzrandigen und gespaltenen Externsätteln zu überzeugen und den Versuch, diese natürliche Einheit einer gekünstelten Systematik zuliebe zu zerreissen, ad absurdum zu führen.

Bei zwei Spezies des Genus *Sirenites* geht die Komplikation in der Teilung des Externsattels noch weiter, bei *S. Stachei* Mojs. und bei *S. malayicus* Welter (l. c., p. 164, Taf. XXVIII, Fig. 1—3). Bei diesen treten zwei tiefe Kerben im Externsattel auf, durch die Sekundärsättel, beziehungsweise Adventivelemente von dem letzteren abgetrennt werden.

Paratibetites v. Mojsisovics.

Taf. II, Fig. 21—23.

Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya. Denkschr. Kaiserl. Akad. der Wissensch. Wien, LXIII., 1896, p. 635. — Upper Triassic Cephalopod faunae of the Himalaya. Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. III, Pt. I, 1899, p. 75.

Wie in dem ersten Abschnitt dieser Abhandlung auseinandergesetzt wurde, beschränkt sich die Teilung des Externsattels bei *Tibetites* Mojs., ferner bei *Anatibetites* Mojs. und *Neotibetites* Krumbeck[2] auf die Abtrennung eines einfachen Sekundärzackens, der nicht den Charakter eines selbständigen, wohlindividualisierten Adventivelementes besitzt. Nur bei einzelnen Arten von *Paratibetites* Mojs. geht diese Abtrennung weiter und verbreitern sich die den Sekundärsattel vom Externsattel scheidenden Zwischenräume zu wirklichen Adventivloben. Dies gilt insbesondere für *P. angustisellatus* Mojs. (l. c., p. 743, Taf. XVI, Fig. 1—4) und seine Verwandten, bei denen alle Übergänge von mäßig gekerbten bis zu tief gespaltenen Externsätteln sich finden. Außerdem zeigt der Medianhöcker die Neigung zur Entwicklung eines äußeren Sattelblattes.

Bei dem von Welter in seiner Monographie der obertriadischen Ammoniten und Nautiliden von Timor (l. c., p. 155, Taf. XXVII, Fig. 9, 10) abgebildeten, unbenannt gelassenen *Paratibetites* aus der Verwandtschaft des *P. angustisellatus* stellt sich eine solche Komplikation im Medianhöcker bereits ein. Dagegen ist »der Externsattel noch nicht in zwei Teile zerlegt, sondern die Spaltung erscheint erst eingeleitet, aber doch schon deutlich erkennbar«. Bei dem typischen *P. angustisellatus* Mojs. sind die Sattelblätter am Rande des Medianhöckers kleiner, dafür aber die Sekundärsättel im äußeren

[1] G. v. Arthaber, Die Trias von Albanien. Beiträge zur Paläont. und Geol. Österreich-Ungarns etc., XXIV, 1911, p. 214.

[2] L. Krumbeck, Obere Trias von Buru und Misol. In G. Boehm, Beiträge zur Geol. von Niederländisch-Indien, II/I, Palaeontographica, Suppl. IV, 1913, p. 92.

Flügel des Externsattels viel stärker individualisiert und schlanker. Am weitesten fortgeschritten ist die Komplikation der Suturlinie nach beiden Richtungen bei *P. angustisellatus posterior* Welter (l. c., p. 153, Taf. XXV, Fig. 12—14, Textfig. 35), bei dem der aus der Spaltung des Externsattels hervorgegangene Lobus dem Externlobus an Tiefe fast gleichkommt und das Sattelblatt am Rande des Medianhöckers ungefähr ebenso deutlich ausgebildet erscheint wie bei *Ussuria compressa* Hyatt et Smith. Welter macht ferner darauf aufmerksam, daß auch der erste Lateralsattel durch eine Kerbe im Sattelkopf »zweiwipfelig geworden und so eine Zerspaltung eingeleitet worden sei, wie sie der Externsattel bereits besitzt«.

Bei *P. Geikiei* v. Mojsisovics (l. c., p. 642, Taf. XV, Fig. 2) und bei *P. Bertrandi* v. Mojsisovics (l. c., p. 640, Taf. XV, Fig. 1) erreicht die Abspaltung des äußeren Sekundärsattels vom Externsattel kein höheres Ausmaß als bei *Tibetites*. Insbesondere weicht bei diesen beiden Arten die ungegliederte Kontur des einspitzigen Einschnittes zwischen Sekundärsattel und Externsattel erheblich von jener der echten Loben ab, die den Externsattel als Ganzes flankieren. Bei *P. Adolphi* v. Mojsisovics (l. c., p. 642, Taf. XV, Fig. 7, 8) hat sich jener Einschnitt nicht unbedeutend erweitert, bei der in Fig. 9 und 10 abgebildeten Varietät bereits in so hohem Maße, daß E. v. Mojsisovics selbst ihm beinahe schon den Charakter eines Adventivelementes zuerkennt. Ein ähnliches Verhältnis herrscht zwischen *P. Tornquisti* v. Mojsisovics (l. c., p. 644, Taf. XVI, Fig. 5) und seinem von Welter (l. c., p. 152, Taf. XXV, Fig. 4—6, Textfig. 34) abgebildeten timoresischen Vertreter, bei dem der in den Externsattel sich einsenkende Adventivlobus zwar nur bis zur halben Höhe dieses Sattels herabreicht, aber an Breite dem Externlobus gleichkommt.

Die Loslösung eines selbständigen Adventivsattels vom Medianhöcker tritt am auffallendsten bei einem Ammoniten aus den norischen Juvavites beds von Chabrang in Spiti hervor, den ich (Ladinic, carnic and noric faunae of Spiti, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. V, Nr. 3, 1908, p. 113, Pl. XVII, Fig. 1) mit *P. Tornquisti* Mojs. verglichen habe. Dieser aus dem Medianhöcker hervorgegangene Adventivsattel übertrifft an Höhe den zweiten aus der Spaltung des Externsattels entstandenen Adventivsattel.

Die beiden Adventivsättel sind daher bei dem Ammoniten von Chabrang verschiedenen Ursprunges. Der erste gehört dem Mediansattel, der zweite dem Externsattel an, während der zwischen beiden gelegene Externlobus an der Bildung von Adventivelementen unbeteiligt geblieben ist.

Die Suturformel des Ammoniten von Chabrang ist demgemäß folgendermaßen zu schreiben:

$$\frac{MS}{2}\left[\frac{ms}{2}+AdL+AdS\right]+EL+ES[AdS+AdL+es]+LL_1+LS_1 \text{ etc.}$$

Metacarnites Diener.

Taf. II, Fig. 24, 25.

Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. V, No. 3, 1908, Ladinic, carnic and noric faunae of Spiti, p. 108 [*Haueriles nov. form.* v. Mojsisovics, Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya. Denkschr. d. Kaiserl. Akad. d. Wissensch. Wien, LXIII, 1896, p. 645, Taf. XVI, Fig. 6, Upper Triass. Cephal. faunae Himalaya. Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. III, Pt. I, 1899, p. 88, Pl. XVI, Fig. 6 inclus.].

Meine Untersuchungen über hochspezialisierte Suturlinien triadischer Ammoniten nötigen mich, die in meiner oben zitierten Arbeit über die Triasfaunen von Spiti ausgesprochene Ansicht über die phylogenetischen Verhältnisse der Gattung *Metacarnites* wesentlich zu ändern. Ich halte heute die Auffassung, daß *Metacarnites* von *Carnites* Mojs. abzuleiten sei, für eine verfehlte und betrachte die auffallenden, zwischen beiden Gattungen bestehenden Ähnlichkeiten lediglich als Konvergenzerscheinungen.

Der Gattungstypus *M. Footei* Diener (l. c., p. 109, Pl. XXI, Fig. 1) besitzt einen kantig zugeschärften Externteil und dolichophyll zerschlitzte Loben. Zwischen dem niedrigen Mediansattel und dem Externsattel zählt man zwei wohl individualisierte und einen rudimentären Adventivsattel.

Bei einer zweiten, ebenfalls aus den Juvavites beds von Spiti stammenden Art, *M. Hendersoni* Diener (l. c., p. 109, Pl. XX, Fig. 3), ist die Suturlinie nicht reicher zerschlitzt als bei *Carnites floridus* Wulf., von jener der letzteren Form jedoch, ähnlich wie bei *Pseudocarnites* Simionescu, durch die Anwesenheit von mindestens zwei Adventivsätteln unterschieden.

Eine reicher zerschlitzte Suturlinie mit einem großen externen und einem zweiten, viel kleineren, aus dem Kopf des Mediansattels entspringenden Adventivsattel weist die von E. v. Mojsisovics als *Hauerites* (?) *nov. form. ind.* beschriebene Spezies aus dem Unternorikum des Bambanagprofils auf, die ich ebenfalls zur Gattung *Metacarnites* gestellt habe.

Als der bestbekannte Repräsentant dieses nach dem heutigen Stand unserer Erfahrungen ausschließlich auf das Himamalayische Reich beschränkten Genus darf wohl *M. Dieneri* Welter (Obertriadische Ammoniten und Nautiliden von Timor, l. c., 1914, p. 157, Taf. XXVII, Fig. 1—3; Taf. XXXVI, Fig. 2, 4, 10, Textfig. 36—38) aus der timoresischen Obertrias gelten. Die Suturlinie desselben stimmt mit jener des vorerwähnten, von E. v. Mojsisovics provisorisch zu *Hauerites* gestellten Ammoniten aus dem Himalaya in allen wesentlichen Punkten überein.

Die Anordnung der Adventivelemente bei *Metacarnites* spricht gegen deren externolobate Entstehung. Bei *Carnites floridus* und seinen Verwandten ist eine zentroseriale Anordnung der Loben und Sättel unverkennbar. Bei *Metacarnites* ist der zwischen dem Externsattel und dem anschließenden Adventivsattel eingesenkte Lobus stets seichter als der zwischen den beiden Adventivsätteln eingetiefte eigentliche Externlobus. Dieses Verhältnis des inneren Adventivsattels zum Externsattel entspricht genau jenem bei *Paratibetites* Mojs. und erhebt die Vermutung, daß jener Adventivsattel aus einer Spaltung des primären Externsattels hervorgegangen sei, fast zur Gewißheit. Dagegen ist der äußere Adventivsattel — wie bei der von mir beschriebenen Varietät des *Paratibetites Tornquisti* aus Chabrang — eine Dependenz des Mediansattels. Wir haben es also bei *Metacarnites* mit einer Kombination aus zwei verschiedenen Typen adventiver Elemente zu tun, von denen das eine aus dem Externsattel, das andere aus dem Mediansattel sich herausgebildet hat.

Die Suturformel für *M. Dieneri* ist daher wie bei *Paratibetites Tornquisti* var. zu schreiben:

$$\frac{MS}{2}\left[\frac{ms}{2}+AdL+AdS\right]+EL+ES[AdS+AdL+es]+LL_1+LS_1 \text{ etc.}$$

Der rudimentäre äußerste Adventivsattel bei *M. Footei* ist wohl aus einer sekundären Teilung des mediosellaten Adventivsattels hervorgegangen. Der Einschnitt, der ihn an seiner Außenseite flankiert, ist tiefer als jener an seiner inneren Seite. Die Suturformel dieses Ammoniten ist daher folgendermaßen zu schreiben:

$$\frac{MS}{2}\left[\frac{ms}{2}+AdL+ads+adl+AdS\right]+EL+ES[AdS+AdL+es]+LL_1+Ls_1 \text{ etc.}$$

Die hier zur Darstellung gebrachte Deutung der Suturlinie schließt phylogenetische Beziehungen zwischen *Metacarnites* und *Carnites* aus. Beide stehen trotz unbestreitbarer Ähnlichkeiten in der Schalenform und im Lobenbau ebensowenig im Verhältnis einer direkten Deszendenz als *Carnites* und *Hauerites*. *Metacarnites* gehört vielmehr in die engste Verwandtschaft von *Paratibetites* Mojs., dessen Externseite ebenfalls im altersreifen Stadium eine kantige Zuschärfung erfährt und so auch äußerlich *Metacarnites* sehr ähnlich wird.

Ergebnisse und Schlußbetrachtungen.

Die Suturlinie der Ammoniten bezeichnet uns die innere Grenze des Haftmuskels. Ein möglichst inniger Zusammenhang des Tierkörpers mit der Schale kommt entlang den Ein- und Ausbiegungen der Suturlinie auf zweierlei Art zustande; entweder durch Einschaltung von neuen Elementen neben und zwischen den ursprünglich in der Dreizahl auftretenden Hauptelementen (Loben und Sätteln) oder

durch eine Zunahme der Verästelung und Zerschlitzung der bestehenden Lobenelemente, deren Zahl unverändert bleibt. In beiden Fällen gibt sich eine Tendenz zur Verlängerung der Suturlinie kund. Eine solche Tendenz läßt sich in den verschiedensten Ammonitenstämmen von der Silur-Devongrenze bis ins Maestrichtien verfolgen, während die Neigung zu einer Reduktion der Suturen uns nur verhältnismäßig selten und als Ausnahme von der Regel entgegentritt.

Noch bei den jüngsten Ammoniten der Oberkreide sehen wir beide Wege zu einer Verlängerung der Suturlinie betreten. Bei *Pachydiscus* zeigt sich ein ungewöhnlich hohes Ausmaß der Zerschlitzung bei verhältnismäßig geringer Zahl der Suturelemente. Bei *Indoceras* steht einer außerordentlich großen Zahl von Suturelementen eine auffallend bescheidene, über das ceratitische Stadium nicht hinausgehende Detailgliederung derselben gegenüber. Nur in der Triasperiode sind manche Ammonitengattungen, wie *Pinacoceras*, nach beiden Richtungen hin in gleich hohem Maße spezialisiert.

Eine besondere Form der Verlängerung der Suturlinie gibt sich in dem Auftreten adventiver Elemente zu erkennen, das heißt in dem auf die Entstehung der Hauptloben folgenden Erscheinen von Loben und Sätteln, die nicht wie die Auxiliaren in dem zwischen dem innersten Hauptsattel und der Naht gelegenen Teil des Gehäuses, sondern innerhalb eines oder mehrerer Hauptelemente der Sutur selbst — in der Regel nicht allzuweit vom Externteil entfernt — sich einstellen.

Der häufigste und wichtigste Schauplatz der Bildung solcher neu hinzutretender Adventivloben ist bei den triadischen Ammoniten entweder der Externlobus (mit Einschluß der Grenzregion des Medianhöckers) oder der Externsattel. Über diese Tatsache hat uns die Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie in zahlreichen Fällen sicheren Aufschluß gegeben. Außerdem gibt es ein Merkmal, das allen Ammoniten gemeinsam zu sein scheint, bei denen die Adventivelemente aus einer Teilung des Externlobus hervorgehen und auf das man mit einer fast an Gewißheit grenzenden Wahrscheinlichkeit in solchen Fällen sich stützen kann, in denen auf eine Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie verzichtet werden muß. Dieses Merkmal ist die zentroseriale Anordnung der Loben und Sättel. Die adventiven nehmen ebenso wie die Auxiliarelemente in der Richtung nach den lateralen Hauptloben an Größe allmählich zu. Die einen sind gewissermaßen das Spiegelbild der anderen, indem von den lateralen Hauptloben sowohl in der Richtung gegen die Naht, als gegen die Medianlinie des Externteiles die Loben und Sättel gleichmäßig kleiner werden. *Pseudosageceras* und *Sageceras* unter den triadischen, *Beloceras* unter den devonischen Ammoniten zeigen dieses Merkmal, der großen Zahl ihrer Adventiv- und Auxiliarloben zufolge, mit voller Deutlichkeit.

Bei den Ammoniten mit externolobaten Adventivelementen ist die Zahl der Adventivloben nicht immer ein Merkmal von spezifischer oder gar generischer Bedeutung. Sie nimmt vielmehr bei einem Individuum nicht selten während der ganzen Lebensdauer beständig zu. Die einzelnen Spezies von *Sageceras*, ferner *Pseudosageceras Drinense* Arth. und *Cordillerites angulatus* Hyatt et Smith besitzen eine nach den verschiedenen Altersstadien wechselnde Zahl von Adventivloben. Dagegen bleibt diese Zahl bei *Pseudosageceras multilobatum* Noetl. konstant, desgleichen bei *Hedenstroemia*, *Longobardites* u. a.

Wesentlich anders verhalten sich die externosellaten, das heißt die aus einer Teilung des Externsattels hervorgegangenen Adventivelemente. Sie zeigen niemals eine zentroseriale Anordnung der Loben und Sättel. Die Adventivsättel sind häufig schon in ihrer äußeren Gestalt von den Lateralsätteln verschieden. Nur die letzten, den Kopf des primären Externsattels bildenden oder diesem genäherten Sättel werden manchmal den Lateralsätteln ähnlich.

Die Bildung externosellater Adventivelemente geht bei den triadischen Ammoniten auf verschiedenen Wegen vor sich. Sie erreicht das geringste Ausmaß in der Familie der *Medlicottiidae*, in der sie sich bei *Episageceras* auf die allseitige Kerbung des in oraler Richtung stark verlängerten Externsattels beschränkt. Ein wenig größere Bedeutung gewinnt hier nur ein einziger Adventivlobus (*Sicanites*-Lobus), der ursprünglich nahe dem Sattelkopf entsteht, später aber an der Innenseite des Externsattels nach abwärts rückt.

Einen zweiten Typus externosellater Adventivloben treffen wir bei den typischen Vertretern der Gattung *Pinacoceras* Mojs. (mit Einschluß des Subgenus *Pompeckjites* Mojs.). Bei diesen zerfällt der sehr breit angelegte äußere Teil des Externsattels schon sehr frühzeitig durch Spaltung in eine Anzahl gleichartig gestalteter Adventivsättel. Im Gegensatz zu der während einer längeren Dauer des individuellen Wachstums beobachteten Vermehrung der externolobaten Adventivelemente bei *Sageceras* und *Beloceras* bleibt die Zahl der externosellaten Adventivsättel bei den Ammoniten dieses zweiten Typus von den innersten Windungen, mindestens von einer Windungshöhe von 7 *mm* ab, konstant und daher ein gutes Speziesmerkmal.

Einen dritten Typus repräsentiert die Gattung *Placites*, bei der im Gegensatz zu *Pinacoceras* keine Spaltung des Externsattels auf den innersten Windungen sich vollzieht, sondern aus den seitlichen Ästen am Außenrande des Externsattels in vorgeschrittenen Wachstumsstadien allmählich Adventivsättel hervorgehen.

Während die Adventivelemente des zweiten Typus als solche schon in den Jugendstadien ihrer Träger mit voller Deutlichkeit als solche erkennbar sind, ist es bei jenen des dritten Typus nicht selten Sache des persönlichen Gefühls, ob man von Ästen des Externsattels oder von Adventivsätteln zu sprechen vorzieht.

Ähnliches läßt sich von den externosellaten Adventivelementen eines vierten Typus sagen, bei denen die Teilung des Externsattels durch sekundäre Einschnitte erheblich unregelmäßiger und unvollständiger ist als bei *Pinacoceras*. Dieser Typus wird insbesondere durch die Gattungen *Sirenites*, *Paratibetites* und *Metacarnites* vertreten. Bei ihnen entstehen Adventivsättel aus Sekundärsätteln, die von dem Hauptteil des Externsattels durch eine asymmetrisch gelegene Kerbe losgetrennt werden. Diese zum Adventivlobus sich erweiternde Kerbe ist nicht wie bei *Placites* schräg, sondern parallel zu den Hauptloben gestellt. Bei *Sirenites* Mojs. findet man neben Formen mit ganzrandigem Externsattel (*S. Iphigeniae* Mojs.) solche mit eben beginnender Teilung des letzteren (*S. Solonis* Mojs.) und endlich mit einem (*S. Evae* Mojs., *S. elegans* Mojs.) oder mit zwei so tiefen Einschnitten (*S. Stachei* Mojs.), daß die Bezeichnung Adventivloben für dieselben nicht unstatthaft erscheint.

Bei Triasammoniten mit externolobaten Adventivelementen fällt die Entscheidung nicht immer leicht, ob der Externlobus oder der Mediansattel richtiger als der eigentliche Schauplatz der Entstehung der neu auftretenden Adventivsättel zu bezeichnen sei, da sich in manchen Fällen (*Sageceras* Mojs., *Pseudosageceras* Dien., *Carnites* Mojs.) dieses Ereignis gerade in der zum Mediansattel emporziehenden Flanke des Externlobus an der Grenze beider Lobenelemente abspielt. Wir wollen gleichwohl in allen solchen Fällen, um eine Gleichförmigkeit in der Terminologie zu erzielen, von externolobaten Adventivelementen sprechen.

Es gibt jedoch eine Anzahl triadischer Ammonitengenera, wie *Ussuria* Dien., *Procarnites* Arth., *Paratibetites* Mojs., bei denen ohne Zweifel nicht der Externlobus — selbst im weitesten Sinne genommen — sondern der Kopf des Mediansattels die Stelle ist, an der die neuen Adventivloben entstehen. Bei *Paratibetites* zum Beispiel sieht man zunächst eine Kerbe gerade in die Spitze des Medianhöckers entlang der Medianlinie sich einschneiden und dann zu beiden Seiten dieser Kerbe einen blattförmigen Sattel zu immer größeren Dimensionen anwachsen und sich immer stärker individualisieren, bis bei einer Varietät des *Paratibetites Tornquisti* Mojs. hier ein den Externsätteln mancher Ptychiten ebenbürtiger Adventivsattel vorliegt. Solche Adventivelemente bezeichnen wir als mediosellate. Ihre ontogenetische Entwicklung ist bei *Ussuria* von Hyatt und Smith, bei *Procarnites* von G. v. Arthaber anschaulich gemacht worden.

Bei *Paratibetites* und *Metacarnites* Dien. beobachtet man eine Kombination mediosellater und externosellater Adventivelemente, indem zu einem dem Kopf des Medianhöckers entspringenden Adventivsattel ein zweiter hinzutritt, der aus einer Spaltung des ursprünglichen Externsattels nach dem vierten Typus (*Sirenites*) hervorgegangen ist, während der zwischen beiden Adventivsätteln eingesenkte Externlobus seine Stellung unverändert beibehält. Würde bei *Hauerites* Mojs. die Teilung

des Externsattels weiter vorgeschritten sein, so würde die Suturlinie eines solchen Ammoniten uns die Kombination externolobater mit externosellaten Adventivelementen zeigen.

Damit ist die Mannigfaltigkeit der Adventivlobenbildung bei den triadischen Ammoniten erschöpft. Laterolobate, das heißt aus einer Teilung des ersten Laterallobus hervorgegangene Adventivelemente, wie sie die Suturen karbonischer (*Shumardites* Smith) und kretazischer Ammoniten (*Coilopoceras* Hyatt, *Hoplitoides* v. Koenen) aufweisen, sind bei Triasammoniten noch nicht beobachtet worden. Ja selbst für die externosellaten Adventivelemente triadischer Ammoniten gilt — von *Episageceras*, einem Nachzügler der permischen *Medlicottia*, abgesehen — die Beschränkung, daß sie stets nur einer Spaltung des äußeren, niemals des inneren Flügels des Externsattels, wie etwa bei der kretazischen Gattung *Placenticeras*, ihre Entstehung verdanken.

Gleichwohl kann man nicht sagen, daß die Mannigfaltigkeit der Entstehung adventiver Lobenelemente in der Kreideperiode ein höheres Ausmaß erreicht habe als in der Trias, da den kretazischen Ammoniten mit hochspezialisierter Suturlinie die mediosellaten und externolobaten Adventivelemente ebenso vollständig fehlen, wie den triadischen die laterolobaten.

Bei einer nicht geringen Anzahl triadischer Ammonitengenera kommen Arten mit und ohne Adventivelemente nebeneinander vor. Von *Sirenites, Paratibetites* und *Placites* ist bereits die Rede gewesen. Auch *Ussuria, Hauerites* und *Buddhaites* sind an dieser Stelle zu nennen. Es heißt den Tatsachen offenbar Gewalt antun, wenn man die mit Adventivloben versehenen Sireniten als *Pseudosirenites* oder die Placiten ohne Adventivloben als *Paragymnites* aus ihrem natürlichen Zusammenhang reißen und in verschiedenen Ammonitenstämmen aufteilen will.

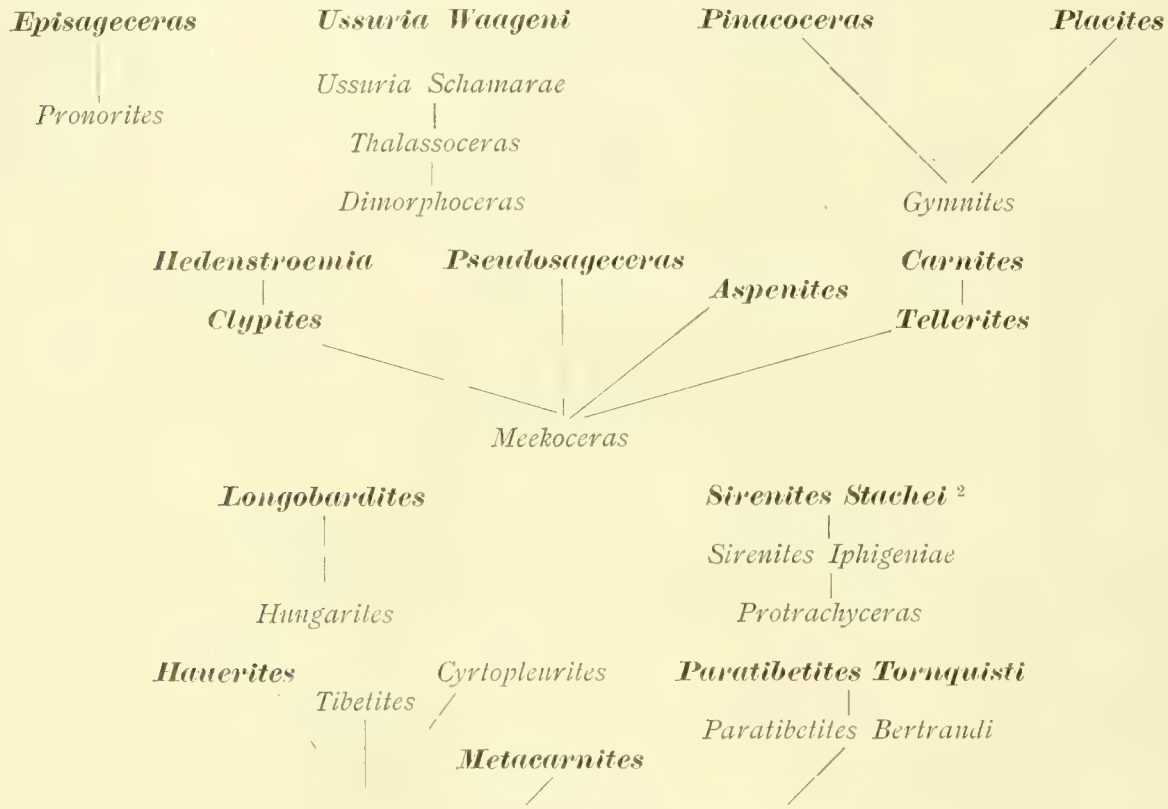
Eine solche Zerreißung erscheint umso willkürlicher, als sie nur der vorgefaßten Idee einer phylogenetischen Zusammengehörigkeit aller Ammoniten mit Adventivloben zuliebe ohne Rücksicht auf die einer derartigen Auffassung widerstreitenden Tatsachen vorgenommen werden könnte. Einen stärkeren Wahrscheinlichkeitsbeweis für die generische Zusammengehörigkeit mehrerer Spezies, die in allen generisch bedeutsamen Merkmalen mit Ausnahme eines einzigen übereinstimmen, kann es doch gar nicht geben, als das Auftreten von Formen, die die Übergänge des einen in das andere, die Differenz begründende Merkmal zeigen. Von *Sirenites Iphigeniae* zu *S. Stachei*, von *Paratibetites Bertrandi* zu *P. Tornquisti* führen alle Übergänge von normalen zu adventiven Loben. Ebenso sehen wir in der ontogenetischen Entwicklung der Suturlinie der *Ussuria Waageni* H. et Sm. den Adventivsattel aus dem Mediansattel allmählich entstehen. Die Suturlinie der erwachsenen *Ussuria Schamarae* Dien. bezeichnet uns einen persistenten Jugendzustand dieser Suturlinie bei *U. Waageni*. Wer die Vertreter der Gattung *Sirenites*, die durch die Erwerbung von Adventivsätteln charakterisiert sind, von *Sirenites* s. s. als *Pseudosirenites* abzutrennen für wünschenswert erachtet, mag dies immerhin tun, aber er muß sich darüber klar sein, daß der Schnitt, den er auf diese Art führt, ein durchaus künstlicher ist und die Tatsache eines generischen Zusammenhanges beider Gruppen nicht aufzuheben vermag. Keinesfalls dürfen für die mit Adventivloben versehenen Sireniten die Vorfahren, beziehungsweise die Stammformen außerhalb der Sireniten mit normaler Lobenstellung gesucht werden.

Es konnte ferner gezeigt werden, daß einzelne Formen von *Pinacoceras* und *Gymnites* derart zwischen diesen beiden Gattungen stehen, daß ihre systematische Stellung kontrovers ist, so daß sie von dem einen Genus zum anderen gewissermaßen eine Brücke schlagen. In ähnlicher Weise vermittelt *Clypites* Waag. einen Übergang zwischen *Meekoceras* Hyatt, das der Adventivloben entbehrt, und *Hedenstroemia* Waag. mit einem wohlausgebildeten Adventivlobus.

In anderen Fällen wieder hat die Untersuchung der ontogenetischen Entwicklung der Lobenlinie ergeben, daß bestimmte triadische Ammonitengenera mit hochspezialisierten Lobenlinien in solchen mit normaler Lobenstellung wurzeln. Es hieße den Wert dieser von Branca, Hyatt und Würtenberger mit so großem Erfolg inaugurierten Untersuchungsmethode gänzlich verkennen, wenn man vor deren Ergebnissen die Augen verschließen wollte. Der vollständigen Übereinstimmung der Jugend-

zustände von *Carnites* mit den altersreifen Formen von *Meekoceras* müssen auch phylogenetische Beziehungen zwischen diesen beiden Gattungen entsprechen.

Alle bisherigen Erfahrungen lehren, daß die mit Adventivelementen ausgestatteten Ammonitengattungen der Triasperiode — weit entfernt, eine stammesgeschichtliche Zusammengehörigkeit untereinander aufzuweisen — ihre nächsten Verwandten in Ammonitengattungen besitzen, die eine Normalsutur zeigen. Die bisher ermittelten Verwandtschaftsverhältnisse sind hier in der Form von Stammbäumen zur Darstellung gebracht.[1]



Ceratitoidea aus der Verwandtschaft von *Gymnotoceras*.

Es kann wohl kaum einem Zweifel unterliegen, daß *Hedenstroemia* sich von *Meekoceras* ungezwungener ableiten läßt als von irgendeinem Genus in G. v. Arthaber's Familie der *Prodromitidae*, daß *Pseudosageceras* in die Verwandtschaft von *Hedenstroemia* und nicht von *Medlicottia* gehört, daß *Episageceras* und *Beloceras* in ihrem Lobenbau Verschiedenheiten aufweisen, die jede nähere Verwandtschaft ausschließen. Weder der Stamm der *Beloceratea* im Sinne G. v. Arthaber's, noch eine der von ihm innerhalb dieses Stammes errichteten Familien — die *Pinacoceratidae* mit Ausschluß von *Beatites* vielleicht ausgenommen — können als systematische Einheiten aufrecht erhalten werden.

Die Ammoniten mit hochspezialisierten Lobenlinien sind zu allen Zeiten erheblich seltener gewesen als jene mit normalen Suturen. In manchen Perioden der Erdgeschichte, zum Beispiel im Jura, waren sie fast vollständig vom Schauplatz verschwunden. Immerhin war die Anlage zur Bildung von Adventivloben in einer nicht geringen Anzahl von systematisch voneinander weit abstehenden Gattungen vorhanden. Im Laufe der Geschichte der Ammoniten scheint sich diese Anlage immer mehr auf Teile der Suturlinie verschoben zu haben, die von der Externseite entfernter lagen. In der Triasperiode

[1] Die im Besitz von Adventivloben befindlichen Gattungen beziehungsweise Arten sind durch fetten Druck kenntlich gemacht.

[2] Damit soll keineswegs gesagt werden, daß *Sireniles Stachei* der direkte Nachkomme des *S. Iphigeniae* oder *Paratibelites Tornquisti* jener des *P. Bertrandi* gewesen sei. Wohl aber darf gesagt werden, daß die norischen Sireniten vom Typus des *S. Stachei* mit geteilten Externsätteln Vorfahren vom Typus des *S. Iphigeniae* mit ganzrandigen Externsätteln in der karnischen Stufe der Obertrias gehabt haben.

reicht die Anlage zur Ausbildung von Adventivloben nicht über den Kopf des Externsattels gegen die Schalenmitte hinaus; in der Kreideperiode sind die inneren Teile des Externsattels und der erste Laterallobus der bevorzugte Schauplatz der Entstehung adventiver Loben und Sättel.

Die Anlage zur Bildung von Adventivloben findet sich, wie das ja von vorneherein selbstverständlich ist, in erster Linie bei den scheibenförmigen Ammoniten mit hoher Mündung, schmalem Querschnitt und engem Nabel. Dennoch erleidet auch diese Regel gelegentliche Ausnahmen, wie das Beispiel der weitnabeligen, mit niedrigen Windungen versehenen *Gonioclymenia* zeigt. Selbst bei globosen Ammoniten (*Shumardites*) sind Adventivloben ausnahmsweise beobachtet worden, obwohl sie in der Trias allen *Arcestoidea* und auch den übrigen Ammoniten mit serialer Lobenstellung (*Cladiscites*) fehlen.

Ammoniten mit Adventivloben sind in der Regel glattschalig oder nur schwach skulpturiert. Das Maximum an Skulptur findet sich bei *Sirenites* und bei gewissen Placenticeraten der Kreide. Als Typus eines Ammoniten mit hochspezialisierter Lobenlinie wird uns jedoch stets eine flache, eng genabelte Scheibe von der Gestalt eines *Beloceras*, *Pinacoceras* oder *Indoceras* erscheinen, die ihren Träger zum Durchschneiden des Wassers bei einer schwimmenden Fortbewegung besonders geeignet macht. Dabei mag der Externteil bald gerundet (*Indoceras*), bald von Marginalkanten begrenzt und abgeplattet (*Sageceras*), bald kantig zugeschärft sein (*Pinacoceras*). Es wäre indessen wohl ein Irrtum, in dem Besitz von Adventivloben ein ausschließlich mit einer nektonischen Lebensweise der Besitzer zusammenhängendes funktionelles Merkmal erblicken zu wollen, da es zum Beispiel auch Gattungen wie *Hoplitoides* v. Koenen zukommt, für deren benthonische Lebensweise Solger[1] gewichtige Gründe ins Feld geführt hat.[2]

Eine direkte Abhängigkeit des Auftretens der Adventivloben von der Schalenform und den Involutionsverhältnissen des Gehäuses scheint nicht zu bestehen. Die letzteren geben uns daher keinen hinreichenden Aufschluß über die unmittelbare Ursache der Entstehung hochspezialisierter Suturlinien. *Aspidites superbiformis* Krafft et Dien. und *Hedenstroemia Mojsisovicsi* Dien. stimmen in allen ihren äußeren Merkmalen nahezu vollständig überein und doch ist die letztere Form mit einem Adventivlobus ausgestattet, die erstere nicht. Bei enggenabelten Triasammoniten von der Gestalt des *Gymnites subclausus* Hau. oder *Pinacoceras Rajah* Dien. ist das Genus ohne Kenntnis der Suturlinie aus der Schalenform allein nicht zu bestimmen. Nur ausnahmsweise, zum Beispiel bei gewissen Pinacoceraten, läßt sich bei einem Schalenexemplar eines Ammoniten ohne Präparation der Lobenlinie mit Bestimmtheit die Anwesenheit von Adventivelementen in der letzteren vorhersagen.

J. v. Pia hat in seiner gedankenreichen Studie »Untersuchungen über die Gattung *Oxynoticeras* und einige damit zusammenhängende allgemeine Fragen« die Vermutung ausgesprochen, daß die fortschreitende Zerschlitzung der Loben bei den Ammoniten mit der Fähigkeit eines Niveauwechsels, einer stärkeren Vertikalbewegung dieser Cephalopoden, in Beziehung stehen könnte.[3] In diesem Sinne würden uns die mit Adventivloben ausgestatteten Ammoniten Formen darstellen, deren Tauchfähigkeit durch die auf eine solche Art erzielte Zerschlitzung, beziehungsweise Verlängerung der Suturlinie erhöht worden ist. Mit einer solchen Auffassung würde auch der Mangel einer auffallenden, rascher Bewegung hinderlichen Schalenverzierung gut übereinstimmen, wie er fast allen Ammoniten mit hochspezialisierter Suturlinie eigentümlich ist. Ob indessen in dieser Vorstellung eine ausreichende ethologische Erklärung der Adventivloben zu finden ist, wage ich umso weniger zu entscheiden, als bekanntlich auch der mit einer sehr einfachen Sutur versehene rezente *Nautilus* ganz beachtenswerte Tauchbewegungen auszuführen vermag.

---

[1] F. Solger, Fossilien der Mungokreide, l. c., p. 216 ff.

[2] Auch H. Douvillé (Evolution et classification des Pulchelliidés, l. c., p. 320) hat die Verbreiterung des externen Ventralabschnittes der Suturlinie, mit der die Bildung adventiver Lobenelemente im Zusammenhange steht, auf eine nektonische Lebensweise der *Pulchelliidae* zurückzuführen versucht.

[3] Abhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt XXIII., Heft I, 1914, p. 117 ff.

Tafel I.

Tafel I.

Fig. 1. *Episageceras Dalailamae* Dien. Nach Diener, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. II, Pt. 1. Cephalopoda Himalayan Lower Trias, 1897, Pl. I, Fig. 6. Der Externlobus korrigiert nach A. v. Krafft, Centralblatt für Mineralogie, 1901, p. 275, Textfigur.

» 2. *Ussuria Schamarae* Dien. Nach Diener, Triadische Cephalopodenfaunen der ostsibirischen Küstenprovinz. Mém. Com. géol. St. Pétersbourg, Vol. XIV, Nr. 3, 1895, Taf. III, Fig. 4.

» 3. *Ussuria Waageni* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, Triassic Cephalopod genera of America, U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No 40. Washington 1905, Pl. LXV, Fig. 5.

» 4. *Procarnites Kokeni* Arth. Nach G. v. Arthaber, Trias von Albanien. Beitr. zur Paläontol. und Geol. Österr.-Ungarns etc. XXIV, 1911, Taf. XVIII, Fig. 3. 3×.

5. *Procarnites Kokeni* Arth. Nach G. v. Arthaber, l. c., Textfig. 8. Exemplar von 54 *mm* Windungshöhe. 2×.

» 6. *Clypites Kingianus* Waag. Nach Waagen, Ceratite formation, Palaeont. Ind., ser. XIII, Vol. II, 1895, Pl. XXI, Fig. 8.

7. *Clypites Lilangensis* v. Krafft et Dien. Nach A. v. Krafft et Diener, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. VI, No. 1, Lower triassic Cephalopoda from Spiti, 1909, Pl. IX, Fig. 1.

» 8. *Hedenstroemia Mojsisovicsi* Dien. Nach v. Krafft et Diener, l. c., Pl. IX, Fig. 4.

» 9. *Hedenstroemia Muthiana* v. Krafft et Dien. Nach v. Krafft et Diener, l. c., Pl. IX, Fig. 7.

» 10. *Beatites Berthae* v. Arth. Nach G. v. Arhtaber, l. c., Taf. XVII, Fig. 15. 2×.

» 11. *Cordillerites angulatus* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. LXXI, Fig. 6. $1^1/_2$×.

» 12. *Arthaberites Alexandrae* Dien. Nach G. v. Arthaber, l. c., Textfig. 9 (p. 217).

» 13. *Pseudosageceras multilobatum* Noetl. Nach A. v. Krafft et Diener, l. c., Pl. XXI, Fig. 5.

» 14. *Aspenites acutus* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. II, Fig. 11. 4×.

» 15. *Acrochordiceras Damesi* Noetl. Nach Philippi, Lethae mesoz. I. Kontinentale Trias, 1903, Taf. I, Fig. 7.

16. *Longobardites nevadanus* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. LVIII, Fig. 11. 2×.

» 17 *a, b. Sageceras Haidingeri* Hau. Zwei aufeinander folgende Suturlinien eines inneren Kernes von $2^1/_2$ *mm* Windungshöhe, aus den karnischen Hallstätter Kalken des Röthelstein (Salzkammergut). Im Besitz des K. k. Naturhistorischen Hofmuseums in Wien. 15×.

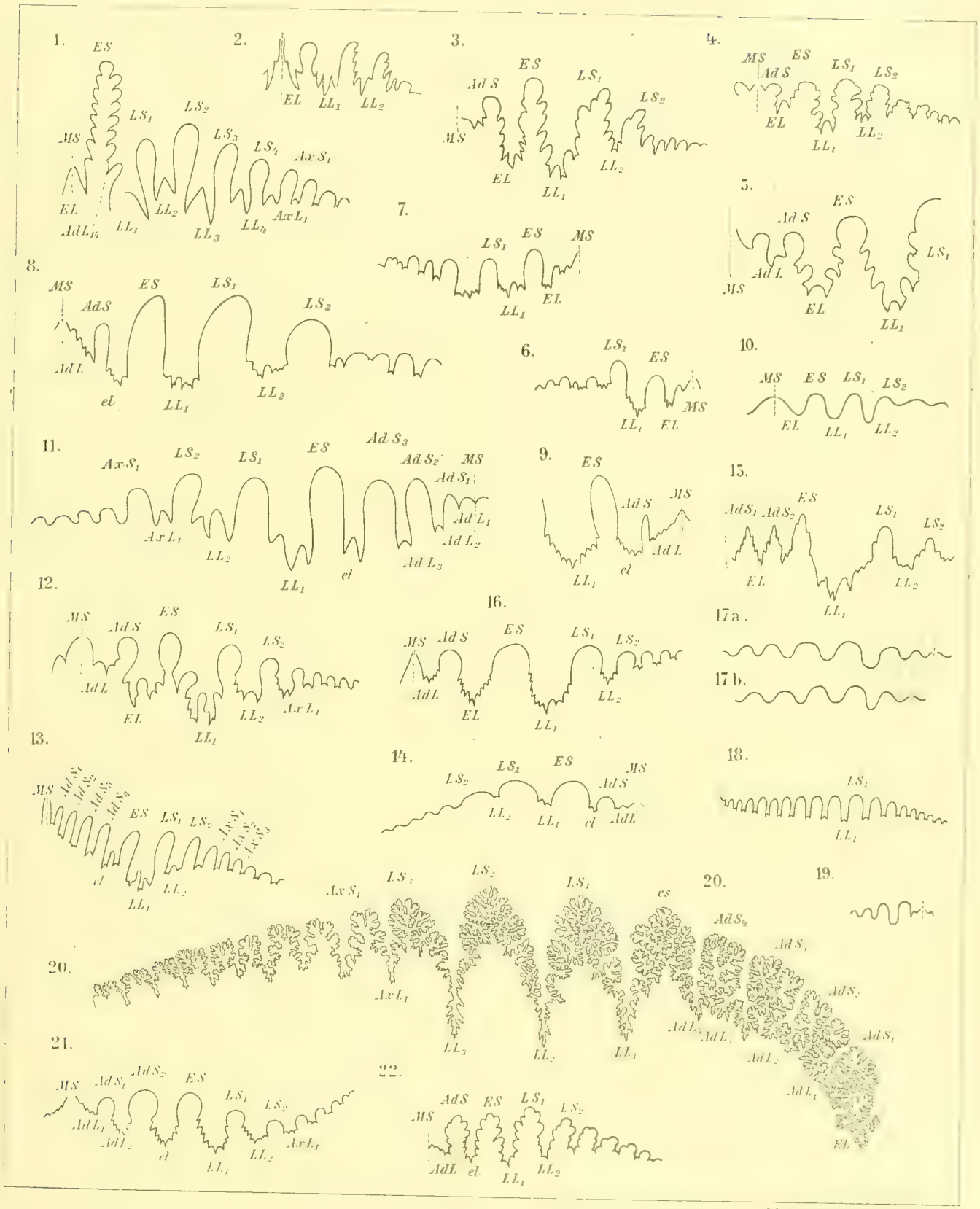
» 18. *Sageceras Haidingeri* Hau. Nach E. v. Mojsisovics, Cephalopoden der Mediterr. Triasprovinz. Abhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt, X, 1882, Taf. LIII, Fig. 10.

» 19. *Tellerites furcatus* Öberg. Nach E. v. Mojsisovics, Arktische Triasfaunen. Mém. Acad. imp. d. sciences, St. Pétersbourg, sér. VII, T. XXXIII, Nr. 6, 1886, Taf. X, Fig. 19. 2×.

» 20. *Pinacoceras Metternichii* Hau. var. Nach Diener, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. V, Pt. 1, 1906, Fauna of the Tropites limestone, Pl. XIII, Fig. 1.

21. *Bosnites clathratus* Hau. Nach F. v. Hauer, Beitr. z. Kenntn. d. Cephalopoden aus d. Trias von Bosnien. II. Nautilen und Ammoniten mit ceratitischen Loben aus dem Muschelkalk von Haliluci. Denkschriften der Kaiserl. Akademie der Wiss., LXIII., 1896, Taf. XIII, Fig. 3.

» 22. *Carnites floridus* Wulf. Nach E. v. Mojsisovics, Cephal. d. Med. Triasprov., l. c., Taf. LI, Fig. 7.



Lith. u. Druck aus der k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

Tafel I.

Fig. 1. *Episageceras Dalailamae* Dien. Nach Diener, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. II, Pt. 1. Cephalopoda Himalayan Lower Trias, 1897, Pl. I, Fig. 6. Der Externlobus korrigiert nach A. v. Krafft, Centralblatt für Mineralogie, 1901, p. 275, Textfigur.

» 2. *Ussuria Schamarae* Dien. Nach Diener, Triadische Cephalopodenfaunen der ostsibirischen Küstenprovinz. Mém. Com. géol. St. Pétersbourg, Vol. XIV, Nr. 3, 1895, Taf. III, Fig. 4.

» 3. *Ussuria Waageni* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, Triassic Cephalopod genera of America, U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. No 40. Washington 1905, Pl. LXV, Fig. 5.

» 4. *Procarnites Kokeni* Arth. Nach G. v. Arthaber, Trias von Albanien. Beitr. zur Paläontol. und Geol. Österr.-Ungarns etc. XXIV, 1911, Taf. XVIII, Fig. 3. 3×.

5. *Procarnites Kokeni* Arth. Nach G. v. Arthaber, l. c., Textfig. 8. Exemplar von 54 *mm* Windungshöhe. 2×.

» 6. *Clypites Kingianus* Waag. Nach Waagen, Ceratite formation, Palaeont. Ind., ser. XIII, Vol. II, 1895, Pl. XXI, Fig. 8.

» 7. *Clypites Lilangensis* v. Krafft et Dien. Nach A. v. Krafft et Diener, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. VI, No. 1, Lower triassic Cephalopoda from Spiti, 1909, Pl. IX, Fig. 1.

» 8. *Hedenstroemia Mojsisovicsi* Dien. Nach v. Krafft et Diener, l. c., Pl. IX, Fig. 4.

» 9. *Hedenstroemia Muthiana* v. Krafft et Dien. Nach v. Krafft et Diener, l. c., Pl. IX, Fig. 7.

10. *Beatites Berthae* v. Arth. Nach G. v. Arhtaber, l. c., Taf. XVII, Fig. 15. 2×.

11. *Cordilleriles angulatus* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. LXXI, Fig. 6. $1^1/_2$×.

» 12. *Arthaberites Alexandrae* Dien. Nach G. v. Arthaber, l. c., Textfig. 9 (p. 217).

» 13. *Pseudosageceras multilobatum* Noetl. Nach A. v. Krafft et Diener, l. c., Pl. XXI, Fig. 5.

14. *Aspenites acutus* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. II, Fig. 11. 4×.

» 15. *Acrochordiceras Damesi* Noetl. Nach Philippi, Lethae mesoz. I. Kontinentale Trias, 1903, Taf. I, Fig. 7.

16. *Longobardites nevadanus* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. LVIII, Fig. 11. 2×.

» 17 *a, b. Sageceras Haidingeri* Hau. Zwei aufeinander folgende Suturlinien eines inneren Kernes von $2^1/_2$ *mm* Windungshöhe, aus den karnischen Hallstätter Kalken des Röthelstein (Salzkammergut). Im Besitz des K. k. Naturhistorischen Hofmuseums in Wien. 15×.

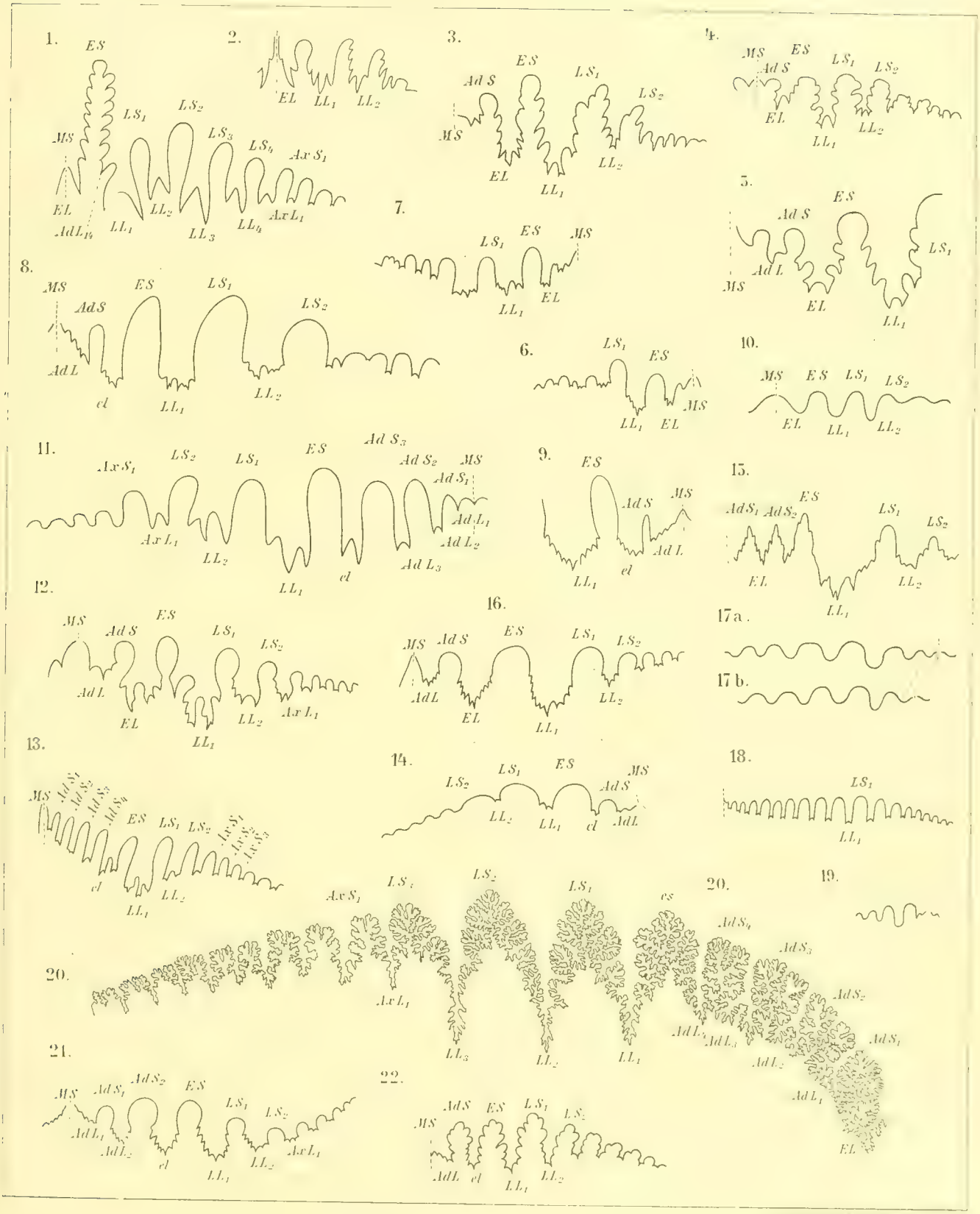
» 18. *Sageceras Haidingeri* Hau. Nach E. v. Mojsisovics, Cephalopoden der Mediterr. Triasprovinz. Abhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt, X, 1882, Taf. LIII, Fig. 10.

» 19. *Tellerites furcatus* Öberg. Nach E. v. Mojsisovics, Arktische Triasfaunen. Mém. Acad. imp. d. sciences, St. Pétersbourg, sér. VII, T. XXXIII, Nr. 6, 1886, Taf. X, Fig. 19. 2×.

20. *Pinacoceras Metternichii* Hau. var. Nach Diener, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. V, Pt. 1, 1906, Fauna of the Tropites limestone, Pl. XIII, Fig. 1.

21. *Bosnites clathratus* Hau. Nach F. v. Hauer, Beitr. z. Kenntn. d. Cephalopoden aus d. Trias von Bosnien. II. Nautilen und Ammoniten mit ceratitischen Loben aus dem Muschelkalk von Haliluci. Denkschriften der Kaiserl. Akademie der Wiss., LXIII., 1896, Taf. XIII, Fig. 3.

» 22. *Carnites floridus* Wulf. Nach E. v. Mojsisovics, Cephal. d. Med. Triasprov., l. c., Taf. LI, Fig. 7.


1.
ES
LS1
LS2
MS
LS3
LS4
Ax S1
EL
LL1
LL2
AdL1
LL3
LL4
Ax L1
2.
EL
LL1
LL2
3.
ES
LS1
Ad S
LS2
MS
EL
LL1
LL2
4.
MS
ES
Ad S
LS1
LS2
EL
LL1
LL2
5.
ES
Ad S
LS1
Ad L
MS
EL
LL1
6.
LS1
ES
MS
LL1
EL
7.
LS1
ES
MS
LL1
EL
8.
MS
Ad S
ES
LS1
LS2
Ad L
el
LL1
LL2
9.
ES
Ad S
MS
Ad L
LL1
el
10.
MS
ES
LS1
LS2
EL
LL1
LL2
11.
Ax S1
LS2
LS1
ES
Ad S3
Ad S2
MS
Ad S1
Ad L1
Ad L2
Ax L1
LL2
LL1
el
Ad L3
12.
MS
Ad S
ES
LS1
LS2
Ad L
EL
LL2
Ax L1
LL1
13.
MS
Ad S1
Ad S2
Ad S3
Ad Sn
ES
LS1
LS2
Ax S1
Ax S2
Ax S3
el
LL1
LL2
14.
LS2
LS1
ES
MS
Ad S
LL2
LL1
el
Ad L
15.
Ad S1
Ad S2
ES
LS1
LS2
EL
LL1
LL2
16.
MS
Ad S
ES
LS1
LS2
Ad L
EL
LL1
LL2
17a.
17b.
18.
LS1
LL1
19.
20.
Ax S1
LS3
LS2
LS1
es
Ad S4
Ad S3
Ad S2
Ad S1
Ad L4
Ad L3
Ad L2
Ad L1
Ax L1
LL3
LL2
LL1
EL
20.
21.
MS
Ad S1
Ad S2
ES
LS1
LS2
Ad L1
Ad L2
el
LL1
LL2
Ax L1
22.
Ad S
ES
LS1
LS2
MS
Ad L
el
LL1
LL2

Tafel II.

Tafel II.

Fig. 1. *Gymnites subclausus* Hau. Nach Salopek, Cephalopodenfauna d. mittleren Trias von Süddalmatien etc. Abhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt, XVII/3, 1911, Taf. II, Fig. 2.

» 2. *Placites myophorus* Mojs. Innerer Kern bei einer Windungshöhe von 5 *mm*, aus dem norischen Hallstätter Kalk des Leisling. 5×.

» 3. *Placites Humboldtensis* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. LVI, Fig. 15. 6×.

» 4. *Placites polydactylus* Mojs. Nach E. v. Mojsisovics, Cephalopoden der Hallstätter Kalke. Abhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt, VI/1, 1873, Taf. XXI, Fig. 4.

5. *Buddhaites Rama* Dien. Nach Diener, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. II, Pt. I, 1895, Cephalopoda Himalayan Muschelkalk. Pl. XIII, Fig. 3.

» 6. *Buddhaites Rama* Dien. Nach Diener, l. c., Pl. XIV, Fig. 2.

7. *Lanceolites compactus* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. IV, Fig. 7. 3×.

8. *Bambanagites Kraffti* Dien. Nach Diener, Fauna of the Tropites limestone, l. c., Pl. XIV, Fig. 2.

9. *Pinacoceras aspidoides* Dien. Nach Diener, Triad. Cephalopodenfauna der Schiechlinghöhe. Beitr. zur Paläontol. und Geol. Österreich-Ungarns etc. XIII, 1900, Taf. I, Fig. 6.

» 10. *Pinacoceras Loomisii* Dien. Nach Diener, Palaeontol. Ind., ser. XV, Vol. V, No. 2, Fauna Himalayan Muschelkalk, Pl. XVII, Fig. 1.

» 11. *Pinacoceras Rajah* Dien. Nach Diener, l. c., Pl. XVI, Fig. 1.

» 12. *Pinacoceras parma* Mojs. Nach Diener, Fauna of the Tropites limestone of Byans, l. c., Pl. XIV, Fig. 11.

» 13. *Pinacoceras parma* Mojs. Innerer Kern (Windungshöhe 5 *mm*) eines Exemplars aus den norischen Hallstätter Kalken des Sommeraukogels. Im Besitz des k. k. Naturhistorischen Hofmuseums in Wien. 8×.

14 *a, b. Pompeckjites Layeri* Hau. Innerer Kern (Windungshöhe 7 *mm*) eines Exemplars aus den Ellipticus-Schichten des Röthelsteins. Zwei aufeinanderfolgende Suturen, die eine Vermehrung der Adventivsättel von drei auf vier erkennen lassen. 6×.

15. *Sirenites Iphigeniae* Mojs. Nach E. v. Mojsisovics, Cephalopoden der Hallstätter Kalke. Abhandl. der k. k. Geol. Reichsanst., VI/2, 1893, Taf. CLXI, Fig. 6.

16. *Sirenites elegans* Mojs. Nach E. v. Mojsisovics, Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya. Denkschr. der Kaiserl. Akademie der Wissensch., LXIII, 1896, Taf. XVII, Fig. 8.

17. *Sirenites Solonis* Mojs. Nach E. v. Mojsisovics, Cephalopoden der Hallstätter Kalke, l. c., Taf. CLVI, Fig. 1.

18. *Sirenites Stachei* Mojs. Nach E. v. Mojsisovics, l. c., Taf. CLVII, Fig. 8.

19. *Hauerites Ashleyi* H. et Sm. Nach Hyatt et Smith, l. c., Pl. XXXVII, Fig. 12. 2×.

» 20. *Hauerites rarestriatus* Hau. Nach F. v. Hauer, Neue Cephalopoden aus den Marmorschichten von Hallstatt und Aussee. Haidinger's Naturwiss. Abhandl., III, 1849, Taf. V, Fig. 10. 2×.

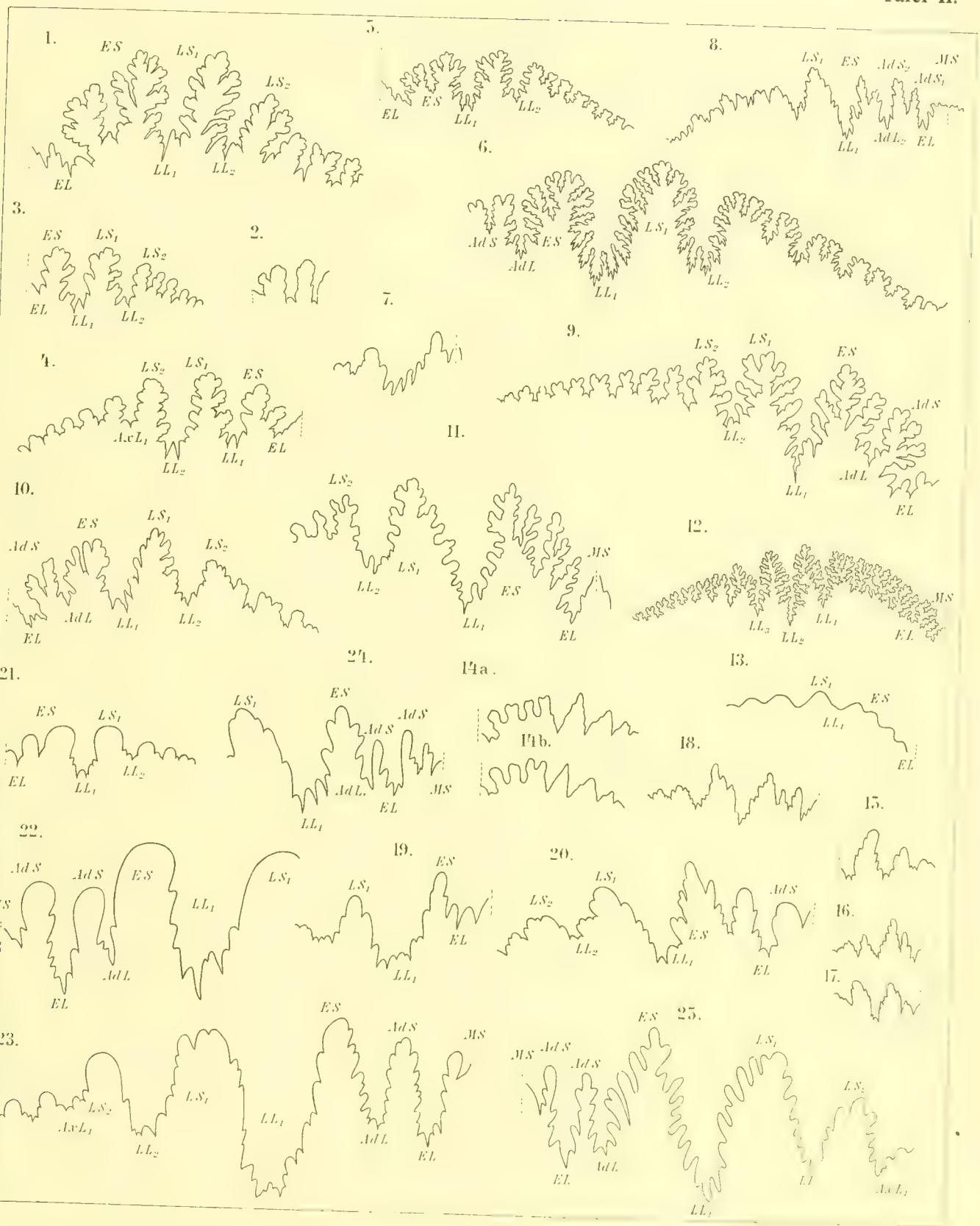
» 21. *Paratibetites Bertrandi* Mojs. Nach E. v. Mojsisovics, Obertriadische Cephalopodenfaunen des Himalaya, l. c., Taf. XV, Fig. 1.

22. *Paratibetites* cf. *Tornquisti* Mojs. var. Nach Diener, Palaeont. Ind., ser. XV, Vol. V, Pt. 3, 1908, Ladinic, carnic and noric faunae of Spiti. Pl. XVII, Fig. 1.

23. *Paratibetites angustisellatus posterior* Welter. Nach Welter, Obertriadische Nautiliden und Ammoniten von Timor. Palaeontol. von Timor, I. Lief., 1914, Textfig. 35.

» 24. *Metacarnites Dieneri* Welter. Nach Welter, l. c., Textfig. 36.

» 25. *Metacarnites Footei* Dien. Nach Diener, Ladinic, carnic and noric faunae of Spiti, l. c., Pl. XXI, Fig. 1.


1.
ES
LS1
LS2
EL
LL1
LL2
3.
ES
LS1
LS2
EL
LL1
LL2
2.
4.
LS2
LS1
ES
AxL1
LL2
LL1
EL
10.
AdS
ES
LS1
LS2
AdL
LL1
LL2
EL
5.
EL
ES
LL1
LL2
6.
AdS
ES
AdL
LS1
LL1
LL2
7.
11.
LS2
LS1
ES
MS
LL2
LL1
EL
24.
LS1
ES
AdS
AdS
AdL
MS
EL
LL1
14a.
14b.
21.
ES
LS1
EL
LL1
LL2
22.
AdS
AdS
ES
LS1
MS
LL1
AdL
EL
19.
LS1
ES
EL
LL1
23.
LS2
LS1
AxL1
LL2
LL1
ES
AdS
MS
AdL
EL
8.
LS1
ES
AdS2
MS
AdS1
LL1
AdL2
EL
9.
LS2
LS1
ES
AdS
LL2
AdL
LL1
EL
12.
MS
LL3
LL2
LL1
EL
13.
LS1
ES
LL1
EL
18.
15.
16.
17.
20.
LS1
LS2
AdS
ES
LL2
LL1
EL
25.
ES
MS
AdS
AdS
LS1
EL
AdL
LL1
LS2
AxL1

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE GRÖSSE UND HELLIGKEIT DER KOMETEN UND IHRER SCHWEIFE

IV. TEIL

DIE HELLEREN PERIODISCHEN KOMETEN

VON

DR. JOHANN HOLETSCHEK

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 21. OKTOBER 1915

Als Vervollständigung meiner Untersuchungen über die Helligkeitsverhältnisse der Kometen und ihre Beziehungen zur Größe der Schweifentwicklung, von denen die erste die Kometen bis 1759, die zweite die von 1762 bis 1799, die dritte die von 1801 bis 1835 enthält,[1] folgt hier eine Untersuchung der helleren periodischen Kometen. Diese gehören, wenn man vom Halley'schen Kometen absieht, durchgehends der neueren Zeit an.

Insbesondere war es der Encke'sche Komet, dessen zahlreiche Erscheinungen schon lange nach einer eingehenden und möglichst vollständigen Untersuchung seiner Helligkeitsverhältnisse verlangten; diese wird den Schluß der Abhandlung bilden.

Ebenso notwendig war auch eine Untersuchung der Erscheinung des Halley'schen Kometen vom Jahre 1910, und da die früheren Erscheinungen (bis inklusive 1835) bereits in der I. Abhandlung so gut wie vollständig untersucht sind, soll hier im Anschluß an sie gleich mit diesem Kometen begonnen werden.

An den Halley'schen Kometen wird sich zunächst der periodische Komet Pons-Brooks und sodann der von Olbers anreihen.

Da diese drei Kometen unter den bekannten periodischen die längsten Umlaufszeiten besitzen (76ª, 71ª, 72ª) und in dieser Hinsicht gewissermaßen eine Gruppe bilden, war es bezüglich der Reihenfolge, in welcher die anderen zur Untersuchung gelangen sollen, sehr naheliegend, immer den mit der nächst kürzeren Umlaufszeit folgen zu lassen. Vorerst wurde aber noch der ebenfalls zu dieser Gruppe passende Komet 1846 IV, der zwar erst in einer Erscheinung beobachtet ist, aber für die nächste mit Sicherheit erwartet werden kann, bezüglich seiner Helligkeit und Größe untersucht.

[1] Diese Denkschriften, Band 63, 77 und 88.

Die bezüglich ihrer Umlaufszeit zwischen diesen vier Kometen einerseits und dem Encke'schen ($3 \cdot 3^a$) andrerseits befindlichen helleren Kometen, nämlich der von Westphal, Tuttle (als Komet 1790 II bereits in der II. Abhandlung bis zur Erscheinung von 1899 untersucht), Faye, Finlay, Winnecke und der kurzperiodische Komet von Brorsen, wurden für eine später folgende Abhandlung zurückbehalten.

Wir beginnen also mit dem Halley'schen Kometen, und zwar zunächst mit einer Neuuntersuchung mehrerer seiner Erscheinungen aus älteren Zeiten.

Revision einiger Erscheinungen des Halley'schen Kometen vor 1301.

Dieser Komet ist in der I. Abhandlung bezüglich aller Erscheinungen bis 1835 so vollständig untersucht, daß auch jetzt außer der neuesten Erscheinung von 1910 kaum etwas Wesentliches hinzuzufügen wäre, wenn nicht inzwischen die Resultate der Rückrechnungen von Cowell und Crommelin bekannt geworden wären (Monthly Notices, Vol. 68), die es geboten erscheinen ließen, einige der im I. Teil durchgeführten Rechnungen mit teilweise geänderten Grundlagen zu wiederholen.

Bekanntlich sind die Identifizierungen mehrerer unter den älteren Kometenerscheinungen mit dem Halley'schen Kometen durch Laugier und ebenso die ausgedehnten Rückverfolgungen des Kometen durch Hind ohne Rücksicht auf die Störungen durchgeführt worden; es wurde eine genäherte mittlere Umlaufszeit angenommen und mit dieser nachgesehen, ob von den Kometenberichten früherer Jahrhunderte der eine oder andere auf den Halley'schen Kometen bezogen werden kann und insbesondere, ob die Ortsangaben durch die Bahn dieses Kometen dargestellt werden können.

Bei diesem Vorgang war zu befürchten, daß eine irgendwo mißglückte, also unrichtige Identifizierung bei der weiteren Fortsetzung auch noch andere Unrichtigkeiten im Gefolge haben könnte, und es war daher schon öfters der Wunsch ausgesprochen worden, es möge eine solche Zurückverfolgung des Kometen strenger und genauer, das heißt unter stetiger Berücksichtigung der durch die großen Planeten ausgeübten Störungen durchgeführt werden. Das ist nun durch die erwähnten Rechnungen von Cowell und Crommelin, die im 68. Band der Monthly Notices (1908) in fünf Artikeln (»Die Störungen des Halley'schen Kometen in der Vergangenheit«) erschienen sind und hier kurz als »M. N. 68« zitiert werden sollen, bis zu der Erscheinung von 451 in eingehender Weise geschehen und angenähert auch noch bis 240 v. Chr. fortgesetzt worden.

Eine solche Zurückrechnung der Störungen war also das einzige Mittel zu einer sicheren Entscheidung der Frage, ob irgend eine ältere Kometenerscheinung dem Halley'schen Kometen angehört hat oder nicht.

Der Vorgang war im allgemeinen der, daß von irgend einer bekannten und gesicherten Erscheinung die Störungen nach rückwärts bis zu der nächsten vorangegangenen mutmaßlichen Perihelpassage soweit gerechnet wurden, daß nachgesehen werden konnte, ob das so erhaltene Periheldatum demjenigen, welches von Laugier oder Hind aus den überlieferten Beobachtungen selbst berechnet worden ist, so nahe kommt (beispielsweise bis auf 5, 12 oder 20 Tage), daß man berechtigt ist, diese Erscheinung tatsächlich auf den Halley'schen Kometen zu beziehen.

Es liegen also in einem solchen Falle, welcher übrigens der häufigste ist, zwei verschiedene Perihelzeiten T vor, und man kann sich behufs weiterer Rückrechnungen für die eine oder andere entscheiden, ja sogar auch eine zwischen den beiden liegende dritte annehmen, und so kommt es, daß man in diesen Rechnungen bei mehreren Erscheinungen des Kometen drei verschiedene Perihelzeiten angegeben findet, von denen jede einige Berechtigung hat.

Tritt der Fall ein, daß sich bei irgend einer Zurückrechnung keine sichere, auf Beobachtungen beruhende Perihelzeit vorfindet (so bei 684, 607, 530), so muß auf eine noch frühere Erscheinung zurückgerechnet werden, bis man auf eine solche kommt, bei welcher die berechnete Perihelzeit durch eine ziemlich sichere Erscheinung bestätigt oder richtiggestellt werden kann.

Es sollen nun die einzelnen Erscheinungen durchgenommen werden, und zwar etwas eingehender diejenigen, für welche sich größere Änderungen oder genauere Sicherstellungen ergeben haben.

Geht man von den schon sehr lange als gesichert bekannten Erscheinungen von 1456 und 1378 zurück, so ist es zunächst die von 1301, welche jetzt auch auf Grund der Störungsrechnungen als gesichert zu betrachten ist (M. N. 68, p. 125). Eine Überraschung tritt jedoch gleich bei der nächsten Erscheinung ein.

Die der Erscheinung von 1301 unmittelbar vorangegangene war von Hind durch sein empirisches Zurückzählen in das Jahr 1223 verlegt worden. In diesem ist zwar nach den von Pingré zusammengestellten Notizen ein Komet gesehen worden, doch kann derselbe mit dem Halley'schen nur schwer identifiziert werden. Durch die Zurückrechnung der Störungen hat sich aber ergeben, daß die hier fällige Erscheinung des Kometen nicht in das Jahr 1223, sondern 1222 zu verlegen ist; und in der Tat ist in diesem Jahre ein Komet erschienen, der sowohl nach den Beschreibungen der europäischen Chronisten als auch nach dem Bericht der Chinesen viel leichter mit dem Halley'schen identifiziert werden kann als der des darauffolgenden Jahres (M. N. 68, p. 174).

Daß Hind ebenso wie schon früher Pingré von dem Jahr 1222 abgelenkt worden ist, hatte seinen Grund darin, daß die Umlaufszeit des Kometen infolge einer besonderen Kombination der Störungen diesmal eine ungewöhnlich große war, nämlich 79 Jahre, also um mehr als 2 Jahre größer als die mittlere. (Dazu sei hier nebenbei erwähnt, daß die zuletzt abgelaufene Periode die kürzeste unter allen ist, nämlich 1910·3—1835·9, also nur 74·4 Jahre.)

Als Zeit des Periheldurchganges in dem nunmehr festgestellten Erscheinungsjahr 1222 wurde auf Grund der Störungsrechnung der 14. August gefunden, wofür aber mit Rücksicht auf die überlieferten Beschreibungen der 22. August und sodann auf Grund einer noch genaueren Betrachtung, insbesondere der Zeitangaben, ein noch späterer Tag, und zwar der 10. September angenommen wurde (M. N. 68, p. 177 und 375/76).

Mit dieser letzteren Perihelzeit und den übrigen vier a. a. O., p. 175 angegebenen Elementen habe ich den unten folgenden Überblick über den Lauf des Kometen gerechnet, also mit den nachstehenden Bahnelementen:

$$T = 1222,\ \text{Sept. } 10{\cdot}0,\quad \pi - \Omega = 105°\ 30',\quad \Omega = 42°,\quad i = 163°\ 30',\quad q = 0{\cdot}67\ (\text{Äquin. } 1222).$$

Gegen die im Vergleich mit der gegenwärtigen wesentlich größer angenommene Periheldistanz $q = 0{\cdot}67$ bin ich zwar etwas mißtrauisch, zumal da ich mit der von Pontécoulant für 1910 irrigerweise zu groß gefundenen Periheldistanz bei meiner ersten Untersuchung über die mutmaßliche Zeit der Wiederauffindung des Halley'schen Kometen in der Erscheinung 1910 unliebsame Erfahrungen gemacht habe, doch wurde sie der Einfachheit halber so beibehalten, wie sie angegeben ist.

Der chinesische Bericht weicht von den in der Cométographie von Pingré gesammelten Notizen stellenweise ab, namentlich bezüglich der Zeitangaben, doch dürfte zunächst das gesichert sein, daß der Komet am 15. August (nicht erst am 15. September) zuerst gesehen wurde und, nachdem er fast zwei Monate sichtbar gewesen war, am 8. Oktober verschwunden ist. Er erschien wie ein Stern 1. Größe (womit die Bemerkung in dem chinesischen Bericht, sein Körper sei nur klein wie der Planet Jupiter gewesen, gar nicht im Widerspruch steht) und hatte einen kegelförmigen, in die Höhe gerichteten Schweif, der nach dem chinesischen Bericht in einer Länge von 30 »Fuß« oder »Ellen« erschien. Der Komet bewegte sich von der Gruppe η, τ, υ Bootis zur Wage und zum Skorpion, worauf er beim Antares verschwand. Mit dieser letzten Angabe kann es leicht in Übereinstimmung gebracht werden, daß der Komet zuletzt (nicht am Anfang, wie Pingré eingeschaltet hat) dort beobachtet worden ist, wo die Sonne im Dezember untergeht. Am 10. September wurde er in China nicht weit von der Gruppe $\iota\varkappa\lambda\vartheta$ im Sternbild der Jungfrau beobachtet.

Für die Rechnung wurden die hier direkt genannten vier Tage gewählt.

(Ha)			α	δ	λ	β	$\lambda - L$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1222	Aug.	15·0	208°8	+ 6°0	204°30'	+16°40'	+55°39'	9·933	9·812	− 1·3	83°2
	Sept.	10·0	213·4	− 2·3	211 55	10 30	37 42	9·826	0·003	− 0·9	70·4
		15·0	216·4	5·0	215 41	8 57	36 33	9·831	0·038	− 0·7	64·2
	Okt.	8·0	237·0	−17·3	238 35	+ 2 42	+36 38	9·945	0·161	+ 0·5	42·5

Am 24. August und 22. September war Vollmond.

Nach dieser Rechnung hätte also der Komet seine größte theoretische Helligkeit schon am Anfang seiner Erscheinung gehabt und es würde sich, wenn man $H = 1^m0$ in diese Zeit verlegt, als reduzierte Helligkeit 2^m3 ergeben, ein Wert, der den mittleren des Halley'schen Kometen um eine Größenklasse übertrifft. Übrigens ist die »1. Größe« ein sehr dehnbarer Begriff und es ist daher gar nicht ausgeschlossen, daß ein erfahrener Beobachter den Kometenkopf nur als 2. Größe bezeichnet haben würde, eine Annahme, welche als reduzierte Helligkeit 3^m3 im Gefolge hat, also ein Resultat, das mit dem Halley'schen Kometen ganz gut vereinbar ist.

Wenn schließlich, um die von den Chinesen angegebene Schweiflänge wenigstens bedingungsweise in Rechnung zu ziehen, der Einfachheit halber angenommen wird, daß die scheinbare Länge 30° gewesen ist, so erhält man, wenn diese Länge auf den 15. August oder 10. September verlegt wird, als wahre Länge 0·40 beziehungsweise 0·78; die letztere ist weniger wahrscheinlich als die erste.

Als Datum der dem 10. September 1222 vorangegangenen Perihelpassage ergab die Störungsrechnung den 6. April 1145 (M. N. 68, p. 377), während von Hind durch eine Bahnbestimmung aus den überlieferten Beobachtungsangaben der 19. April gefunden worden war; dieses letztere Datum wurde auch für die weitere Zurückrechnung der Störungen angenommen. Mit demselben Periheldatum sind auch schon im I. Teil die Sichtbarkeitsverhältnisse des Kometen gerechnet worden, allerdings mit etwas anderen Bahnelementen, als in M. N. 68 angenommen wurde, doch ist der Unterschied nicht so groß, daß von einer Wiederholung der Rechnung eine erhebliche Änderung der Sichtbarkeitsverhältnisse zu gewärtigen wäre.

Für die Erscheinung von 1066 wurde durch weitere Zurückrechnung der Störungen als genähertes Periheldatum der 28. März gefunden (M. N. 68, p. 378) und dazu bemerkt, daß den Beobachtungen mit hinreichender Genauigkeit durch die folgenden Bahnelemente genügt wird:

$$T = 1066, \text{März } 27, \quad \pi - \Omega = 105°\ 18', \quad \Omega = 38°\ 36', \quad i = 163°\ 30', \quad q = 0·6.$$

Mit dieser Bahn habe ich nun den Lauf des Kometen für die schon im I. Teil gewählten Tage gerechnet; zunächst aber auch noch für $T =$ März 25, weil dieses Datum (M. N. 68, p. 511) für die weitere Rückrechnung der Störungen angenommen wurde.

Es ergibt sich für $T =$ März 25·0:

(Ha)			α	δ	λ	β	$\lambda - L$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1066	April	1·5	340°7	+ 0°4	342°24'	+ 7°59'	−35°13'	9·794	0·006	− 1·0	71°0
		9·5	340·8	1·0	342 43	8 28	42 41	9·839	9·853	1·5	91·4
		15·5	343·1	2·4	345 21	8 53	45 52	9·881	9·680	2·2	106·2
		23·5	0·6	11·0	5 0	9 52	33 56	9·940	9·243	4·1	138·2
		24·5	8·5	14·4	13 33	9 52	26 21	9·947	9·153	4·5	147·6
		25·5	20·9	19·0	26 27	9 26	−14 24	9·954	9·057	4·9	160·7
		28·5	93·2	24·6	92 56	+ 1 2	+49 11	9·975	9·016	5·0	126·1
	Mai	6·5	139·9	8·8	139 32	− 6 31	88 6	0·028	9·579	2·0	71·1
		14·5	145·9	6·0	146 5	7 19	87 0	0·077	9·837	− 0·4	57·9
		22·5	148·5	4·8	148 58	7 36	82 13	0·120	9·995	+ 0·6	49·6
		30·5	150·3	3·9	150 58	7 45	76 36	0·159	0·109	1·3	43·2
	Juni	7·5	151·8	+ 3·3	152 39	− 7 50	+70 39	0·195	0·196	+ 2·0	37·8

Für $T =$ März 27 wurden nur einige dieser Tage ausgewählt:

(Ha)		α	δ	λ	β	$\lambda - L$	log r	log Δ	5 log rΔ	k
1066 April	1·5	342°3	+ 1°1	344°11	+ 7°59′	−33°26′	9·787	0·028	− 0·9	67°1
	23·5	357·5	10·3	1 54	10 28	37 2	9·925	9·355	3·6	132·1
	25·5	9·7	16·1	15 19	10 53	−25 32	9·940	9·201	4·3	147·6
	28·5	61·9	28·5	65 19	+ 7 17	+21 34	9·961	9·015	5·1	154·7
Mai	14·5	145·1	6·8	145 7	− 6 50	+86 2	0·065	9·808	− 0·6	60·4
	30·5	150·2	+ 4·2	150 50	− 7 31	+76 28	0·150	0·095	+ 1·2	44·4

Für die Zwecke der vorliegenden Untersuchungen ist durch diese neuen Rechnungen nichts Wesentliches gewonnen worden. Für den Anfang und das Ende der Erscheinung sind die hier berechneten Positionen und Distanzen des Kometen nicht bedeutend verschieden von denen, welche im I. Teil nach den zwei dort benützten Bahnen gefunden wurden, und daher ergibt sich auch, wenn man für den Anfang und das Ende der Erscheinung bezüglich der mutmaßlichen Helligkeit des Kometen nahe dieselben Annahmen macht wie sonst, wieder ziemlich dieselbe reduzierte Helligkeit. Nimmt man also an, daß der Komet bezüglich seiner Helligkeit am 2. April gut 3. Größe oder vielleicht 2^m5 und andrerseits gegen das Ende seiner Sichtbarkeit, zum Beispiel am 30. Mai, von der 5. Größe gewesen ist, so ergibt sich, daß die reduzierte Helligkeit nach der ersteren Annahme etwa 3^m5, nach der letzteren in der Nähe von 3^m7 gewesen ist; und dadurch wären die Helligkeitsverhältnisse des Kometen am Anfang und am Ende sowohl untereinander als auch mit anderen Erscheinungen in eine leidliche Übereinstimmung gebracht.

Anders steht es mit den geozentrischen Positionen zur Zeit der Erdnähe. Hier zeigen sich, was ja nicht überraschen konnte, beträchtliche Verschiebungen. Für die Helligkeitsumstände sind sie zwar von geringer Bedeutung, aber die Genauigkeit der Positionen läßt einiges zu wünschen übrig, und zwar aus folgendem Grund. In dem chinesischen Bericht tritt als besonders auffallend hervor, daß der Komet, nachdem er vom 2. April an stets am Morgenhimmel gewesen war, am 24. April zum ersten Mal am Abendhimmel gesehen wurde und an diesem während seiner weiteren Sichtbarkeit verblieben ist. Dieser Umstand wird aber durch die Bahn mit $T =$ März 27 nicht so dargestellt, wie in M. N. 68, p. 378 gesagt ist; auch durch die Annahme $T =$ März 25 nicht. Der Übergang zum Abendhimmel wäre nach diesen Rechnungen erst am 26. oder 27. April erfolgt. Nur durch die im I. Teil zur Rechnung verwendete Bahn mit $T =$ April 1 wird diesem Umstand hinlänglich Genüge geleistet.

Für den Schweif des Kometen sind in dem chinesischen Bericht drei Längen angegeben: Am 2. April 7 »Fuß«, am 25. April 10 und am 26. April 15 Fuß. Nimmt man vorläufig an, daß ein Fuß einen Grad vorstellen soll, so erhält man als wahre Länge für den 2. April nach der einen Bahn (Perihel am 25. März) $S = 0 \cdot 14$, nach der andern (Perihel am 27. März) $S = 0 \cdot 15$; für den 25. und 26. April nach der einen wie nach der anderen Bahn $0 \cdot 04$ beziehungsweise $0 \cdot 05$. Das sind in erster Annäherung dieselben Längen, welche im I. Teil nach der Bahn mit $T =$ April 1 gefunden wurden.

Vergleicht man diese Längen mit den aus späteren Erscheinungen des Kometen abgeleiteten, so findet man, daß sie wesentlich kleiner sind, und man muß, um zu einer Übereinstimmung zu gelangen, die Annahme machen, daß sich in diesem Kometenbericht ein »Fuß« über eine bedeutend größere scheinbare Länge erstreckt hat als über einen Grad.

Die weitere Zurückrechnung der Störungen vom 25. März 1066 bis zu der im Jahre 989 eingetretenen Erscheinung, für welche von Hind als Periheldatum der 12. September gefunden worden war, führte auf den 9. Oktober; für die weitere Fortsetzung der Störungsrechnungen ist der 15. September angenommen worden (M. N. 68, p. 511).

Um dieses Periheldatum auch für meine Untersuchung zu verwenden, habe ich dasselbe mit den vier übrigen schon im I. Teil benützten Bahnelementen vereinigt und demnach den Lauf des Kometen mit den folgenden Elementen berechnet:

$T = 989$ Sept. 15·0, $\pi - \Omega = 110°\ 40'$, $\Omega = 43°\ 9'$, $i = 163°\ 0'$, $\log q = 9{\cdot}7668$.

Als Rechnungstage wurden die schon früher gewählten, um je 10 Tage voneinander abstehenden, beibehalten.

(Ha)		α	δ	λ	β	$\lambda - L$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
989 Aug.	13·0	83°7	+ 36°3	84°49'	+12°50'	−60°30'	9·963	9·857	− 0·9	75°2
	23·0	126·2	45·6	117 14	25 27	−37 49	9·887	9·615	2·5	113·6
Sept.	2·0	194·6	+ 18·9	185 35	23 8	+20 46	9·814	9·667	2·6	128·0
	12·0	210·9	− 0·3	208 45	+11 49	+34 7	9·770	9·916	− 1·6	89·1

Durch diese neue Rechnung erfährt die Betrachtung der Erscheinung von 989 eine völlige Umgestaltung und insbesondere wird dadurch die Folgerung über die Anfangshelligkeit, welche früher zu einem sehr zweifelhaften Ergebnis geführt hat, eine wesentlich andere. Während nämlich der Komet nach der früheren Rechnung seine größte theoretische Helligkeit gleich am Anfang der Erscheinung gehabt hätte, hat er sie nach der jetzigen erst später; für den Anfang eine wesentlich geringere. Nimmt man sonach wie sonst an, daß der Komet, um leicht auffallen zu können, am 13. August mindestens 3. Größe oder vielleicht 2^m5 gewesen ist, so ergibt sich für diesen Tag nach der jetzigen Rechnung als reduzierte Helligkeit 3^m4 bis 3^m9, oder im Mittel etwa 3^m7, ein Resultat, von dem man sagen kann, daß es in Anbetracht seiner Unsicherheit mit den aus neueren Erscheinungen gefundenen so gut wie vollständig zusammentrifft.

Bei der Zurückrechnung auf die nächst vorhergegangene Erscheinung ergibt sich zum ersten Mal eine Perihelpassage, die durch eine sicher beobachtete Kometenerscheinung nicht verifiziert werden kann (M. N. 68, p. 512). Hind glaubte zwei Beobachtungen eines Kometen vom 13. und 15. Mai 912 auf den Halley'schen beziehen zu können, wenn der Periheldurchgang auf den Anfang des April gesetzt wird; die Rückrechnung der Störungen führte aber auf den 20. Juli. Bei einer so großen Differenz zwischen zwei Periheldaten ist ein wesentliches Zusammenrücken derselben ganz ausgeschlossen, und bezüglich anderer Kometen dieses Jahres finden sich keine hinreichenden Notizen.

Die Kometenerscheinung von 837 ist schon im I. Teil unter mehreren Annahmen über die Bahn des Kometen untersucht worden, wozu hauptsächlich eine auffallend große Lücke in dem chinesischen Kometenbericht Veranlassung gegeben hat.

Es ist nämlich sehr befremdend, daß für den Kometen, nachdem man ihn doch vom 22. März bis 14. April sehr fleißig, vom 6. bis 12. April sogar täglich, beobachtet hat, aus der Zeit vom 14. bis 28. April, also durch 14 Tage, keine einzige Beobachtung angegeben ist. Wenn man sich nun erinnert, daß der Halley'sche Komet in der Erscheinung von 1759 in der Zeit vom 20. bis 29. April soweit südlich vom Äquator gewesen ist, daß er für mittlere nördliche Breiten gar nicht zu sehen war, so drängt sich die Vermutung auf, daß er vielleicht auch im Jahre 837, falls sich die überlieferte Beschreibung wirklich auf den Halley'schen Kometen bezieht, einige Zeit soweit südlich gewesen ist, daß er in China nicht gesehen werden konnte.

Rechnet man nun mit der Bahn des Halley'schen Kometen, und zwar zunächst unter der Annahme, daß der Periheldurchgang am 1. März erfolgt ist, eine Reihe von Positionen, so zeigt sich, daß der Komet nach dieser Rechnung in der Tat einige Zeit sehr südliche Positionen gehabt hätte, aber nicht in der zweiten Aprilhälfte, sondern schon in der Zeit vom 7. bis 14. April.

Es war nun von Wichtigkeit nachzusehen, ob es möglich ist, durch eine Änderung des Periheltages die Zeit der südlichsten Stellung des Kometen in die zweite Hälfte des April zu bringen. Es geht aber nicht. Erhöht man die Perihelzeit und rechnet beispielsweise mit $T =$ März 11·5, so werden dadurch die, allerdings nur durch Sterndivisionen angegebenen, Längen nicht dargestellt. Erniedrigt man die Perihelzeit und rechnet beispielsweise mit $T =$ Februar 27·0, so werden zunächst die Positionen am Anfang und Ende der Erscheinung nicht wesentlich geändert; aber was die Zeit des südlichsten Standes anbelangt, so

rückt dieselbe durch diese Rechnung nicht in spätere, sondern in frühere Tage, und zwar in die Zeit vom 11. bis 9. April. Es ist demnach durch bloße Änderung der Perihelzeit eine Verschiebung in dem gewünschten Sinne nicht zu erwarten; also auch dann nicht, wenn das Perihel noch um weitere zwei Tage verschoben, das heißt auf den 25. Februar verlegt wird.

Ich war daher, als die Resultate der Störungsrückrechnungen in M. N. 68 rasch nacheinander bekannt gemacht wurden, besonders auf die Ergebnisse für 837 gespannt, weil ich dadurch eine wesentliche Änderung der Rechnungsgrundlagen erhoffte. Als sich aber zeigte (a. a. O., p. 513), daß man als Perihel-datum in dieser Erscheinung des Kometen den 25. Februar gefunden und auch beibehalten hatte, während man an den übrigen Elementen anscheinend nichts zu ändern fand, war es offenkundig, daß auch von dieser neuen Rechnung eine Änderung in dem von mir gewünschten Sinne nicht zu erwarten war.

Nichtsdestoweniger habe ich mit dieser Perihelzeit ($T =$ Febr. 25·0) und den anderen im I. Teil verwendeten Elementen des Halley'schen Kometen, nämlich mit

$$\pi - \Omega = 110^\circ\ 40',\quad \Omega = 41^\circ\ 0',\quad i = 163^\circ,\quad \log q = 9{\cdot}7668,$$

den Lauf des Kometen für ziemlich dieselben Tage wie früher berechnet.

	(Ha)		α	δ	λ	β	$\lambda - L$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
837	März	22·0	314°7	− 14°7	312°56'	+ 2°24'	− 52°55'	9·903	9·824	− 1·4	85°3
		29·0	311·4	20·4	308 19	− 2 10	64 23	9·955	9·626	2·1	90·6
	April	7·0	280·0	54·2	276 50	30 50	104 37	0·018	9·148	4·2	69·9
		9·0	218·5	63·9	240 35	45 30	−142 47	0·031	9·073	4·5	50·8
		11·0	170·3	45·2	194 8	44 17	+168 48	0·044	9·141	4·1	40·2
		14·0	153·6	23·3	165 18	31 45	137 4	0·062	9·338	− 3·0	43·0
		28·0	144·0	− 2·6	147 15	16 3	105 32	0·138	9·852	0·0	45·1
	Mai	21·0	144·5	+ 1·4	146 24	12 7	82 39	0·238	0·186	+ 2·1	35·5
	Juni	17·0	148·0	+ 1·5	149 43	−10 52	+ 60 14	0·327	0·385	+ 3·6	24·7

Es bleibt somit auch nach dieser Rechnung die südlichste Stellung des Kometen in der ersten Hälfte des April und läßt sich nicht in die zweite bringen.

Fragt man nach der mutmaßlichen Helligkeit des Kometen in der Erscheinung von 837, so bleiben die diesbezüglichen Folgerungen, da die Reduktionsgrößen $5 \log r\Delta$ von den früheren nicht wesentlich verschieden sind, wieder dieselben wie im I. Teil. Nimmt man für den Entdeckungstag 2^m5 bis 3^m0 an, so ergibt sich als reduzierte Helligkeit 3^m9 bis 4^m4.

Auch die noch weitere Zurückverfolgung des Halley'schen Kometen auf Grund der durch die Störungsrechnungen mehr als früher gesicherten Periheltage hat für die Untersuchung der Helligkeit und des Schweifes des Kometen keine erhebliche Änderung gebracht. Die überlieferten Beschreibungen sind zu mangelhaft. Die Rechnungen wurden aber nur mehr für die Erscheinungen von 760 und 451 gemacht, und auch für diese nur darum, weil in M. N. 68, p. 112 die mutmaßlichen Bahnelemente direkt angegeben sind, aber von denen, die ich im I. Teil angenommen hatte, einigermaßen abweichen.

Für die Erscheinung von 760, in welcher der Periheldurchgang nach Laugier auf den 11. Juni zu verlegen ist, wurde durch die Fortsetzung der Störungsrechnungen der 15. Juni gefunden (M. N. 68, p. 514) und später (p. 665) der 10. Juni angenommen. Ich habe das Datum von Laugier beibehalten und sonach mit den folgenden Elementen gerechnet:

$$T = 760\ \text{Juni}\ 11{\cdot}0,\quad \pi - \Omega = 107^\circ\ 30',\quad \Omega = 36^\circ\ 30',\quad i = 163^\circ,\quad q = 0{\cdot}60\ (\text{Äquin. } 760).$$

Das Resultat dieser Rechnung ist:

(Ha)			α	δ	λ	β	$\lambda - L$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
760	Mai	16·0	25°5	+ 17°4	29°56'	+ 6°21'	−28°39'	9·914	0·187	+ 0·5	37°1
	Juni	25·0	138·8	28·3	132 34	11 44	+35 51	9·829	9·731	− 2·2	113·4
	Juli	5·0	158·0	+ 13·0	154 51	+ 3 28	+48 35	9·899	9·948	− 0·8	74·3

Für die Erscheinung von 451 sind die nunmehr angenommenen Bahnelemente:

$T = 451$ Juli 3·5, $\pi - \Omega = 108° 30'$, $\Omega = 32° 30'$, $i = 164°$, $q = 0{\cdot}60$ (Äquin. 451).

Man findet damit:

(Ha)			α	δ	λ	β	$\lambda - L$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
451	Mai	17·0	29°4	+ 15°6	32°50'	+ 3°17'	−23°34'	0·059	0·300	+ 1·8	20°9
	Juni	10·0	34·9	22·4	40 3	7 51	39 13	9·896	0·086	− 0·1	55·9
		29·0	70·2	40·8	74 22	18 14	−23 0	9·784	9·727	2·4	125·7
	Juli	13·0	152·5	+ 23·3	146 8	+11 5	+35 23	9·803	9·802	− 2·0	106·4

Durch diese neuen Rechnungen wird am Lauf und an den theoretischen Helligkeitsverhältnissen des Kometen in den Jahren 760 und 451 gegen früher nichts geändert. Man kommt also auch bezüglich der Helligkeit, die der Komet gezeigt haben mag, wieder zu denselben Folgerungen wie im I. Teil.

Im Jahre 760 scheint der Komet, wenn alles andere richtig ist, schon bei einer relativ geringen Helligkeit, nämlich als er erst 4. Größe war (vielleicht zum Teil auch infolge des damals vermutlich schon sichtbar gewesenen Schweifes), aufgefallen zu sein; außer man wollte die Behauptung wagen, daß er in jener Zeit bei demselben Radiusvektor vielleicht nicht dieselbe Helligkeit gezeigt hat wie in der neueren Zeit, sondern eine bedeutendere.

Für die Erscheinung von 451 bleibt auch jetzt die Folgerung aufrecht, daß der Komet am 17. Mai noch nicht auffällig gewesen sein kann, wohl aber am 10. Juni. Wird für diesen Tag die 3. Größe angenommen, so ergibt sich als reduzierte Helligkeit 3^m1.

Was noch weiter zurückliegt und schon im I. Teil untersucht worden ist, nämlich was insbesondere die Erscheinungen von 218, 141, 66 und −11 betrifft, bleibt wegen der Mangelhaftigkeit der überlieferten Beschreibungen am besten ganz ungeändert.

Überblickt man jetzt, was durch die Rückrechnungen in M. N. 68 für die Zwecke der Untersuchungen über die Helligkeit des Halley'schen Kometen gewonnen worden ist, so sieht man, daß sich außer einigen genaueren Bestimmungen auch zwei ganz neue und anscheinend ziemlich naturgemäße Werte von H_1 ergeben haben; nämlich aus den Erscheinungen von 1222 und 989.

Diese neuen beziehungsweise verbesserten Werte der reduzierten Helligkeit H_1 sollen hier mit den schon im I. Teil (p. 251) zusammengestellten und in ähnlicher Weise abgeleiteten Werten zu einer einzigen Reihe vereinigt werden:

(Halley)	H_1	(Halley)	H_1
451	3^m1	1066	3^m6
760	2·5	1222	$2^m3 - 3^m3$
837	4·2	1456	3^m7
989	3·7	1531	4·0

Obwohl diese Helligkeitswerte fast alle unter einer zwar nicht unwahrscheinlichen, aber doch etwas willkürlichen Voraussetzung abgeleitet sind, nämlich unter der, daß die Entdeckungshelligkeit in der Nähe

der 3. Größenklasse (etwa 2^m5—3^m5) gewesen ist, so bleibt es doch sehr beachtenswert, daß sie sich sämtlich sehr nahe um einen Mittelwert gruppieren (3^m4 oder 3^m5), welcher dem aus den neueren Erscheinungen des Halley'schen Kometen abgeleiteten Maximalwert von H_1 recht nahe kommt.

Es scheint also das von mir öfters angewendete letzte Mittel, für einen mit bloßen Augen zufällig entdeckten Kometen als Helligkeit die 3. Größe anzunehmen, wirklich einige Berechtigung zu haben.

Zu derselben Anfangshelligkeit gelangt man auch auf einem anderen Wege. Ich habe schon im I. Teil (a. a. O.) unter der Voraussetzung, daß der Halley'sche Komet in verschiedenen Erscheinungen bei demselben Radiusvektor wieder dieselbe Helligkeit zeigt, auf Grund einer der neueren Erscheinungen, und zwar insbesondere der von 1835, für mehrere der älteren Erscheinungen die mutmaßliche Anfangs- oder Entdeckungshelligkeit berechnet und bin dadurch zu Zahlen gelangt, die fast durchgehends nicht weit von 3^m0 liegen. Diese Zahlenreihe soll daher auch in der vorliegenden Abhandlung einen Platz finden.

(Halley)	Berechnete Entdeckungshelligkeit	(Halley)	Berechnete Entdeckungshelligkeit
— 11	3^m9	989	(1^m7) 3^m1
+ 66	3	1301	3
141	3	1378	2·4
451	3·4	1607	3·3
+ 760	4		

Und nun beginnen wir mit der Untersuchung der Erscheinung von 1910.

Die Erscheinung des Halley'schen Kometen von 1910 und ihre Vergleichung mit früheren Erscheinungen.

Zu dieser Erscheinung sei vor allem bemerkt, daß in ihr drei Perioden unterschieden werden können: 1. Der Zeitraum von der Auffindung des Kometen bis zu seiner oberen Konjunktion mit der Sonne, in welchem er sehr lange in so großen Distanzen beobachtet worden ist wie bisher noch niemals; 2. die Zeit seiner größten Helligkeit und Schweifentwicklung, in welcher er fast durchgehends sowie in früheren Erscheinungen auch mit bloßen Augen zu sehen war; 3. die Zeit, in welcher er nach dem Perihel bis zu so großen Distanzen wie bisher noch nie verfolgt worden ist.

Die wichtigste Periode ist natürlich die zweite, und zwar unter anderem auch darum, weil da der Komet bezüglich seines Helligkeitsgrades fast direkt mit anderen Erscheinungen verglichen werden kann, wenn man von der im allgemeinen zutreffenden Voraussetzung ausgeht, daß ein periodischer Komet in verschiedenen Erscheinungen bei demselben Radiusvektor r wieder nahezu denselben Helligkeitsgrad und ebenso auch denselben Grad der Schweifentwicklung erlangt.

Nicht so reichhaltig und interessant, aber fast ebenso wichtig war der erste Zeitraum, und zwar besonders darum, weil man schon vor der Auffindung des Kometen eine Vorstellung davon haben wollte, wann und bei welcher Helligkeit die Auffindung gelingen dürfte. Ich habe diese Fragen damals in zwei Abhandlungen erörtert (»Über die mutmaßliche Zeit der Wiederauffindung des Halley'schen Kometen bei seiner nächsten Erscheinung« und »Neue Ephemeriden zur Aufsuchung des Halley'schen Kometen bei seiner bevorstehenden Wiederkehr« [1]) und bin durch Anschluß an die in der Erscheinung von 1835 vor dem Perihel beobachteten Helligkeiten zu dem Ergebnis gelangt (siehe insbesondere meine letzte Mitteilung in Astr. Nachr., Bd. 181, p. 157), daß der Komet, wenn er, was sich nach den fruchtlos gebliebenen Nachforschungen in der Periode 1908/9 als sehr wahrscheinlich herausgestellt hat, im Herbst 1909 gefunden

[1] Sitzber. der math.-naturw. Kl. Abt. IIa, Bd. 115 (1906) und Bd. 117 (1908).

wird, bezüglich seiner Helligkeit bei $15^1/_2{}^m$ bis 16^m sein dürfte. Und als er im September 1909 wirklich aufgefunden wurde, war seine Helligkeit nach den Angaben des Entdeckers und der ersten Beobachter tatsächlich von dieser Größe.

Da diese Übereinstimmung eine so vollständige war, wie sie in Anbetracht der Unsicherheit der Grundlagen kaum erwartet werden konnte, drängte sich natürlich die Frage auf, ob dabei nicht vielleicht ein zufälliges Zusammentreffen mitgewirkt hat, was ja auch schon darum nicht ausgeschlossen ist, weil photographisch ermittelte Helligkeitswerte (1909) mit visuell beobachteten (1835) im allgemeinen nicht direkt vergleichbar sind. Man wird der Entscheidung dieser Frage näher rücken, wenn man zunächst die Helligkeiten, welche der Komet vom September 1909 an nach und nach gezeigt hat, bis zu den Radienvektoren von derjenigen Größe verfolgt, bei denen er im Jahre 1835 zuerst beobachtet worden ist. Diesem Zweck dient die folgende Zusammenstellung.

Die ersten Helligkeitszahlen, nämlich bis 6. Dezember, sind größtenteils Mittelwerte, wobei eine Vorarbeit von M. Ebell im 184. Band der Astr. Nachr. (Nr. 4400) mitbenutzt werden konnte; die vom 16. Dezember bis 6. März angegebenen sind von mir auf der Wiener Sternwarte beobachtet worden.

Eine schöne Beobachtungsreihe aus dieser Zeit von Wirtz in Straßburg (Astr. Nachr., Bd. 186, p. 93) blieb unberücksichtigt, weil die dort ermittelten Helligkeiten, namentlich in der letzten Zeit, wesentlich kleiner sind; vermutlich darum, weil das dazu benutzte Sucherfernrohr für diesen Zweck zu stark war. Noch größere Abweichungen zeigen die vom Harvard College mitgeteilten Helligkeitsbestimmungen.

Die Ephemeriden, aus denen die Logarithmen von r und Δ entnommen wurden, sind in Astr. Nachr., Bd. 182 (Nr. 4359) und Bd. 183 (Nr. 4379) publiziert.

Zur Vergleichung sind schließlich aus der Erscheinung von 1835 (I. Abhandlung, p. 249) die reduzierten Helligkeitswerte H_1 samt den zugehörigen Radienvektoren r angesetzt, auf welche ich meine Vorhersage gegründet hatte.

(Ha)	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	H	H_1	r	(1835) r	(1835) H_1
1909 Sept. 17	0·526	0·530	+ 5·3	15^m5	10^m2	3·36		
27	0·511	0·491	5·0	15·0	10·0	3·24		
Okt. 17	0·478	0·398	4·4	14·0	9·6	3·01		
Nov. 16	0·422	0·236	3·3	12·5	9·2	2 64		
Dez. 6	0·377	0·151	2·6	11·0	8·4	2·38		
16	0·353	0·134	2·4	10·2	7·8	2·25		
1910 Jänn. 8	0·289	0·165	2·3	9·3	7·0	1·95	1·95	9^m1
28	0·219	0·223	2·2	8·8	6·6	1·66	1·67	7·8
Febr. 19	0·120	0·269	1·9	7·3	5·4	1·32	1·22	5·6
März 6	0·040	0·278	+ 1·6	6·3	4·7	1·10	1·11	4·5

Man sieht zunächst, daß sowohl die beobachtete Helligkeit H als auch die auf $r = 1·0$, $\Delta = 1·0$ reduzierte H_1 von der Zeit der Auffindung des Kometen bis zum Ende dieses Beobachtungszeitraumes stetig zugenommen hat. Andrerseits sieht man, daß sich von den Helligkeitswerten aus der Erscheinung 1835 nur die zwei unteren, also die bedeutenderen, neben oder zwischen die zu denselben Radienvektoren r aus der Erscheinung 1909/10 gehörigen ohne Zwang einfügen lassen, die zwei oberen, schwächeren, dagegen nicht; der zu $r = 1·66$ oder $1·67$ gehörende ist um eine Größenklasse, der zu $r = 1·95$ gehörende um zwei Größenklassen geringer.

Man merkt nun Folgendes. Als unter der Voraussetzung, daß demselben Radiusvektor in der einen Erscheinung dieselbe Helligkeit wie in der anderen entspricht, der Übergang von der mutmaßlichen

Anfangshelligkeit im Jahre 1835 zu der in der neuen Erscheinung bei viel größeren Radienvektoren gemacht werden sollte, waren eigentlich zwei Unbekannte, die Anfangshelligkeit für 1835 und die Geschwindigkeit ihrer Veränderung empirisch anzunehmen und in die Rechnung einzuführen. Von diesen wurde jedoch, wie sich jetzt zeigt, keine ganz richtig gewählt; die Anfangshelligkeit für 1835 zu gering, andrerseits aber auch die Helligkeitsänderung für noch frühere Zeiten, das heißt für noch größere Radienvektoren, etwas zu gering. Schließlich haben sich jedoch die Abweichungen dieser zwei nicht völlig richtigen Annahmen von der Wirklichkeit (wie ich etwas ausführlicher auch schon in Astr. Nachr., Bd. 185, p. 275 dargelegt habe) so glücklich kompensiert, daß für die Zeit der Auffindung des Kometen eine so gut wie vollständige Übereinstimmung mit der tatsächlich beobachteten Helligkeit ($15^m5 - 16^m$) zum Vorschein gekommen ist.

Wenn wir nun zum zweiten Zeitraum der Sichtbarkeit übergehen, demjenigen, in dem der Komet mit bloßen Augen zu sehen war und reiches Material zu Vergleichungen mit früheren Erscheinungen bietet, soll hier sofort bemerkt werden, daß dabei natürlich von dem ungewöhnlichen Zusammentreffen des Kometenschweifes mit der Erde und ebenso von den Ergebnissen der Spektralanalyse abgesehen werden muß; das ist Gegenstand für anderweitige Untersuchungen. Alles übrige dagegen, also insbesondere was über die Helligkeit des Kopfes und die Länge des Schweifes beobachtet wurde, ist zur Vergleichung geeignet.

Übrigens sind, wenn eine derartige empirische Vergleichung eines periodischen Kometen möglichst direkt, das heißt Radiusvektor für Radiusvektor gemacht werden soll, dazu nicht alle Erscheinungen geeignet, sondern nur solche, in denen der Komet bei denselben Radienvektoren tatsächlich zur Beobachtung gelangt ist. Beim Halley'schen Kometen kombiniert sich sein kosmischer Lauf mit der Bewegung unserer Erde in einer solchen Weise, daß der Sichtbarkeitszeitraum in jeder Erscheinung irgendwo durch das Dazwischentreten einer Konjunktion mit der Sonne oder auch mehrerer Konjunktionen unterbrochen wird. Wir können daher die Entwicklungsstadien des Kometen in keiner Erscheinung kontinuierlich und vollständig beobachten, sondern jedesmal nur eine beschränkte Partie derselben.

Welche Partie zur Beobachtung gelangen kann, wird durch die Jahreszeit bedingt, mit welcher der Periheldurchgang zusammentrifft; es können demnach im allgemeinen auch nur solche Erscheinungen direkt miteinander verglichen werden, in denen der Periheldurchgang in denselben Monat, oder, wenn man ganz strenge sein wollte, auf denselben Jahrestag gefallen ist.

In dieser Beziehung steht zunächst die Junierscheinung von 1456, in welcher die Erdnähe mit der Sonnennähe zusammentraf und der Komet während dieser Zeit für die Nordhemisphäre die denkbar günstigste Stellung hatte, unter den völlig gesicherten Erscheinungen ganz vereinzelt da.

Dagegen sind die zwei Herbsterscheinungen von 1607 ($T =$ Oktober 27) und 1835 ($T =$ November 16) ziemlich analog verlaufen; der Komet ist schon einen Monat vor der Sonnennähe in die Erdnähe gekommen, konnte also hauptsächlich in der Zeit der zunehmenden Entwicklung beobachtet werden, worauf er aber zur Zeit des Maximums dieser Entwicklung in Konjunktion mit der Sonne war, also nur unter ungünstigen Verhältnissen oder gar nicht beobachtet werden konnte.

Zwischen diesen zwei Erscheinungen einerseits und der von 1456 andrerseits liegt bezüglich der Jahreszeit und der Sichtbarkeitsverhältnisse die von 1531 ($T =$ August 26) und die von 1682 ($T =$ September 15).

Wesentlich anders gestalten sich die Verhältnisse für unsere Erde in einer Frühjahrserscheinung, wie namentlich in der von 1759 (T am 12./13. März). In einer solchen Erscheinung gelangt der Komet erst einen Monat nach dem Perihel in die Erdnähe, und die Phänomene, die der Kopf mit dem Schweif darbietet, können dann hauptsächlich nur vom Maximum (hier bei tiefem Stande) bis zum Ende beobachtet werden.

Als nun der Halley'sche Komet in seiner neuesten Erscheinung im September 1909 aufgefunden und durch die so gewonnene erste Position auch die Zeit des Periheldurchganges T angenähert festgelegt war (19./20. April 1910), konnte sofort gesagt werden, daß es unter den bisher beobachteten Erscheinungen

nur die von 1759 ist, mit der sich einige Analogie zeigt, und daß infolgedessen, so wie in der Erscheinung von 1759, drei Partien zu unterscheiden sein werden, nämlich: Vor dem Perihel nur teleskopische Sichtbarkeit; im Perihel und nach demselben zunächst Sichtbarkeit am Morgenhimmel für das bloße Auge, aber nur in geringen Höhen; und schließlich Sichtbarkeit am Abendhimmel, aber bei schon wesentlicher Abnahme der Helligkeit und Schweifentwicklung. Nur rückte der Komet, wie die spätere, genauere Rechnung zeigte, diesmal nicht so weit nach Süden wie 1759, während andrerseits für den 18./19. Mai ein außergewöhnliches Ereignis, nämlich ein Vorübergang des Kometen vor der Sonnenscheibe, verbunden mit einem Zusammentreffen der letzten Partien des Schweifes mit unserer Erde, vorausverkündigt werden konnte.

Abgesehen von diesem einzig dastehenden Phänomen ließ sich also von dem Kometen zur Zeit seiner besten Sichtbarkeit nicht wesentlich mehr erwarten, als was er 1759 nach dem Perihel gezeigt hat. Dieser Wink ist jedoch nicht beachtet worden. Man hat vielmehr aus einer jeden der früheren Erscheinungen die auffallendste Partie herausgewählt und die Gesamtheit derselben zu Prophezeiungen für die Erscheinung des Kometen im April und Mai 1910 benützt; und diese immer vom neuen wiederholten Ankündigungen des Kometen, noch unterstützt durch die glänzende Erscheinung seines unerwarteten Vorläufers 1910 I, haben ähnlich wie die Dauerphotographie den einmal gemachten Eindruck immer mehr verstärkt und einen solchen Überzeugungsglauben hervorgerufen, daß man abschwächende Richtigstellungen ignorierte oder gar nicht zu Worte kommen ließ.

Eine solche bescheidenere, aber sachgemäße Taxierung der in Aussicht stehenden Erscheinung des Kometen war von mir in der »Wiener Abendpost« vom 19. März 1910 ausgesprochen worden, und zwar insbesondere durch die Worte, daß der Komet, wenn er wirklich in der Großartigkeit auftreten würde, die man sich auf Grund zahlloser Vorausverkündigungen von ihm erwartet, sich mindestens verdreifachen müßte.

Das wurde aber, wie gesagt, nicht beachtet. Ich wollte daher, um wenigstens die Fachgenossen vor übertriebenen Erwartungen zurückzuhalten, ähnlich wie schon früher für die Entdeckungshelligkeit so auch jetzt für die im Mai zu erwartende Maximalhelligkeit eine Vorhersage versuchen, aber erst auf Grund einer tatsächlichen Helligkeitsbeobachtung aus der Zeit, in welcher der Komet im April am Morgenhimmel (in größerer Helligkeit als früher) sichtbar zu werden begann. Die ungünstigen atmosphärischen Verhältnisse haben mir jedoch hier an der Wiener Sternwarte eine dazu erforderliche möglichst frühzeitige Beobachtung vereitelt.

Inzwischen war schon Dr. M. Ebell auf die Frage »Wie hell wird der Halley'sche Komet im Mai 1910 werden?« näher eingegangen (Astr. Nachr. 184, p. 139) und hatte durch besondere Berücksichtigung von zwei auffallend hervorragenden Helligkeitsangaben aus der Erscheinung 1835/36 (auf die wir später noch zurückkommen werden) für die Mitte des Mai überaus bedeutende Helligkeitswerte gefunden. Ich hielt daher, nachdem diese Frage einmal aufgeworfen und auch einigermaßen erledigt war, obwohl mir die gefundene Helligkeit viel zu hoch erschien, eine diesbezügliche neue Erörterung meinerseits für überflüssig, wurde aber dadurch veranlaßt, wenigstens über die Länge des Schweifes eine kurze Mitteilung zu machen (a. a. O., p. 205), aus welcher unter anderem entnommen werden konnte, daß der Schweif bei der angekündigten Passage jedenfalls bis an die Erde heranreicht und wahrscheinlich auch noch etwas über sie hinausragt (a. a. O., p. 320).

Als nun der Komet in der zweiten Hälfte des April wirklich ein dem bloßen Auge sichtbarer Himmelskörper geworden war, konnte es für denjenigen, der sich zu dieser Zeit und auch später im Mai zur Vergleichung die Erscheinung von 1759 vor Augen hielt (natürlich nur soweit Beobachtungen bei ziemlich denselben Radienvektoren nach dem Perihel vorlagen), nicht überraschend sein, daß der Komet — mit Ausnahme der Schweifpassage — tatsächlich nur ungefähr das gezeigt hat, was auf Grund der Erscheinung von 1759 zu erwarten gewesen war. Für jeden anderen aber, der die Summe von alledem erwartet hatte, was in früheren Erscheinungen gesehen worden war, bot er natürlich zu wenig dar!

Allerdings hat die Erscheinung von 1910 ein viel umfangreicheres und brauchbareres Beobachtungsmaterial geliefert als die von 1759, aber doch nur darum, weil diesmal Astronomen und Freunde der kosmischen Physik in viel größerer Zahl und mit besseren Vorrichtungen eigens darauf ausgegangen sind, den Kometen und insbesondere auch seinen Schweif in günstig gelegenen Gegenden und überhaupt unter günstigen atmosphärischen Verhältnissen zu beobachten.

Beginnen wir mit den Angaben über die Helligkeit des Kopfes oder Kernes.

Diese sind, wie zu erwarten stand, sehr zahlreich und stimmen im allgemeinen auch ziemlich nahe überein, sodaß es in den meisten Fällen erlaubt erscheint, aus den Angaben verschiedener Beobachter von demselben Tage oder von benachbarten Tagen einen Mittelwert zu bilden.

Größere Differenzen zeigen sich nur in der Zeit der bedeutenderen Erdnähe im Mai, doch mußte man hier in Anbetracht der geringen Höhe des Kometen auf größere Unsicherheiten und daher auch auf beträchtliche Differenzen zwischen den Angaben verschiedener Beobachter gefaßt sein.

Den größten Teil der Helligkeitsangaben findet man im »Annuaire astronomique de l'Observatoire de Belgique 1912« Tag für Tag zusammengestellt, sodaß diesen Angaben nur noch verhältnismäßig wenige, die erst später bekannt gemacht wurden, hinzuzufügen waren. Befremdet hat es mich, daß meine eigenen Helligkeitsbeobachtungen, die doch unter den ersten derjenigen waren, welche ziemlich bald veröffentlicht wurden (A. N. 185, p. 271), nicht erwähnt sind; vielleicht darum, weil sie nicht eigens in Worte oder Sätze eingekleidet sind und jedem Wert der beobachteten Helligkeit H auch gleich die reduzierte H_1 beigesetzt ist.

Bei der nun folgenden Aufzählung der Helligkeitsangaben sind die von demselben Tag nach den Beobachtungsorten in der Richtung von Ost nach West geordnet. Damit die europäischen Angaben, welche die zahlreichsten sind, nicht durch die aus Afrika unterbrochen werden, sind etwas abweichend von der strengen Reihenfolge Ost—West die Beobachtungsorte nach Erdteilen zusammengefaßt worden; also zunächst Australien, Ostasien, Afrika, sodann Europa und schließlich Amerika. Die Namen der Beobachter oder Beobachtungsorte sind meistens abgekürzt worden, wie folgt:

Badcock in Suva, der Hauptstadt der Fidschi-Inseln (Suva); Brown und Nangle zu Sydney (Syd.); Saotome zu Dairen in der Mandschurei (Saot.); Innes und Worssell zu Johannesburg (Joh.); Eddie zu Grahamstown (Grah.); Gonnessiat zu Algier (Alg.); Beljawski zu Simeis auf Krim (Belj.); Pokrowskj in Nikolajef, später auf Krim (Pokr.); Donitch zu Starya Dubossary (Don.); Eginitis in Athen (Ath.); Tass in Ó-Gyalla (Ó-Gy.); Franz in Breslau.

Vom Personal der Wiener Sternwarte haben vier Beobachter ganz unabhängig voneinander Helligkeitsbestimmungen des Kopfes gemacht: Palisa (Pal.) und der Verfasser (Hol.) auf der Sternwarte selbst, Rheden (Rh.) auf dem Sonnwendstein, Jaschke (Jash.) auch zumeist auf der Sternwarte, am 28./29. April aber im Luftballon und am 14./15. Mai auf einem Seitengipfel des Monte Maggiore in Istrien.

Eine Reihe von Beschreibungen aus der Zeit, in welcher der Komet nach der Schweifpassage am Abendhimmel zu sehen war, ist der Wiener Sternwarte aus Mödling bei Wien (Mödl.) brieflich mitgeteilt worden.

Weiter gegen Westen setzt sich diese Reihe fort wie folgt: Weinek und seine Mitbeobachter in Prag (Prag); Kritzinger in Berlin (Kritz.); Pechüle in Kopenhagen (Pch.); Millosevich in Rom (Mill.); Knopf in Jena (Kn.); Abetti zu Arcetri (Ab.); Hartwig in Bamberg (Hartw.); H. Thiele in Hamburg-Bergedorf (Th.); Lorenz in Heidelberg (Lor.); Wirtz in Straßburg (Wrz.); Javelle und Schaumasse in Nizza (Niz.); W. Luther in Düsseldorf (W. L.); Pidoux in Genf (Pid.); Chofardet in Besançon (Chof.); Borrelly in Marseille (Bor.); Moye in Montpellier (M. M.); Nijland in Utrecht (Nijl.); Quénisset in Juvisy (Qu.); Giacobini in Paris (Giac.).

Zu diesen europäischen Angaben kommen noch einige aus der in Antwerpen erscheinenden »Gazette astronomique«, und zwar insbesondere aus Antwerpen (Antw.), Uccle, Cartuja bei Granada.

Aus Amerika haben nur verhältnismäßig wenige Beobachter hier verwendbare Angaben bekannt gemacht: Morize zu Rio de Janeiro (Rio); Maxwell Hall auf Jamaica (Jam.); Wendell und L. Campbell

am Harvard College (H. C.); Sperra zu Cleveland in Ohio (Sp.); Barnard zu Williams Bay in Wisconsin (Barn.); Howe zu Denver in Colorado. Besonders wichtig erscheinen die von J. Stebbins am Illinois-Observatory mit einem Selenium-Photometer gemessenen Helligkeiten (Stb.).

Da in der Zeit, in welcher der Komet am Morgenhimmel zu sehen war, die Beobachter zum Teil astronomisches, zum Teil bürgerliches Datum gewählt haben, wurde hier, um in dieser Beziehung keinen Zweifel aufkommen zu lassen, überall das astronomische Datum angesetzt und demselben als Tagesbruchteil durchgehends 0·6 beigefügt (was für irgendeinen durch Mitteleuropa gehenden Meridian gelten soll), auch wenn die tatsächliche Beobachtungsstunde davon wesentlich verschieden ist.

Für die spätere Zeit wäre zwar, weil der Komet jetzt am Abend bald nach Sonnenuntergang zu beobachten war und infolgedessen das astronomische Datum mit dem bürgerlichen übereinstimmt, eine solche besondere Unterscheidung nicht mehr nötig, doch wurde der Gleichförmigkeit halber auch hier ein Tagesbruchteil, und zwar durchgehends 0·4, beigefügt.

Es folgt nunmehr die Aufzählung der Helligkeitsangaben samt den daraus gebildeten Mittelwerten. Eine möglichst lückenlose Vollständigkeit wäre mir zwar sehr erwünscht gewesen, doch ist eine solche, da wohl manche Angaben in weniger bekannten Druckwerken oder vielleicht gar nicht publiziert sein mögen, wahrscheinlich nicht erreicht worden. Ich habe daher getrachtet, wenigstens die Mittelwerte möglichst gesichert zu bekommen, und zu diesem Zweck bei der Bildung derselben fast durchgehends eine verhältnismäßig große Anzahl von Helligkeitswerten zu einem Mittel zusammengefaßt. Überdies wurde bei der Auswahl der zusammenzufassenden Angaben auch darauf gesehen, daß das Mittel aus den Beobachtungszeiten, wo es leicht angeht, ziemlich nahe mit einem Ephemeridendatum (siehe weiter unten) zusammentrifft.

Die Angaben, welche sich nur auf den Kern beziehen oder aus irgend einem andern Grund bei der Mittelbildung mit einem geringeren Gewicht in Rechnung gezogen wurden, sind in Klammern ( ) gesetzt.

Beobachtungszeit	Beobachter (oder Beobachtungsort)	H
1910 April 13·6	(Rio)	4^m
15·6	Jash.	3
	(Rio)	(3)
16·6	Bor.	(5)
17·6	Quen.	2—3
	Howe	3?
19·6	(Joh.)	(3)
	Mittel, angenommen	3^m0
April 21·6	(Mill.)	$(4)^m$
	Bor.	(4—5)
	Nijl.	4·0
	(Rio)	(3)
	(H. C.)	4·5
22·6	Belj.	3·3
	Th.	(4)
	Pid.	1·8
	Howe	2—3
23·6	(O'Gy.)	3
	Franz	2·9
	Hol.	2·7
	Rh.	2·8
	Chof.	3
	Mittel	2^m8

Beobachtungszeit	Beobachter (oder Beobachtungsort)	H
1910 April 24·6	(O'Gy.)	2^m5
	Hol.	2·5
	Rh.	2·7
	Bor.	(4)
	Howe	$\rangle$ 2·7
25·6	Belj.	1·5
	Kritz.	3
	(Niz.)	2
	Nijl.	2
	Bor.	3—4
	Mittel	2^m6
April 26·6	Lor.	$(3)^m$
	(Niz.)	2
	Bor.	($\rangle$ 4)
	Giac.	2·5
	(H. C.)	2·3
	Howe	3
27·6	Belj.	2—2·5
	Jash.	1·8
	Pch.	3
	Lor.	3
28·6	Pal., Hol.	2·0
	Jash.	1·8
	(Prag)	1

Beobachtungszeit	Beobachter (oder Beobachtungsort)	*H*
	Bor.	3
1910 April 29·6	Belj.	1·5
	Bor.	2·6
	Barn.	2–2·5
	Mittel	2^m4
April 30·6	Pokr.	(2^m3)
	Kritz.	2
Mai 1·6	Pokr.	2·3
	Bor.	(2·6)
3·6	(Suva)	3
	(Alg.)	(4·5)
	Sp.	2·6
	Barn.	2
	Stb.	2·0
	Mittel	2^m3
Mai 4·6	Bor.	2^m6
	Barn.	1·9
	Stb.	1·8
5·6	Saot.	2
	Pokr.	2·5
	Don.	2·5
	Rh.	2·5
6·6	Pokr.	2·1
	W. L.	(4)
	(Cartuja)	2
	(H. C.)	2·3
	Barn.	> 2
	Howe	2
7·6	Saot.	2
	Belj.	> 1
	Kritz.	0·5
	W. L.	3·5
	Nijl.	3·1
	Mittel	2^m0

Beobachtungszeit	Beobachter (oder Beobachtungsort)	*H*
1910 Mai 8·6	Saot.	2^m
9·6	Pch.	4
	Barn.	> 2
	Stb.	1·2
10·6	Saot.	2
	(Suva)	> 2·6
	Belj.	1
	(O'Gy.)	1·5
11·6	Belj.	1
	Rh.	> 2·6
	Hartw.	3
	Sp.	1
	Stb.	1·1
	Mittel	1^m5
Mai 12·6	(Grah.)	1^m
	Ab.	1
	Hartw.	2
	Wrz.	— 0·3
	Nijl.	2
	(Uccle)	1·5
13·6	(Suva)	0·2
	Saot.	2
	Chof.	2
	Bor.	1
	Mittel	1^m1
Mai 14·6	Rh.	> 2·7
	Jash.	1·5
	Hartw.	3
15·6	(Joh.)	> 1
	(Alg.)	0·4
	Rh.	> 2·2
	(Jam.)	> 1
	Mittel	0^m7

Hiemit schließen die Helligkeitsangaben aus der Zeit, in welcher der Komet am Morgenhimmel zu sehen war. Nach einer Mitteilung des Potsdamer Astronomen G. Müller, der in dieser Zeit auf der Insel Teneriffa beobachtete (Astr. Nachr., Bd. 185, p. 135), zeigte sich der Komet bereits Anfang Mai als prachtvolle Erscheinung. Der Kern, welcher am 27. April mit bloßem Auge etwa 3. Größe geschätzt worden war, nahm Tag für Tag zu; am 3. Mai erschien seine Helligkeit 0^m1 bis 0^m2 höher als α Pegasi (2^m6) und an den letzten Tagen (das heißt gegen den 14. Mai) weit höher als ein Stern 1. Größe. Auf diese Schätzung ist bei der Ableitung der letzten Mittelwerte genähert Rücksicht genommen worden. Die Länge des Schweifes erreichte am 7. Mai nach den Schätzungen mit bloßem Auge mindestens 20°, am 10. mindestens 30° und am 14. Mai 50 bis 60°. Von den sonderbaren Helligkeitsänderungen, welche in den Mitteilungen von J. Franz in Breslau und W. Münch in Potsdam (Astr. Nachr., Bd. 184, p. 351 und Bd. 185, p. 138) angedeutet sind, scheint dort nichts bemerkt worden zu sein.

Es folgen nun die Helligkeitsbestimmungen aus der Zeit, in welcher der Komet am Abendhimmel zu beobachten war.

Beobachtungszeit	Beobachter (oder Beobachtungsort)	*H*	Beobachtungszeit	Beobachter (oder Beobachtungsort)	*H*
1910 Mai 20·4	Hartmann	1—2m	1910 Mai 26·4	Jash.	2m2
	(Mödl.)	2?		Rh.	2·2
	Jam.)	> 2		Mill.	2·2
	Barn.	2		Kn.	2·4
	Stb.	1·1		W. L.	3·4
21·4	(Syd.)	0·7		(Antw.)	2—3
	Hol.	> 2		(Cartuja)	2
	(Mödl.)	2?		(H. C.)	2·2
	Mill.	(2)		Barn.	2·6
	Kritz.	1·4		Stb.	2·7
	Sp.	2		Mittel	2m4
	Mittel, angenommen	1m1	Mai 27·4	Saot.	(4m)
Mai 22·4	Saot.	(4m		Wrz.	2·0
	Pal.	2		(Antw.)	2·8
	Hol.	1·6		Chof.	2
	(Mödl.)	1		M. M.	(1)
	(Prag)	0·75		Barns	3
	Kritz.	2	28·4	Saot.	(3)
	W. L.	2		Rh.	2·5
	Nijl.	0·9		(Prag)	2·0
23·4	Hol.	1·7		Wrz.	2·9
	Rh.	1—2		Chof.	2—3
	(Prag)	(2), 1		Sp.	2·0
	Nijl.	1·1	29·4	Saot.	3·5
	Barn.	1		Hol., Jash.	3
	Mittel	1m5		(H. C.)	2·9
				Barn.	3·5
Mai 24·4	Belj.	1m3		Stb.	3·5
	Pal., Hol.	1·5		Mittel	2m6
	(Prag)	0·9			
	Rh.	1	Mai 30·4	M. M.	(2m)
	Kritz.	2		Barn.	3
	Pch.	2		Stb.	3·6
	Bor.	1·8	31·4	(Ath.)	2·8
	Barn.	1·0		Hol.	2·7
	Stb.	1·8		Jash.	2·3
25·4	Saot.	2		Rh.	3·2
	(Prag)	1·2		(Prag)	2·2
	Stb.	2·6		Kritz.	(4·2)
	Mittel	1m7		Wrz.	2·6
				W. L.	(4·4)
Mai 26·4	Saot.	2m		Chof.	3
	(Ath.)	2		Bor.	3—4
	Hol.	2·3		Stb.	3·4
				Mittel	2m9

Beobachtungszeit	Beobachter (oder Beobachtungsort)	H
1910 Juni 1·4	(Neu-Seeland)	3^m4
	Saot.	(4)
	Belj	2
	Hol.	3·0
	Rh.	3—4
	Bor.	3—4
	Barn.	3·1
	Stb.	3·6
2·4	Bor.	3—4
	Nijl.	3·7
	Mittel	3^m2
Juni 3·4	Belj.	3^m2
	Hol.	3·5
	Rh.	4
	Wrz.	3·2
	Nijl.	4·2
	M. M.	2·5
4·4	Belj.	3·4
	Rh.	4
	Mittel	3^m5
Juni 5·4	Saot.	(4^m5)
	Belj.	3·6
	Kritz.	4·3
	Wrz.	3·8
	Sp.	(5)
	Barn.	3·6
6·4	Saot.	(5)

Beobachtungszeit	Beobachter (oder Beobachtungsort)	H
1910 Juni 6·4	Bor.	4^m
	Nijl.	(4·6)
	(Cartuja)	4
	Barn.	3·8
	Mittel	3^m9
Juni 7·4	Saot.	(5^m)
	Chof.	4—5
	Bor.	4
	Sp.	4
	Barn.	3·8
	Howe	5
8·4	Wrz.	4·1
	Bor.	4
	Mittel	4^m2
Juni 9·4	Saot.	(5^m5)
	Hol.	> 5
10·4	Hol.	4·8
	Rh.	5·5
	Bor.	5
11·4	Bor.	5
12·4	Hol.	5
	(Santiago)	5·3
	Mittel	5·1
Juni 20, 21	Hol.	$> 7^m$
Juli 1·4	(Santiago)	7
26·4	(Cap)	7
Aug. 11, 12.	(Joh.)	$<< 7·4\ (9^m5?)$

Diese Helligkeitswerte H und insbesondere die aus ihnen gebildeten Mittelwerte sollen nun auf $r = 1·0$, $\Delta = 1·0$ reduziert werden. Dazu dient die folgende Zusammenstellung der Werte von $\log r$ und $\log \Delta$ samt der daraus abgeleiteten Reduktionsgröße. Die letzte Kolumne enthält den Winkel am Kometen in dem Dreieck Erde—Komet—Sonne, der später zur Berechnung der wahren Länge des Schweifes benützt werden soll; für diesen Winkel, welcher in den ersten zwei Abhandlungen mit γ bezeichnet ist, wurde hier so wie in der III. Abhandlung der Buchstabe k gewählt.

Die Tafel ist aus verschiedenen Ephemeriden gebildet worden, nämlich für die Zeit vom 16. April bis 22. Mai aus Astr. Nachr., Bd. 183, p. 171 (0^h mittl. Zeit Greenwich), für die nächsten Tage bis 29. Mai aus »The Observatory« 1910, p. 183 (9^h mittl. Zeit Greenwich) und für die Zeit vom 29. Mai an wieder aus Astr. Nachr., und zwar für die ersteren Tage aus Bd. 184, p. 317, für die letzten zwei aus Bd. 185, p. 111 (12^h mittl. Zeit Berlin).

(Ha)			$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1910	April	16·0	9·7738	0·1257	— 0·50	44° 38′
		20·0	9·7688	0·0808	0·75	56 15
		24·0	9·7757	0·0272	0·99	67 56
		28·0	9·7911	9·9609	— 1·24	79 39

(Ha)			log r	log Δ	5 log $r\Delta$	k
1910	Mai	2·0	9·8146	9·8796	— 1·53	90° 56′
		6·0	9·8363	9·7779	1·93	103 13
		10·0	9·8654	9·6437	2·45	116 30
		13·0	9·8877	9·5134	2·99	129 17
		14·0	9·8952	9·4618	3·21	134 51
		15·0	9·9027	9·4086	3·44	140 54
		16·0	9·9102	9·3501	3·70	148 45
		17·0	9·9176	9·2945	3·94	157 2
		18·0	9·9250	9·2388	4·18	168 17
		19·0	9·9323	9·1993	4·34	170 4
		20·0	9·9396	9·1873	4·37	155 20
		21·0	9·9468	9·1993	4·27	140 50
		22·0	9·9539	9·2388	— 4·04	126 44
		22·375	9·9567	9·2555	— 3·94	122 9
		23·375	9·9638	9·3121	3·62	111 17
		24·375	9·9708	9·3700	3 30	102 47
		25·375	9·9777	9·4259	2·98	96 0
		26·375	9·9846	9·4781	2·69	90 28
		27·375	9·9914	9·5264	2·41	85 55
		28·375	9·9981	9·5709	2·16	82 4
		29·375	0·0047	9·6121	— 1·92	78 45
		29·5	0·0055	9·6160	— 1·89	78 23
	Juni	2·5	0·0311	9·7510	1·09	68 34
		6·5	0·0554	9·8546	— 0·45	61 38
		10·5	0·0785	9·9380	+ 0·08	56 12
		14·5	0·1003	0·0071	0·54	51 40
		18·5	0·1211	0·0660	0·94	47 44
		22·5	0·1407	0·1169	1·29	44 16
		26·5	0·1594	0·1617	1·61	41 7
		30·5	0·1772	0·2015	1·89	38 14
	Juli	4·5	0·1941	0·2373	2·16	35 33
		28·5	0·2814	0·3933	3·37	22 26
	Aug.	13·5	0·3292	0·4615	+ 3·95	15 29

Damit von den zahlreichen für den Kometen berechneten Elementensystemen wenigstens eines zur Anschauung gelangt, soll hier dasjenige vorgeführt werden, welches der Ephemeride vom 29. Mai angefangen zugrunde gelegt ist (Astr. Nachr. 184, p. 227):

$$T = 1910 \text{ April } 19{\cdot}63944 \text{ Gr.}, \quad \pi - \Omega = 111^\circ\ 43'\ 24'', \quad \Omega = 57^\circ\ 15'\ 56'', \quad i = 162^\circ\ 12'\ 34'',$$
$$\varphi = 75^\circ\ 18'\ 26'', \quad \mu = 46{}^{''}6722867 \text{ (Äquin. } 1910{\cdot}0).$$

Die unter »Mittel der Beobachtungszeiten« angesetzten Tage beziehen sich, den Ephemeriden entsprechend, zum Teil auf den Mittag, zum Teil auf die Abendzeit oder Mitternacht. Die Helligkeitswerte H und H_1 sind, wie die obige Aufzählung und Zusammenfassung zeigt, fast durchgehends Mittel aus einer recht großen Anzahl von Angaben, und nur die allerletzten sind vereinzelte Helligkeitszahlen.

Eine von Joh. Hartmann ausgesprochene Anregung, es möge jedem Helligkeitswert H_1 auch der zugehörige Radiusvektor r beigefügt werden,[1] habe ich, wie schon im III. Teil, p. 19 hervorgehoben ist,

[1] Vierteljahrsschr. d. Astron. Gesellschaft, 32. Jahrgang (1897), p. 236 und 242.

so berechtigt und naturgemäß gefunden, daß ich den Radiusvektor nicht nur den Helligkeitswerten, sondern auch den Schweiflängen beigesetzt habe.

Mittel der Beobachtungszeiten			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1910	April	16	0·59	3^m0	− 0·5	3^m5
		22	0·59	2·8	− 0·9	3·7
		25	0·60	2·6	− 1·0	3·6
		28	0·62	2·4	− 1·2	3·6
	Mai	2	0·65	2·3	− 1·5	3·8
		6	0·69	2·0	− 1·9	3·9
		10	0·73	1·5	− 2·4	3·9
		13	0·77	1·1	− 3·0	4·1
		15	0·80	0·7	− 3·4	4·1
		21	0·88	1·1	− 4·3	5·4?
		23	0·91	1·5	− 3·8	5·3?
		25	0·94	1·7	− 3·2	4·9?
		26	0·96	2·4	− 2·7	5·1?
		28	1·00	2·6	− 2·2	4·8
		31	1·04	2·9	− 1·5	4·4
	Juni	2	1·07	3·2	− 1·1	4·3
		4	1·10	3·5	− 0·8	4·3
		6	1·13	3·9	− 0·5	4·4
		8	1·16	4·2	− 0·2	4·4
		11	1·21	5·1	+ 0·2	4·9
	Juli	1	1·52	7	+ 2·0	5·0
		26	1·88	7	+ 3·3	3·7?
	Aug.	11	2·11	9·5?	+ 3·9	5·6?

Damit nun die Helligkeitswerte H_1 mit den aus früheren Erscheinungen abgeleiteten unter Rücksichtnahme auf den jeweiligen Radiusvektor r direkt verglichen werden können, wurde eine übersichtliche Zusammenstellung der Werte H_1 aus den fünf Erscheinungen von 1607 bis 1910 angelegt, sowie sie der Hauptsache nach schon im 185. Band der »Astr. Nachrichten« p. 273 gegeben worden ist.

Zuvor wurde aber noch das Verzeichnis der Helligkeitswerte aus der Erscheinung 1835/36 vervollständigt, und zwar insbesondere wegen einer Helligkeitsbeobachtung von Maclear (Memoirs R. Astr. Soc., Vol. 10), die im I. Teil, p. 249 unberücksichtigt geblieben ist, aber wegen der schon oben zitierten Untersuchung von M. Ebell (Astr. Nachr., Bd. 184, p. 139) jetzt nicht mehr unerwähnt bleiben darf.

Maclear hat den Kometen in der Erscheinung 1835/36 nach seinem Periheldurchgang und seiner Konjunktion mit der Sonne zum erstenmal am Morgen des 25. Jänner 1836, das heißt in der Nacht vom 24. zum 25. Jänner wieder beobachtet (bei $\alpha = 15^h\ 45^m$, $\delta = -28°\ 55'$); auf diese Nachricht wurde der Komet in der nächsten Nacht, also am Morgen des 26. Jänner, auch von J. Herschel zu Feldhausen gefunden. Nach Maclear (a. a. O., p. 92) war er für das bloße Auge so hell wie ein Stern der 2. bis 3. oder 3. Größe; zufolge der Bemerkung zur Beobachtung vom 24. Jänner (a. a. O., p. 114) wäre er noch heller, nämlich für das bloße Auge gleich einem Stern der 2. Größe gewesen. Außerdem ist hier unter anderm noch bemerkt, daß der Komet am 12./13. Februar vor Aufgang des Mondes ein schönes, helles teleskopisches Objekt war, und zum 17./18. Februar: »Der Komet wird schwächer, ist aber noch für das bloße Auge sichtbar.« Da nun nach der Schätzung von J. Herschel (Results of astr. obs. made at the Cape of Good Hope) der Komet am Morgen des 26. Jänner wie ein Stern hell 4. oder schwach 3. Größe erschienen ist (3^m3—3^m7), haben wir hier zwei Helligkeitsschätzungen, die von zwei verschiedenen Beobachtern an zwei unmittelbar aufeinander folgenden Tagen gemacht sind:

(Ha)		H	$\log r$	$\log\Delta$	$5\log r\Delta$	H_1	r
1836 Jänn.	24·6	2^m5	0·167	0·205	+ 1·86	0^m6	1·47
	25·6	3 5	0·171	0·203	+ 1·87	1·6	1·48

Auch die folgenden in die vorige Helligkeitstafel (Abt. I) nicht aufgenommenen Resultate sollen jetzt hier einen Platz finden:

(Ha)	Beobachtungsort	H	$\log r$	$\log\Delta$	$5\log r\Delta$	H_1	r
1835 Nov. 10	Cap	2^m75	9·777	0·053	− 0·85	3^m6	0·60
1836 März 29(?)	Madras	6·2 (?)	0·377	0·159	+ 2·7	3·5	2·38

Wenn man nun diese Helligkeitswerte H_1 mit den zugehörigen Radienvektoren r in die allgemeine nun folgende Tabelle einreihen will, so sieht man sofort, daß dadurch eine auffallende Unterbrechung der Kontinuität entsteht, indem die zu $r = 1\cdot47$ und $1\cdot48$ gehörenden Helligkeitswerte weitaus bedeutender sind als alle übrigen. Das sind gerade diejenigen, welche von M. Ebell bei seiner Vorausbestimmung der im Mai 1910 zu erwartenden mutmaßlichen Helligkeit des Kometen (Astr. Nachr. Nr. 4400) als besonders gewichtig, und zwar mit dem Mittelwert $H_1 = 1^m1$, in die Rechnung eingeführt worden sind, aber sich nicht bewährt haben, da sie die Helligkeit viel zu hoch ergaben, indem die tatsächlich beobachtete, auch wenn man die Unsicherheit der Helligkeitsbestimmungen zur Zeit der Erdnähe und geringen Höhe des Kometen sehr beträchtlich annimmt, nicht so außerordentlich bedeutend war, wie sie nach der erwähnten Vorausbestimmung erwartet werden konnte.

Leider können die zu $r = 1\cdot47$ und $1\cdot48$ nach dem Perihel gehörenden Werte H_1 mit entsprechenden aus der Erscheinung 1910 nicht direkt verglichen werden, weil der Komet, als er zum Radiusvektor $r = 1\cdot47$ gelangt war, wegen schon geringer Höhe in der Abenddämmerung nicht mehr genau geschätzt werden konnte, und andrerseits die bei noch größeren Radienvektoren beobachteten Helligkeiten schon zu weit draußen liegen. Ich habe sie daher, um auf ihre Besonderheit aufmerksam zu machen, in Klammern ( ) gesetzt. Dasselbe geschah auch bei den zu $r = 0\cdot71$ und $0\cdot76$ gehörenden Helligkeitswerten aus der Erscheinung 1759, welche auf vereinzelten, recht unsicheren Schätzungen beruhen, indem der Komet am 1. April jenes Jahres von einem Beobachter nach dem Anblick im Fernrohr 1. Größe, von einem anderen mit freien Augen 3. Größe und vier Tage später von einem dritten ebenfalls mit freien Augen 1. Größe geschätzt wurde; in der Wirklichkeit dürfte die beobachtete Helligkeit in diesen Tagen nahe bei 2^m5 gewesen sein und sonach die reduzierte Helligkeit nahe bei 3^m6.

Aus welchem Grunde die zu $r = 1\cdot95$ und $1\cdot67$ gehörenden Helligkeitswerte aus der Erscheinung 1835 in Klammern gesetzt wurden, ist schon weiter oben dargelegt worden.

Es folgt nunmehr die Tabelle der Helligkeitswerte H_1 aus den Erscheinungen 1607 bis 1910, angereiht an den jeweiligen Radiusvektor r. Die erste Partie (bis $r = 0\cdot59$) bezieht sich natürlich auf die Beobachtungen vor dem Perihel, die spätere auf die nach dem Perihel.

(Halley) r	1607	1682	1759	1835/36	1909/10
1·95	—	—	—	(9^m1)	7^m0
1·67	—	—	—	(7·8)	6·6 ($r = 1\cdot66$)
1·32	—	—	—	—	5·4
1·22	—	—	—	5·6	—
1·17	—	—	5^m6	—	—
1·11	—	—	4·9	4·5	4·7 ($r = 1\cdot10$)
1·08	—	—	—	4·6	—

Halley) r	1607	1682	1759	1835/36	1909/10
1·07	—	—	—	4m5	—
0·96	—	—	—	5·5	—
0·93	..		.	5·3	—
0·87	—	—	—	4·3	—
0·86	5m1	—	—	—	—
0·84	—	—	—	4·0	
0·80	4·3	—	—	—	—
0·79	—	—	—	5·0	—
0·75	—	3m0	—	—	—
0·74	—	4·2	—	—	—
0·72	—	—	—	4·7	—
0·71	4·3	—	—	4·7	—
0·70	4·2	—	—	—	—
0·67	—	—	—	4·3	—
0·66	4·1	—	—	—	—
0·63	—	—	—	5·2	—
0·60	—	—	—	3·6	—
0·59	3·8	3·9	—	—	3·6
0·60	—	4·0	—	—	3·6
0·62	—	—	—	—	3·6
0·65	—	—	—	—	3·8
0·69	—	—	—	—	3·9
0·71	—	—	(2m0—4m0)	—	—
0·73	—	—	—	—	3·9
0·76	—	—	(2m2)	—	—
0·77	—	—	—	—	4·1
0·80	—	—	—	—	4·1
0·88	—	—	—	—	5·4?
0·91	—	—	—	—	5·3?
0·94	—	—	—	—	4·9?
0·96	—	—	—	—	5·1?
1·00	—	—	—	—	4·8
1·04	—	—	—	—	4·4
1·07	—	—	—	—	4·3
1·10	—	—	—	—	4·3
1·13	—	—	—	—	4·4
1·17	—	—	3·7	—	4·4 ($r = 1·16$
1·21	—	—	—	—	4·9
1·37	—	—	4·1		
1·39	—	—	4·0	—	—
1·47	—	—	—	(0·6)	—
1·48	—	—	—	(1·6)	
1·49	—	—	4·1		
1·52	—	—	—	-	5·0
1·58	—	—	4·4		
1·88	—	—	—	—	3·7
2·10	—	—	—	—	5·6
2·38	—	—	—	3·5?	—

Es kommen nun, wie sich hier deutlich zeigt, die zu Radienvektoren von derselben oder ziemlich derselben Größe gehörenden Helligkeitswerte H_1 (wenn man von den wenigen in Klammern gesetzten absieht) einander so nahe, daß die Abweichung nur selten 0^m5 übersteigt und selbst bei etwas bedeutenderen Unterschieden ohne besonderen Zwang auf die bei den Helligkeitsschätzungen zulässigen Unsicherheitsgrenzen zurückgeführt werden kann.

Es gilt also auch für die Erscheinung 1909/10, was für die früheren gefunden wurde, daß in der Gesamthelligkeit des Kopfes (Kernes), soweit uns das bekannt gewordene Beobachtungsmaterial belehrt, bei gehöriger Rücksichtnahme auf die Nebenumstände ein Unterschied gegen früher nicht nachzuweisen ist.

Als der Komet nach seiner im September 1910 eingetretenen zweiten oberen Konjunktion mit der Sonne wieder am Morgenhimmel beobachtet werden konnte, hatten seine Distanzen von der Sonne und von der Erde schon so sehr zugenommen, daß die Helligkeitsnotizen aus dieser Zeit nicht mehr zu direkten Vergleichungen mit früheren Erscheinungen herangezogen werden können, indem sie schon weit über dieselben hinausgehen; sie werden aber dafür, wie sich ja von selbst versteht, für spätere Erscheinungen von Wichtigkeit sein. Die zugehörigen Ephemeriden mit $\log r$ und $\log \Delta$ sind in Astr. Nachr., Bd. 186 und 187 enthalten.

(Ha)	r	Beobachtungs-orte	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1910 Nov. 11	3·26	Williams-Bay	11^m	+ 5·5	5^m5
Dez. 2, 6, 7	3·53	Algier	$13^1/_2$	5·6	7·9
30	3·80	»	13·0	5·7	7·3
1911 Jänn. 6, 7	3·88	»	13·7	5·7	8·0
8	3·90	Williams-Bay	13	5·7	7·3
27, 28	4·10	Algier	14	5·8	8·2
Febr. 25	4·39	»	14	5·9	8·1
März 4	4·47	»	13	6·0	7·0
19	4·61	Königstuhl Williams-Bay	14 13·5	6·2	7·8 7·3
April 1	4·74	Williams-Bay	14	6·3	7·7
23, 24, 25	4·96	(3)	15·0	6·7	8·3
29	5·00	Algier	15·0	+ 6·8	8·2

Nachdem nun die Untersuchung über die Helligkeit des Kopfes durchgeführt ist, soll noch in Kürze nachgesehen werden, wie groß der Durchmesser des Kometen zur Zeit der Schweiflosigkeit oder bei nur geringer Schweifentwicklung gewesen ist. Diesbezügliche Angaben findet man aber wie fast immer auch diesmal nur sehr wenige. Aus einigen im Jänner und Februar 1910 bestimmten Werten ergibt sich für den auf $\Delta = 1 \cdot 0$ reduzierten scheinbaren Durchmesser $D_1 = 4'0$, aus der Zeit von Ende Juni und Anfang Juli $D_1 = 3'4$.

Vergegenwärtigt man sich dazu, daß in der Erscheinung von 1759 im Mittel aus mehreren Angaben vor und nach dem Perihel $D_1 = 3'9$ und in der Erscheinung 1835 aus der Zeit vor dem Perihel $4'3$ abgeleitet worden ist, so liegen, wie man sieht, die korrespondierenden Zahlen einander so nahe, daß man in Anbetracht ihrer geringen Sicherheit sagen kann, der Durchmesser des Kometen sei auch in der letzten Erscheinung ziemlich derselbe gewesen wie in den zwei unmittelbar vorangegangenen.

Das Mittel aus den angegebenen Zahlen ist $D_1 = 3'9$. Will man den Durchmesser in Erddurchmessern ausdrücken, so erhält man aus $\frac{60\, D_1}{2 \times 8 \cdot 8}$ den Wert 13·3, der also noch etwas größer als der Durchmesser des Jupiter (11·3) ist.

Wir kommen jetzt zu den Angaben über die scheinbare Länge des Schweifes.

Diese sind, wie es bei einem solchen Schweifkometen der neueren Zeit schon von vorneherein erwartet werden konnte, außerordentlich zahlreich, noch zahlreicher als die Angaben über den Helligkeitsgrad des Kopfes. Überdies sind sie aber untereinander sehr verschieden, was ja bei allen denjenigen Kometenschweifen vorkommt, die in größeren Abständen vom Kopf schon so lichtschwach sind, daß die gesehene größere oder kleinere Länge wesentlich von der Schärfe der Augen und der Durchsichtigkeit der Luft abhängt.

Es wäre daher gewiß sehr anschaulich, sämtliche für denselben Tag angegebenen Längen, wie ich es auch schon bei den Kometen der früheren Jahrhunderte getan habe, nach ihrer Größe in aufsteigender Reihenfolge geordnet, untereinander zusammenzustellen; ich habe dies aber unterlassen, weil es mir hauptsächlich um die Berechnung der wahren Länge des Schweifes zu tun war, und dazu wurde natürlich die größte der an irgend einem Tage beobachteten Längen ausgewählt. Nur dort, wo sich ein Maximum gar zu bedeutend über die anderen Angaben von demselben Tage erhebt, wurde ein angenäherter Mittelwert aus den größeren Längen benützt.

Übrigens sind nur die visuell beobachteten, nicht die photographisch ermittelten Längen in Betracht gezogen. Es sind daher ganz kleine Längen, welche einerseits vor dem Periheldurchgang des Kometen und andrerseits nach der Mitte des Juni 1910 beobachtet wurden, nicht berücksichtigt.

Den größten Teil der Angaben über die scheinbare Länge des Schweifes findet man zugleich mit denen über die Helligkeit des Kopfes in dem schon erwähnten »Annuaire astronomique de l'Observatoire de Belgique pour 1912« zusammengestellt.

Die Berechnung der wahren Länge S aus der scheinbaren C geschah wie bei meinen früheren Untersuchungen unter der zwar nicht strenge zutreffenden, aber die Rechnung wesentlich vereinfachenden Voraussetzung, daß der Schweif die geradlinige Verlängerung des Radiusvektors bildet, somit nach der Formel:

$$S = \frac{\Delta \sin C}{\sin (k - C)},$$

worin Δ die Distanz des Kometen von der Erde und k, wie schon oben bemerkt, in dem Dreieck Erde—Komet—Sonne der Winkel am Kometen ist.

Da der Schweif vom letzten Drittel des Mai an, als der Komet nur mehr am Abendhimmel zu beobachten war, im allgemeinen verhältnismäßig kurz gesehen wurde und erst bei besonderer Aufmerksamkeit und besonders günstigen atmosphärischen Verhältnissen viel weiter verfolgt werden konnte, so ist zur Berechnung der wahren Schweiflänge einige Male sowohl die größere als auch die kleinere der von den Beobachtern angegebenen Längen benutzt worden; so insbesondere beim 29. Mai und 3. Juni die Angaben der Beobachter zu Johannesburg in Südafrika.

In dieser Zeit trifft es sich übrigens ziemlich oft (namentlich gegen Ende Mai und Anfang Juni), daß sich die wahre Schweiflänge infolge der Kleinheit des Nenners sin $(k-C)$ übermäßig groß, aber auch sehr unsicher ergibt; den auffallendsten dieser übermäßigen Längen ist ein Fragezeichen (?) beigesetzt.

Das Datum ist wie früher das astronomische und die am Morgen- beziehungsweise Abendhimmel gemachten Beobachtungen sind wieder dadurch unterschieden, daß als Tagesbruchteil bei den ersteren durchgehends 0·6, bei den letzteren 0·4 gewählt ist.

(Halley)	r	C	S	(Halley)	r	C	S
1910 April 21·6	0·59	12°	0·32	1910 Mai 4·6	0·67	20°	0·23
24·6	0·60	$10\frac{1}{2}$°	0·22	5·6	0·68	23	0·25
29·6	0·63	15°	0·24	6·6	0·69	27	0·27
30·6	0·64	17	0·25	7·6	0·70	25	0·23
Mai 1·6	0·65	$17\frac{1}{2}$°	0·24	8·6	0·72	25	0·21
3·6	0·66	18°	0·22	9·6	0·73	26	0·20

(Halley)	r	C	S	(Halley)	r	C	S
1910 Mai 10·6	0·74	28°	0·20	1910 Mai 26·4	0·97	60°	0·51
11·6	0·75	35	0·22	27·4	0·98	57	0·58
12·6	0·77	40	0·22	28·4	1·00	46	0·45
13·6	0·78	52	0·25	29·4	1·01	30	0·27
14·6	0·79	60	0·30			50	0·65
15·6	0·81	80	0·26	30·4	1·03	55	1·02(?)
16·6	0·82	90	0·24	31·4	1·04	49	0·88(?)
17·6	0·83	110	0·22	Juni 1·4	1·06	42	0·72
18·6	0·85	120	0·19	3·4	1·08	25	0·38
19·6	0·86	150	0·35			50	1·58(?)
20·6	0·88	125	0·32	4·4	1·10	41	1·02(?)
21·4	0·89	60	0·15	6·4	1·14	30	0·68
22·4	0·91	48	0·14	8·4	1·17	36	1·19(?)
23·4	0·92	> 33	0·11	9·4	1·18	35	1·23(?)
24·4	0·94	47	0·21	11·4	1·21	20	0·54
25·4	0·95	40	0·21	12·4	1·23	9	0·21

Wenn man jetzt die hier zusammengestellten Schweiflängen S aus der Erscheinung von 1910 mit den aus früheren Erscheinungen abgeleiteten Längen unter Rücksichtnahme auf den jeweiligen Radiusvektor r vergleichen will, so bietet sich dazu nur die Erscheinung von 1759 dar, weil nur in dieser der Komet ausreichend lange nach dem Perihel beobachtet worden ist.

Da fällt nun vor allem eine große Ähnlichkeit auf. Im Jahre 1759 war der Schweif am Ende des zweiten Monats nach dem Perihel, wie die Beobachtungen von La Nux auf der Insel Bourbon (Mémoires der Pariser Akademie 1760, p. 460—463) lehren, außerordentlich lang; so zwar, daß seine scheinbare Länge dem Winkel am Kometen k recht nahe und am 5. Mai sogar völlig gleichkam (47°) und daher die wahre Länge des Schweifes unter der Voraussetzung, der Schweif sei in der geradlinigen Verlängerung des Radiusvektors gelegen, nicht berechnet werden kann. Fast ebenso war es auch in der Erscheinung 1910: Ende Mai und Anfang Juni, also anderthalb Monate nach dem Periheldurchgang (20. April) konnte der Schweif bei Berücksichtigung seiner äußersten, schon sehr lichtschwachen Partie (namentlich auf sehr südlich gelegenen Beobachtungspunkten) bis zu einer so bedeutenden Länge verfolgt werden, daß sich als wahre Werte der Länge infolge der Kleinheit des Nenners $\sin(k-C)$ außerordentlich große Längen (gegen 1·0 und sogar darüber hinaus) ergeben. Das sind eben die Längen S, denen ein Fragezeichen (?) beigesetzt ist.

Scheinbare Längen von solcher Größe, daß dadurch die Differenz $(k-C)$ null oder sogar negativ werden würde, kommen zwar in der Erscheinung 1910 nicht vor, aber trotzdem ist auch schon durch den Umstand, daß man durch die Rechnung auf Längen von ganz ungewöhnlicher und daher höchst unwahrscheinlicher Größe geführt wird, die Ähnlichkeit zwischen der Länge des Schweifes in der Erscheinung 1759 (Ende April und Anfang Mai, $r = 1{\cdot}1$ bis $1{\cdot}2$) und 1910 (Ende Mai und Anfang Juni, $r = 1{\cdot}0$ bis $1{\cdot}1$) eine recht auffallende geworden.

Zur besseren Vergleichung folgt hier eine Zusammenstellung der aus der Erscheinung 1759 abgeleiteten Längen, aber nur der größeren; diese Auswahl wurde getroffen, weil ja auch aus der Erscheinung 1910 nur die größeren Längen zur Rechnung verwendet worden sind. Es können jedoch außer den schon erwähnten Angaben von La Nux (N.) nur sehr wenige herangezogen werden; einige von Chevalier in Lissabon (Ch.), eine von Coeur-Doux in Pondichery (CD.), eine von Maraldi in Paris (Mar.) und schließlich vier Angaben von Messier in Paris (Ms.), von denen aber die erste nur auf einer Mutmaßung beruht und die letzten mit dem Fernrohr beobachtet sind.

(Halley)	r	Beobachter	S	(Halley)	r	Beobachter	S
1759 März 28·6	0·68	N.	0·06	1759 Mai 1·4	1·17	N.	0·70(
31·6	0·71	Ms.	0·49	5·4	1·23	Mar.	0·19
April 14·6	0·91	Ch.	0·03	5·4	1·23	N.	> 0·7 (?)
19·6	0·98	N.	0·03	14·4	1·37	N.	0·5
20·6	1·00	N.	0·03	17·4	1·42	Ch.	0·14
27·4	1·11	N.	0·11	20·4	1·46	Ch.	0·11
28·4	1·12	N.	0·23	22·4	1·49	Ms.	0·11
30·4	1·15	CD.	0·07	23·4	1·51	Ms.	0·12
				27·4	1·57	Ms.	0·14

Nach diesen Zahlen waren, wie man sieht, die bei kleineren Radienvektoren (etwa $r < 1{\cdot}0$) beobachteten Längen in der Erscheinung 1759 nicht so groß wie in der von 1910, doch können die Unterschiede trotz ihrer beträchtlichen Größe nicht schwer ins Gewicht fallen. Es ist nämlich zu beachten, daß in der Erscheinung 1910 die Zahl der Beobachter, die in südlicheren Ländern und überhaupt unter günstigeren Verhältnissen auf die Länge des Schweifes geachtet und denselben visuell möglichst weit zu verfolgen gesucht haben, eine verhältnismäßig große gewesen ist, während wir für 1759 fast ausschließlich auf die Angaben von La Nux angewiesen sind.

Diese Differenzen dürfen demnach hauptsächlich auf die Lichtschwäche des Schweifes in seinen entfernteren Partien zurückgeführt werden. Haben wir ja doch während der Erscheinung von 1910 in höchst auffälliger Weise selbst gesehen, wie außerordentlich verschieden die Länge des Schweifes, besonders im letzten Drittel des Mai und im Juni angegeben worden ist, und zwar nicht nur an verschiedenen Stationen und von verschiedenen Beobachtern auf derselben Station, sondern sogar auch von einem und demselben Beobachter, je nachdem dieser auf die lichtschwachen Partien des Schweifes besonders geachtet hat oder nicht.

Schließlich darf auch nicht übersehen werden, daß La Nux zwar berichtet hat, der Schweif sei dünner und länger geworden, aber nicht, daß er auch hell und leicht zu sehen gewesen wäre. Es ist demnach die Annahme nicht unzulässig, daß der Schweif auch im Jahre 1759, als er auf der Insel Bourbon sehr lang gesehen wurde, in seiner Endpartie schon sehr lichtschwach gewesen ist, und vielleicht ebenso, wie er sich im Jahre 1910 gegen Ende Mai und im Juni gezeigt hat; und wenn das der Fall ist, so besteht kein Grund, aus den Differenzen zwischen den in der Erscheinung 1759 einerseits und 1910 andrerseits beobachteten Schweiflängen auf eine wesentliche Verschiedenheit zwischen diesen zwei Erscheinungen zu schließen.

Es folgt jetzt noch eine vergleichende Zusammenstellung der Länge des Schweifes S während der anderen früheren Erscheinungen, die alle miteinander das gemeinsam haben, daß der Komet in ihnen nur vor dem Perihel oder nahe demselben beobachtet worden ist.

(Halley) r	1456	1531	1607	1682	1835
0·90	—	—	—	—	0·07
0·89	—	—	—	—	0·09
0·86	—	—	—	—	0·04
0·83	—	—	—	—	0·17
0·79	—	—	—	—	0·11
0·71	—	—	—	0·10	—
0·70	—	—	0·06	0·22	
0·69	—	—	—	0·05	—

(Halley) r	1456	1531	1607	1682	1835
0·67	—	—	0·12	0·09	—
0·66	—	—	—	0·09 0·13	—
0·65	—	—	—	0·09	—
0·64	—	0·14 0·17	—	0·17	—
0·62	—	—	—	—	0·13
0·59	0·12 0·27	—	—	—	—
0·62	0·39	—	—	—	—

In dieser Zusammenstellung ist fast durchgehends zu bemerken, daß demselben Radiusvektor in verschiedenen Erscheinungen ziemlich dieselben Schweiflängen entsprechen. Jedenfalls sind die Unterschiede zwischen den verschiedenen Erscheinungen nicht größer, als die zwischen den Zahlen einer und derselben Erscheinung, so namentlich der von 1682.

Es kann also bezüglich des Halley'schen Kometen dasjenige, was schon in der I. Abhandlung für die Erscheinungen bis 1835 gefolgert wurde, auch jetzt nach Einbeziehung der Erscheinung von 1910 wiederholt werden, nämlich, daß sowohl im Helligkeitsgrad des Kopfes H_1 als auch in der Mächtigkeit der Schweifentwicklung, soweit sie durch die Länge des Schweifes S definiert werden kann, ein nennenswerter Unterschied zwischen den verschiedenen Erscheinungen nicht nachzuweisen ist.

Damit betrachte ich die Untersuchung des Halley'schen Kometen für die Zwecke meiner Abhandlung als erledigt. Was sonst noch Stoff zu näheren Betrachtungen liefern würde, beispielsweise die Form des Schweifes zur Zeit der Erdnähe, gehört in ein anderes Feld der Kometenuntersuchungen.

Der periodische Komet Pons—Brooks.

Dieser Komet ist seiner Bahnlage entsprechend in jeder der zwei bisherigen Erscheinungen (1812 und 1883/84) aus ziemlich hohen nördlichen Deklinationen, in denen er zuerst beobachtet wurde, immer mehr nach Süden geeilt und hat nahe zu derselben Zeit, in welcher er von der nördlichen Hemisphäre nach der südlichen gerückt war, seine Sonnennähe und nicht weit davon auch seine Erdnähe passiert. Er ist jedoch in der zweiten Erscheinung in eine viel bedeutendere Erdnähe gekommen als in der ersten (dort nur bis $\Delta = 1{\cdot}22$, hier aber bis $\Delta = 0{\cdot}63$) und demgemäß auch viel heller und allgemeiner sichtbar geworden.

Bahnelemente, berechnet von Schulhof und Bossert:

T	$\pi - \Omega$	Ω	i	$\log q$	e
1812 Sept. 15·33210,	199° 19′ 4″,	253° 0′ 44″,	73° 57′ 36″,	9·890490,	0·955584
1884 Jän. 25·72388,	199° 11′ 33″,	254° 5′ 42″,	74° 2′ 36″,	9·889710,	0·954996.

Daß die zweite Erscheinung viel günstiger war als die erste, ist auch daraus zu erkennen, daß die charakteristische Differenz $l_0 - (L_0 \pm 180°)$, worin l_0 die heliozentrische Länge des Perihelpunktes (hier 78°6) und $L_0 \pm 180°$ die zur Zeit des Periheldurchganges stattfindende heliozentrische Länge der Erde ist (siehe III. Teil, p. 2), in der zweiten Erscheinung viel kleiner war als in der ersten; dort + 86°, hier nur — 46°. Aus dem Vorzeichen dieser beiden Differenzen kann auch entnommen werden, daß der Komet zur Zeit seiner geringeren Deklinationen in der ersten Erscheinung nur am Morgenhimmel, in der zweiten am Abendhimmel zu sehen war.

Betrachten wir nun die erste Erscheinung.

1812 (P—Bs). Was über den Kometen aus dem Jahre 1812 berichtet worden ist, läßt sich kurz dahin zusammenfassen, daß er einige Zeit mit bloßen Augen sichtbar, jedoch nicht allgemein auffällig war und daß sein Schweif eine scheinbare Länge von 2—3° erreicht hat.

Er ist am 20. Juli 1812 von Pons in Marseille entdeckt worden (Mon. Corr., Bd. 26, p. 270); er war »wie ein unförmlicher Nebelfleck, ohne Schweif oder Bart, nicht mit bloßen Augen, nur durch Fernrohre zu sehen.« Vom 25. Juli an wurde er auf der Sternwarte La Capelette bei Marseille während seiner unteren Meridianpassage beobachtet, und zwar bis 3. August, »wo die zunehmende Polardistanz den Kometen anfänglich zu sehr in die Dünste des Horizonts und zuletzt ganz unter denselben versenkte« (a. a. O., p. 271). Daraus ist zu entnehmen, daß der Komet, wenngleich zu dieser Zeit noch teleskopisch, doch unter den teleskopischen Gestirnen schon zu den hellsten gehört haben muß.

Einer Fortsetzung der von Zach mitgeteilten Beobachtungen, vom 13. bis 31. August reichend, ist beigefügt: »Der Komet ist gegenwärtig dem bloßen Auge schon sichtbar geworden und wird es täglich mehr werden« (a. a. O., p. 409); und gleich auf der nächsten Seite findet man bei den Seeberger Beobachtungen, die vom 8. bis 16. September reichen, die Bemerkung: »Auch des Morgens bei vorzüglich reinem Horizont war er trotz des niedrigen Standes mit bloßen Augen sichtbar, sobald man nur genau den Ort kannte.« Außerdem ist hier mitgeteilt, daß auf Seeberg am 14. September als Durchmesser des Kernes 5·4 Zeitsekunden und als Ausdehnung des Schweifes 2° 17′ gefunden wurde.

Ziemlich dasselbe, nur in einem schwächeren Grade, besagen auch die Beobachtungsnotizen von Bode (Berl. Jahrb. 1815, p. 259), indem zum 9. September morgens bemerkt ist, daß der Komet mit bloßen Augen zu erkennen war, und zum 14. September morgens, daß die Nebelhülle ziemlich lebhaft und der blaße Schweif etwa 1° lang war.

Wann der Komet für das bloße Auge sichtbar geworden ist, kann ziemlich sicher aus den Pariser Beobachtungen entnommen werden (Observations I, p. 128), indem dort zum 18. August (dem ersten Beobachtungstag nach dem 14. und 15. August) bemerkt ist: La comète commence à être visible à l'oeil nu; son noyau assez brillant, est enveloppé d'une chevelure et sa queue est d'environ $1^1/_2$—2°. Es sei dazu auch erwähnt, daß der Komet in Paris unabhängig von der ersten Entdeckung am 1. August von Bouvard aufgefunden worden ist. Am 3. September war die Länge des Schweifes nach der Angabe des Pariser Beobachters ungefähr 3° und ebenso ist zum 14. September bemerkt, daß die Länge des in zwei parallele Äste (branches) geteilten Schweifes ungefähr 3° war.

Den Beobachtungen aus Mailand (Effemeridi 1814, p. 37), die sich vom 1. bis 25. September erstrecken, ist auch eine Bemerkung über den Kometen selbst vorangesetzt, die aber nicht mehr sagt, als die bei der Ankündigung der Entdeckung (Mon. Corr., Bd. 26, p. 270), nämlich, daß der Komet ziemlich klein, ohne Bart und ohne Schweif war, ähnlich einem unförmlichen, mit bloßen Augen nicht sichtbaren Nebel.

Wie lange die Sichtbarkeit für das bloße Auge gedauert hat, hätte durch europäische Beobachtungen nicht sicher ermittelt werden können, weil der Komet immer mehr nach Süden gerückt ist und schließlich nur in der Morgendämmerung zu sehen war. Der letzte Beobachtungstag war der 27. September; an diesem ist der Komet noch zu Marseille und La Capelette bei Marseille beobachtet worden.

Damit ist wohl alles zusammengestellt, was über das Aussehen und die Sichtbarkeit des Kometen berichtet worden ist. Zur Reduktion der wenigen verwertbaren Angaben konnte die in der Bahnbestimmung von Schulhof und Bossert enthaltene Ephemeride benützt werden (Annales de l'Obs. de Paris, Mémoires, Tome 17, D); die dort fehlenden Radienvektoren r sind mir von Herrn Schulhof gütigst brieflich mitgeteilt worden.

(P—Bs)	α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1812 Juli 20·625	89°8	+ 60°1	− 30°4	0·1079	0·2504	+ 1·7	34° 5'
Aug. 1·625	102·0	53·1	30·0	0·0525	0·2174	1·3	37 12
17·625	114·4	40·4	32·8	9·9752	0·1675	0·7	43 0
Sept. 2·625	125·1	22·9	36·8	9·9104	0·1164	+ 0·1	50 26
14·625	133·6	+ 6·3	39·1	9·8906	0·0896	− 0·1	54 40
22·625	140·0	− 5·8	39·9	9·8973	0·0851	− 0·1	55 9
27·625	144·4	− 13·3	− 40·0	9·9093	0·0892	0·0	54 15

Am 24. Juli, 22. August und 21. September war Vollmond.

Die Helligkeit des Kometen mag am 17. oder 18. August 5. bis 6. Größe und zur Zeit der letzten Beobachtungen auf Seeberg 4. bis 5. Größe gewesen sein; man wird durch diese Annahmen zu folgenden Zahlen geführt:

(P—Bs)	r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1812 Aug. 17,18	0·94	$5^m - 6^m$	+ 0·7	$4^m3 - 5^m3$
Sept. 13/14	0·78	4 −5	− 0·1	4·1 − 5·1

Auf dieses Resultat wird bei der Untersuchung der Erscheinung 1883/84 zurückgegriffen werden; ebenso auch auf die folgenden.

Das am 14. September als Durchgangsdauer des »Kernes« beobachtete Zeitintervall 5^s4 führt auf $D = 1'34$ und $D_1 = 1'65$.

Zur Ermittlung der wahren Länge des Schweifes konnten vier Angaben benützt werden:

(P—Bs)	r	Beobachtungsort	C	S
1812 Aug. 17/18	0·94	Paris	2°	0·078
Sept. 2/3	0·81	»	3	0·093
13/14	0·78	Seeberg	2·3	0·062
		Paris	3	0·083

Wir kommen nun zur Erscheinung 1883/84.

1884 I (P—Bs). In dieser Erscheinung ist der Komet am 1. September 1883 von Brooks in Phelps (New-York) entdeckt und, nachdem er auf der Nordhemisphäre im Dezember und Jänner auch für das bloße Auge sichtbar gewesen war, auf der Südhemisphäre noch im April und Mai 1884 beobachtet worden. Die bedeutendste Annäherung an die Erde erfolgte am 9. Jänner 1884, in demselben Monat wie der Periheldurchgang.

Die Untersuchungen von Schulhof und Bossert über den Lauf des Kometen in dieser Erscheinung (Bulletin astr. Tome I—IV) enthalten auch genaue Ephemeriden für den ganzen Beobachtungszeitraum (3. September 1883 bis 3. Juni 1884), aus denen die hier folgende Untersuchungs-Ephemeride entnommen beziehungsweise abgeleitet ist (12^h mittl. Zeit Berlin). Die Logarithmen von r hat mir Herr Schulhof zugleich mit denen aus der Erscheinung von 1812 freundlichst mitgeteilt.

(P—Bs)	α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1883 Sept. 3·5	248° 53'	+ 64° 52'	+ 86° 21'	0·3834	0·3706	+ 3·77	—
23·5	246 20	60 33	65 50	0·3361	0·3287	3·32	—
Okt. 29·5	254 49	53 8	40 57	0·2307	0·2187	2·25	—

(P—Bs)			α		δ		$\alpha - A$		log r	log Δ	5 log $r\Delta$	k
1883	Nov.	6·5	258°	53′	+ 51°	40′	+ 37°	8′	0·2027	0·1849	+ 1·94	
		14·5	263	56	50	13	34	5	0·1726	0·1462	1·59	—
		22·5	270	10	48	38	32	0	0·1404	0·1020	1·21	—
		30·5	277	53	46	44	31	11	0·1509	0·0515	0·79	—
	Dez.	4·5	282	23	45	32	31	21	0·0878	0·0239	0·56	50° 32′
		8·5	287	22	44	4	31	58	0·0693	9·9947	0·32	—
		12·5	292	52	42	14	33	4	0·0502	9·9642	+ 0·07	—
		16·5	298	53	39	53	34	39	0·0309	9·9327	— 0·18	60 2
		20·5	305	22	36	52	36	42	0·0114	9·9011	0·44	63 51
		24·5	312	15	33	2	39	8	9·9919	9·8707	0·69	67 56
		28·5	319	23	28	13	41	50	9·9727	9·8431	0·92	72 11
1884	Jänn.	1·5	326	36	22	23	44	37	9·9543	9·8210	1·12	76 20
		5·5	333	42	15	37	47	19	9·9370	9·8067	1·28	80 2
		9·5	340	28	8	14	49	43	9·9215	9·8024	1·38	82 50
		13·5	346	45	+ 0	39	51	40	9·9085	9·8087	1·41	84 20
		17·5	352	28	— 6	41	53	5	9·8985	9·8245	1·39	84 21
		21·5	357	33	13	27	53	55	9·8921	9·8474	1·30	82 57
		25·5	2	1	19	27	54	12	9·8897	9·8747	1·18	80 25
		29·5	5	55	24	41	53	57	9·8915	9·9038	1·02	77 7
	Febr.	2·5	9	18	29	11	53	15	9·8974	9·9329	— 0·85	—
		22·5	21	22	44	5	45	40	9·9703	0·0510	+ 0·11	
	März	21·5	36	7	55	43	34	30	0·1036	0·1335	1·19	—
	April	20·5	63	54	65	38	34	49	0·2222	0·1710	1·97	—
	Mai	14·5	105	26	69	36	53	19	0·2973	0·2044	2·51	—
	Juni	3·5	141	52	— 66	29	+ 69	34	0·3498	0·2510	+ 3·00	—

Vollmondtage waren in dieser Zeit unter anderen die folgenden: 14. November, 14. Dezember, 12. Jänner.

Da diese Erscheinung eine ziemlich auffällige war und schon in die neuere Zeit fiel, hat sie außer zu Positionsbestimmungen auch zu anderen, und zwar solchen Beobachtungen Veranlassung gegeben, die für die vorliegende Untersuchung verwertet werden können. Vorerst soll aber noch der beobachteten Lichtausbrüche gedacht werden, die fast alle darin bestanden, daß sich in dem Kometennebel zunächst ein sehr heller, fixsternartiger Kern bildete, der sich sodann zu einer hellen Scheibe ausbreitete, die nach und nach immer größer, aber auch lichtschwächer wurde, bis der Komet schließlich wieder sein früheres Aussehen erreicht hatte.

Der erste und intensivste dieser Helligkeitsausbrüche hat zwischen dem 21. und 22. September stattgefunden, also zu einer Zeit, in der die Distanz des Kometen von der Sonne noch eine recht große, nämlich $r = 2 \cdot 2$ war. Die erste Phase dieses Phänomens ist in Nordamerika beobachtet worden, während in Europa ungünstiger Witterung wegen davon nichts gesehen wurde, wohl aber die zweite Partie, in der sich der sternartige Kern schon zu einer hellen Scheibe auszubreiten begann; und das ist wohl der Grund davon gewesen, daß der Komet am 23. September auf drei europäischen Sternwarten zwar sehr hell gesehen, aber sehr verschieden geschätzt wurde.

Ein ähnlicher Ausbruch, aber von geringerer Intensität und kürzerer Dauer, ist am 1. Jänner zu Potsdam beobachtet worden (Astr. Nachr., Bd. 107, p. 38); ebenso einer zu Nizza am 13. Jänner und ein anderer am 19. Jänner, der erstere zum Teil auch zu Bordeaux, Rio de Janeiro und Cordoba (Argentinien).

Abgesehen von diesen Helligkeitssprüngen, nach denen sich der Komet schließlich immer fast so zeigte, als wäre nichts geschehen, hat seine Helligkeit bis Mitte Jänner anscheinend ganz regelmäßig

zugenommen. Dies zeigen sowohl die photometrischen Beobachtungen von G. Müller in Potsdam, die sich nur auf den Kern mit seiner nächsten Umhüllung, etwa in einem Umfang von 1′ Durchmesser, beziehen (Astr. Nachr., Bd. 108, p. 161), als auch die Schätzungen der Gesamthelligkeit des Kopfes. Nach Müller hat die Helligkeit der angegebenen Kernpartie vom 10. November 1883 bis 14. Jänner 1884 auffallend gleichmäßig zugenommen; immerhin war aber die Zunahme der Helligkeit dieser Partie, namentlich im Dezember und Jänner, doch etwas bedeutender, als nach dem Verhältnis $1 : r^2\Delta^2$ zu erwarten gewesen wäre.

Viel auffallender war, wie die unten folgende Zusammenstellung zeigt, die verstärkte Zunahme der Helligkeit des ganzen Kometenkopfes.

Unter den Beobachtungen über die Größe und Helligkeit des Kometen nehmen die von Schiaparelli in Mailand den ersten Rang ein, weil sie nicht nur die zahlreichsten von allen sind, sondern sich auch systematisch auf alles erstrecken, was an dem Kometen (sein Spektrum ausgenommen) beobachtet werden konnte (Astr. Nachr., Bd. 109, p. 69—78). Außerdem sind verwendbar die kleineren Beobachtungsreihen und vereinzelte Angaben von Franz in Königsberg, Braun in Kalocsa, Weinek in Prag, Engelhardt in Dresden, Abetti in Padua (sämtlich in Astr. Nachr., Bd. 107, 108 und 109); ferner eine kleine Beobachtungsreihe von Sawyer in Cambridgeport (The Observatory, Vol. 7. p. 113) und eine andere vom Rousdon Observatory (Devon).

Da nicht alle Helligkeitswerte in Größenklassen angegeben, sondern ziemlich viele durch die Helligkeitsdifferenzen gegen bekannte Sterne angedeutet sind, mußten die letzteren erst in Größenklassen umgesetzt werden, wobei natürlich einige Willkür nicht zu vermeiden war.

Aus der Zeit, in welcher der Komet auf der südlichen Hemisphäre beobachtet wurde, sind nur von der Sternwarte zu Cordoba in Argentinien (Beobachter W. G. Davis) Notizen über sein Aussehen bekannt gemacht worden (Astr. Nachr., Bd. 111, p. 27). Unter diesen sind außer der schon oben erwähnten großen Helligkeitszunahme vom 13. zum 14. Jänner zunächst die Bemerkungen zum 22., 26. und 30. Jänner von Wichtigkeit, nach denen die Helligkeit des Kometen in dieser Zeit entschieden abzunehmen begann. Ziemlich dasselbe besagt auch die einer Melbourner Beobachtung vom 30. Jänner beigesetzte Bemerkung vom 1. Februar, daß der Komet zu jener Zeit im Abnehmen, aber mit bloßen Augen in dunklen Nächten noch gut zu sehen war (The Observatory, Vol. 7, p. 116).

Einer weiteren Bemerkung aus Cordoba zufolge war der Komet am 15. Februar noch leicht ohne Teleskop zu sehen; am 18. hatte er aber bedeutend an Helligkeit abgenommen und ebenso wieder am 22. Februar. An diesem letzteren Tage hat er nach der Angabe von J. Tebbutt zu Windsor in Neusüdwales (Astr. Nachr., Bd. 110, p. 136 und Monthly Notices, Vol. 44, p. 445) aufgehört, dem bloßen Auge sichtbar zu sein (6^m?).

Am 26. Mai wurde er in Cordoba zum letztenmal beobachtet und am 2. Juni von Atkinson zu Nelson auf Neuseeland (Observatory, Vol. 7, p. 306) überhaupt zum letztenmal gesehen ($9^1/_2{}^m$?).

In der nun folgenden Zusammenstellung sind die Namen der häufiger vorkommenden Beobachter nur durch einige Buchstaben gekennzeichnet, wie folgt: Franz (Fr.), Braun (Br.), Weinek und dessen Mitbeobachter in Prag (Wnk.), Engelhardt (Eng.), Abetti (Ab.), Schiaparelli (Schiap.), Sawyer (Saw.). Die Beobachtungen vom Rousdon Observatory (Devon) sind mit dem Namen dieses Observatoriums bezeichnet.

Auch über die Größe und Helligkeit des Kernes sind von mehreren Beobachtern verschiedene Zahlenwerte bekanntgemacht worden, die aber, da sie wesentlich vom Fernrohr und von der benützten Vergrößerung abhängen, hier nur kurz erwähnt werden sollen. Nach Schiaparelli, der mit einem 8-zölligen Refraktor beobachtet hat, war der Nucleus Ende Oktober und Anfang November 11. bis 12. Größe, sodann im Durchschnitt 10. Größe, im Dezember bis Anfang Jänner im Durchschnitt 9. und am 18. Jänner 7. Größe. Am 19. Jänner hat Schiaparelli auch die Dimensionen des Kernes zu bestimmen versucht. Nach Abetti war der Kern in der Zeit vom 29. November bis 27. Dezember im Durchschnitt

(P—Bs)			r	Beobachter (oder Beobachtungsort)	H	5 log $r\Delta$	H_1
1883	Sept.	23	2·17	(Pulkowo)	8^m5	+ 3·3	5^m2
				(Wien)	8		4·7
				(Padua)	7		3·7
		26	2·13	(Pulkowo)	9·5	3·2	6·3
	Okt.	29	1·70	»	8·5	2·2	6·3
	Nov.	1	1·66	Eng.	8·5	2·1	6·4
		7	1·58	(Princeton)	$7^1/_2$	1·9	5·6
		13	1·50	(Pulkowo)	8	1·6	6·4
		23	1·37	(Bonn)	7·5	1·2	6·3
		25	1·34	Schiap.	> 6·5	1·1	> 5·4
		28	1·30	»	6	0·9	5·1
	Dez.	4	1·22	»	6	0·6	5·4
		5	1·21	»	6	0·5	5·5
		6	1·20	»	5·8	+ 0·4	5·4
		18	1·05	Schiap.	5·3	− 0·3	5·6
				Wnk.	3?		3·3
		19	1·04	Schiap.	5·0	0·4	5·4
		20	1·03	Fr.	5	0·4	5·4
		23	0·99	Schiap.	4·4	0·6	5·0
		24	0·98	Schiap.	4·3	0·7	5·0
				(Rousdon)	4·5		5·2
		26, 27	0·96	Br.	3	0·8	3·8
		29	0·93	Schiap.	3	1·0	4·0
				Eng.	3		4·0
				Wnk.	3·1		4·1
		31	0·91	Br.	> 3	1·1	> 4·1
1884	Jänn.	1	0·90	Wnk.	3	1·1	4·1
				Br.	> 3		> 4·1
				Ab.	2^m-3^m		3^m1-4^m1
		2	0·89	Schiap.	3^m1	1·2	4^m3
		3	0·88	Schiap.	> 3·5	1·2	> 4·7
				Fr.	3^m-4^m		4^m2-5^m2
				Saw.	3^m7		4^m9
		4	0·87	Schiap.	2·5?	1·2	3·7
		7	0·85	(Rousdon)	3·3	1·3	4·6
		8	0·84	Schiap.	> 3·6	1·4	> 5·0
		9	0·84	(Rousdon)	> 3·3	1·4	> 4·7
				Saw.	3·8		5·2
		10	0·83	Schiap.	3	1·4	4·4
				Ab.	3		4·4
		11	0·82	(Rousdon)	3?	1·4	4·4
		12	0·82	(Nizza)	3	1·4	4·4
		13	0·81	Schiap.	2·4	1·4	3·8
				Wnk.	2		4·4
		14	0·81	(Rousdon)	2·3	1·4	3·7
		15	0·80	Schiap.	2·5	1·4	3·9
				Wnk.	2		3·4
		16	0·80	Saw.	3·2	1·4	4·6

(P—Bs)		r	Beobachter (oder Beobachtungsort)	H	5 log $r\Delta$	H_1
1884 Jänn.	17	0·79	Saw.	3^m2	— 1·4	4^m6
	18	0·79	Schiap.	2·2	1·4	3·6
			Saw.	3·2		4·6
	19	0·79	Schiap.	2·2	1·3	3·5
	20	0·78	»	2·7	1·3	4·0
	21	0·78	Schiap.	3·2	1·3	4·5
			Saw.	3·2		4·5
	22	0·78	Schiap.	3·2	1·3	4·5
			Wnk.	3		4·3
	26	0·78	Saw.	3·9	1·1	5·0
Febr.	1	0·79	»	4·3	— 0·9	5·2
	22	0·93	(Neusüdwales)	6?	+ 0·1	5·9?
Juni	2	2·22	(Neuseeland)	$9^1/_2$?	+ 3·0	6·5?

7. Größe; ziemlich dasselbe zeigen auch die Angaben von Engelhardt. Nach den Leipziger Beobachtungen war der Kern in den letzten Tagen des Dezember ungefähr 6., nach denen aus Pulkowo aber nur 8. bis 9. Größe.

Zur Zeit der größten Helligkeit scheint in einigen Fällen die Lichtstärke des im Fernrohr gesehenen Kernes der Gesamthelligkeit des Kometenkopfes gleichgesetzt worden zu sein.

Von den Beobachtern zu Pulkowo ist im September mehrere Tage hintereinander der Durchmesser der hellsten Partie des Kometen bestimmt worden, woraus das Größerwerden dieser Partie nach dem ersten Lichtausbruch unmittelbar zu ersehen ist. Am 30. September war die Nebelmasse um den ausnehmend scharfen Kern herum bis zu 2—3′ Radius zu verfolgen; Durchmesser also ungefähr 5′.

(P—Bs)		D	D_1
1883	Sept. 23	32″	1′14
	24	68	2·40
	25	98	3·44
	26	128	4·47
	27	160	5·56
	30	5′ ±	10·24

Damit gelangen wir zur Betrachtung der Angaben über die Dimensionen des ganzen Kometenkopfes. Die meisten sind wieder von Schiaparelli, doch erscheint es hier hinreichend, wenn man sich auf eine Auswahl beschränkt. Dagegen sind die in der letzten Zeit von Davis in Cordoba gemachten Bemerkungen fast vollständig benützt.

(P—Bs)		Beobachter	D	D_1
1883	Okt. 26	Schiap.	3′	5′1
	Nov. 18	»	3	4·0
	28	»	8	9·3
	Dez. 6	»	> 6	6·1
	7	»	11·5	11·6
	15	»	6	5·2
	23	»	6	4·5

(P—Bs)			Beobachter	D	D_1
1883	Dez.	24	Schiap.	8′	5′9
1884	Jänn.	2	»	10	6·6
		4	»	8	5·2
		12	Davis	1·5	1·0
		16	»	2	1·3
		19	Schiap.	8	5·5
	Febr.	28	Davis	1	1·2
	April	19	»	1	1·5

Die großen Unterschiede zwischen den Durchmesserangaben der verschiedenen Beobachter haben ihren Hauptgrund offenbar darin, daß zu Mailand auch noch die schwächsten Randpartien in Betracht gezogen worden sind, welche der Beobachter zu Cordoba entweder nicht mehr gesehen oder nicht berücksichtigt hat.

Der Schweif des Kometen wurde zwar mit freien Augen gesehen, konnte aber von den meisten Beobachtern ohne Fernrohr bloß wenige Grade weit verfolgt werden. Nur von Schiaparelli in Mailand und Sawyer in Cambridgeport sind wesentlich größere Längen angegeben worden; von dem letzteren meist zwei oder gar drei, von denen die kleinere mit bloßen Augen (A), eine größere mit einem Opernglas (O) und die größte mit einem Feldstecher (F) beobachtet wurde. Die wahre Länge des Schweifes ist nur für die von Schiaparelli angegebenen Längen, und zwar für die größeren gerechnet worden.

Zu der nun folgenden Tabelle sei aus den Notizen dieses Beobachters noch vorausgeschickt, daß am 19. November die ersten Spuren eines Schweifes bemerkt wurden, der am 25. in zwei Zweige geteilt zu sein schien. Am 28. war die Länge $30'-40'$ und nahe ebenso am 29. November.

Am 6. Dezember 1883 war $L = \odot$, also die Erde in der Ebene der Kometenbahn, doch ist von einer Verlängerung des Schweifes in dieser Zeit nichts zu merken, offenbar darum, weil die auffälligere Schweifentwicklung damals erst begann und der Komet samt dem Schweif noch zu weit von der Erde entfernt war.

(P—Bs)			r	Beobachter (oder Beobachtungsort)	C	S
1883	Dez.	4	1·22	Schiap.	1°2	0·029
		6	1·20	»	1	—
		15	1·09	»	1·4	—
		18	1·05	»	2·8	0·047
		19	1·04	»	1	—
		23	0·99	»	3	—
		24	0·98	»	4·6	0·067
		29	0·93	(Kiel)	3	
				Schiap.	4·2	-
		31	0·91	Schiap.	5·1	0·063
1884	Jän.	1	0·90	»	4·8	0·058
		3	0·88	Schiap.	4	—
				Saw. O	21_{2}	—
				Saw. F	41_{4}	-
		4	0·87	Schiap.	4	—
		9	0·84	Saw. F	$2^{3}{}_{1}$	
		10	0·83	Schiap.	4	—
		13	0·81	»	4·5	

(P – Bs)	r	Beobachter (oder Beobachtungsort)	C	S
1884 Jänn. 14	0·81	(Rousdon)	2°	—
15	0·80	Wnk.	$2^1/_2$	—
		Schiap.	8	0·094
16	0·80	Fr.	4	—
		(Lyon)	8	—
		Schiap.	9° – 10°	0·113
		Saw. *A*	$6^1/_2$°	—
		Saw. *F*	$11^1/_4$	—
17	0·79	Saw. *O*	$6^3/_4$	—
		Saw. *F*	$11^1/_2$	—
18	0·79	Schiap.	9	0·109
		Saw. *A*	$6^1/_4$	—
		Saw. *F*	11	—
19	0·79	Schiap.	7	0·086
20	0·78	»	6	0·074
21	0·78	Schiap.	> 6	> 0·076
		Saw. *A*	$5^1/_4$	—
		Saw. *F*	$10^1/_4$	—
22	0·78	Schiap.	8	0·103
24	0·78	Schiap.	10	0·135 (im Sucher)
		(Rousdon)	3	—
26	0·78	(Zur See)	4	—
		Schiap.	7	0·097
		Saw. *A*	$3^1/_2$	—
		Saw. *O*	$6^1/_2$	—
		Saw. *F*	$9^1/_4$	—
Febr. 1	0·79	Saw. *F*	$3^1/_4$?	—

Und nun soll diese Erscheinung bezüglich des Kometenkörpers mit der vorigen, soweit es das dürftige Beobachtungsmaterial aus jener Zeit zuläßt, verglichen werden; dabei empfiehlt es sich natürlich, nur solche Resultate miteinander zu vergleichen, die nahe zu demselben Radiusvektor r gehören.

Zu diesem Zweck sind zunächst aus den Werten von H_1 Mittelwerte gebildet worden, wie folgt:

1883	18.—31. Dezember	$H_1 = 4^m5$
1884	2.—17. Jänner	4·3
	18. Jänner bis 1. Februar	4·4

Die Vergleichung der Helligkeiten ergibt sich jetzt unmittelbar:

r	H_1 1812	H_1 1883/84
0·94	$4^m3 – 5^m3$	4^m5
0·78	4·1 – 5·1	4·4

Die Helligkeitswerte aus der neueren Erscheinung liegen, wie man sieht, ganz innerhalb der Grenzen, die für die vorige Erscheinung angenommen wurden; man kann sogar eine vollständige Übereinstimmung herstellen, wenn man für 1812 am 17. August 5^m2 und am 14. September 4^m3 annimmt. Es ist also eine wesentliche Helligkeitsdifferenz zwischen den zwei Erscheinungen nicht nachzuweisen.

Bezüglich des Durchmessers des Kometenkörpers läßt sich keine sichere Vergleichung machen. Der aus einer vereinzelten Beobachtung im Jahre 1812 abgeleitete scheinbare Durchmesser des »Kernes« ist etwas größer als im Jahre 1884 die Durchmesserangaben von Davis in Cordoba und beträchtlich kleiner als die von Schiaparelli in Mailand.

Dagegen führt die Vergleichung der Schweiflängen zu einem ziemlich sicheren und recht befriedigenden Ergebnis. Die wahren Längen aus der Erscheinung von 1812 sind ungefähr so groß wie die, welche sich aus den von Schiaparelli und Sawyer im Jänner 1884 beobachteten verschiedenen Längen als Mittelwerte ableiten lassen; sie werden nur von den größten der von diesen zwei Beobachtern angegebenen Längen übertroffen.

Es war also die durch die reduzierte Helligkeit H_1 definierte Mächtigkeit des Kometen bei seiner Wiederkehr 1883/84 anscheinend ziemlich dieselbe wie im Jahre 1812 oder wenigstens nicht wesentlich verschieden; ebenso war auch die Mächtigkeit der Schweifentwicklung, soweit sie aus der Länge des Schweifes erkannt werden kann, anscheinend dieselbe.

Bezüglich der in der Erscheinung 1883/84 beobachteten Lichtausbrüche möge hier noch die folgende Bemerkung einen Platz finden. Da der Komet nach jedem solchen Ausbruch immer wieder sein früheres Aussehen — wenigstens anscheinend — zurückgewonnen hat, ist es nicht ausgeschlossen, daß solche Ausbrüche auch schon in der Erscheinung von 1812 stattgefunden haben, jedoch wegen der viel geringeren Zahl der Beobachter und der viel schwächeren Instrumente unbemerkt geblieben sind.

Der periodische Komet von Olbers.

Dieser Komet ist ebenso wie der von 1812 bisher in zwei Erscheinungen beobachtet worden. Seine Bahnelemente sind nach den Rechnungen von Ginzel:

T	$\pi - \Omega$	Ω	i	$\log q$	e
1815 April 25·99943	65° 33′ 16″	83° 28′ 47″	44° 29′ 51″	0·0837998	0·9311496
1887 Okt. 8·48531	65° 20′ 11″	84° 32′ 20″	44° 34′ 16″	0·0788620	0·9311297.

Heliozentrische Lage des Perihelpunktes: $l_0 = 141°0$, $b_0 = +39°6$.

Von den zwei Erscheinungen, in denen der Komet beobachtet worden ist, war keine so günstig, daß die charakteristische Differenz zwischen den heliozentrischen Längen $l_0 - (L_0 \pm 180°)$ klein und daher die Annäherung des Kometen an die Erde eine, soweit es die Größe der Perihelbreite $b_0 = +39°6$ zuläßt, recht bedeutende geworden wäre. Schon in der ersten Erscheinung war die genannte Differenz ziemlich groß, nämlich $-74°$, und in der zweiten noch größer, nämlich $+126°$; die Annäherung an die Erde erfolgte in der ersten nur bis $\Delta = 1·37$, in der zweiten gar nur bis $\Delta = 1·88$. Das hatte unter anderem zur Folge, daß der Komet, während er in der ersten Erscheinung für das bloße Auge einige Zeit nur eben noch sichtbar war, in der zweiten mit bloßen Augen überhaupt gar nicht gesehen worden ist. Die Schweifentwicklung war, der geringen Annäherung des Kometen an die Sonne entsprechend ($q = 1·2$), in beiden Erscheinungen nur eine mäßige.

1815 (O). Olbers hat den Kometen zu Bremen am 6. März 1815 entdeckt und auch über das Aussehen desselben mehrmals Mitteilungen gemacht (Berl. Astr. Jahrb. 1818, p. 153—156).

Am 6. März erschien der Komet klein, hatte einen schlecht begrenzten Kern, einen sehr blaßen durchsichtigen Nebel und war im Kometensucher nur eben zu erkennen. Am 29. und 30. März schien auf der von der Sonne abgekehrten Seite etwas schweifartiges, doch sehr blaß, vom Kometen abzusprossen. Anfang April war er schon sehr gut im Kometensucher zu erkennen. Am 6. April, bei ungemein heiterem Himmel, zeigte sich sehr deutlich ein Schweif von 8′ bis 10′ Länge.

Zufolge einer späteren Bemerkung von Olbers (a. a. O., p. 225) war der Komet in der letzten Hälfte des April und der ersten des Mai am hellsten und glänzendsten; der Schweif aber nicht über 25 bis

30 Minuten lang und durchaus sehr blaß. Noch später (p. 227) ist hervorgehoben, daß man den Kometen gegen Ende April zu Petersburg, Dorpat usw. mit bloßen Augen gesehen haben will.

Darüber konnte nun in den diesbezüglichen Publikationen nichts gefunden werden; wohl aber ist in der Connaissance des Temps 1820, p. 421, über den Kometen nach der Bahn von Nicollet unter anderem folgendes bemerkt: Elle était petite, et n'a été visible sans le secours de lunettes, que pour ceux qui avaient une bonne vue et qui connaissaient la région du ciel où il fallait la chercher.

In den Pariser Beobachtungen (Observations I, p. 134) ist zum 2. Mai bemerkt, daß die Länge des Schweifes ungefähr 1 Grad und der Kern ziemlich hell war; und zum 25. Mai, daß der Schweif ungefähr 30′ Länge hatte. Der Kern war zufolge einer Notiz in den Greenwicher Beobachtungen (1815, p. 242) am 29. Juni wie ein Stern der 8. oder 9. Größe.

Nach einer Mitteilung von Fritsch in Quedlinburg vom 7. Mai (Berl. Astr. Jahrb. 1818, p. 281) erschien der Schweif am 3. Mai 20 Minuten lang; ein lichter Kern war nicht zu verkennen, doch im dichten Nebelduft verwaschen. Auffallend ist es, daß nach den Beobachtungen von Bode in Berlin (Astr. Jahrb. 1819, p. 104) der Komet am 26. Mai an Licht zugenommen zu haben schien; das mag jedoch durch lokale Luftverhältnisse mitverursacht worden sein.

Die meisten dieser Notizen sind auch in der ersten Abhandlung von Ginzel »Über die Bahn des Olbers'schen Kometen« (Haarlem 1881, p. 126) in Kürze zusammengestellt und daselbst noch durch ein paar Bemerkungen von Wisniewski ergänzt.

Zur Untersuchung des Kometen wurde die in dieser Abhandlung enthaltene Ephemeride benützt, nachdem dazu noch die dort fehlenden Logarithmen von r berechnet worden waren (0^h mittl. Zeit Berlin).

(0)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1815 März	6·0	48° 59′	+ 31° 53′	+ 62° 45′	0·1552	0·1493	+ 1·52	40?9
April	5·0	62 47	46 59	49 10	0·0981	0·1566	1·27	43·1
	26·0	82 50	56 43	49 49	0·0838	0·1482	1·16	44·5
Mai	3·0	92 44	59 12	53 5	0·0854	0·1442	1·15	44·8
	25·0	133 55	60 35	72 39	0·1100	0·1361	1·23	44·7
Juni	12·0	164 26	52 26	84 44	0·1459	0·1459	1·46	42·6
	29·0	183 22	40 27	86 1	0·1861	0·1766	1·81	—
Aug.	25·0	216 52	+ 5 43	+ 63 31	0·3207	0·3708	+ 3·46	—

Vollmondtage waren: 25. März, 23. April, 23. Mai, 21. Juni.

Von den Angaben über den Kometen sollen zunächst die über seine Dimensionen näher untersucht werden.

Der Durchmesser des Kometennebels war nach den Beobachtungen von Wisniewski in Petersburg am 5. und 6. April ungefähr 6′ und blieb mit Schwankungen bis auf 4′ fast derselbe. Aus der ersten Angabe folgt: $D_1 = 8{\cdot}6$, aus der zweiten 5·7. Den Durchmesser des Kernes schätzte Olbers (Berl. Jahrb. 1818, p. 225) anfangs Mai auf etwa 8 Sekunden.

Die Länge des Schweifes ersieht man aus den folgenden Zahlen:

(0)		r	Beobachter (und Beobachtungsort)	C	S
1815 April	5	1·25	Wisniewski (Petersburg)	15′	0·01
	6	1·25	Olbers (Bremen)	8 – 10′	—
Mai	2	1·22	(Paris)	60′	0·04
	3	1·22	Fritsch	20	—
		—	Olbers	25 – 30′	—
	25	1·29	(Paris)	30′	0·02

Zur Beurteilung der Helligkeit des Gestirnes soll zunächst die Bemerkung von Gauss (Berl. Jahrb. 1818, p. 230), daß der Komet bei der Heliometerbeobachtung am 12. Juni vor dem mehr als 5 mal helleren Vergleichsstern 219 Urs. maj. (Nr. nach Bode) fast ganz verlosch, weiter verfolgt werden. Der Stern ist identisch mit B. D. + 52° 1541 und bezüglich seiner Helligkeit 7. Größe; der Komet wäre demnach, wenn die angegebene Helligkeitsdifferenz buchstäblich genommen werden dürfte, um mindestens 1^m8 schwächer, also ungefähr von der Helligkeit 8^m8 gewesen. Jedenfalls ist diese Helligkeit so gering, daß sie, besonders im Hinblick auf die Greenwicher Bemerkung vom 29. Juni (Kern 8. bis 9. Größe), nur auf den Kern samt seiner nächsten Umgebung bezogen werden darf.

Was nun den Gesamthelligkeitseindruck des Kometen betrifft, so wäre derselbe nach der Ansicht von Ginzel im Maximum einem Stern 4. bis 5. Größe gleichgekommen; diese Helligkeit ist aber gewiß zu bedeutend, und es scheint, daß man im Hinblick auf die Notiz in der Connaissance des Temps kaum mehr als $5^1/_2$—6^m annehmen darf. Die reduzierte Helligkeit wäre unter dieser Annahme nahe an 4^m6.

Wir kommen nun zur zweiten Erscheinung des periodischen Kometen von Olbers.

1887 V (O). Aus dieser Erscheinung, in welcher der Komet am 24. August 1887 von Brooks in Phelps (New-York) entdeckt und zum letztenmal am 5. Juli 1888 auf der Lick-Sternwarte beobachtet worden ist, soll hier nur soviel in Betracht gezogen werden, als zur Vergleichung mit der ersten Erscheinung nötig ist. Übrigens zeigt sich bei einer genaueren Durchsicht, daß über das Aussehen des Kometen auch in dieser Erscheinung trotz der inzwischen vervollkommneten Hilfsmittel nur verhältnismäßig wenig berichtet worden ist.

Zur Ermittelung der folgenden Untersuchungs-Ephemeride wurden außer der in der zweiten Abhandlung von Ginzel gegebenen Ephemeride hauptsächlich die schon früher von Krueger und Tetens im 117. und 118. Band der Astr. Nachrichten publizierten Ephemeriden benützt, weil diese nebst $\log \Delta$ auch $\log r$ enthalten (12^h mittl. Zeit Berlin). Die ausgewählten Tage sind fast durchgehends solche mit bestimmten Beobachtungsnotizen.

(O)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r \Delta$	k
1887	Aug. 29·5	132° 45'	+ 29° 45'	− 25° 16'	0·1279	0·3219	+ 2·25	—
	Sept. 16·5	153 40	29 58	20 35	0·0955	0·2900	1·93	—
	21·5	159 50	29 30	18 54	0·0892	0·2838	1·86	27·3
	Okt. 8·5	180 43	26 2	13 24	0·0794	0·2740	1·77	
	12·5	185 27	24 51	12 21	0·0795	0·2742	1·77	28·1
	26·5	200 53	20 0	10 7	0·0898	0·2831	1·86	
	Nov. 15·5	219 29	12 32	11 25	0·1232	0·3098	2·16	—
	Dez. 11·5	238 18	4 19	20 26	0·1840	0·3508	2·67	21·1
	23·5	245 23	+ 1 24	26 39	0·2140	0·3670	2·90	20·6
1888	Jänn. 10·5	254 29	− 2 3	37 23	0·2583	0·3854	3·22	
	26·5	261 13	4 20	47 41	0·2958	0·3948	3·45	
	April 5·5	274 47	− 10 36	−100 30	0·4328	0·3665	+ 4·00	

Vollmondtage waren in dieser Zeit unter anderen der 2. September, 2. und 31. Oktober, der 30. November usw., doch scheint das Mondlicht die Beobachtungen nicht wesentlich gestört zu haben. Erwähnenswert erscheint die Bemerkung des Beobachters zu Königsberg, daß die am 12. Oktober zu 10′ angegebene Schweiflänge beim Schein der Mondsichel (Mond im letzten Oktanten) gesehen worden ist.

Von den bestimmteren Angaben über den Kometen sollen auch hier wieder zuerst die über seine Dimensionen und erst dann die über seine Helligkeit zur Reduktion herangezogen werden.

Über den scheinbaren Durchmesser können die folgenden Zahlen zusammengestellt werden:

(0)			Beobachtungsort	D	D_1
1887	Aug.	29, 31	Algier	2'	4'2
	Sept.	15	Prag	2	3·9
		13	Lyon	1	2·0
		21		1	1·9
1888	Jänn.	25	Dresden	1	2·5

*Im Mittel wäre also $D_1 = 2'9$.

Angaben über die Länge des Schweifes wurden vier gefunden:

(0)			r	Beobachtungsort	C	S
1887	Sept.	21	1·23	Königsberg	10' – 15'	0·018
	Okt.	12	1·20	»	10'	0·012
	Dez.	11	1·53	Genf	5	0·009
		23	1·64	Nizza	20' – 25'	0·049

Bei der Berechnung der wahren Länge des Schweifes ist von den bei der ersten und letzten Beobachtung angegebenen Grenzwerten der größere gewählt worden. Erlaubt man sich einen Mittelwert anzusetzen, so wäre derselbe $S = 0·022$.

Helligkeitsangaben sind ziemlich viele bekannt gemacht, doch beziehen sich fast alle nur auf den Kern. Das sind insbesondere die folgenden:

(0)		Beobachtungsort	h	(0)		Beobachtungsort	h
1887		Algier	10^m	1887	Sept. 16	Wien	8^m
	Ende Aug.	Marseille	11		20	Hamburg	10
		Besançon	$10^m – 12^m$		21	Lyon	9·5
		Wien	9^m		22	Marseille	10
	Sept. 10	Wien	8		Okt. 13	Wien	8·7
	13	Marseille	$10^m – 11^m$		17	Genf	(9·5)
	13	Lyon	9^m6		Nov. 15	Hamburg	9
	15	Prag	9·5		Dez. 23	Nizza	10

Die beim 13. Oktober angegebene Kernhelligkeit ist daraus gefolgert worden, daß der Kern des Kometen bei ziemlich bewölktem Himmel gerade so hell erschien wie der Stern BD. + 24°2471 (8^m7).

Es ist nicht zu verkennen, daß der Kern mit schwächeren Teleskopen größer, dagegen mit kräftigeren Instrumenten und unter günstigeren atmosphärischen Verhältnissen kleiner, das heißt schärfer gesehen worden ist, da ja in dem letzteren Falle die den Kern umgebenden Hüllen von ihm besser getrennt werden konnten als im ersteren.

Nach den Bemerkungen zu den Königsberger Beobachtungen (Astr. Nachr., Bd. 117, p. 387 und Bd. 118, p. 41) wäre die Helligkeit des Kometen im Heliometer am 21. und 27. September etwa 9. Größe und am 8. Oktober 8^m8 gewesen; diese Helligkeiten können aber wegen ihrer Kleinheit ähnlich wie die von Gauss am 12. Juni 1815 gemachte Vergleichung wohl nicht auf den ganzen Kometen, sondern nur auf die Kernpartie bezogen werden.

Nur eine Bemerkung kann nicht nur dem Wortlaut nach, sondern auch tatsächlich auf den ganzen Kometen bezogen werden, nämlich die des Genfer Beobachters zum 29. August (Astr. Nachr., Bd. 117, p. 293): »Komet hell 7. bis 8. Größe, mit Kern und Schweif, im zweizölligen Sucher als Nebelfleck sichtbar.« Die reduzierte Helligkeit H_1 wäre darnach in der Nähe von 5^m3.

Außerdem glaube ich aus einer von mir am 16. September gemachten Schätzung noch nachträglich einen für den ganzen Kometen geltenden Helligkeitswert ableiten zu können. Es wurde nämlich der Kern 8. Größe geschätzt, samt seiner nächsten hellen Umgebung zwischen 7^m und 8^m, aber näher an 7^m, und man wird wohl kaum zu weit gehen, wenn man annimmt, daß der Helligkeitseindruck des ganzen Kometen noch um eine halbe Größenklasse bedeutender, also zwischen $6^1/_2{}^m$ und 7^m war. Wählt man $6^3/_4{}^m$, so erhält man als reduzierte Helligkeit 4^m8.

Stellt man jetzt die hier gefundenen zwei Helligkeitswerte H_1 mit dem aus der vorigen Erscheinung abgeleiteten zusammen, so kann dies in folgender Weise geschehen:

r	1815	1887
1·34	—	5^m3
1·25	—	4·8
1·22	4^m6	—

Sie weichen, wie man sieht, so wenig voneinander ab, daß man behaupten darf, beiden Erscheinungen könne ganz innerhalb der Grenzen der hier zulässigen Unsicherheit auch durch den Mittelwert 4^m9 genügt werden. Als Maximalhelligkeit wird man im Mittel aus beiden Erscheinungen $H_1 = 4^m7$ wählen dürfen.

Auch die Ergebnisse über die Maximallänge des Schweifes (in der ersten Erscheinung $S = 0·04$, in der zweiten 0·05) kommen einander so nahe, daß von einem wesentlichen Unterschied keine Rede sein kann.

Da schließlich auch die Kernhelligkeiten h in beiden Erscheinungen so gut wie ganz übereinstimmen und nur zwischen den Angaben über den scheinbaren Durchmesser des Kometen D_1 eine größere Differenz zu bemerken ist, die aber in Anbetracht der obwaltenden Umstände nicht schwer ins Gewicht fällt, so kann man mit Sicherheit aussprechen, daß der Komet von Olbers in bezug auf seine Größe, Helligkeit und schweifbildende Kraft in der zweiten Erscheinung wieder so gewesen ist wie in der ersten.

Der Komet 1846 IV (De Vico).

Dieser Komet mit einer Umlaufszeit von etwa 76 Jahren ist zwar erst in einer einzigen Erscheinung beobachtet, aber die Elliptizität seiner Bahn erscheint in einem solchen Grade verbürgt, daß seine Wiederkehr mit Sicherheit erwartet werden kann.

Er wurde am 20. Februar 1846 von de Vico in Rom entdeckt (de Vico's zweiter Komet dieses Jahres) und vom 1. März an ziemlich allgemein beobachtet; im Mai noch zu Washington und Cambridge (U. S.). In den ersten Wochen war er am ansehnlichsten; er besaß eine sehr auffällige helle Mitte, die von einigen Beobachtern als Lichtverdichtung, von anderen als Kern bezeichnet wurde, und einen sehr merklichen Schweif von etwa 15′ oder $^1/_4{}^\circ$ Länge, wie man am 10. März in den Washingtoner Beobachtungen (Astron. Observations, Vol. II, p. 334) und am 15. März in den Berliner Beobachtungen (3. Bd., p. 221) angegeben findet. Nach den Bemerkungen der Berliner Beobachter (Encke und Galle) erschien der Komet am 15. März sehr hell mit beträchtlich großer Lichtverdichtung im Zentrum und auch am 1. April noch ziemlich hell.

Das ist in der Hauptsache das wenige, was über den Kometen selbst berichtet wurde und auch schon von J. v. Hepperger in seiner Bahnbestimmung des Kometen[1] zusammengestellt worden ist. Es wird jedoch wesentlich ergänzt durch die nachstehende Beschreibung von J. F. J. Schmidt, der damals an der Sternwarte in Bonn war (Astr. Nachr. 24, p. 260).

[1] Sitzber. der math.-naturw. Kl., Bd. 95, Abt. II (1887).

Am 21. März erschien der Komet bei einem Durchmesser von höchstens 3 Minuten äußerst glänzend und intensiv weiß, nach außen wenig verwaschen und mit einer kaum kennbaren Schweifspur. Hernach, wie sein Glanz abnahm, wuchs sein Durchmesser bis auf 5′. Am 21. März übertraf er die drei anderen gleichzeitig sichtbaren Kometen bedeutend an Helligkeit. Selbst bei Vollmondschein konnte er noch gut beobachtet werden. (Damit war vermutlich der Vollmond vom 11. April, nicht der vom 13. März gemeint.)

Die drei von Schmidt als Vergleichsobjekte erwähnten Kometen waren: 1846 I (de Vico's erster Komet dieses Jahres), 1846 III (Brorsen) und 1846 II (der Biela'sche periodische Komet, der in jener Erscheinung ein Doppelkomet geworden ist). Bezüglich des letzteren muß aber bemerkt werden, daß er nach Schmidt am 26. Februar und die folgenden Tage, bis der Mond erschien, dem freien Auge sichtbar war. In der späteren Zeit, also insbesondere im März, hat zwar Schmidt eine solche Mitteilung nicht mehr gemacht, wohl aber ist von Resthuber in Kremsmünster bemerkt worden, daß man den Kometen (und zwar den größeren) am 20. März und die folgenden Tage bis 30. März mit freiem Auge erkennen konnte.

Jedenfalls war der Komet 1846 IV, wenn er auch nur zu den teleskopischen gehört hat, unter diesen einer der auffälligsten, und es würde dementsprechend nahe liegen, als Helligkeit $6^1/_2{}^m$—$7^1/_2{}^m$ anzunehmen; auf Grund der von Schmidt angegebenen Vergleichung könnte sie jedoch viel bedeutender gewählt werden, aber ich meine, man sollte bei der 6. Größe stehen bleiben.

In der schon zitierten Abhandlung von J. v. Hepperger wurden die folgenden Bahnelemente als die wahrscheinlichsten gefunden (auch in Astr. Nachr. 117, p. 245):

T = 1846 März 5·55237 m. Z. Paris, $\pi - \Omega = 12° 53' 27''$, $\Omega = 77° 33' 16''$, $i = 85° 6' 27''$,
$\log q = 9·822036$, $e = 0·962910$; Umlaufszeit 75·7 Jahre mit einer Unsicherheit von $\pm 3^a$.

Die Abhandlung enthält auch eine vollständige Ephemeride, aus welcher hier für die Untersuchung des Kometen 6 Tage ausgewählt wurden (12^h m. Z. Paris).

(V)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1846	Febr. 20·5	14° 31′	− 7° 5′	+ 40° 30′	9·8549	0·0340	− 0·55	63°0
	März 1·5	15 8	+ 8 8	32 37	9·8254	0·0529	0·61	60·7
	10·5	14 18	21 8	23 26	9·8271	0·0796	0·47	55·8
	15·5	13 18	27 17	17 51	9·8418	0·0944	0·32	53·1
	21·5	11 45	33 45	+ 10 50	9·8692	0·1106	− 0·10	47·2
	April 1·5	8 13	+ 43 40	− 2 42	9·9335	0·1334	+ 0·33	50·4

Am 13. März und 11. April war Vollmond.

Zunächst sollen die Durchmesserangaben von Schmidt auf $\Delta = 1·0$ reduziert werden.

(V)		D	D_1
1846	März 21	3′	3′9
	April 13 (?)	5	7·0

Zu Padua erschien am 1. März bei Mondlicht der Durchmesser der schwachen Nebelhülle nicht größer als 1′. Der Mond war übrigens am 1. März erst 4 Tage alt, stand jedoch nicht weit vom Kometen.

Bezüglich der Helligkeit des Gestirnes ist man zwar auf Annahmen angewiesen, doch wird man wohl nicht weit fehlgehen, wenn man für Ende Februar oder Anfang März, als der Komet noch mehr südlich stand, die 6., für Anfang April die 7. und für Ende April oder Anfang Mai, als er noch in Bonn beobachtet werden konnte, die 9. Größe annimmt. Man hat nach diesen Annahmen:

(V)			H	$5 \log r\Delta$	H_1
1846	März	1	$6^m?$	$-$ 0·6	6^m6
	April	1	7 ?	+ 0·3	6·7
	Mai	1	9 ?	+ 1·3	7·7

Die nächste Erscheinung wird wohl erkennen lassen, wie weit diese Annahmen richtig sind, vorausgesetzt, daß sich der Komet bis dahin nicht wesentlich geändert hat und nicht etwa eine verblüffende Überraschung bringt, wie der Westphal'sche bei seiner Wiederkehr im Jahre 1913.

Reduktion der zwei Angaben über die Länge des Schweifes:

(V)			r	Beobachtungsort	C	S
1846	März	10	0·67	Washington	15'	0·006
		15	0·69	Berlin	15	0·007

Der Encke'sche Komet.

Die erste ausgedehnte Untersuchung über die Helligkeitsverhältnisse des Encke'schen Kometen in seinen verschiedenen Erscheinungen ist von A. Berberich im 119. Band der »Astron. Nachrichten (1888) bekannt gemacht worden. Es wurden die auffallendsten Momente der sämtlichen bis 1885 beobachteten Erscheinungen unter stetiger Anwendung des Intensitätsverhältnisses $1 : r^2\Delta^2$ einer einheitlichen Betrachtung unterzogen, aus deren Ergebnissen hervorzugehen schien, daß der Komet in einigen Erscheinungen besonders hell, in anderen, dazwischen liegenden, auffallend lichtschwach gewesen ist und daß sich in der Wiederkehr der einen wie der anderen eine Periodizität erkennen läßt, welche an die der Sonnenflecke erinnert. Dabei wurde unter anderem auch bemerkt, was tatsächlich von wesentlicher Bedeutung ist, daß die lichtschwachen Erscheinungen meist solche sind, in denen der Komet nur auf der südlichen Halbkugel, nach seinem Periheldurchgang, beobachtet wurde.

Dazu sei als eine sehr notwendige Ergänzung hinzugefügt, daß der Komet infolge seiner Bahnlage vor dem Perihel fast ausschließlich für die Nordhemisphäre, nach dem Perihel für die Südhemisphäre zu sehen ist.

Vier Jahre später (1892) erschien ein Aufsatz von Fr. Deichmüller: »Über die Vorausberechnung der Kometenhelligkeiten« (Astr. Nachr., Bd. 131), in welchem unter anderem gezeigt wurde, daß es gar nicht nötig sei, beim Encke'schen Kometen Helligkeitsschwankungen anzunehmen; man könne nämlich alle Erscheinungen miteinander in Übereinstimmung bringen, allerdings unter der etwas befremdenden Annahme, daß sich die beobachteten Helligkeiten nicht nach dem Verhältnis $1 : r^2\Delta^2$, sondern nach $1 : r^2$ ändern, so daß also aus der Helligkeitsformel die Distanz des Kometen von der Erde Δ ganz wegzulassen wäre.

Diese Art der Berechnung ist aber trotz des anscheinend besseren Resultates ganz unzulässig. Der Sichtbarkeitsgrad eines Himmelskörpers, seine Augenfälligkeit, Auffälligkeit, Wahrnehmbarkeit, Gesamthelligkeit, sei es nun die eines großen Planeten wie Jupiter, oder eines Kometen mit einem ansehnlichen Durchmesser, ist gewiß nicht ausschließlich durch seine Flächenhelligkeit bedingt, sondern wird offenbar auch durch die Größe des Objektes, die am einfachsten durch seinen (scheinbaren) Durchmesser definiert erscheint, vermehrt oder vergrößert. Es hat daher nebst dem Radiusvektor r sicherlich auch die Distanz von der Erde Δ in Betracht zu kommen.

Gegen den Gebrauch von Δ^2 ist also nichts einzuwenden; wohl aber gegen den Exponenten von r. Und dadurch gelangen wir sofort zur Beantwortung der sehr naheliegenden Frage, wie es kommt, daß

die Untersuchung von Deichmüller trotz der Unzulässigkeit seiner Helligkeitsformel zu anscheinend richtigeren Folgerungen geführt hat, als die von Berberich nach der gewöhnlichen Formel. Die Antwort liegt, wie ich schon vor längerer Zeit bemerkt habe (Astr. Nachr., Bd. 135, p. 377), in dem Umstand, daß die Helligkeitsänderungen eines Kometen in beträchtlicher Sonnennähe viel größer sind, als nach der 2. Potenz von r zu erwarten wäre, und daß daher, wenn man schon bei einer Potenz von r bleiben will, eine höhere, beispielsweise die 3., 4. oder 5., einzuführen wäre. Es soll also, kurz gesagt, in der Helligkeitsformel die Funktion von r das Übergewicht über die von Δ erhalten, und das geschieht nicht nur, wenn der Exponent von r größer gewählt wird als der von Δ, sondern auch, wenn man r^2 beibehält und dafür den Exponenten von Δ wesentlich kleiner wählt, beispielsweise, wie dies ja Deichmüller, allerdings in einer ganz anderen Meinung getan hat, geradezu gleich null setzt.

Das ist übrigens, wie auch Berberich (a. a. O., p. 52) bei der Erscheinung von 1822 hervorgehoben hat, schon vor längerer Zeit erkannt worden. Encke schrieb anläßlich der Vorausberechnung für 1832 (Astr. Nachr., Bd. 9, p. 329): »Es scheinen sich bei diesem Kometen alle Umstände dahin zu vereinigen, daß die Entfernung von der Sonne (also r) oder, wenn man will, die Intensivität des reflektierten Lichtes über seine Sichtbarkeit entscheidet; die Lichtmenge oder die scheinbare Größe des Kometen (also Δ) hat einen weit geringeren Einfluß.« Ähnlich äußerte sich Olbers zu derselben Zeit (Harding, kleine astronomische Ephemeriden für 1832, p. 95; Olbers' gesammelte Werke, herausgegeben von Schilling, p. 436): »Erfahrung hat uns 1828 belehrt, daß seine Sichtbarkeit mehr von seinem Abstande von der Sonne, als von seiner größeren oder kleineren Entfernung von der Erde abhängt; sein scheinbarer Durchmesser bleibt immer hinreichend groß, wenn der Komet nur so hell ist, daß man ihn vom Himmelsgrunde unterscheiden kann.«

Als Kuriosum sei hier angeführt, daß Encke einmal den Versuch gemacht hat (nämlich beim Kometen 1818 II im Berliner Astr. Jahrbuch für 1821, p. 164), nebst dem üblichen Verhältnis $1 : r^2\Delta^2$ auch $1 : \Delta^2$ in Rechnung zu ziehen, aber sofort bemerkt hat, daß dies der Erscheinung des Kometen in jeder Beziehung widerspricht. Hätte Encke damals nebst der nach diesen zwei Formeln berechneten Lichtstärke auch noch die nach $1 : r^2$ berechnete zur Anschauung gebracht, so wäre er dadurch den tatsächlichen Helligkeitsverhältnissen wesentlich näher gekommen.

Übrigens muß noch Folgendes bemerkt werden. Wenn man die von Deichmüller durchgeführte Anwendung der von ihm vorgeschlagenen Formel $1 : r^2$ auf die verschiedenen Erscheinungen des Encke'schen Kometen Schritt für Schritt verfolgt, so sieht man immer bestimmter, daß die Formel doch nicht das leistet, was von ihrem Verfechter angekündigt worden ist. Durch $1 : r^2$ werden wohl, was ja infolge des Überwiegens der Potenz von r über die von Δ von vorneherein zu erwarten ist, die Helligkeitsverhältnisse des Kometen in einer und derselben Erscheinung besser dargestellt als durch $1 : r^2\Delta^2$, aber eine befriedigende Verbindung der verschiedenen Erscheinungen untereinander wird dadurch nicht erreicht. Die von Berberich als hell bezeichneten Erscheinungen werden zwar im allgemeinen abgeschwächt und die als schwach erkannten einigermaßen verstärkt, aber doch nicht in dem Maße, daß dadurch der Unterschied zwischen hellen und schwachen Erscheinungen wesentlich herabgemindert werden würde. Es bleiben also die auffallendsten Ergebnisse der Untersuchung von Berberich, 1. daß es beim Encke'schen Kometen hellere und schwächere Erscheinungen gibt, 2. daß in der Wiederkehr derselben eine Periodizität zu bemerken ist, und 3. daß die lichtschwachen Erscheinungen meistens diejenigen sind, in denen der Komet auf der südlichen Hemisphäre beobachtet worden ist, immer noch bestehen.

Was zunächst die geringere Helligkeit des Kometen in der Zeit nach dem Perihel betrifft, so ist diese durch die Berichte fast aller Observatorien der Südhemisphäre festgestellt, wo man Gelegenheit gefunden hat, den Kometen nach seinem Periheldurchgang zu beobachten. Das muß somit als eine Tatsache anerkannt und zugegeben werden, und zwar als eine solche, deren Ursache im Kometen selbst gelegen ist. Er verliert die schöne, kernähnliche Lichtverdichtung, welche er vor dem Perihel durch seine Annäherung an die Sonne gewinnt, nach dem Perihel sehr rasch, und zwar rascher, als er sie vor dem Perihel gewonnen hat.

Ganz anders verhält es sich mit der Periodizität, das heißt mit der ziemlich regelmäßigen Wiederkehr von helleren, beziehungsweise schwächeren Erscheinungen. Diese Wiederholungen sind in der Umlaufszeit des Kometen begründet und insbesondere in dem Verhältnis derselben zur Umlaufszeit unserer Erde.

Wie dies zusammenhängt, wird sofort klar, wenn man sich vor Augen hält, unter welchen Umständen eine Erscheinung des Kometen für eine bestimmte Erdhemisphäre günstig und wann ungünstig ist.

Gelangt der Komet schon lange vor dem Perihel in die Erdnähe, so ist er während derselben für die nördliche Hemisphäre, und zwar ganz gut zu sehen, für die südliche nach dem Perihel aber nur schwer oder gar nicht. Kommt er erst nach dem Perihel in die Erdnähe, so ist er während derselben nur für die südliche Hemisphäre zu sehen, nachdem er vor dem Perihel für die nördliche nur schwer oder gar nicht zu sehen gewesen war. Zwischen diesen extremen Fällen liegen solche Erscheinungen, in denen der Komet sowohl vor dem Perihel auf der Nordhemisphäre, als auch nach dem Perihel auf der Südhemisphäre gesehen werden kann, wenngleich die Annäherung an die Erde nicht so bedeutend ist, wie in einem der zwei soeben dargelegten Fälle.

Welcher von diesen Fällen für irgend eine Erscheinung eintritt, ist ausschließlich durch den Ort unserer Erde zur Zeit der Perihelpassage des Kometen bedingt, oder mit anderen Worten durch den Monat (und wenn man ganz genau sein will, durch den Jahrestag), mit welchem der Periheldurchgang des Kometen zusammentrifft. Welche Verschiedenheiten dadurch zum Vorschein kommen können, zeigt die folgende Übersicht, in welche alle bisher beobachteten Erscheinungen des Kometen eingetragen sind.

Die Sichtbarkeitsverhältnisse des Encke'schen Kometen in verschiedenen Erscheinungen.

Perihel	Erdnähe	Kleinste Distanz von der Erde	Hemisphäre	Beobachtete Erscheinungen
Dezember	6 Wochen vor dem Perihel	0·3—0·2	Nord	1795, 1838, 1871, 1914
Anfang Jänner	4 » » » »	0·5	»	1829, 1905
Ende Jänner	2 » » » »	0·6	»	1786, 1819
Anfang Februar	eine Woche » » »	0·6	Nord, Süd	1862, 1895
März, erste Hälfte	fast gleichzeitig mit der Sonnennähe	0·65	» »	1852, 1885
Mitte April	3 Wochen nach dem Perihel	0·5	» »	1842, 1875
Ende April und Anfang Mai	6 » » » «	0·3	Süd	1832, 1908
Ende Mai	6 » » » »	0·3	»	1822, 1865, 1898
Ende Juni und Anfang Juli	5 » » » »	0·7	»	1855, 1888
Ende Juli	3—4 » » » »	1·0	»	1878
August, erste Hälfte	3 » » » »	1·1	Nord,Süd (?)	1845
August, zweite Hälfte	2—3 » » » »	1·3	Nord, Süd	1835, 1911
Mitte September	2—3 » vor » »	1·2	Nord	1825, 1868, 1901
Mitte Oktober	4 » » » »	0·9	»	1858, 1891
November, zweite Hälfte	5 » » » »	0·4—0·5	»	1805, 1848, 1881

Betrachtet man in der letzten Kolumne dieser Zusammenstellung die Zeitintervalle, welche zwischen den Erscheinungen eines bestimmten Sichtbarkeitstypus liegen, so sieht man, besonders wenn man auch noch einen benachbarten Sichtbarkeitstypus mit einbezieht, daß die Erscheinungen desselben Typus oder von zwei einander benachbarten Typen fast durchgehends nach folgenden Zeiträumen wiederkehren: 10, (13), 33, (43), und schließlich 76 Jahre. Man gelangt zu diesen Zahlen auch auf rein rechnerischem Wege dadurch, daß man die Umlaufszeit des Kometen, welche durchschnittlich 3·304 Jahre beträgt, mit ganzen Zahlen multipliziert und dabei jene Produkte ins Auge faßt, welche einer ganzen oder beinahe ganzen Anzahl von Jahren entsprechen. Also zunächst: $3\times3\cdot3=9\cdot9$, fast 10 Jahre, $4\times3\cdot3=13\cdot2$, etwas mehr

als 13 Jahre; ferner zeigt sich, daß sich 10 Umläufe des Kometen über 33 Jahre, 13 Umläufe über 43 Jahre und 23 Umläufe über 76 Jahre erstrecken.

Für unseren Zweck sind die wichtigsten dieser Intervalle die ersten zwei; sie zeigen, daß sich Erscheinungen desselben Typus, also entweder helle oder schwache, eventuell auch mittlere, schon nach 3 Umläufen oder 10 Jahren, in einem entfernteren Grade auch nach 4 Umläufen oder 13 Jahren, wiederholen. Und da haben wir die Periode von 10 bis 13 Jahren, welche, wenn man auf die innerliche Begründung nicht achtet, als die der Sonnenflecke gedeutet werden kann.

Solche Gruppen sind insbesondere die folgenden:

Hellere Erscheinungen (Nordhemisphäre): 1795, 1805; 1819, 1828/29, 1838, 1848, 1858, 1868; 1871, 1881, 1891, 1901; 1894/95, 1904/5, 1914.

Schwächere Erscheinungen (Südhemisphäre): 1865, 1875, 1878; 1875, 1885, 1888; 1885, 1895, 1898.

Es ist also, was Berberich durch seine Untersuchungen gefunden hat, nämlich die Periodizität von helleren, beziehungsweise schwächeren Erscheinungen, in der Hauptsache richtig, nur die Erklärung ist zu weit hergeholt. Die Ursache liegt, wie schon gesagt, in dem Verhältnis der Umlaufszeit des Kometen zu der unserer Erde.

Ich komme nun zu meinen eigenen Untersuchungen über die Helligkeit des Encke'schen Kometen und möchte dazu gleich hier vorausschicken, daß ich bei der Vergleichung der verschiedenen Erscheinungen untereinander ganz so vorgegangen bin, wie ich es zuerst 1894 (Astr. Nachr. 135, p. 380) angegeben und seither auch bei anderen Kometen, so zunächst beim Halley'schen, getan habe. Ich suche die anjetzt noch unbekannte Helligkeitsfunktion, die aber jedenfalls eine Funktion von r ist, gewissermaßen zu eliminieren, und zwar durch die Voraussetzung, daß ein periodischer Komet bei demselben Radiusvektor r vor beziehungsweise nach dem Perihel wieder dieselbe Helligkeit erlangt. Wie weit dies beim Encke'schen Kometen erreicht worden ist, wird die am Schluß folgende Helligkeitstabelle zeigen, welche durch ihre Zweiteilung unter anderem darauf aufmerksam macht, daß Helligkeitswerte vor und nach dem Perihel getrennt untersucht sind, was bei den Kometen im allgemeinen umsomehr geschehen sollte, je bedeutender die Annäherung an die Sonne, also je kleiner die Periheldistanz ist.

Da die Erscheinungen des Encke'schen Kometen von 1786 und 1795 schon im II. Teil untersucht sind, soll hier daraus nur das Wichtigste wiederholt werden.

1786 I (E). Perihel am 30. Jänner. Der Komet ist nur am 17. und 19. Jänner beobachtet worden, und zwar an beiden Tagen von Méchain, an dem letzteren auch von Messier.

Nach Méchain war er durchs Fernrohr gesehen ziemlich glänzend, der Nebel wenig ausgebreitet und man sah etwas vom Schweif als einen schwachen Streifen. Nach Messier war er ziemlich groß, ziemlich hell, der Kern glänzend, umgeben von einer Nebulosität, ohne Schweif. Er war auffallender als der in der Nähe stehende schöne »Nebel« beim Kopf des Wassermannes, das ist Messier Nr. 2 ($\alpha = 320°3$, $\delta = -1°8$). Der Komet war auch mit einem Nachtfernrohr von 15 Zoll Brennweite zu sehen, aber wegen der starken Abenddämmerung nur schwach.

Nach diesen Angaben kann die Helligkeit des Kometen in der Nähe der 5. Größe angenommen werden; unter dieser Annahme wäre, da am 19. Jänner $\log r = 9{\cdot}657$, $\log \Delta = 9{\cdot}800$, also $5 \log r\Delta = -2{\cdot}7$ war, die reduzierte Helligkeit nahe bei 7^m7 gewesen.

1795 (E). Perihel am 21. Dezember, Erdnähe ($\Delta = 0{\cdot}26$) am 7. November.

Diese Erscheinung war eine für die Nordhemisphäre der Erde sehr günstige, und es weisen auch in der Tat sämtliche Beobachtungsnotizen darauf hin, daß der Komet wirklich ein sehr ansehnliches Objekt gewesen ist.

Zunächst wurde von W. Herschel, der ihn am 7. November gleich nach der Entdeckung durch seine Schwester Karoline bezüglich seiner Position beobachtet hat, die sehr wichtige Bemerkung gemacht, daß er auch mit bloßen Augen zu sehen sei (just visible to the naked eye).

Am 14. November ist der Komet von Bouvard in Paris entdeckt worden und in der Anzeige dieser Entdeckung ist bemerkt, daß er von der Größe des Andromedanebels war.

Bode in Berlin, der den Kometen vom 11. November an verfolgt hat, hatte am 18. das Vergnügen, ihn als eine Art Schaustück zeigen zu dürfen.

Olbers, der ihn am 19. November zum erstenmal gesehen und vom 21. bis 27. November beobachtet hat, fand ihn so auffallend, daß er die Meinung aussprach, man hätte ihn auch schon vor der Berliner Auffindung und vielleicht mit bloßen Augen sehen können; diese Vermutung war, wie wir aus W. Herschel's Bemerkung vom 7. November wissen, tatsächlich berechtigt. Außerdem hat Olbers in seinen Mitteilungen über den Kometen von 1796 hervorgehoben, daß der vom November 1795 viel größer und heller war.

Alles dieses zeigt offensichtlich, daß der Komet, wenngleich im allgemeinen nur teleskopisch, doch ein recht ansehnliches und auffälliges Objekt gewesen ist. Die angebliche Lichtschwäche, auf die von Berberich und von Deichmüller Schlüsse gebaut worden sind (Astr. Nachr. 119, p. 50 und 131, p. 35), die zu irrigen Folgerungen geführt haben, bezieht sich nur darauf, daß er zum Beobachten mit dem Fadenmikrometer zu schwach war oder mit anderen Worten, daß er die Beleuchtung der Fäden im Fernrohr nicht vertrug. Durch diesen Umstand ist gar nicht ausgeschlossen, daß er bei unbeleuchtetem Gesichtsfeld und geringer Vergrößerung als ein recht ansehnlicher Nebelstern erschienen ist, der bei einiger Aufmerksamkeit von besseren Augen auch ohne Fernrohr gesehen werden konnte.

Mit der elliptischen Bahn von Encke wurde die folgende Ephemeride gerechnet (6^h m. Z. Paris).

(E)	α	δ	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1795 Nov. 7·25	301°3	+ 40°8	0·014	9·409	− 2·9	73°4
11·25	288·2	33·1	9·985	9·411	3·0	87·6
15·25	277·8	24·7	9·953	9·432	3·1	101·6
19·25	269·6	16·6	9·918	9·468	3·1	114·7
23·25	263·1	9·4	9·879	9·514	3·0	126·7
27·25	257·7	+ 3·1	9·834	9·566	− 3·0	137·3

Am 26. November war Vollmond.

Über den Durchmesser des Kometen sind an zwei Tagen bestimmte Angaben gemacht worden:

(E)	Beobachter	D	D_1
1795 Nov. 7	W. Herschel	5'5	1'4
21	Maskelyne	2·5	—
	Olbers	3	0·9

Bezüglich der Helligkeit erscheint es angemessen, für den 7. November 6^m0 und für den 15. eine zwischen 5^m und 6^m liegende Helligkeit, also etwa 5^m5 anzunehmen; man hat nach dieser Annahme:

(E)	r	H	$5 \log r\Delta$	H_2
1795 Nov. 7	1·03	6·0	− 2·9	8^m9
15	0·90	5·5	− 3·1	8·6

Dadurch wird nicht nur den Angaben von W. Herschel und Bouvard entsprochen, sondern auch dem Umstand, daß der Komet bei geringen Höhen mit bloßen Augen nicht zu sehen war.

1805 (E). Perihel 21. November, Erdnähe Mitte Oktober ($\Delta = 0\ 4$); Nordhemisphäre, Morgenhimmel.

Der Komet ist in den Morgenstunden des 20. Oktober (bürgerl. Datum) von drei verschiedenen Beobachtern entdeckt worden; von Huth in Frankfurt a. d. Oder (Mon. Corr., Bd. 12, p. 499), von Pons in Marseille (a. a. O., p. 502) und von Bouvard in Paris (Conn. d. Temps 1808, p. 338).

Der erste unter diesen hat den Kometen nicht nur hinsichtlich seines Laufes, sondern auch bezüglich seines Aussehens so oft als nur möglich beobachtet und — im Gegensatz zu dem letzten — gleich in der allerersten, vom 22. Oktober datierten, Mitteilung bemerkt, daß der Komet auch mit bloßem Auge, wenngleich nur schwach zu sehen war, und an Größe, Farbe und Helligkeit sehr dem großen Andromedanebel glich, außer, daß er fast kreisförmig und am nördlichen Rande schärfer begrenzt war (angenommen 6^m0). Am 22. Oktober schien der Komet heller und etwas größer zu sein als am Entdeckungstag. Auch an den folgenden Tagen fand dieser Beobachter, daß die Größe und Helligkeit des Kometen noch zunahm, sodaß er ihn am 25. Oktober mit bloßen Augen wie einen Stern 5. Größe sehen konnte.

In der Mitteilung der Pariser Beobachtungen (a. a. O.), die bis zum 3. November reichen, ist, wie schon angedeutet, der Komet als dem bloßen Auge unsichtbar bezeichnet; wahrscheinlich hat man dort auf eine etwaige Sichtbarkeit des Gestirnes für das bloße Auge nicht besonders geachtet.

Was Huth noch weiter an dem Kometen beobachtet hat und überhaupt die Gesamtheit seiner Beobachtungen ist im Berliner Astr. Jahrbuch für 1809, p. 127 bis 131 der Reihe nach in Kürze zusammengestellt. Darin ist für den Entdeckungstag auch noch angegeben, daß der Komet ohne Kern und sein »sichtbarer Durchmesser» 4 bis 5′ war.

Am 29. Oktober morgens sah der Beobachter am nördlichen Rand des Kometen einen sternähnlichen Kern, nachdem er schon am 25. ein kernähnliches Flimmern bemerkt hatte; Größe und Helligkeit des Kometen schienen seit dem 25. nicht zugenommen zu haben.

Am 1. November morgens, bei sehr reiner Luft, zeigte sich sowohl durch den Dollond als durch den Kometensucher sehr deutlich, daß der Komet einen Schweif erhalten hatte, dessen Länge über 3° betrug, während die Breite $^1/_3$ von dem Durchmesser des Kometen, also etwa $1^2/_3′$ war. Seine Ränder waren ziemlich scharf begrenzt, besonders nahe am Kometen. Nach dem Ende hin breitete er sich aus, sodaß er daselbst etwa doppelt so breit als dicht am Kometen war, und verlor sich ohne deutliche Grenze. (Hiezu möchte ich bemerken, daß sich der Komet damals ziemlich ebenso gezeigt zu haben scheint, wie ich ihn beispielsweise am 29. November 1904 beobachtet habe; man sehe Astr. Nachr., Bd. 167, p. 222.) Die Helligkeit des Schweifes erreichte aber die des Kometenkopfes lange nicht und nahm allmählich ab. Übrigens war der Komet heute heller als bisher. Der Beobachter sprach noch die Vermutung aus, der Schweif sei schon früher dagewesen und nur wegen der Dunstigkeit der Luft nicht bemerkt worden. Diese Vermutung erhält zum Teil eine Bestätigung dadurch, daß der Schweif am nächsten Morgen bei sehr dunstiger und nebeliger Luft nur nahe am Körper des Kometen und überdies nur matt sichtbar war.

Am 3. und 6. November war von einem Kern nichts zu bemerken, der Schweif beträchtlich schwächer als das Licht der Koma, matt und kurz.

Am 13. und 14. November wurde der Komet von Huth zum letztenmal beobachtet und am 16. zum letztenmal gesehen.

Olbers, der infolge ungünstiger Verhältnisse den Kometen nur viermal beobachten konnte (30. Oktober, 1., 13. und 14. November, bürgerl. Datum), hat trotzdem auch wichtige Angaben über sein Aussehen gemacht; so zunächst die, daß der Komet an sich (das heißt wohl hinsichtlich der auf die Distanzeneinheit reduzierten Größe) viel größer war als der folgende, das ist der Biela'sche Komet 1806 I. Am 30. Oktober zeigte sich eine schwache Spur von einem Schweif. Dieser war am 1. November noch deutlicher und ließ sich im Kometensucher bis auf $2^1/_2°$ verfolgen, auch blickte ein neblichter Kern durch. Bei den zwei letzten Beobachtungen, die bei Mondschein (letztes Viertel) und beginnender Dämmerung gemacht werden mußten, schien der Komet an Lichtstärke einem Stern 4. Größe gleichzukommen.

Diese Notizen stehen in der zweiten diesbezüglichen Einsendung von Olbers (Berliner Astr. Jahrbuch 1809, p. 134), jedoch nicht in der ersten (Mon. Corr., Bd. 13, p. 79). Man findet sie aber auch, allerdings ein klein wenig anders, in der von Schur und Stichtenoth besorgten »Neuen Reduktion«

(Berlin 1899); das sind also die Originalaufschreibungen. Dort ist beim 29. Oktober bemerkt, daß der Komet etwa 4′ im Durchmesser hatte und die schwache, kaum merkliche Schweifspur etwa $1^1/_2{}^\circ$ lang war. Am 31. Oktober war der Schweif viel mehr sichtbar und der Beobachter glaubte ihn auf etwa 3° verfolgen zu können. Am 12./13. November war des Mondscheins und der Dämmerung wegen vom Schweif nichts zu erkennen.

Man sieht, diese Notizen von Olbers decken oder ergänzen sich mit denen von Huth. Dasselbe gilt auch von den Aufzeichnungen von Bode (Berliner Astr. Jahrbuch 1809, p. 261), obwohl diese nur sehr spärlich sind. Am 1. November morgens sah auch dieser Beobachter durch seinen Aufsucher am Kometen deutlich einen kleinen dünnen Schweif. Am 3. war vom Schweif schon weniger zu erkennen.

Am längsten, und zwar zuletzt am 19./20. November, ist der Komet in Marseille von Thulis beobachtet worden.

Die zur Untersuchung dieser Erscheinung dienlichen Zahlen wurden direkt gerechnet, und zwar nach der elliptischen Bahn von Encke (Astr. Jahrbuch 1822, p. 190):

$$T = 1805\ \text{Nov.}\ 21{\cdot}50638, \quad \pi - \Omega = 182^\circ\ 27'\ 14'', \quad \Omega = 334^\circ\ 20'\ 10'', \quad i = 13^\circ\ 33'\ 30'',$$
$$\log q = 9{\cdot}5320168, \quad e = 0{\cdot}846175.$$

Die Auswahl der in Rechnung zu ziehenden Tage ergab sich beinahe von selbst.

(E)	α	δ	λ	β	$\lambda - L$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1805 Okt. 19·7	166°6	+ 33°4	153° 57′	+ 25° 20′	− 52° 24′	9·9226	9·6469	− 2·15	97°2
24·7	178·9	23·7	169 9	21 13	42 11	9·8738	9·6805	2·23	106·1
31·7	191·3	+ 11·1	185 55	14 42	32 25	9·7925	9·7574	2·25	112·6
Nov. 12·7	206·5	− 5·5	206 36	5 5	23 47	9·6159	9·9197	2·32	99·8
19·7	215·9	− 13·5	218 1	+ 0 45	− 19 27	9·5365	0·0135	− 2·25	73·0

Am 7./8. November war Vollmond, am 13. letztes Viertel.

Es sollen zunächst die zwei Durchmesserangaben auf $\Delta = 1{\cdot}0$ reduziert werden.

(E)	Beobachter	D	D_1
1805 Okt. 19	Huth	4–5′	2′0
29	Olbers	4′	2′2

Bezüglich der Helligkeit des Kometen hat sich, wie man oben sieht, die verhältnismäßig große Zahl von drei Angaben, zwei direkt beobachtete und eine angenommene, zusammengefunden; ihre Reduktion auf die Distanzeneinheit gestaltet sich wie folgt:

(E)	r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1805 Okt. 19	0·84	$6^m?$	− 2·2	8m2
24	0·75	5	− 2·2	7·2
Nov. 12	0·41	4	− 2·3	6·3

Die für den letzten Oktober- und ersten Novembertag von zwei Beobachtern zu 3° angegebene scheinbare Länge des Schweifes führt auf die wahre Länge $S = 0{\cdot}032$. Dieser Wert gehört zu $r = 0{\cdot}62$.

1819 I (E). Perihel 27. Jänner, Erdnähe 20. (?) Jänner; Nordhemisphäre, Abendhimmel.

Diese Erscheinung ist diejenige, durch deren genaue Untersuchung, in Verbindung mit der von 1805, J. F. Encke, damals Astronom der Sternwarte Seeberg bei Gotha, zur Entdeckung der Periodizität des Kometen geführt worden ist (Berliner Astr. Jahrbuch 1822, p. 175 und 180).

Der Komet wurde am 26. November 1818 von Pons in Marseille entdeckt und war nach der Angabe desselben an diesem Tage sehr klein, schlecht begrenzt, eine unförmliche Nebulosität (Correspondance astronomique I, p. 518); in einem Schreiben vom 28. Dezember (a. a. O., p. 602) heißt es aber, daß der »Komet des Pegasus« an Licht zunimmt und daß man anfängt, ihn mit bloßen Augen zu vermuten (6^m5?).

Auch Encke hat in seiner schon zitierten ersten Bahnbestimmung dieses Kometen, die hauptsächlich auf die Beobachtungen aus Marseille, Mannheim, Göttingen und Seeberg (die drei letzteren Reihen auch in der Corresp. astr. II, p. 188) gegründet ist, eine Beschreibung des Gestirnes mitgeteilt, und zwar die folgende (Berliner Astr. Jahrbuch 1822, p. 191). Der Komet war (augenscheinlich bei den fünf in der Zeit vom 1. bis 12. Jänner angestellten Seeberger Beobachtungen) ziemlich lichtstark, ein Kern schien manchmal durchzuschimmern, von einem Schweife war kaum eine Spur zu entdecken. Am 5. Jänner, wo er zugleich mit dem Nebelfleck im Wassermann (Nr. 77 Bode) im Felde war, glich sein Äußeres diesem fast vollkommen.

Dieser Nebel (eigentlich Sternhaufen) ist identisch mit Messier Nr. 2 und seine Position für 1819: $\alpha = 21^h\,24^m1$, $\delta = -1°\,37'$. Er ist an dem genannten Tage auch in Paris (Observations I, p. 139) bei der Beobachtung des Kometen mitbeobachtet worden, doch ist dort außer der Position nichts weiter angegeben. Der Helligkeitseindruck desselben ist nach der Uranometria Argentina 6^m8, nach meinen Beobachtungen 6^m5 bis 6^m7.

Die Pariser Beobachtungen des Kometen (auch in der Connaissance des Temps 1822, p. 349) sind von Encke in seiner zitierten Bahnbestimmung noch nicht verwendet; sie reichen vom 17. Dezember bis 12. Jänner. Am 3. und 4. Jänner wurde der Komet zu Kremsmünster beobachtet (Berliner Jahrb. 1822, p. 157), wobei aber der kaum bemerkbare Kern nur geschätzt werden konnte.

Da auch für diese Erscheinung eine zur Untersuchung des Kometen verwendbare Ephemeride nicht vorliegt, habe ich die nötigen Größen wieder direkt nach den Bahnelementen gerechnet, und zwar nach der Ellipse von Asten:

$$T = 1819 \text{ Jänner } 27{\cdot}25958, \quad \pi - \Omega = 182°\,26'\,29'', \quad \Omega = 334°\,33'\,18'', \quad i = 13°\,36'\,56'',$$
$$e = 0{\cdot}848619, \quad \log q = 9{\cdot}5252819.$$

Es sei darauf aufmerksam gemacht, daß in Galle's Kometenbahnverzeichnis vom Jahre 1894 als Perihelzeit irrtümlich Jänner 27·95958 steht, während es, wie aus der Originalabhandlung von Asten unmittelbar hervorgeht, 27·25958 heißen soll (siehe auch meine Notiz in Astr. Nachrichten 193, p. 143). Die hier in Rechnung gezogenen vier Tage waren sämtlich auch Beobachtungstage.

(E)		α	δ	λ	β	$\lambda - L$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1818	Nov. 27·3	332°4	+ 8°1	337° 24'	+ 18° 9'	+ 92° 24'	0·1111	9·9007	+ 0·06	49°7
	Dez. 27·3	325·0	+ 1·7	327 51	14 50	52 20	9·9062	9·8577	− 1·18	80·0
1819	Jänn. 5·3	321·2	− 1·3	323 5	13 10	38 24	9·8072	9·8212	− 1·86	97·9
	12·3	315·6	− 5·6	316 17	+ 10 48	+ 24 27	9·7098	9·7902	− 2·50	120·8

In dieser Zeit war am 12. Dezember und 11. Jänner Vollmond.

Wird die Bemerkung von Pons, daß man den Kometen mit bloßen Augen zu vermuten anfing, auf den 27. Dezember bezogen und für diesen Tag als Helligkeitsgrad 6^m5 angenommen, so erhält man $H_1 = 7^m7$.

Das ist ein ziemlich sicherer Wert. Ein minder sicherer kann aus der Vergleichung des Kometen mit dem Nebelgestirn Messier Nr. 2 ($H = 6^m6$ oder 6^m7) abgeleitet werden. Wenn man zunächst annehmen wollte, daß die beiden Objekte bezüglich ihres Helligkeitsgrades einander ganz gleich waren, so würde sich als reduzierte Helligkeit für den 5. Jänner 8^m5 ergeben. Das ist aber im Vergleich mit anderen Erscheinungen zu wenig und man muß sich deshalb der Vermutung zuneigen, daß der Komet diesem

Nebelstern nur bezüglich seines Aussehens gleichgekommen ist, ihn aber bezüglich des Helligkeitsgrades wesentlich übertroffen hat; vielleicht um eine Größenklasse. Es läßt sich somit aus dieser Vergleichung nur ein Grenzwert ableiten.

Die Ergebnisse für den Helligkeitsgrad des Kometen sind demnach:

(E)		r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1818	Dez. 27	0·81	6·5	− 1·2	7^m7
1819	Jän. 5	0·64	> 6·65	− 1·86	> 8·5

Der Lauf des Kometen bringt es mit sich, daß er (geozentrisch) schon öfters in die Nähe des genannten Nebelobjektes gelangt ist und mit demselben verglichen werden konnte.

Am 19. Jänner 1786, als $\log r = 9{\cdot}657$, $\log \Delta = 9{\cdot}800$ und daher $5 \log r\Delta = -2{\cdot}7$ war, erschien er nach Messier in jeder Beziehung auffallender als dieser Nebel. Seine Helligkeit war somit gewiß bedeutender als 6^m6; es wurde dort (Abh. II, p. 64) die 5. Größe angenommen.

Am 15. Jänner 1895, als $\log r = 9{\cdot}792$, $\log \Delta = 9{\cdot}855$ und daher $5 \log r\Delta = -1{\cdot}76$ war, konnte auch ich beide Gestirne miteinander vergleichen und habe sie bezüglich ihres Helligkeitsgrades ziemlich gleich geschätzt, 6^m6.

1822 II (E). Perihel 24. Mai, Erdnähe 4. Juli ($\Delta = 0{\cdot}27$); Südhemisphäre, Abendhimmel.

Für diese erste vorausberechnete Erscheinung hatte Encke (Berliner Jahrb. 1822, p. 201) unter anderem die Bemerkung gemacht, daß die Auffindung des Kometen auf der nördlichen Halbkugel Schwierigkeiten haben werde, daß er aber auf der südlichen mit bloßen Augen schön zu sehen sein werde. In der Tat ist der Komet nur auf der südlichen Hemisphäre, und zwar von Rümker in Paramatta (2. bis 23. Juni) beobachtet worden; über einen sehr bedeutenden Sichtbarkeitsgrad ist aber nichts berichtet.

Die Beobachtungen von Rümker sind an drei Stellen bekanntgemacht worden; zunächst in einem Brief von Olbers (Astr. Nachr., Bd. 2, p. 7), sodann in einem Schreiben an Bode (Berliner Jahrb. 1826, p. 106) und schließlich die Originalbeobachtungen selbst in einem anderen Brief an Olbers (Astr. Nachr., Bd. 4, p. 103). Die Mitteilungen von Rümker schließen mit Bemerkungen über die Lichtschwäche des Kometen nach dem 23. Juni; diese sind aber so kurz und anscheinend flüchtig, daß sie, wenigstens bezüglich der Störungen durch das Mondlicht, nicht ganz richtig sein können und daher schon von Bode (a. a. O., p. 107) mit einem Fragezeichen versehen worden sind. Man kann sie aber leicht zu einem naturgemäß erscheinenden Bericht vereinigen, wenn man sie in folgender Weise ergänzt und aneinander reiht.

Nach dem 23. Juni war, wie es in Astr. Nachr., Bd. 2, p. 8 heißt, das Mondlicht zu stark; der Mond kam jedoch erst am 26. Juni ins erste Viertel, und die Störung mag daher vielleicht auch durch trübe Witterung verursacht worden sein. Am 29. Juni, also drei Tage nach dem ersten Viertel, glaubte Rümker (Astr. Nachr., Bd. 4, p. 105) vom Kometen einen Schimmer wieder zu sehen und machte von dem »Phantom« eine Beobachtung, hat jedoch beigefügt, es sei höchst ungewiß, ob dies der Komet gewesen. Nach dem Vollmond, der aber nicht bald nach dem 23. Juni, sondern erst am 4. Juli eintrat, war der Komet zu lichtschwach, um noch weiter beobachtet werden zu können (Astr. Nachr., Bd. 2, p. 8). Daß im Juli von ihm gar nichts mehr zu sehen war, wie A. Berberich geschrieben hat (Astr. Nachr. 119, p. 52), ist also nicht gesagt.

Die von Encke für diese Erscheinung vorausgerechnete Ephemeride ist im Berliner Jahrbuch für 1823, p. 218/19 mitgeteilt; sie gilt für 0^h mittl. Zeit Seeberg und enthält nebst α und δ unter zwei Annahmen für T (Mai 24·0 und 25·0) auch $\log r$ und $\log \Delta$ auf drei Dezimalstellen. Daraus wurden die Angaben für 5 Tage entnommen; der 7. Juli wurde einigermaßen willkürlich und nur darum in Rechnung gezogen, damit ersichtlich wird, wie die theoretischen Sichtbarkeitsverhältnisse des Kometen in der Zeit seiner schon beträchtlichen Lichtschwäche gewesen sind.

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1822	Juni 1·0	91° 47'	+ 18° 18'	+ 23° 5'	9·607	9·902	− 2·45	110°7
	13·0	103 19	+ 6 57	22 15	9·783	9·708	2·54	130·6
	23·0	115 51	− 9 24	24 23	9·896	9·540	2·82	122·6
	29·0	128 48	24 28	31 6	9·952	9·458	2·95	106·9
	Juli 7·0	159 47	− 45 40	+ 53 50	0·011	9·438	− 2·75	80·4

$T =$ Mai 24·0.

Bezüglich der Helligkeit kann als sehr wahrscheinlich vorausgesetzt werden, daß der Komet zur Zeit seines Sichtbarwerdens für die südliche Hemisphäre noch so hell gewesen ist, wie er auf der nördlichen zur Zeit seiner größten Helligkeit vor seinem Verschwinden in der Dämmerung (am Abend- oder Morgenhimmel) zu sein pflegt, also nahe bei 5^m bis 6^m; nimmt man 5^m5 an, so ergibt sich als reduzierte Helligkeit für den 1. Juni 8^m0.

Für Ende Juni oder Anfang Juli sollte zwar, den Bemerkungen des Beobachters entsprechend, eine der schwächsten noch zulässigen teleskopischen Helligkeiten angenommen werden, wodurch sich sodann eine außerordentlich beträchtliche Abnahme der reduzierten Helligkeit nach dem Perihel ergeben würde; man dürfte aber dem mutmaßlichen Helligkeitsgrad des Kometen wohl auch schon dann ziemlich nahe kommen, wenn man eine mittlere teleskopische Helligkeit, etwa 8^m, annimmt.

Man hätte sonach:

(E)		r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1822	Juni 1	0·41	5^m5	− 2·5	8^m0
	29	0·90	8	− 3·0	11·0

Die Abnahme der reduzierten Helligkeit nach dem Perihel ist also auch unter der letzteren Voraussetzung noch immer eine sehr beträchtliche.

Bei der Bekanntmachung der von Rümker eingesandten Beobachtungen wurde der Komet nicht nur von dem Herausgeber des »Berliner Astronomischen Jahrbuches«, J. E. Bode, sondern auch von dem Begründer der »Astronomischen Nachrichten«, H. C. Schumacher, als der Encke'sche bezeichnet, worauf diese Bezeichnung von da an allgemein üblich wurde; von Encke selbst ist er aber in allen seinen diesbezüglichen Publikationen immer nur der »Komet von Pons« genannt worden.

1825 III (E). Perihel 16. September, Erdnähe 28. August ($\Delta = 1·23$); Nordhemisphäre, Morgenhimmel.

In dieser Erscheinung ist der Komet infolge eifriger Nachsuchungen auf Grund der von Encke vorausberechneten Ephemeriden (Astr. Nachr., Bd. 4, p. 125 und Corr. astr., Vol. 12, p. 507, für die Zeit vom 1. bis 31. August auch im Berliner Astr. Jahrbuch, und zwar abgekürzt 1826, p. 128, vollständiger 1827, p. 142) schon recht früh, als er noch sehr lichtschwach war, gefunden worden. Von Valz in Nimes wurde er zuerst am 13. Juli morgens vermutet und sodann am 25. Juli morgens wiedergesehen, erschien aber erst am 27. morgens so deutlich, daß er, wenngleich nur mit Schwierigkeit, beobachtet werden konnte (Corr. astr., Vol. 13, p. 191).

In derselben Nacht (Juli 26, $13^h\ 52^m$) ist der Komet auch in Göttingen von Harding beobachtet worden (Astr. Nachr., Bd. 4, p. 228). Am 9. August (13^h bis 14^h) war er nach einer Bemerkung dieses Beobachters (a. a. O., p. 182) schon im Sucher sehr gut zu sehen und fast so helle wie der Biela'sche. Damit war aber nicht der kurzperiodische Komet von Biela gemeint, sondern 1825 IV, der von Biela am 19. Juli gefunden worden ist, nachdem er, was jedoch erst später bekannt wurde, schon am 15. Juli von

Pons entdeckt worden war. Auf Grund der Angabe von Harding darf wohl 8^m oder $8^1/_2{}^m$ angenommen werden.

Nach einer Bemerkung von Encke zu seiner ersten Seeberger Beobachtung (Astr. Nachr., Bd. 4, p. 213) war der Komet am 15. August so lichtstark und bestimmt in seiner Form, daß er sich vortrefflich beobachten ließ. Dasselbe zeigte sich auch bei den späteren, bis 25. August reichenden Beobachtungen (a. a. O., p. 227); er erschien sehr rund, mit großer Helligkeit in der Mitte, aber ohne bestimmten Kern.

Auch Schwerd in Speyer hat angegeben (a. a. O., p. 285), daß er in dem Nebel des Kometen, der ihm immer ganz rund zu sein schien und dessen Durchmesser er am 22. und 23. August auf 2′ schätzte, keinen eigentlichen Kern unterscheiden konnte, sondern nur die leuchtende Nebelmasse gegen die Mitte sehr verdichtet sah.

In den zu Palermo gemachten Beobachtungen, die sich vom 16. bis zum 20. August erstrecken (Del Real Osserv. di Palermo, Libr. VII—IX, p. 221 und Corr. astr., Vol. 13, p. 383), ist zum ersten Beobachtungstag folgendes bemerkt: Komet fast rund, wie ein schwacher Nebelfleck, gleichmäßig dicht, Durchmesser etwa $1^1/_2{}'$; mit bloßen Augen nicht zu sehen, auch nicht mit einem Nachtfernrohr (7^m5?).

Durch die von Schur und Stichtenoth bearbeitete »Neue Reduktion« der von Olbers angestellten Beobachtungen sind auch vier Beobachtungen des Encke'schen Kometen aus dem Jahre 1825, und zwar vom 14., 15., 22. und 23. August bekanntgemacht worden; zum 14. August ist bemerkt: Komet sehr gut zu sehen, viel heller und bestimmter begrenzt als der Biela'sche (das heißt 1825 IV), auch gut zu beobachten; zum 22. August: Komet sehr glänzend.

Überhaupt scheint der Komet in der zweiten Hälfte des August, wenngleich nur teleskopisch, doch schon ein recht ansehnliches Objekt gewesen zu sein. So hat Argelander in Abo zum 17. August, an dessen Abend er den Kometen noch nahe am Horizont auffand, die Bemerkung gemacht (Astr. Nachr., Bd. 4, p. 235), derselbe sei keineswegs hell, aber doch recht augenfällig und gut zu beobachten; ferner zum 22. und 24. August (a. a. O., p. 240): Komet übrigens so lichtstark, daß man ihn ungeachtet des Mondscheins recht gut würde beobachten können, wenn nur der Horizont freier von Wolken wäre; schließlich zum 30. August (a. a. O., p. 281): Komet bei der starken Dämmerung fast ganz ohne Nebel, wie eine kleine Planetenscheibe; oder (Abo Observationes I, p. 117): Cometa eximie distinctus et planetae fere instar.

Die von W. Struve in Dorpat (Observationes, Vol. VI, p. 107) angestellten Beobachtungen, welche vom 11. bis 24. August reichen, enthalten nichts über das Aussehen des Kometen.

Die letzte Beobachtung gelang zu Neapel am 7. September (Corr. astr., vol. 13, p. 500).

Nach der oben zitierten Ephemeride von Encke wurde die folgende Untersuchungs-Ephemeride angelegt:

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1825 Juli	12·6	58° 17′	+ 28° 34′	− 53° 42′	0·1319	0·2534	+ 1·93	34°3
	26·6	74 7	31 20	51 53	0·0598	0·1891	1·24	41·1
Aug.	5·6	88 47	32 10	46 56	9·9949	0·1455	0·70	46·5
	9·6	95 31	31 58	44 1	9·9644	0·1298	0·47	48·7
	15·6	106 28	30 53	38 44	9·9126	0·1101	+ 0·11	51·8
	25·6	126 15	26 19	28 14	9·8047	0·0921	− 0·52	54·5
	31·6	138 27	+ 21 44	− 21 30	9·7238	0·0931	− 0·92	52·5

$T =$ September 16·3.

Am 29. Juli und 28. August war Vollmond.

Reduziert man die Angaben über den scheinbaren Durchmesser des Kometen auf $\Delta = 1·0$, so hat man:

(E)			D	D_1
1825	Aug.	16	$1^{1}5$	$1^{1}9$
		22, 23	2	2·5

Versucht man es schließlich, ein Verzeichnis der wahrscheinlichsten Helligkeitswerte zusammenzustellen, so dürfte den überlieferten Angaben am besten in der folgenden Weise entsprochen werden.

(E)			r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1825	Juli	12	1·35	12^{m}?	+ 1·9	$10^{m}1$
		26	1·15	11 ?	1·2	9·8
	Aug.	9	0·92	8·5?	0·5	8·0
		15	0·82	7·5?	+ 0·1	7·4
		22	0·69	7?	− 0·3	7·3

1829 (E). Perihel 10. Jänner 1829, Erdnähe 11. Dezember 1828 ($\Delta = 0{\cdot}47$); Nordhemisphäre, Abendhimmel.

Der Periheldurchgang erfolgte im Jänner 1829, die Beobachtungen sind aber alle aus dem Jahre 1828. Unter diesen sollen hier die von W. Struve in Dorpat (Astr. Nachr., Bd. 7, p. 153 bis 182), bei denen der größte damalige Refraktor (9 Zoll Objektivdurchmesser) benützt werden konnte, zuerst an die Reihe kommen.

Der Komet wurde am 16. September 1828 als eine höchst schwache Nebelmasse bemerkt, ebenso wieder am 2. Oktober; am 6. gelang die erste, allerdings noch wenig genaue Beobachtung. Auch am 13. Oktober war der Komet noch immer schwach. Nachdem er auch am 25. Oktober, allerdings bei Mondschein, außerordentlich schwach erschienen war, konnte er endlich am 26. am Filarmikrometer mit hellen Fäden im dunklen Felde beobachtet werden.

Am 28. und 29. Oktober ist als Durchmesser 3′ angegeben; die Figur des Kometen war aber nicht sicher begrenzt. Am 1. November hatte der Komet an Helligkeit zugenommen, sodaß er schon sehr gut im Sucher sichtbar war ($9^{m}5$?).

Am 7. November war der Durchmesser des Nebels im Sucher 9′. Im Refraktor war er auf 18′ Ausdehnung sichtbar, gegen die Grenzen allerdings sehr schwach; der hellste Teil hatte ungefähr 4′ Durchmesser.

Nach dem 10. November konnte der Komet wegen anhaltend trüber Witterung erst am 30. November wieder beobachtet werden. Er hatte auffallend an Lichtstärke zugenommen und wurde mit unbewaffnetem Auge wie ein Stern der 6. Größe gesehen. Durchmesser 9′, der hellsten Partie 4′.

Am 7. Dezember war er gut mit bloßem Auge sichtbar und ganz so hell wie 13 Delphini. Dieser Stern ist als 5. Größe angegeben, nach späteren Beobachtungen ist er aber schwächer; nach der Potsdamer Durchmusterung $5^{m}7$. Als Durchmesser fand sich im Refraktor 6′; ebenso am 8. Dezember. Am 14., bei Mondschein, erschien der Komet nur $3^{1}/_{2}$ Minuten groß.

Am 25. Dezember war der Komet am hellen Westhimmel sehr schön im Fernrohr zu sehen. Zur Positionsbestimmung wurde er zuerst mit einem Stern 6. Größe (Aquilae 57 nach Bode) und später mit einem inzwischen sichtbar gewordenen Stern 7. bis 8. Größe verglichen; der erste dieser Sterne ist identisch mit SD −8° 4900 ($6^{m}9$), der zweite mit SD. −9° 5036 ($8^{m}5$).

Am 26. Dezember wurde der Komet noch tief am Westhorizont beobachtet und auch am 27. wurde er noch gesehen, konnte aber nicht mehr beobachtet werden, weil es an Vergleichssternen mangelte.

Wesentlich später als für den großen Dorpater Refraktor ist der Komet für die Instrumente der anderen Beobachter sichtbar geworden, aber in jedem Falle lassen die diesbezüglichen Notizen erkennen,

daß man auf sein Sichtbarwerden und seine allmähliche Helligkeitszunahme mit Aufmerksamkeit und Sorgfalt geachtet hat, beispielsweise ebenso wie in unserer Zeit in den Jahren 1894 und 1904. Diese Mitteilungen über das Aussehen des Kometen im Stadium seiner noch sehr geringen Helligkeit sind fast alle im 7. Band der »Astronomischen Nachrichten«, und zwar auf p. 49/50 die von Harding (27. Oktober) und Olbers (2. bis 9. November), p. 51 die von Gambart in Marseille (28. Oktober bis 4. November), p. 55 die von Valz in Nimes (28. Oktober bis 10. November), p. 143 die von Nicolai in Mannheim (28. Oktober bis 4. November). Auf p. 207 befindet sich die Gesamtheit der bis 24. Dezember reichenden Positionsbestimmungen von Valz; seine sonstigen Bemerkungen über den Kometen werden weiter unten zur Sprache kommen.

Außerdem sind zu erwähnen die Beobachtungen von J. South in Kensington (Monthly Notices, Vol. I, p. 87), welche sich vom 30. Oktober bis 5. (oder eigentlich noch bis 12.) November erstrecken.

Von Olbers ist (a. a. O.) zum 5. November bemerkt worden, er habe den Kometen im dunklen Felde des Meridiankreises gesehen, aber ohne ihn beobachten zu können. Darnach dürfte die Helligkeit des Gestirnes nicht weit von der 9. Größe gewesen sein.

Die schon früher zitierte »Neue Reduktion« enthält aus dieser Erscheinung eine längere Reihe von Bemerkungen, von denen hier die folgenden erwähnt werden sollen.

Zum 5. November: Komet sowohl im Kometensucher als auch im Dollond augenfälliger. Zum 24. November: Vor Aufgang des Mondes (drei Tage nach dem am 21. stattgehabten Vollmond) schien der Komet sehr an Licht und Größe zugenommen zu haben. Zum 25. November: Komet sehr schön zu sehen; der noch immer unbegrenzte, auch im Dollond 4 bis 5′ im Durchmesser haltende Nebel war gegen die Mitte viel heller, aber ein eigentlicher Kern blickte nicht durch. Zum 1. Dezember: Der Komet erschien sehr lichtstark, er hatte etwas traubenähnliches in seiner Figur. Zum 9. Dezember: Komet schön und glänzend; heller und lichtstärker als der bekannte Nebelfleck im Herkules (Messier Nr. 13). Von einem Schweif war nichts zu erkennen, aber im Dollond schien ein verwaschener Kern durchzublicken.

Die Vergleichung des Kometen mit dem Nebelobjekt Messier Nr. 13, dessen Helligkeitsgrad nahe an 5^m7 liegt, ist wohl nur nach dem Gedächtnis gemacht, aber trotzdem erscheint es geraten, für den Kometen eine merklich bedeutendere Helligkeit, mindestens etwa 5^m5, anzunehmen.

Olbers hat gleich in seiner ersten Mitteilung (Astr. Nachr., Bd. 7, p. 50) die Bemerkung gemacht, er habe diesen seinen alten Bekannten weder 1795, noch 1805 und 1825 in einem solchen Abstande von der Sonne gesehen wie jetzt ($r = 1{\cdot}4$ bis $1{\cdot}3$). Er hatte anfangs die Absicht (siehe Memoirs of the Astr. Society, Vol. 4, p. 188), durch Beobachtungen festzustellen, ob der Komet in den abgelaufenen 33 Jahren eine von der Verschiedenheit seiner Stellung zur Sonne und Erde unabhängige Veränderung seines äußeren Ansehens erlitten hat, und benützte zu diesem Zweck absichtlich dasselbe Teleskop und dieselbe Vergrößerung, womit er den Kometen in den Jahren 1795, 1805 und 1825 beobachtet hatte; aber das schlechte Wetter und der fast nie dunstfreie Himmel verhinderten es, sich in dieser Frage ein annehmbares Urteil zu bilden.

Nur bezüglich des Schweifes kam Olbers zu einer bestimmteren Entscheidung. Einen solchen hat er nämlich an dem Kometen nur im Jahre 1805 deutlich gesehen, dagegen 1795 und 1828 keine Spur. Allerdings konnte er in dem letzteren Jahre das Gestirn nur bis 15. Dezember beobachten und er hat daher auf die Möglichkeit hingewiesen, der Komet könnte vielleicht doch, als er sich dem Perihel noch mehr näherte, einen Schweif gezeigt haben.

Dafür findet sich nun in der Tat eine Bestätigung, allerdings nur in einer Überschrift. Der Komet ist nämlich auf der Sternwarte Modena (Atti del Osservatorio di Modena, Tomo I, p. 366) im Jahre 1828 vom 22. November bis 20. Dezember an 13 Tagen beobachtet worden, und als Titel zu diesen Beobachtungen ist zu lesen: »Cometa d'Encke nell'anno 1828, veduta con piccola coda e nucleo piuttosto brillante.« Wann der Schweif gesehen wurde, ist nicht angegeben, aber höchst wahrscheinlich erst in der letzten Zeit der Beobachtungen.

Nach diesen Notizen über den Schweif müssen wir nun zu dem schon erwähnten Bericht von B. Valz (Astr. Nachr., Bd. 7, p. 203) übergehen, in welchem dargelegt ist, daß der Komet in dieser Erscheinung mehrere Eigentümlichkeiten gezeigt hat.

Zunächst war es auffallend, daß die hellste Partie des Kometen schon seit Ende November nicht die Mitte der Nebulosität einnahm, sondern an dem der Sonne entgegengesetzten Rande war. Diese Eigenheit wurde auch in Dorpat, und zwar schon früher bemerkt und ist seither, wenigstens vor dem Perihel, immer wieder konstatiert worden, so zuletzt auch in der Erscheinung von 1914.

Ferner ist bemerkt worden, daß die Nebulosität, welche in den ersten Tagen eine Ausdehnung von 12′ bis 15′ zu haben schien, immer kleiner geworden ist, obwohl die Distanz von der Erde bis zum 11. Dezember und die von der Sonne auch noch weiterhin abgenommen hat, und der Beobachter hat auch eine Erklärung für diesen retrograden Gang zu geben gesucht. Das sind augenscheinlich die Ansichten, gegen welche sich Winnecke auf Grund seiner Beobachtungen des Kometen in der Erscheinung 1861/62 gewendet hat (Astr. Nachr., Bd. 57, p. 206).

Valz konnte den Kometen nur bis 24. Dezember verfolgen. Er hätte ihn gern noch länger beobachtet, und zwar unter anderem auch darum, weil er an ihm einen Schweif zu sehen erwartete, der sich, wie er meinte, erst ungefähr 13 Tage vor dem Perihel zu bilden scheint, da er im Jahre 1819 am 14. Jänner noch nicht zu sehen war. Dieser Meinung gegenüber hat jedoch H. C. Schumacher (Astr. Nachr., Bd. 8, p. 220) darauf hingewiesen, daß Olbers bei diesem Kometen in der Erscheinung von 1805 schon 21 Tage vor der Sonnennähe einen deutlichen Schweif gesehen hat.

Man sieht also daraus wenigstens so viel, daß von mindestens zwei Beobachtern auf das Sichtbarwerden eines Schweifes geachtet worden ist und ein solcher in Modena tatsächlich gesehen worden zu sein scheint.

Die Mitteilung von Valz enthält auch eine Helligkeitsangabe. Am 24. Dezember übertraf der Komet, nachdem er bis zu diesem Tage an Lichtstärke bedeutend zugenommen hatte, den Stern Nr. 20 im Adler (5. Größe), welcher allein bei ihm in der Dämmerung sichtbar war.

Dieser Angabe zufolge könnte also für den Kometen eine um einen sehr merklichen Betrag bedeutendere Helligkeit als die des Sternes, etwa 4^m5 bis 4^m8 angenommen werden. Nach den späteren, genaueren Beobachtungen ist zwar der genannte Stern von auffällig geringerer Helligkeit, indem er nach der Uranometria Nova von Argelander 6^m, nach Heis 6^m bis 5^m, nach der Bonner südlichen Durchmusterung, wo er mit $-8°$ 4887 identisch ist, 5^m7, und nach der Harvard Photometry 5^m5 ist, aber trotzdem wird man für den Kometen unter Rücksichtnahme auf die anderen Notizen aus jenen Tagen die bedeutendere Helligkeit beibehalten können.

Über die Sichtbarkeit des Kometen für das unbewaffnete Auge ist auch von Schwarzenbrunner in Kremsmünster berichtet worden (Astr. Nachr., Bd. 7, p. 232 und 260). Dieser konnte den Kometen am 13. und 16. Dezember ungeachtet des Mondscheins (erstes Viertel am 13.) mit freiem Auge als einen sehr blaßen Nebelfleck erkennen, allerdings nur, wenn man bei genauer Kenntnis seines Ortes nach der Kante des Fernrohrs auf ihn hinsah; der Beobachter hat überdies noch beigefügt, er hätte den Kometen, wenn der Himmel nach dem 16. Dezember nicht beständig trüb gewesen wäre, in der Zeit nach diesem Tage mit freiem Auge leicht (also nicht erst bei besonderer Aufmerksamkeit) am Himmel bemerken können.

Allen diesen und den früheren Notizen über die Sichtbarkeit des Gestirnes im Dezember dürfte man bei Rücksichtnahme auf den tiefen Stand desselben recht nahe kommen, wenn man annimmt, daß der Komet am 13. Dezember schwach 5. Größe (etwa 5^m2) und am 25. Dezember gut 5. Größe (etwa 4^m7) gewesen ist.

Zur Untersuchung des Kometen wurde direkt die von Berberich nach der Encke'schen Vorausberechnung (Astr. Nachr., Bd. 6, p. 42) angelegte, auf 8tägige Intervalle abgekürzte Ephemeride benützt.

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1828	Okt. 26·3	353° 6′	+ 26° 56′	+141° 59′	0·173	9·760	− 0·33	24?3
	Nov. 3·3	343 22	24 14	124 26	0·142	9·725	0·67	33·8
	11·3	333 56	20 31	106 59	0·104	9·702	0·97	45·9
	19·3	325 20	16 13	90 8	0·060	9·688	1·26	58·7
	27·3	317 29	11 38	73 50	0·011	9·681	1·54	71·6
	Dez. 5·3	309 50	6 45	57 31	9·948	9·676	1·88	87·1
	13·3	301 27	+ 1 14	40 20	9·870	9·674	2·28	106·2
	21·3	291 23	− 5 32	21 24	9·770	9·686	2·72	132·2
	29·3	280 0	− 13 35	+ 1 8	9·655	9·736	− 3·05	161·2

$T = 1829$ Jänner 9·7.

Am 23. Oktober, 21. November und 21. Dezember war Vollmond.

Beginnen wir wieder mit der Reduktion der Durchmesserangaben auf $\Delta = 1·0$.

(E)		D	D_1
1828	Okt. 28, 29	3′	1′7
	Nov. 7	4	2·1
		9	4·7
		18	9·3
	25	4·5	2·2
	30	4	1·9
		9	4·3
	Dez. 7, 8	6	2·8
	14	(3·5)	(1·7) (Mondschein)

Für die Helligkeit des Kometen kann die folgende Reihe von zum Teil beobachteten, zum Teil angenommenen Zahlen zusammengestellt werden:

(E)		r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1828	Nov. 1	1·41	9m5	− 0·6	10m1
	5	1·36	9	0·7	9·7
	30	0·97	6	1·7	7·7
	Dez. 7	0·85	5·7	2·0	7·7
	9	0·81	5·5	2·1	7·6
	13	0·74	5·2	2·3	7·5
	25	0·52	4·7	2·9	7·6

1832 I (E). Perihel 4. Mai, Erdnähe 18. Juni ($\Delta = 0·26$); Südhemisphäre, Morgenhimmel.

In dieser Erscheinung ist der Komet nur nach dem Periheldurchgang auf der Südhemisphäre beobachtet worden, und zwar von F. Mossoti in Buenos Ayres und von Th. Henderson am Kap der guten Hoffnung. Die im Galle'schen Kometenbahnverzeichnis zitierte, am 21. August von Harding in Göttingen angestellte Beobachtung (Astr. Nachr., Bd. 10, p. 253/4) bezieht sich, wie ich schon anderswo (Astr. Nachr., 177, p. 343) dargelegt habe, nicht auf den Encke'schen Kometen, sondern auf 1832 II.

In Buenos Ayres wurde der Komet am Morgen des 2. und 6. Juni beobachtet (Astr. Nachr., Bd. 10, p. 257). Am 2. erschien er wie ein Nebelfleck von sehr kleinem Durchmesser, ohne Kern und sehr schwach, »was vielleicht in der Feuchtigkeit der Luft über dem Flusse seinen Grund hatte.« Am Morgen des 6. Juni (nachdem in den zwischenliegenden Tagen der Himmel am Morgen bewölkt gewesen war)

erschien der Komet so schwach, daß er um $5^1/_2{}^h$ mit einem dreifüßigen Dollond kaum zu unterscheiden war; mehr als eine Stunde vor Sonnenaufgang verschwand er gänzlich. In dem Begleitschreiben zu diesen Beobachtungen (a. a. O., p. 254) ist noch folgendes gesagt: »Mossotti vergleicht den Kometen mit einem Stern 7. bis 8. Größe, allein er glaubt kaum, ihn noch einmal beobachten zu können, da, obgleich heute (Juni 6) die Luft heiterer als bei der ersten Beobachtung war, der Komet doch bedeutend an Lichtstärke abgenommen hatte.« Hinsichtlich der Vergleichung des Kometen mit einem Fixstern erscheint es beim ersten Blick zweifelhaft, ob sie sich auf die Positionsbestimmung oder auf den Helligkeitsgrad des Kometen bezieht; ich meine jedoch aus dem Umstand, daß das Verbum im Präsens und nicht im Präteritum steht, schließen zu dürfen, daß das letztere der Fall ist, und das umso mehr, als der Beobachter den zur Positionsbestimmung am 6. Juni benützten Vergleichungsstern (a. a. O., p. 258) bezüglich seiner Helligkeit etwas anders, nämlich als 8^m bezeichnet.

Am Kap ist der Komet von Henderson zunächst am 2., 3., 4., 5., 8. Juni (astronomisch gezählt) und sodann nach einer längeren, zum Teil durch das Mondlicht verursachten Unterbrechung (12. Juni Vollmond, 21. Juni letztes Viertel) erst wieder am 23., 26., 27. und 28. Juni beobachtet worden (Astr. Nachr., Bd. 11, p. 27, 39, 293). Er zeigte sich immer sehr schwach; in der zweiten Partie der Beobachtungen noch schwächer als in der ersten. Am 29. Juni konnte er noch zeitweise vermutet, nach diesem Tag aber nicht mehr gesehen werden.

Er dürfte also in der letzten Zeit nur mehr 9. Größe oder noch schwächer gewesen sein.

Henderson hat noch hervorgehoben (a. a. O., p. 27), daß der Komet viel schwächer war als in der Erscheinung von 1828 und daher für das bloße Auge unsichtbar. Dazu muß jedoch bemerkt werden, daß sich dieser Hinweis auf 1828 nur auf Beobachtungsnotizen vor dem Perihel beziehen kann, da der Komet in der Erscheinung 1828/29 von Henderson auf der südlichen Hemisphäre gar nicht beobachtet werden konnte, indem er nur für die nördliche zu sehen war, und daß somit aus der Vergleichungsbemerkung von Henderson nichts anderes gefolgert werden kann, als daß der Komet in der Erscheinung von 1832 nach dem Perihel schwächer war als in der von 1828/29 vor dem Perihel.

Es ist also für zwei verschiedene Erscheinungen das bemerkt worden, was zeitweise in einer und derselben bemerkt werden kann, nämlich, daß der Komet nach dem Perihel wesentlich schwächer ist als vor demselben.

Als verwendbare Ephemeride bietet sich eine von Encke vorausberechnete dar (Astr. Nachr., Bd. 9, p. 327), welche für 0·301 m. Pariser Zeit gilt und von 4 zu 4 Tagen fortschreitet; eine andere, spätere (a. a. O., Bd. 10, p. 61), reicht nicht bis zu den tatsächlichen Beobachtungen.

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1832	Mai 31·3	58° 8′	− 8° 28	− 10° 29′	9·8684	9·5502	− 2·91	133°0
	Juni 4·3	54 12	15 56	18 31	9·9085	9·5015	2·95	122·2
	8·3	49 12	24 29	27 38	9·9444	9·4593	2·98	110·1
	24·3	1 57	60 0	91 30	0·0576	9·4333	2·54	56·3
	28·3	339 52	− 63 5	− 117 44	0·0803	9·4691	2·25	45·1
	Juli 2·3	—	—	—	0·1014	9·5147	− 1·92	—

$T =$ Mai 4·0.

Nimmt man zufolge der Angaben von Mossotti als Helligkeit des Kometen für die ersten Tage des Juni 7^m bis 8^m und für Ende Juni nach der obigen Mutmaßung die 9. Größe an, so hat man:

(E)		r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1832	Juni 6	0·84	$\left\{\begin{matrix} 7^m \\ 8 \end{matrix}\right\}$	− 3·0	$\left\{\begin{matrix} 10^m0 \\ 11·0 \end{matrix}\right\}$ 10^m5
	28	1·20	9	− 2·3	11·3

1835 II (E). Perihel 26. August, Erdnähe 10. September ($\Delta = 1{\cdot}31$); tiefer Stand am Morgenhimmel.

In dieser Erscheinung ist der Komet nur sehr wenig beobachtet worden; vom 22./23. Juli bis 6./7. August an 6 Tagen von Kreil in Mailand (Effem. di Milano 1837, p. 64 und Astr. Nachr., Bd. 13, p. 385) und am 30./31. Juli von Boguslawski in Breslau (Astr. Nachr. 12, p. 407). Der Grund davon lag hauptsächlich in seiner nur geringen Höhe am Morgenhimmel und seiner bedeutenden Distanz von der Erde. Man sieht dies sofort aus der nachstehenden abgekürzten Ephemeride, welche der von Encke (in Astr. Nachr., Bd. 12, p. 182 mitgeteilten) entnommen ist (12^h Berlin).

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1835	Juli 23·5	88° 37'	+ 30° 40'	− 33° 53'	9·9322	0·1822	+ 0·57	39°3
	27·5	95 27	30 19	31 0	9·8950	0·1689	+ 0·32	40·5
	31·5	102 43	29 32	27 39	9·8533	0·1573	+ 0·05	41·2
	Aug. 4·5	110 22	28 14	23 52	9·8067	0·1479	− 0·23	41·1
	8·5	118 20	+ 26 21	− 19 44	9·7543	0·1408	− 0·52	39·7

$T =$ August 26·4.

Die von Kreil an den ersten zwei Beobachtungstagen, 22. und 24. Juli, erwähnte Störung durch das Mondenlicht kann keine beträchtliche gewesen sein, da das am 17. Juli eingetretene letzte Viertel bereits lange vorüber und schon am 25. wieder Neumond war.

Berberich hat in seiner Untersuchung hervorgehoben, daß bei der Breslauer Beobachtung am 30./31. Juli in der Morgendämmerung kurz nach dem Kometen auch die zwei Vergleichssterne, welche beide 8. Größe sind, unsichtbar wurden, und hat aus diesem Umstand die Folgerung gezogen, daß vielleicht auch der Komet nicht weit von der 8. Größe gewesen sein dürfte. Läßt man die Richtigkeit dieser Gleichsetzung zu, so ergibt sich, da die Reduktionsgröße an diesem Tage nur + 0·12, also nahe an Null war, auch die reduzierte Helligkeit H_1 nahe bei 8^m; genauer 7^m9.

In der zitierten Mitteilung der Beobachtung von Boguslawski (Astr. Nachr. 12, p. 407/8) ist jedoch nur ein einziger Vergleichsstern erwähnt, welcher mit B. $W._2$ 6^h 1377 (8^m) identisch ist. Dafür sind aber hier ein paar andere nicht unwichtige Bemerkungen.

Der Komet zeigte sich an dem genannten Beobachtungstage bei schon etwas merklicher Dämmerung als ein sehr verwaschener, doch wie es schien etwas oval geformter Nebel, um $^1/_4$ oder $^1/_3$ größer im scheinbaren Durchmesser als der Biela'sche Komet gegen Ende November 1832, aber von bedeutend matterem Licht. (Über eine diesbezügliche Beobachtung des Biela'schen Kometen ist jedoch nichts zu finden.)

In der folgenden Nacht war es ganz trübe und auch in der Nacht zum 2. August war die Luft gegen den Horizont zu wieder nicht durchsichtig genug, doch meinte Boguslawski in einigen Momenten, wo zwei (direkt bezeichnete) Sterne etwas durchschimmerten, auch den Kometen südöstlich von ihnen sehr blaß wahrgenommen zu haben. Die zwei erwähnten Sterne sind B. $W._2$ 6^h 1772 und 1787, jeder 9. Größe; die Helligkeit des Kometen darf demnach mindestens so groß wie die dieser zwei Sterne angenommen werden und dürfte, da er infolge der getrübten Luft jedenfalls beträchtlich geschwächt erschienen ist, noch wesentlich bedeutender gewesen sein, so daß man durch Berücksichtigung dieses Umstandes wenigstens bis 8^m5, und sogar noch etwas weiter, bis etwa 8^m3 gelangen kann.

(E)		r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1835	Juli 31	0·73	8^m	+ 0·1	7^m9
	Aug. 2	0·69	8·3	0·0	8·3

1838 (E). Perihel 19. Dezember, Erdnähe 7. November ($\Delta = 0{\cdot}22$); Nordhemisphäre am Abend-, zum Schluß am Morgenhimmel.

In dieser Erscheinung ist der Komet in eine besondere Erdnähe gekommen, die unter anderem zur Folge hatte, daß er geozentrisch eine ungewöhnlich hohe Deklination ($\delta = +66°$ am 30. Oktober) erreicht hat.

Die erste Auffindung ist dem schon bei der vorigen Erscheinung erwähnten Astronomen der Breslauer Sternwarte Boguslawski gelungen, der den Kometen zuerst am 14./15. und sodann am 19./20. August bei noch »unbeschreiblicher Lichtschwäche« angenähert beobachtet hat (Astr. Nachr., Bd. 15, p. 367). Die Richtigkeit dieser Wahrnehmungen ist zwar von Encke (Astr. Nachr. 16, p. 8) angezweifelt worden, aber Boguslawski hat von seinem Bestreben, den Kometen, wenngleich unter schwierigen Verhältnissen, weiter zu verfolgen, nicht abgelassen, und ihn am 28. und 30. August wieder beobachtet, ebenso am 14. und 16. September (Astr. Nachr. 16, p. 167). In dieser Zeit, und zwar zunächst am 16. und 17. September, wurde der Komet auch in Berlin mit dem großen Refraktor beobachtet (Astr. Nachr. 16, p. 7), zeigte sich aber auch da anfangs noch sehr schwach 12^m5?.

Mit dem 29. September beginnen die Beobachtungen von H. Schwabe in Dessau (Astr. Nachr. 16, p. 183), der zwar keine Positionsbestimmungen, aber dafür Aufzeichnungen über Dimension, Form und Helligkeit des Kometen gemacht hat. An dem genannten Tage wurde das Gestirn mit einem 6-füßigen Fraunhofer'schen Fernrohr als ein schwaches Lichtwölkchen aufgefunden; ebenso zeigte es sich an den drei folgenden Tagen (10^m5?).

Am 9. und 10. Oktober wurde der Komet von Nicolai in Mannheim als ein schwacher Lichtschimmer bemerkt (Astr. Nachr. 16, p. 167/8) (9^m5?).

Am 11. Oktober war der Komet nach Schwabe in einem $2^1/_2$-füßigen Fraunhofer unsichtbar, konnte aber mit demselben am folgenden Tage bemerkt werden.

Am 24. Oktober konnte der Komet schon mit einem astronomischen Taschenperspektiv von achtmaliger Vergrößerung schwach, doch mit Gewißheit erkannt werden (7 bis 8^m?).

Am 5. November hatte er nach Schwabe so zugenommen, daß ihn scharfsichtige Personen mit unbewaffnetem Auge als einen schwachen Nebelfleck unterscheiden konnten. Am 7. November sah ihn M. Koller in Kremsmünster zum erstenmal mit freiem Auge (Astr. Nachr. 16, p. 387). Nach einer Bemerkung von Nicolai war der Komet am 10. November eben mit freiem Auge zu erkennen, doch mußte man dasselbe, um ihn zu bemerken, scharf auf die Stelle des Himmels richten, wo er stand.

In dieser Zeit, und zwar insbesondere am 8., 10. und 12. November, wurde der Komet auch auf der Berliner Sternwarte mit bloßen Augen gesehen. Die Berliner Beobachtungen des Kometen, zum Teil von Encke, zum Teil von J. G. Galle, sind im I. Band der »Astr. Beobachtungen auf der Sternwarte Berlin« p. 152 bis 158 ausführlich und vollständig mitgeteilt und enthalten unter anderem eine längere Reihe von Durchmesserangaben; zunächst die folgenden: Am 16. September 1 bis 2′, 19. September 1′, 23. und 24. September 1 bis 2′, 25. September 2 bis 3′; am 22. September ist gesagt, daß der Nebel des Kometen sehr unbestimmt und weit ausgedehnt erschien, eine Bemerkung, die vermutlich auch für die anderen Tage gilt. Am 12. Oktober war der Durchmesser gegen 6′ (Komet auch schon im Sucher sichtbar), 25. Oktober 10′, 10. November 8′, 12. November 8 bis 10′.

Die Bemerkungen über die Gesamthelligkeit des Kometen lauten wie folgt: Am 8. November: Komet mit bloßen Augen als ein neblichter Stern zu sehen; der Helligkeit nach 5. Größe, aber von größerem Umfange. Am 10. November: Komet wieder mit bloßen Augen sichtbar, wie am 8. November. Am 12. November: Dem bloßen Auge erscheint der Komet wie am 8. und 10. November.

Am 13. November schien, was hier auch noch hervorgehoben werden soll, der hellste Punkt in dem Kometen ein kleines Scheibchen zu sein mit einem bartähnlichen Ansatz in der Richtung des Schweifes, beides zusammen aber kaum der zehnte Teil des Nebels.

Den bisherigen Helligkeitsnotizen vom November dürfte wohl am besten entsprochen werden, wenn man für den 5. November 6^m und für den 10. etwa 5^m3 annimmt.

Nach Bessel (Königsberg, Astr. Beobachtungen, 24. Abteilung, p. 88) war der Komet am 18. November wie ein Stern 5. Größe.

Im Dezember war der Komet noch einige Zeit am Morgenhimmel vor Sonnenaufgang sichtbar, und zeigte in dieser Zeit, wie Berberich aus dem sehr seltenen 5. Band der »Monthly Notices« mitgeteilt hat, nach Valz die folgenden Helligkeiten: Am 12. Dezember gleich einem Stern 5. Größe, 14. Dezember schwächer als 6^m, 16. Dezember wie ein Stern 7^m, am 17. wie ein Stern 8. Größe; am 18. war der Komet unsichtbar, obwohl Sterne 7. und 8. Größe in der Nachbarschaft zu sehen waren.

Für die Rechnung bietet sich die ausführliche Ephemeride von Bremiker dar (Astr. Nachr. 15, Nr. 354 und Berl. Jahrbuch 1840, p. 301 u. ff.); sie gilt für 12^h Berlin.

(E)		α	δ	$\alpha - A$	log r	log Δ	5 log $r\Delta$	k
1838	Aug. 16·5	34° 18'	+ 24° 58'	−111° 36'	0·3157	0·2017	+ 2·59	28°5
	Sept. 17·5	38 16	33 44	136 45	0·2324	9·9607	0·97	28·5
	29·5	37 15	39 5	148 34	0·1921	9·8369	+ 0·14	27·8
	Okt. 9·5	33 27	45 34	−161 29	0·1530	9·7124	− 0·67	28·2
	24·5	7 38	61 31	+158 40	0·0812	9·4843	2·17	41·3
	Nov. 5·5	286 8	56 58	65 28	0·0074	9·3431	3·25	76·9
	10·5	266 0	41 9	40 20	9·9703	9·3530	3·38	97·6
	18·5	251 19	+ 17 42	+ 17 25	9·9006	9·4513	3·24	125·8
	28·5	242 56	− 0 52	− 1 31	9·7887	9·6184	2·96	145·7
	Dez. 12·5	240 29	16 21	19 14	9·5855	9·8593	2·78	122·2
	14·5	241 21	18 6	20 35	9·5617	9·8934	2·72	113·1
	16·5	242 38	19 46	21 31	9·5446	9·9268	2·64	102·8
	18·5	244 20	− 21 19	− 22 2	9·5368	9·9587	− 2·52	92·1

$T =$ Dezember 19·0.

Am 4. September, 3. Oktober, 2. November und 1. Dezember war Vollmond.

Reduzieren wir zunächst die Angaben über den scheinbaren Durchmesser des Kometen auf $\Delta = 1·0$.

(E)		D	D_1
1838	Sept. 16	1−2'	1'4
	19	1'	0·9
	23, 24	1−2'	1·2
	25	2 3	1·9
	Okt. 12	6'	2·8
	25	10	2·9
	Nov. 10	8	1·8
	12	8 10'	2·1

Für die Helligkeit des Kometen können die folgenden Zahlen zusammengestellt werden, von denen die mit einem ? versehenen nur auf Annahmen beruhen und die letzten wegen der ungünstigen Stellung des Kometen wenig sicher sind.

(E)		r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1838	Sept. 17	1·71	12·9	− 1·	11·5
	29	1·58	1·5	·1	11·4
	Okt. 9	1·42	9·5	·7	10·2

(E)			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1838	Okt.	24	1·21	7·5?	− 2·2	9^m7
	Nov.	5	1·02	6	3·2	9·2
		10	0·93	5·3	3·4	8·7
		18	0·80	5	3·2	8·2
	Dez.	12	0·38	5	2·8	7·8
		14	0·36	< 6	2·7	< 8·7
		16	0·35	7	2·6	9·6(?)
		17	0·35	8	− 2·6	10·6(?)

Schließlich sei bezüglich eines Schweifes nochmal angeführt, daß am 13. November dasjenige, was für einen solchen gehalten werden konnte, kaum der zehnte Teil des »Nebels« war.

1842 I (E). Perihel 12. April, Erdnähe 4. Mai ($\Delta = 0{\cdot}53$); Nordhemisphäre am Abend-, Südhemisphäre am Morgenhimmel.

Der Komet wurde zuerst in Berlin vom 8. bis 12. Februar beobachtet, war aber zu dieser Zeit noch so schwach, daß keine Art von Beleuchtung angewandt werden konnte (Astr. Nachr. 19, p. 185 und 305). Für die Rechnung soll 12^m5 angenommen werden. Erst im März und besonders in den ersten Tagen des April zeigte er sich wesentlich heller, so daß er am 6. und 7. April in der Dämmerung ohne Erleuchtung der Fäden zu beobachten war.

Auch die Bemerkungen anderer Beobachter lassen deutlich erkennen, daß die Zunahme der Helligkeit anfangs eine sehr langsame, später aber eine sehr rasche war, so daß der Komet in den ersten Tagen des April leicht in der hellen Dämmerung beobachtet werden konnte.

In den zu Cambridge angestellten Beobachtungen (Observations, Vol. 14, p. 256 u. ff.), die vom 5. März bis 9. April reichen, findet sich eine fast direkt verwendbare Helligkeitsangabe, nämlich eine Vergleichung des Kometen am 2. April mit dem Stern Piazzi I, 257: The comet was as bright as the star, if not brighter (a. a. O., p. 258). In der späteren Zusammenstellung (p. 278) ist diese Bemerkung wiederholt und dabei noch auf die Nähe des Horizonts aufmerksam gemacht. Der Stern ist identisch mit 73 Arietis (Mayer) oder BD. + 17° 315 (7^m3). Nach der Potsdamer photometrischen Durchmusterung ist seine Helligkeit 6^m98, nach der Harvard-Durchmusterung noch bedeutender, nämlich 6^m51; man ist daher berechtigt, für den Kometen mindestens 6^m5 anzunehmen.

Auch in den Greenwicher Beobachtungen (Observations 1842, p. 64 u. ff.), die sich vom 1. März bis ebenfalls zum 9. April erstrecken, findet sich eine ähnliche Helligkeitsangabe. Vorerst sei hier aber die Bemerkung zum 23. März erwähnt, daß vom Kometen im Zwielicht und hellen Mondschein (am 19. März erstes Viertel, am 26. Vollmond) nur der hellste Teil, die starke Lichtverdichtung, aber recht deutlich zu sehen war. Am 9. April erschien der Komet in starker Zwielichtshelle ganz wie ein Stern der 3. Größe (sic!), gesehen zur Tageszeit; er zeigte einen sehr schönen hellen Punkt. Außerdem ist zu diesem Tage bemerkt, daß die atmosphärischen Verhältnisse nicht günstig waren; zeitweise konnte der Komet besser gesehen werden als der Vergleichsstern. Dieser war 27 Arietis (6^m4). Zum Schluß der beobachteten Nordpolardistanzen (p. 78) sind mehrere Bemerkungen über das Aussehen des Kometen zusammengestellt, so insbesondere die, daß der Durchmesser am 5. und 6. April etwa 1′ war, aber bezüglich der Helligkeit ist keine so bestimmt verwendbar wie die frühere. Jedenfalls dürfte es nach den Bemerkungen zum 9. April kaum zu hoch gegriffen sein, wenn man für diesen Tag die 5. Größe annimmt.

In Nordamerika, und zwar am Hudsons Observatory und zu Philadelphia (Astr. Nachr., Bd. 22, p. 203 und Bd. 23, p. 85), konnte der Komet noch am 11. April beobachtet werden.

Nach dem Perihel ist er am Kap der guten Hoffnung vom 2. bis 21. Mai verfolgt worden (Mem. Astr. Soc., Vol. 15, p. 211 bis 228, auszugsweise auch in Monthly Notices, Vol. 6, p. 69). Beobachtungsinstrument war ein Dollond'scher 46-zölliger Achromat von $3^3/_4$ Zoll Öffnung. Am 2. Mai wurde der Komet

nach der von Encke rechtzeitig mitgeteilten Ephemeride (siehe Astr. Nachr. 19, p. 185) ohne Schwierigkeit gefunden, obwohl er nur wie ein schwacher Nebelfleck erschien; vom 17. bis 21. Mai war er aber schon sehr schwach und am 22. in der hellen Morgendämmerung konnte er nur mehr gesehen werden, wenn dem Teleskop eine sanfte Bewegung erteilt wurde.

Nach der Ephemeride von Bremiker (Astr. Nachr. 19, p. 189) wurde die folgende Untersuchungsephemeride zusammengestellt (0^h mittl. Zeit Berlin).

(E)			α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1842	Febr.	7·0	356° 8′	+ 6° 35′	+ 35° 21′	0·1243	0·2792	+ 2·02	29?3
	März	3·0	8 14	11 17	24 21	9·9824	0·2243	+ 1·03	83·3
	April	2·0	31 32	17 17	20 13	9·6365	0·0396	− 1·62	65·9
		12·0	37 38	+ 14 36	+ 17 11	9·5378	9·9024	2·80	116·9
		28·0	25 4	− 3 22	− 10 17	9·7261	9·7348	2·70	139·1
	Mai	6·0	16 24	11 21	26 36	9·8306	9·7272	2·21	112·4
		14·0	9 25	17 0	41 24	9·9140	9·7357	1·75	93·4
		22·0	3 30	− 21 19	− 55 15	9·9812	9·7455	− 1·37	79·1

$T =$ April 12·0.

Am 25. Februar, 26. März, 25. April und 24. Mai war Vollmond.

Da der am 5. und 6. April im Zwielicht beobachtete scheinbare Durchmesser fast 1′ und die Distanz des Kometen von der Erde nur wenig kleiner als 1·0 war, ist auch der auf $\Delta = 1{\cdot}0$ reduzierte Durchmesser D_1 fast 1′.

Die Reduktion der oben angenommenen Helligkeitswerte führt zu den nachstehenden Zahlen:

(E)			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1842	Febr.	7	1·33	12m5	+ 2·0	10m5
	April	2	0·43	> 6·5	− 1·6	> 8·1
		9	0·37	5	− 2·4	7·4

Die Bemerkungen zu den Kap-Beobachtungen lassen trotz ihrer Dürftigkeit eine rasche Abnahme der Helligkeit nach dem Perihel erkennen. Am 2. Mai ($\log r = 9{\cdot}781$, $\log \Delta = 9{\cdot}727$) dürfte dieselbe noch bei 7^m gewesen sein, bis zum 22. war sie aber wohl schon bis 9^m gesunken. Man hat nach diesen Annahmen:

(E)			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1842	Mai	2	0·60	7^m	− 2·5	9m5
		22	0·96	9	− 1·4	10·4

1845 IV (E). Perihel 10. August, keine besondere Erdnähe; Nordhemisphäre, Morgenhimmel.

Diese Erscheinung hat bezüglich der Zeit des Periheldurchganges und des geozentrischen Laufes, ebenso auch hinsichtlich der wenig günstigen Stellung des Kometen am Morgenhimmel eine ziemlich bedeutende Ähnlichkeit mit der von 1835. Der Komet ist daher auch diesmal nur sehr wenig beobachtet worden; am 4./5. Juli zu Philadelphia (Astr. Nachr., Bd. 24, p. 133), 9./10. und 14./15. Juli zu Rom (Astr. Nachr. 23, p. 255), 10./11. und 11./12. Juli zu Washington (Astr. Nachr. 24, p. 145 und Astr. Journal, Vol. I, p. 56 und 134). Über sein Aussehen ist nur in der ersten Washingtoner Beobachtung etwas angegeben; er zeigte sich nebelig, elliptisch, mit nur 3″ oder 4″ Durchmesser, welche Kleinheit jedenfalls hauptsächlich durch die rasch zunehmende Morgenhelle verursacht worden ist. Zu Rom wurde bei der Beobachtung am 9./10. Juli ein ziemlich heller Vergleichsstern benützt, der aber, bald nachdem der Beobachter den Kometen in der zunehmenden Dämmerung aus dem Auge verloren hatte, ebenfalls nicht mehr erkannt

werden konnte. Der Stern war bei dieser Beobachtung 6. bis 7. Größe geschätzt worden und wurde später mit einem Stern in der »Histoire céleste« identifiziert, wo er aber nur als 8. Größe bezeichnet ist; identisch mit BD. + 29° 964 (7^m7).

Die Helligkeit des Kometen scheint also auf Grund dieser Angaben nur wenig geringer als 8. Größe gewesen zu sein und darf wohl irgendwo zwischen 8^m und 9^m angenommen werden.

Zur Untersuchung des Kometen bietet sich die Ephemeride von Spörer dar (Astr. Nachr., Bd. 23, p. 89); es schien genügend, nur drei Tage auszuwählen.

(E)			α	δ	$\alpha - A$	log r	log Δ	5 log $r\Delta$	k
1845	Juli	4·6	75° 7'	+ 29° 25'	− 28° 50'	9·9515	0·2249	+ 0·88	30·6
		9·6	82 43	29 42	26 21	9·9068	0·2065	0·57	31·8
		14·6	91 6	+ 29 28	− 23 3	9·8553	0·1893	+ 0·22	32·4

$T =$ August 9·6.

Am 4. Juli war Neumond, am 18./19. Vollmond.

Nimmt man als Helligkeit des Kometen am 9./10. Juli 8^m5 an, so ergibt sich, da die Reduktionsgröße nahe bei 0·5 ist, als reduzierte Helligkeit ein nahe bei 8^m0 liegender Wert. Dieser gehört, wie man sieht, zu $r = 0·81$.

1848 II (E). Perihel 26. November, Erdnähe 20. Oktober ($\Delta = 0·37$); Nordhemisphäre, einige Zeit zirkumpolar, sonst am Morgenhimmel.

Aus dieser Erscheinung bieten sich nebst mehreren vereinzelten Angaben über den Kometen besonders zwei längere Reihen von Notizen dar; die eine von J. F. J. Schmidt in Bonn (Astr. Nachr., Bd. 28, p. 181 bis 186), die andere von W. C. Bond (sen.) in Cambridge U. S. (Astr. Nachr. 31, p. 39, und Monthly Notices, Vol. 9, p. 10, 28, 106).

Die Beobachtungsnotizen des letzteren sind, wie man sieht, in zwei Publikationen mitgeteilt; sie sind zwar in der einen nicht durchgehends dieselben wie in der andern, ergänzen sich aber gegenseitig, ohne sich ernstlich zu widersprechen.

Bond fand den Kometen am 27. August und beobachtete ihn zunächst bis 5. September: »Ein lichtschwacher Nebelfleck ohne irgend eine Konzentration; sein Licht war etwas granuliert, so daß man ihn, wenn er nicht aus seiner Bewegung zu erkennen gewesen wäre, für eine Gruppe von Sternen der 12. (?) Größe hätte halten können.«

Am 26. September zeigte sich eine schwache Lichtbürste (brush of light) auf der zur Sonne gekehrten Seite.

Am 6. (richtiger wohl am 8.) Oktober war der Komet »just visible to the naked eye« (6^m5?). Die fächerförmige Lichtbürste war sehr deutlich auf der Seite gegen die Sonne.

Am 27. Oktober ragte ein schwacher Strahl, vermutlich der Anfang des eigentlichen Schweifes, auf der der Sonne entgegengesetzten Seite hervor.

Am 3. November zeigte der Komet einen direkt von der Sonne weg gerichteten Schweif von 1° oder 2° Länge und war »plainly visible to the naked eye« (5^m?). Am 13. November zeigte er in der zunehmenden Tageshelle einen beinahe funkelnden Zentralpunkt. Am 21. November wurde der Komet bezüglich seiner Position mit dem Planeten Merkur verglichen, mußte also zu dieser Zeit sicherlich schon von sehr bedeutender Lichtstärke gewesen sein. Darauf deutet auch der Umstand, daß er am 25. November, dem letzten Beobachtungstag, im Zwielicht schon bei einer Höhe von nur 3° gesehen und bei 4° beobachtet wurde.

In den Notizen von Schmidt, der den Kometen zu Bonn am 4. September zum ersten Mal gesehen, aber erst vom 20. an beobachtet hat, ist zunächst hervorgehoben, es sei unter den zahlreichen Kometen, welche er seit 1842 gesehen und beobachtet hat, keiner gewesen, welcher (wegen seines formlosen Ansehens, wegen seiner Lichtschwäche und des Mangels an einem nur einigermaßen helleren Mittelpunkt in dem verwaschenen, 6 bis 8 Minuten großen Kometennebel) den Vergleichungen am Kreismikrometer

solche Hindernisse bereitet hat, wie dieser Komet von dem Beginne seiner Sichtbarkeit bis gegen die Mitte des Oktober. Als Durchmesser wurde beobachtet: Am 22. September 6 bis 7′, 6. Oktober 10′, 22. Oktober 8′ und am 9. November (bei tiefem Stand in der Morgendämmerung) höchstens 3 bis 4′.

Besonders wichtig sind die Notizen von Schmidt über den Helligkeitsgrad, zumal da sie den von Bond mitgeteilten recht nahe kommen. Am 30. September wurde am Kometen mit Sicherheit eine Zunahme der Helligkeit und Größe konstatiert. Am 2. Oktober war der Komet schon so hell, daß er im Sucher des Heliometers erkannt werden konnte (8^m5?). Am 6. Oktober wurde wieder eine bedeutende Zunahme an Intensität und Kondensation des Lichtes bemerkt. Am 22. Oktober nach 13^h war der Komet bei nicht völlig heiterem Himmel dem freien Auge sichtbar, einem ganz kleinen Nebel ähnlich, verschwand aber, als gegen 15^h die Mondsichel aufstieg (5^m5?). An diesem Tage ist auch die schwache Spur eines Schweifes erwähnt. Am 9. November, an welchem Tage der Komet hauptsächlich in der Morgendämmerung beobachtet wurde, war sein Licht äußerst intensiv und vom reinsten Weiß, die Verdichtung im Zentrum sehr bedeutend; von einer Schweifspur wegen der Dämmerung nur wenig zu bemerken.

Von den Notizen anderer Beobachter soll hier zunächst angeführt werden, daß der Komet nach einer Bemerkung von A. Sonntag in Altona am 24. September wie ein Nebelfleck von etwa 8′ Durchmesser erschien (Astr. Nachr. 27, p. 388), und daß dieselbe Größe an demselben Tag auch von M. Wichmann in Königsberg (»Beobachtungen«, 29. Bd., p. 87) angegeben worden ist. Dieser letztere hat noch weiter bemerkt, daß der Komet an dem genannten Tage für eine lohnende Beobachtung zu groß, zu schwach und zu verwaschen war; ferner zum 4. Oktober, daß der Komet noch immer sehr verwaschen, wenngleich gegen die Mitte ein wenig heller war; zum 20. Oktober, daß der Komet groß und hell, jedoch ohne Kern, und die Nebelmasse nach der der Sonne zugewendeten Seite weiter ausgedehnt war; und schließlich zum 26. Oktober, daß der Komet sehr hell war, aber keine Spur eines Kernes und auch keinen Schweif zeigte.

Zur Untersuchung des Kometen bot sich die Ephemeride von d'Arrest dar (Astr. Nachr. 27, p. 117), welche für durchschnittlich $15^h\ 6^m$ Berliner Zeit gilt, und als Rechnungstage wurden durchgehends die von Berberich gewählt, nur mit Einschaltung des 3. November, und zwar wegen der an diesem Tage beobachteten Schweiflänge.

(E)			α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1848	Sept.	4·6	54° 18′	+ 34° 46′	− 109° 38′	0·2005	0·0149	+ 1·08	38°4
		20·6	68 1	42 33	110 18	0·1369	9·8561	− 0·03	45·2
	Okt.	6·6	102 32	52 26	90 16	0·0541	9·6636	1·41	61·5
		14·6	137 52	51 1	62 18	0·0017	9·5855	2·06	77·8
		22·6	170 50	37 18	36 52	9·9385	9·5744	2·43	98·3
		30·6	190 11	19 26	25 14	9·8605	9·6446	2·47	114·3
	Nov.	3·6	196 29	11 45	22 52	9·8142	9·6976	2·44	118·4
		7·6	201 35	+ 5 9	21 45	9·7620	9·7554	2·41	119·3
		15·6	210 13	− 5 33	21 16	9·6408	9·8755	2·42	109·7
		23·6	219 47	− 14 23	− 20 4	9·5365	9·9919	− 2·36	80·8

$T =$ November 26·1.

Am 13. September, 12. Oktober und 11. November war Vollmond.

Es folgt hier zunächst die Zusammenstellung und Reduktion der Durchmesserangaben auf $\Delta = 1·0$.

(E)			r	Beobachter	D	D_1
1848	Sept.	22	1·34	Schmidt	6–7′	4′4
		24	1·31	Sonntag, Wichmann	8′	5·2
	Okt.	6	1·13	Schmidt	10	4·6
		22	0·87	»	8	3·0
	Nov.	9	0·54	»	3–4′	2·1

Für die Helligkeit können mit einiger Sicherheit die folgenden Zahlen aufgestellt werden.

E.			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1848	Sept.	4	1·59	12^m ?	+ 1·1	11^m(?)
	Okt.	2	1·19	8·5?	— 1·1	9·6
		8	1·10	6·5?	1·6	8·1
		22	0·87	5·5?	2·4	7·9
	Nov.	3	0·65	5 ?	— 2·4	7·4

Für den Schweif ergibt sich aus der am 3. November von Bond beobachteten Länge als wahre Länge 0·01 bis 0·02; sie gehört, wie man sieht, zu $r = 0{\cdot}65$.

1852 I (E). Perihel 15. März, Erdnähe 19. März ($\Delta = 0{\cdot}65$); Nordhemisphäre, Abendhimmel.

Der Komet wurde in der Erscheinung dieses Jahres zuerst am 9. Jänner von E. Vogel auf der Bishop'schen Sternwarte zu London als ein sehr schwacher, verwaschener Nebel aufgefunden (Astr. Nachr., Bd. 33, p. 405). Nun folgten rasch nach einander die Auffindungen an anderen Observatorien; am 11. Jänner zu Liverpool, am 12. zu Kremsmünster und zu Washington, am 13. zu Cambridge (U. S.) usw. Überall erschien der Komet noch sehr lichtschwach, doch machte sich gegen Ende Jänner schon eine ernstliche Zunahme bemerkbar; Hartnup in Liverpool sah ihn am 25. Jänner trotz der Nähe des Mondes (erster Oktant) schon viel heller als am 11., an welchem Tage er nur wie ein schwacher Lichtfleck von 1′ bis 2′ Durchmesser erschienen war (Astr. Nachr. 34, p. 13). Die Lichtstärke wuchs im Februar noch mehr, bis sie im ersten Drittel des März ihr Maximum erreichte, worauf aber der Komet in der hellen Abenddämmerung unsichtbar wurde.

Am 8. Februar wurde von drei Beobachtern bemerkt, daß der Komet gegen früher wesentlich zugenommen hatte: Von Carrington in Durham, Reslhuber in Kremsmünster und Ferguson in Washington (Astr. Nachr. 34, p. 155, 162 und 200). Am Markree Observatory ist unter anderem zum 13. Februar die folgende Bemerkung gemacht worden (Astr. Nachr. 35, p. 35): Die Änderung in der Helligkeit des Kometen ist unerwartet groß; er ist jetzt ein schönes Objekt. Das Licht ist wenigstens dem eines Sternes 10. Größe gleich und schön weiß. Die Erscheinung ist die eines reichen runden Nebels mit einer Lichtverdichtung, aber ohne Kern.

Aus den Bemerkungen zu den Washingtoner Beobachtungen (a. a. O., p. 200) sei noch erwähnt, daß der Komet, als er vom 25. Jänner bis 8. Februar an Deutlichkeit zunahm, sich als eine Lichtverdichtung zeigte, ähnlich einem »Cluster of stars of the 12 th magnitude« von ungefähr 2 Minuten Durchmesser, umgeben von einer Koma mit drei Elongationen usw.

Eine direkt verwendbare Helligkeitsangabe hat Galle in Breslau seinen am 24., 25. und 26. Februar gemachten Beobachtungen beigefügt, nämlich die, daß der Komet als ein heller zusammengedrängter Nebel von der Helligkeit eines Sternes 7. Größe erschien (Astr. Nachr. 36, p. 289).

Aus der Zeit der größten Helligkeit des Kometen soll hier zunächst die Bemerkung von Reslhuber zum 7. März angeführt werden (Astr. Nachr. 34, p. 162): Der Komet zeigt in der Mitte bedeutende Helligkeit; Nebelausbreitung nur geringe, ein schwacher, von der Sonne abgewendeter Schweif gut erkennbar. Stände der Komet nicht so tief am Horizont, so würde sein Ansehen sehr schön, er vielleicht mit freiem Auge wahrzunehmen sein (5. Größe?).

In diesen Tagen war der Komet nur mehr in der hellen Abenddämmerung zu beobachten. Nach einer Bemerkung von Schaub in Triest (Astr. Nachr. 34, p. 145) war sein Licht am 7., 8. und 9. März so stark, daß er schon aufgefunden werden konnte, bevor noch Sterne 7. Größe im Fernrohr sichtbar waren. Zufolge einer Notiz vom Markree Observatory (a. a. O.) war sein Licht am 8. März so hell konzentriert, daß es zweifelhaft schien, ob das wirklich der Komet oder vielleicht ein Stern war.

Die letzte Beobachtung des Kometen gelang zu Washington am 10. März (Astr. Nachr. 34, p. 199); zum letzten Mal gesehen wurde er zu Königsberg am 11. März (a. a. O., p. 298). Zu Kremsmünster (a. a. O.) wurde auch am 12. und 13. März nach ihm gesehen, doch war er wegen Tageshelle nicht mehr aufzufinden.

Die nun folgende zur Untersuchung des Kometen dienende Ephemeride wurde nach der von Encke (Astr. Nachr. 33, p. 247) angelegt. Dazu sei bemerkt, daß in der großen Bahnbestimmung von Asten eine genauere Ephemeride gegeben ist, die aber erst mit dem 12. Jänner beginnt. Als Rechnungstage wurden durchgehends die von A. Berberich gewählt und außerdem für die Zeit der größten Helligkeit noch drei andere mit hineingenommen; der 7. März wegen des an diesem Tage erwähnten Schweifes (12^h mittl. Zeit Berlin).

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1852 Jän.	9·5	345° 31′	+ 3° 49′	+ 55° 1′	0·1314	0·1904	+ 1·61	38°8
	25·5	350 37	5 26	43 2	0·0467	0·1695	1·08	41·8
Febr.	10·5	357 13	7 36	33 24	9·9279	0·1217	+ 0·25	48·2
	26·5	4 47	9 22	25 31	9·7451	0·0258	− 1·15	67·4
März	5·5	7 19	8 26	20 35	9·6221	9·9444	2·17	92·8
	7·5	7 22	7 38	18 47	9·5917	9·9198	2·44	102·7
	9·5	6 59	6 26	16 34	9·5645	9·8942	2·71	114·5
	11·5	6 4	4 47	13 48	9·5433	9·8688	2·94	128·3
	13·5	4 31	+ 2 37	+ 10 26	9·5307	9·8456	− 3·12	143·7

$T =$ März 14·7.

Am 7. Jänner, 5. Februar und 6. März war Vollmond.

Die Angaben über den scheinbaren Durchmesser sind:

E)		Beobachtungsort	D	D_1
1852 Jänn.	11	Liverpool	1′5	2′3
	22	Greenwich	»mehrere Minuten« (2—3′?)	(3·7)
Febr.	8	Washington	> 2′	> 2·7

Für die Helligkeit können nach den obigen Darlegungen die folgenden Zahlen zusammengestellt werden:

(E)		r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1852 Jänn.	9	1·35	12^{m}5	+ 1·6	10^{m}9
Febr.	13	0·79	> 10	0·0	> 10·0
	24—26	0·57	7	− 1·0	8·0
März	7	0·39	5 ?	− 2·4	7·4

Nimmt man an, daß die Länge des am 7. März bemerkten Schweifes $^1/_2{}^\circ$ oder 1° gewesen ist, so erhält man als wahre Länge 0·007 beziehungsweise 0·015.

Der Komet hätte nach dem Perihel (ähnlich wie 1883) auch auf der Südhemisphäre beobachtet werden können, doch ist eine zur Aufsuchung dienliche Ephemeride nicht bekannt gemacht worden.

1855 III (E). Perihel 1. Juli, Erdnähe 2. August ($\Delta = 0{\cdot}74$); Südhemisphäre, Abendhimmel.

Diesmal ist der Komet nur am Kap der guten Hoffnung beobachtet worden, und zwar an 21 Tagen vom 13. Juli bis 16. August (Memoirs of the R. Astr. Society, Vol. 31, p. 19). Die Beobachtungen wurden, wie in den »Remarks« (p. 22) gesagt ist, mit einem $8^1/_2$-füßigen Äquatoreal gemacht. Über den Kometen selbst ist unter anderem das folgende bemerkt:

Am 13. Juli wurde der Komet beobachtet, als er zwischen 8° und 10° Höhe war; eine schwache Nebulosität, nahezu kreisförmig, Durchmesser etwa $1^1/_2'$.

Am 16. Juli wurde er schon in einer Höhe von 25° gesehen, als das Zwielicht noch hinreichend hell war, die Spinnfäden sichtbar zu machen. Der Vergleichsstern zeigte sich erst 25 Minuten später und wurde nur eine halbe Stunde lang gesehen, während der Komet bis zu seinem Untergang hinter einem Hügel deutlich verfolgt werden konnte. Der Vergleichsstern ist anscheinend identisch mit BD. + 6° 2197[a] (9^m5).

Nach diesem Tag (also bei $r > 0{\cdot}52$) nahm der Komet sehr rasch an Helligkeit ab, und die Beobachtungen waren nur schwierig anzustellen.

Vom 19. bis 28. Juli war das Mondlicht störend. Dazu sei bemerkt, daß der Mond am 22. Juli im ersten Viertel und am 29. Juli Vollmond war.

Am Abend des 31. Juli, bei Abwesenheit des Mondscheins, war der Komet besser zu sehen, aber trotzdem zeigte sich, daß er seit dem 16. beträchtlich an Helligkeit abgenommen hatte, obgleich er in größerer Höhe und reinerer Luft beobachtet wurde.

Am 1. August um $6^h\ 40^m$ ging er über einen (bald darauf als Vergleichsstern benützten) Stern $10^1/_2{}^m$, wobei sich das bei einem Kometen mit sehr lockerem Gefüge so häufig beobachtete Phänomen zeigte, daß das Licht des Sternes dadurch nicht vermindert, sondern im Gegenteil das des Kometen beinahe zum Verschwinden gebracht wurde. Der Stern ist SD. −12° 3481 (9^m5).

Außer der einen schon oben erwähnten Angabe über den scheinbaren Durchmesser des Kometen enthalten die »Remarks« auch noch mehrere andere, zum Teil Messungen, zum Teil Schätzungen; man findet sie unten bei der Reduktion zusammengestellt.

Die zur Untersuchung dienlichen Ephemeriden wurden von dieser Erscheinung an bis 1875 nach den in der großen Bahnbestimmung von Asten enthaltenen Ephemeriden angelegt. Die diesjährige ist für 6^h mittl. Berliner Zeit gerechnet.

(E)			α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1855	Juli	13·25	137° 45'	+ 9° 57'	+ 25° 24'	9·6669	9·9744	− 1·79	32°5
		16·25	143 8	+ 6 42	27 44	9·7135	9·9480	1·69	34·3
	Aug.	1·25	174 10	− 12 19	42 55	9·9079	9·8682	1·12	81·8
		16·25	204 59	− 25 49	+ 59 26	0·0267	9·9136	− 0·30	63·5

$T =$ Juli 1·0.

Zusammenstellung und Reduktion der Durchmesserbestimmungen:

(E)			D	D_1
1855	Juli	13	$1^1/_2{}'$	1'41
		17	53"	0·77
	Aug.	7	$2^1/_2{}'$	1·87
		9	$2^1/_4$	1·71
		12	$1^1/_4$	0·98
		16	$1^3/_4$	1·43

Was den mutmaßlichen Helligkeitsgrad des Gestirnes betrifft, so wird man demselben wohl ziemlich nahe kommen, wenn man annimmt, daß der Komet am 13. oder 16. Juli von der 6. Größe, am 16. August aber nur mehr 9. bis 10. Größe gewesen ist. Man hat darnach:

(E)		r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1855	Juli 13—16	0·49	6^m	— 1·7	7^m7
	Aug. 16	1·06	9·5	— 0·3	9·8

1858 VIII (E). Perihel 18. Oktober, Erdnähe 20. September ($\Delta = 0{\cdot}90$); Nordhemisphäre, Morgenhimmel.

Diese Erscheinung des Kometen ist geozentrisch nahe kongruent mit der von 1891 verlaufen. Die verwendbarsten Angaben über sein Aussehen sind in einer Abhandlung von Encke zusammengestellt (Astr. Nachr., Bd. 51, p. 88).

Bruhns in Berlin sah den Kometen am 7. August mit derselben Anstrengung wie einen Stern 12. bis 13. Größe. Am 9. September sah man ihn im Kometensucher so leicht wie einen Stern 8. Größe; der Durchmesser ward zu 2′ bestimmt. Am 1. Oktober sah ihn Bruhns wie einen Stern 6. Größe mit bloßem Auge; es war ein Kern vorhanden, der Durchmesser 0′5 und es schien eine der Sonne zugekehrte Schweifspur vorhanden zu sein. Förster hat am 22. September als Durchmesser 1′2 angegeben.

Nach einer Bemerkung von A. Reslhuber in Kremsmünster (Astr. Nachr. 49, p. 264) erschien der Komet am 10. September als ein heller runder Nebel, in der Mitte etwas mehr verdichtet, 2′ im Durchmesser, ohne Schweif.

Den Angaben über die Helligkeit entsprechend erschien es genügend, nur 3 Tage direkt in Rechnung zu ziehen. Die Ephemeride von Asten, nach welcher die Zusammenstellung angelegt wurde, ist für 12^h mittlere Berliner Zeit gerechnet.

(E)		α	δ	$\alpha - A$	log r	log Δ	5 log $r\Delta$	k
1858	Aug. 7·5	63° 7′	+ 31° 24′	— 74° 25′	0·1594	0·1655	+ 1·62	40°8
	Sept. 9·5	114 10	33 57	53 48	9·9740	9·9780	— 0·24	64·3
	Okt. 1·5	161 19	+ 15 41	— 26 27	9·7395	9·9847	— 1·38	77·3

$T =$ Oktober 18·4.

Am 24. August und 23. September war Vollmond. Von einer Störung durch das Mondlicht ist nichts erwähnt.

Reduktion der Durchmesserangaben:

(E)		D	D_1
1858	Sept. 9	2′	1′90
	10	2	1·88
	22	1·2	1·09
	Okt. 1	0·5	0·48

Die Reduktion der Helligkeitsangaben führt zu dem nachstehenden Täfelchen.

E)		r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1858	Aug. 7	1·44	12^m5	+ 1·6	10^m9
	Sept. 9	0·94	8	— 0·2	8·2
	Okt. 1	0·55	6	— 1·4	7·4

1862 I (E). Perihel 6. Februar, Erdnähe 31. Jänner ($\Delta = 0{\cdot}62$); Nordhemisphäre am Abendhimmel, Südhemisphäre vor dem Perihel am Abend-, nach dem Perihel am Morgenhimmel.

In dieser Erscheinung ist der Komet ähnlich wie in der von 1838 vor dem Perihel schon bei sehr großen Radienvektoren ($r = 2{\cdot}09$) beobachtet worden und war auch diesmal im Anfangsstadium so lichtschwach, daß es ein paar Wochen zweifelhaft erschien, ob das, was in den ersten Tagen gesehen worden war, wirklich als der Komet betrachtet werden durfte.

Er wurde zuerst in Berlin am 4. Oktober 1861 bei ungewöhnlich durchsichtiger Luft erkannt, konnte aber im Laufe dieses Monats nicht mit derselben Sicherheit wiedergefunden werden; erst am 2. und noch mehr am 4. November trat er sehr deutlich hervor (Astr. Nachr., Bd. 56, p. 231).

Nur wenige Tage später als in Berlin, nämlich am 8. und 10. Oktober, wurde er auch von Schmidt in Athen mit einiger Sicherheit bemerkt (Astr. Nachr., Bd. 56, p. 315, und Bd. 57, p. 162), konnte aber sodann auch dort erst im November wieder gesehen werden.

Reslhuber in Kremsmünster hatte am 11. Oktober »die erste schwache Ahnung von dem Dasein des Kometen« (Astr. Nachr., Bd. 57, p. 153). In der Zwischenzeit, und zwar zunächst am 24. Oktober, ist der Komet nur noch zu Cambridge U. S. (Harvard College) beobachtet worden.

Die Zunahme wurde erst gegen Ende November eine bedeutende. Am 28. war der Komet nach einer Bemerkung von Schmidt (Astr. Nachr. 57, p. 163), schon am kleinen Sucher kenntlich (10^m5?). Winnecke in Pulkowa (a. a. O., p. 205) konnte ihn am 2. Dezember im Sucher des Refraktors erkennen (10^m?). Die weitere Zunahme im Dezember und noch mehr im Jänner geht aus den Bemerkungen der meisten Beobachter sehr bestimmt hervor. Nach Schmidt zeigte sich der Komet am 18. Dezember ungeachtet des Vollmondes selbst am Sucher; auch die zentrale Verdichtung, die am 3. noch kaum merklich gewesen war, zeigte sich jetzt deutlich. Von Schönfeld in Mannheim (Astr. Nachr. 57, p. 239) findet man zum 22. und 25. Dezember bemerkt, daß der Komet bedeutend an Licht und Konzentration gewonnen hatte.

Am 2. und 3. Jänner zeigte sich nach Winnecke entschieden ein Kern von mehreren Sekunden Durchmesser. Am 5. Jänner war der Komet nach Schmidt bei schwachem Mondschein hell mit glänzender zentraler Verdichtung, dabei rein weiß; ähnlich am 8. Jänner. Am 20. Jänner war nach einer Bemerkung von Bruhns in Leipzig (Astr. Nachr. 60, p. 93) der Kern sehr hell und präzise und machte auf das Auge den Eindruck eines Sternes 6. bis 7. Größe (vermutlich im Fernrohr). Nach Schönfeld in Mannheim (a. a. O.) war er an diesem Tage in Dämmerung und Nebel recht hell und stark verdichtet und zeigte am 25. Jänner in heller Dämmerung sogar einen kurzen Schweif.

Die letzten europäischen Positionsbestimmungen des Kometen gelangen am 27. Jänner zu Kremsmünster und am 26. und 27. Jänner zu Leiden; bei diesen letzteren war er (siehe Astr. Nachr. 61, p. 92) am Schluß der Beobachtungen nur etwa 3° über dem Horizont. Bei Berücksichtigung der nach dem 20. Jänner gemachten Bemerkungen erscheint die Helligkeit des Kometen wohl kaum zu hoch geschätzt, wenn man für die letztere Zeit, etwa für den 25. Jänner, 5^m bis $5^1/_2{}^m$, also etwa 5^m2 annimmt.

Über den scheinbaren Durchmesser des Kometen sind diesmal recht viele Beobachtungen bekannt gemacht worden; insbesondere von Schmidt in Athen, Winnecke in Pulkowa, Schönfeld in Mannheim (Astr. Nachr., Bd. 57), Förster und Tietjen in Berlin, Bruhns in Leipzig (a. a. O., Bd. 60). Man findet sie weiter unten zugleich mit der Reduktion auf $\Delta = 1{\cdot}0$ zusammengestellt. Außerdem soll aber hier noch folgendes hervorgehoben werden.

In der ersten Zeit war die Unsicherheit der Begrenzung des Kometen zufolge einer Bemerkung der Berliner Beobachter (Astr. Nachr. 60, p. 76) eine so große, daß sie ihnen jede Zuversicht zu Schätzungen des Durchmessers benahm.

Schmidt in Athen hat, wie bei ihm üblich, allen seinen Beobachtungen auch Beschreibungen des Kometen beigefügt und außerdem an sechs Tagen, vom 21. November bis 22. Dezember, den »Scheitelradius der Koma« bestimmt, der in dieser Zeit gleichbedeutend mit dem Halbmesser war. Dieser zeigt, wenn alle 6 Zahlen in Betracht gezogen werden (Astr. Nachr. 57, p. 164), eine auffällige Zunahme; wird aber die erste, die von der nächsten beträchtlich abweicht, außer Acht gelassen, so ist die Zunahme viel weniger auffällig.

Sehr sorgfältig ist das Aussehen des Kometen in dieser Erscheinung von Winnecke in Pulkowa beobachtet worden, und zwar zum Teil mit dem Refraktor, zum Teil mit dem Heliometer (Astr. Nachr. 57, p. 205). Insbesondere ist dabei hinsichtlich der Dimensionen zwischen der helleren und der schwächeren Partie des Kometen wohl unterschieden worden. Die erstere zeigte vom 19. Dezember an im Refraktor eine ovale oder elliptische Form. In der Zusammenstellung ist für den 19. Dezember nur der Durchmesser des helleren Teiles angesetzt (2′ bis 3′); der »Nebel« ließ sich aber bis 6′ Abstand vom Kern deutlich verfolgen. Am 27. Dezember erschien im Refraktor die hellere Ellipse 3′ lang; der schwächere Nebelansatz erstreckte sich nach Nordwest 8′ bis 10′ weit, nach Südost aber war er viel kürzer, kaum 4′ lang. Im Heliometer wurde an diesem Tage als Durchmesser der helleren Masse 1′7 und des ganzen Kometen 4′5 beobachtet.

Zum Schluß hat Winnecke noch die Bemerkung angefügt, daß seine mitgeteilten Angaben über die Nebelhülle entschieden gegen die von Valz geäußerten Ansichten über die Änderungen des Durchmessers dieses Kometen bei seiner Annäherung zur Sonne sprechen (man sehe Astr. Nachr., Bd. 7, p. 203). »Es ist nicht recht begreiflich, wie eine Hypothese, deren Begründung so ungemein schwach ist, hat überhaupt Anklang finden können.«

In dieser Erscheinung ist der Komet sehr lange am Kap der guten Hoffnung beobachtet worden, und zwar zunächst vom 23. Dezember an, als er auch noch auf der Nordhemisphäre gut beobachtet werden konnte, bis zum 3. Jänner am Abendhimmel und sodann vom 27. Februar bis 12. März am Morgenhimmel (Mem. R. Astr. Soc., Vol. 32, p. 1). Über seinen Helligkeitsgrad ist aber nichts angegeben, außer daß er am 7. März als »very faint« bezeichnet ist. Am 2. Jänner war der Komet bei der letzten Beobachtung so nahe am Horizont, daß die Gesichtslinie den dort befindlichen Hügel berührte. An drei Tagen wurde auch der Durchmesser des Kometen bestimmt und dabei ergab sich: Am 3. Jänner 2′ 29″, am 2. März als äußere Grenze 1′ 16″, für die hellere Partie 47″ und am 7. März 2′ 20″, aber sehr unsicher.

Am Morgen des 16. Februar machte der Privatastronom John Tebbutt zu Windsor in Neusüdwales, dem die Wissenschaft unter anderm zahlreiche, über fast vier Dezennien sich erstreckende, postperihelische Beobachtungen des Encke'schen Kometen verdankt, mit einem $3^1/_4$zölligen Fernrohr seine erste Bekanntschaft mit diesem Kometen (wie er in seinen 1908 erschienenen »Astronomical Memoirs« p. 26 sagt), doch war das Gestirn für eine ordentliche Beobachtung zu schwach.

Am 23. und 24. Februar wurde der Komet auch zu Sydney beobachtet und ist in der Mitteilung dieser zwei Beobachtungen (Monthly Notices, Vol. 22, p. 272) als very indistinct and ill defined bezeichnet (kann aber doch 7. Größe gewesen sein!).

Für die Rechnung wurde wieder die in der Abhandlung von Asten gegebene Ephemeride benützt (6^h mittlere Pariser Zeit), welche sich den Beobachtungen entsprechend in dieser Erscheinung über fast ein halbes Jahr erstreckt. Bei der Auswahl der Rechnungstage wurde zum Teil auf die Unterbrechungen durch die Mondeshelle Rücksicht genommen.

	(E)	α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1861	Okt. 4·25	4° 53′	+ 18° 50′	+174° 20′	0·3173	0·0396	+ 1·78	7?3
	Nov. 7·25	344 12	11 44	121 20	0·2283	9·9702	0·99	29·4
	23·25	338 5	8 6	98 44	0·1720	9·9727	0·72	40·7
	Dez. 5·25	335 39	6 3	83 23	0·1201	9·9749	+ 0·47	48·2
	21·25	334 31	4 11	64 36	0·0316	9·9641	− 0·02	58·4
1862	Jänn. 5·25	334 11	+ 2 38	47 40	9·9155	9·9262	0·79	73·3
	20·25	330 38	− 1 24	27 56	9·7409	9·8468	2·06	102·8
	25·25	326 51	4 44	+ 18 54	9·6655	9·8151	2·60	122·9
	Febr. 23·25	309 11	25 25	− 27 34	9·7407	0·0325	− 1·13	65·9
	März 12·25	318 46	− 23 53	− 33 49	9·9335	0·1362	+ 0·35	46·4

$T =$ 1862 Februar 6·2.

Am 18. Oktober, 17. November, 17. Dezember, 16. Jänner und 14. Februar war Vollmond.

Es sollen nun zunächst die Durchmesserangaben zusammengestellt und auf $\Delta = 1 \cdot 0$ reduziert werden.

(E)			Beobachtungsort	D	D_1
1861	Nov.	21	Athen	2'5	2'3
		25	Pulkowa	3	2·8
	Dez.	1	»	3—4'	3·3
		2	»	4—5	4·2
		2	Mannheim	3'	2·8
		4	»	3	2·8
		5	Athen	4	3·8
		19	Pulkowa	2—3'	2·3 (der hellere Teil)
		23	Berlin	2'5	2·3
		23	Leipzig	$2^1/_2$—3'	2·5
		25	Pulkowa	3'5	3·2
		25	Leipzig	3	2·7
		27	Pulkowa	4·5	4·0
		30	Berlin	1·9	1·7
1862	Jänn.	2	Pulkowa	4·3	3·7
		3	Kap	2·5	2·1
		6	Berlin	1·5	1·3
		10	»	1·2	1·0
		10	Leipzig	$1^1/_4$	1·0 (Mondschein)
		18	Berlin	2·4	1·7
		20	Leipzig	$1^1/_2$	1·1
	März	2	Kap	0' 47"	0·95
				1 16	1·54
		7	»	2 20	3·03

Bezüglich der Helligkeit des Kometen ist nur eine einzige Angabe zu finden, nämlich die vom 20. Jänner, die sich überdies bloß auf den Kern bezieht und daher für den Kometen überhaupt nur eine untere Grenze liefert. Sonst aber ist man wieder auf einigermaßen willkürliche Deutungen der Beobachtungsnotizen angewiesen. Für den 28. November und 2. Dezember, zu welcher Zeit der Komet in einem kleinen Sucherfernrohr kenntlich zu werden begann, wurde 10^m5 beziehungsweise 10^m0 angenommen. Die anderen Annahmen, wenigstens die vor dem Perihel, dürften dem wirklichen Helligkeitsgrad des Kometen recht nahe kommen.

(E)			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1861	Okt.	4	2·08	13^m5?	+ 1·8	11^m7
	Nov.	7	1·69	12 ?	1·0	11
		28	1·42	10·5?	0·6	9·9
	Dez.	2	1·36	10 ?	+ 0·5	9·5
1862	Jänn.	20	0·55	> 6·5	— 2·1	> 8·6
		25	0·46	5·2?	2·6	7·8
	Febr.	23	0·55	7· ?	— 1·1	8·1
	März	7	0·77	9·5?	0·0	9·5
		12	0·86	10 ?	+ 0·3	9·7

Zum Schluß soll auch die Angabe vom 25. Jänner über das Vorhandensein eines Schweifes nicht übergangen werden: $S > 0$.

1865 II (E). Perihel 28. Mai, Erdnähe 7. Juli ($\Delta = 0{\cdot}30$); Südhemisphäre, Abendhimmel.

Diesmal war von Hind schon für die Zeit, in welcher der Komet noch in sehr großen Distanzen von der Sonne und von der Erde stand, und die Hoffnung, ihn mit einem Fernrohr zu erreichen, noch sehr gering war, eine von Farley berechnete Ephemeride bekannt gemacht worden (Bulletin intern. de l'obs. de Paris, 14. Jänner 1865), nach welcher das Gestirn an zwei Observatorien gefunden, aber wegen noch zu geringer Helligkeit nicht genauer beobachtet wurde. Am 25. Jänner glaubte d'Arrest in Kopenhagen nahe an der Stelle, die der Komet nach der erwähnten Ephemeride einnehmen sollte, einen Nebelschimmer gesehen zu haben; am 13. Februar wurde der Komet von Bruhns und Engelmann in Leipzig gesehen, war aber für eine genaue Messung zu schwach (Astr. Nachr. 64, p. 73 und 248). Für diese zwei Tage findet man aus der Ephemeride (0^h Greenwich):

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1865	Jänn. 25·0	350°0	+ 2°6	+ 42°0	0·3118	0·4146	+ 3·6	20°4
	Febr. 13·0	356·3	+ 5·2	+ 29·1	0·2649	0·4099	+ 3·4	17·6

In dieser Zeit war am 10. Februar Vollmond.

Als Helligkeit des Gestirnes kann unter Rücksichtnahme auf die von den Beobachtern benützten Instrumente ($10^1/_2$ beziehungsweise 8 Zoll Öffnung) für den 25. Jänner 13^m bis 14^m und für den 13. Februar 13^m0 angenommen werden, wodurch sich für die reduzierte Helligkeit Werte ergeben, die nahe an 10^m beziehungsweise $9^1/_2{}^m$ liegen. Diese sind aber viel bedeutender, als nach den zugehörigen großen Radienvektoren ($r = 2{\cdot}05$ und $1{\cdot}84$) zu erwarten wäre, und können auch nicht mehr wesentlich geringer gemacht werden, da man die Helligkeit wohl kaum noch wesentlich kleiner, beispielsweise zu 15^m, annehmen darf. Ich möchte es demnach dahingestellt sein lassen, ob das wirklich der Komet gewesen ist. Asten hat in seiner großen Bahnbestimmung diese Beobachtungen gar nicht erwähnt. Es erschien mir daher auch gar nicht geraten, die hier abgeleiteten Helligkeitswerte in die am Schluß der Abhandlung angehängte Zusammenstellung aufzunehmen.

Nach dem Perihel war der Komet bei beträchtlicher Erdnähe für die Observatorien der Südhalbkugel zu sehen. Aus dieser Zeit sei hier zunächst bemerkt, daß er in Australien von Tebbutt in Windsor (Astr. Nachr. 65, p. 237 und Monthly Notices, Vol. 26, p. 29) am 24. und 29. Juni und von Smalley in Sydney (M. N., a. a. O., p. 63) an den vier Tagen vom 28. Juni bis 1. Juli beobachtet worden ist und an den genannten Tagen nichts von einer Lichtkondensation zeigte.

Am Kap der guten Hoffnung wurde der Komet von Mann, ebenso wie von Tebbutt in Windsor, zum erstenmal am 24. Juni gesehen und sodann bis 22. Juli an 13 Tagen möglichst genau beobachtet (Mem. R. Astr. Soc., Vol. 35, p. 17). Am ersten dieser Tage war er im »Finder« des Teleskops gut zu sehen, nahm aber von da rasch an Helligkeit ab und war überhaupt zum Beobachten ein schwieriges Objekt. Am 8. Juli war Vollmond. Zum 14. Juli ist bemerkt, daß das Licht des Vergleichssternes (8. Größe) das des Kometen fast ganz zum Verschwinden brachte (almost obliterates). Am 15. Juli war der Komet im »Finder« noch sichtbar, am 21. aber nicht mehr. Am 23. wurde er noch gesehen, wenngleich nicht beobachtet, am 26. aber konnte er, wobei allerdings der (im ersten Oktanten befindliche) Mond über dem Horizont war, nicht mehr gesehen werden.

Aus Asten's Ephemeride (berechnet für 6^h mittl. Zeit Berlin) findet man:

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1865	Juni 24·25	119° 48′	− 3° 41′	+ 26° 24′	9·8684	9·6044	− 2·6	123°3
	Juli 1·25	134 26	18 31	33 47	9·9359	9·5079	2·8	109·5
	15·25	188 43	45 37	73 44	0·0396	9·5262	2·2	67·7
	21·25	211 43	− 46 53	+ 90 43	0·0751	9·6084	− 1·6	55·6

$T =$ Mai 27·9.

Nach den Bemerkungen von der Kap-Sternwarte scheint der Komet, wenngleich zum Beobachten recht schwach, als Ganzes doch nicht unansehnlich gewesen zu sein, wenigstens nicht in der ersten Zeit bis etwa 15. Juli. Will man seine mutmaßlichen Helligkeitsgrade durch Zahlen auszudrücken versuchen, so wird man wohl nicht weit fehlen, wenn man für die ersten Beobachtungstage 6^m bis 7^m, für den 15. Juli 8^m und für den 21. Juli 9^m bis 10^m annimmt. Man erhält dadurch folgendes Helligkeitstäfelchen:

(E)	r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1865 Juni 24—Juli 1	0·74—0·86	6^m5	— 2·7	9^m2
Juli 15	1·10	8	2·2	10·2
21	1·19	9·5	— 1·6	11·1

1868 III (E). Perihel 15. September, Erdnähe 27. August ($\Delta = 1{\cdot}23$); Nordhemisphäre, Morgenhimmel.

Diese Wiederkehr des Kometen war, wie d'Arrest schon vor Beginn derselben hervorgehoben hat Astr. Nachr., Bd. 72, p. 47), geozentrisch eine Wiederholung der Erscheinung von 1825. Der Komet war, als er am 17. Juli von Winnecke in Karlsruhe aufgefunden und sodann vom 24. Juli an (zunächst bis (29. Juli) an mehreren Observatorien beobachtet wurde (Astr. Nachr. 72, p. 46, 47, 63, 111), noch recht lichtschwach. Erst im August und besonders in der zweiten Hälfte dieses Monats wurde er als hell bezeichnet.

Nach H. C. Vogel in Leipzig (Astr. Nachr. 72, p. 283/4) war er am 13. August recht hell und gut zu beobachten, am 15. beträchtlich heller als am 13., und am 20. waren drei Hüllen zu unterscheiden; am 26. August war er gut zu sehen, obwohl bei dem mit schwachen Cirruswolken bedeckten Himmel Sterne 8. Größe in der Nähe des Kometen nicht sichtbar waren; am 27. August wurde der Kern einem Stern 7. Größe gleichgeschätzt und ebenso am 3. September (jedes Datum nach astronomischer Zählweise). Diese Angaben sind also zum Teil direkt verwendbar.

Nach einer Bemerkung von Schmidt in Athen (Astr. Nachr. 72, p. 323) war die am 27. Juli noch kaum merkliche Verdichtung in der Zeit vom 20. bis 29. August überaus stark und glänzend, die Koma sehr klein, der Schweif ganz schmal, sehr matt, gerade, und in normaler Lage; am Sucher glich der Komet einem kaum nebligen Sterne 7. bis 8. Größe. Die erste Spur des Schweifes wurde von Schmidt am 24. August erkannt.

Da die Beobachtungen und besonders die letzten am Morgenhimmel gemacht sind und Asten's Ephemeride für den Berliner Mittag gilt, wurde bei den letzten Beobachtungstagen der auf die Beobachtungszeit folgende Mittag gewählt.

(E)	α	δ	$\alpha - A$	log r	log Δ	5 log $r\Delta$	k
1868 Juli 25·0	73° 19'	+ 31° 1'	— 51° 40'	0·0614	0·1923	+ 1·27	40°7
Aug. 13·0	103 29	31 2	39 49	9·9222	0·1145	+ 0·18	51·1
20·0	117 6	28 36	32 44	9·8511	0·0971	— 0·26	53·9
26·0	129 19	25 3	26 3	9·7771	0·0911	0·66	54·4
28·0	133 25	23 33	23 46	9·7493	0·0912	0·80	53·8
Sept. 4·0	147 48	+ 17 4	— 15 44	9·6411	0·0995	— 1·30	46·5

$T =$ September 14·6.

Am 3. August und 2. September war Vollmond.

Von den Durchmesserangaben sollen hier nur die zu Leipzig beobachteten zusammengestellt werden:

(E)			D	D_1
1868	Juli	24, 25	3′	4′7
	Aug.	15	2·5	3·2
		20	2·7	3·4
		27	3·5	4·3

Außerdem muß aber hier noch ganz besonders auf die Beobachtungen und Untersuchungen von Schmidt über den Durchmesser der Koma (a. a. O.) hingewiesen werden, aus denen eine Abnahme desselben gegen das Perihel hervorzugehen scheint.

Die nun folgenden Helligkeitswerte beruhen, wie man aus dem obigen ersieht, mit Ausnahme des ersten sämtlich auf direkten Angaben der Beobachter:

(E)			r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1868	Juli	24	1·15	11^m5	+ 1·3	10^m2
	Aug.	26?	0·60	7·5	− 0·7	8·2
		27	0·58	(7)	0·8	(7·8)
	Sept.	3	0·44	(7)	− 1·3	(8·3)

Um auf den von Schmidt vom 24. August an gesehenen Schweif aufmerksam zu machen, sei noch angesetzt: $S > 0·0$.

1871 V (E). Perihel 29. Dezember, Erdnähe 16. November ($\Delta = 0·31$). Nordhemisphäre, Abendhimmel.

Der Komet erschien auch diesmal, als er bei noch sehr großen Radienvektoren am nördlichen Himmel aufgefunden wurde (zuerst von Winnecke in Karlsruhe am 19. September), und dann auch noch einige Zeit später (im Oktober) als eine sehr lichtschwache, aber ziemlich weit ausgedehnte Nebelmasse. Als Größe des Durchmessers wurde zu Marseille am 8., 9. und 10. Oktober 4′, zu Leipzig am 18. Oktober ebenfalls 4′, am 6. und 16. November 5′ beobachtet (Astr. Nachr., Bd. 78 und 79).

Diesmal ist von mehreren Beobachtern über die Sichtbarkeit eines Schweifes berichtet worden. Schmidt (Astr. Nachr. 79, p. 24) bemerkte am 29. November im Sucher die erste, sehr matte Spur eines Schweifes; am folgenden Tag war jedoch davon nichts zu sehen. (Das waren übrigens gerade die Tage, an denen der Komet nach Schmidt für das freie Auge sichtbar geworden ist.) Nach der Angabe der Beobachter in Hamburg (a. a. O., p. 91/92) zeigte der Komet vom 4. Dezember an in den wenigen Augenblicken, wo der Zustand der Atmosphäre eine Betrachtung seiner äußeren Erscheinung zuließ, besonders 4. bis 6. Dezember, einen sehr zarten, fächerförmig gestalteten, schmalen Schweif, der beiläufig 10′ weit zu verfolgen war. Nach einer Bemerkung von Börgen in Leipzig war am 5. Dezember in einem 5-zölligen Kometensucher ein äußerst schwacher, von der Sonne abgekehrter Schweif in einer Länge von 2° eben erkennbar. Nach Schmidt hatte am 7. Dezember bei schon tiefem Stande des Kometen die höchst matte, fächerförmige Schweifspur im Sucher etwa 15′ Länge.

Was nun die Helligkeit des Kometen betrifft, so findet man eine auffällige Zunahme derselben in einer Bemerkung zur Hamburger Beobachtung vom 31. Oktober hervorgehoben.

Nach Schmidt (a. a. O.) war der Komet am 29. November zuerst dem freien Auge schwierig sichtbar, und zwar 7. bis 6. Größe, so daß also 6^m7 gewählt werden kann. Am 30. November hatte er für das freie Auge noch nicht die Helligkeit von Sternen 6. Größe (also etwa 6^m3), doch konnte er getrennt von dem Vergleichsstern, welcher mit BD. + 5°3941 (6^m3) identisch ist, wahrgenommen werden. Am 2. Dezember bewirkte der Lichtfächer eine auffallend leichte Sichtbarkeit des Kometen für das unbewaffnete Auge; er erschien fast 5. Größe, genauer 5^m2 bis 5^m3, und zeigte sich nur als kleiner Stern, nicht als

Nebel. Am 3. Dezember zeigte sich die zentrale Region sehr glänzend und so stark verdichtet, daß sie bei höherer Lage wahrscheinlich als Kern 9. bis 10. Größe notiert worden wäre. Am 6. Dezember, bei schon tiefer Lage, wurde der Komet wegen der Nähe des Horizonts nicht mehr mit freiem Auge gesehen. Am 7. Dezember, dem letzten Beobachtungstag, war die Kerngegend so stark verdichtet, daß sie einen Kern 8. bis 9. Größe vermuten ließ. Weitere Beobachtungen zu Athen wurden durch die Ungunst des Wetters verhindert.

Zu Washington konnte der Komet nach dem 1. und 2. Dezember bei tiefem Stande auch noch am 5. und 7. mit bloßen Augen gesehen werden (Astr. Nachr. 79, p. 111).

Für die Untersuchung wurden aus Asten's Ephemeride (12^h mittl. Zeit Berlin) vom 8. Oktober bis 10. Dezember acht Tage ausgewählt, während die Angaben für den 19. September aus Glasenapp's Ephemeride (Astr. Nachr. 78, p. 91) entnommen wurden.

(E)			α	δ	$\alpha - A$	log r	log Δ	5 log $r\Delta$	k
1871	Sept.	19·0	30° 18'	+ 30° 21'	−146° 5'	0·2580	9·9821	+ 1·20	23°2
	Okt.	8·5	20 37	35 42	−173 23	0·1969	9·7984	− 0·02	18·6
		18·5	9 15	38 15	+165 58	0·1584	9·6926	0·74	20·9
	Nov.	6·5	329 12	34 36	107 33	0·0655	9·5212	2·07	51·5
		16·5	305 26	23 58	73 37	0·0010	9·4945	2·52	78·4
		29·5	281 7	6 35	35 36	9·8905	9·5463	2·82	116·5
	Dez.	2·5	276 26	+ 2 44	27 41	9·8588	9·5698	2·86	125·4
		5·5	272 2	− 0 57	20 1	9·8241	9·5974	2·89	134·3
		10·5	265 24	− 6 42	+ 7 54	9·7590	9·6524	− 2·94	148·1

$T =$ Dezember 28·8.

Am 28. September, 28. Oktober und 27. November war Vollmond.

Reduktion einiger Durchmesserangaben auf $\Delta = 1{\cdot}0$:

(E)		Beobachtungsort	D	D_1
1871	Okt. 8—10	Marseille	4'	2'5
	18	Leipzig	4	2·0
	Nov. 6	»	5	1·7
	16	»	5	1·6

Über die Größe des Durchmessers und namentlich seine Änderungen mit der Annäherung des Kometen an die Sonne hat J. F. Julius Schmidt auch in dieser Erscheinung eine längere Reihe von Beobachtungen und vergleichenden Untersuchungen veröffentlicht (Astr. Nachr., Bd. 79, Nr. 1874), worauf aber hier nur kurz hingewiesen werden soll.

Für die Helligkeit des Kometen können die folgenden Zahlen zusammengestellt werden:

(E)		r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1871	Sept. 19	1·81	12^m5?	+ 1·2	11^m3
	Nov. 29	0·78	> 6·7	− 2·8	> 9·5
	30	0·76	> 6·3	2·8	> 9·1
	Dez. 2	0·72	5·3	2·9	8·2
	5, 7	0·65	4·5?	− 2·9	7·4

Reduktion der Angaben über die Länge des Schweifes:

(E)			r	Beobachtungsort	C	S
1871	Dez.	5	0·67	Hamburg	0° 10′	0·002
				Leipzig	2	0·019
		7	0·63	Athen	0 15	0·003

1875 II (E). Perihel 13. April, Erdnähe 4. Mai ($\Delta = 0{\cdot}55$). Nordhemisphäre am Abend-, Südhemisphäre am Morgenhimmel.

Diese Erscheinung ist fast ganz kongruent mit der von 1842 verlaufen, indem der Periheldurchgang dort wie hier mit einer nur sehr geringen Differenz an demselben Jahrestag erfolgt ist. Der Komet wurde schon 77 Tage vor dem Perihel aufgefunden und beobachtet; am 26. Jänner zu Washington, am 27. und 29. von Stephan in Marseille (Comptes R. 80, p. 314). Der letztere hat dazu folgendes bemerkt: La comète offre l'apparence d'une petite tache laiteuse, à peine perceptible, produisant sur la rétine plutôt des pulsations intermittentes qu'une sensation continue; und zum Schluß ist bemerkt, daß der Komet nur völlig unbestimmte Umrisse und keinen Punkt einer Verdichtung zeigt.

Die zahlreicheren Beobachtungen begannen erst vier Wochen später; und da sollen zunächst einige in den »Astr. Nachrichten« enthaltene Notizen erwähnt werden. Am 26. Februar war der Komet nach einer Bemerkung von Palisa in Pola (Astr. Nachr. 85, p. 207) schwach, doch gut zu sehen und schien einen Kern zu haben. Nach den Beobachtungsnotizen von Bruhns in Leipzig (Astr. Nachr. 86, p. 169) stand der Komet am 2. März im Zodiakallicht, war äußerst schwach und schwer zu beobachten, am 3. aber beträchtlich heller, sein Durchmesser etwa 2′, ein Kern nur schwach vorhanden. Am 5. März war er durch sehr dicken Dunst, durch den der Vergleichsstern 8. bis 9. Größe kaum wie ein Stern 10. Größe erschien, kaum zu sehen; am 14. war er in der Mitte verdichtet, sein Durchmesser mindestens 2′. Am 6. April zeigte er sich bei der Beobachtung in Kiel (Astr. Nachr. 85, p. 331), obwohl seine Zenitdistanz mehr als 85° betrug, recht hell, war aber nur wenige Minuten zwischen Wolken sichtbar.

Nach den Bemerkungen von Bredichin, der den Kometen zu Moskau vom 25. Februar bis 10. April beobachtet hat (Annales de l'Observatoire de Moscou, Vol. II, livr. 2, p. 27), war derselbe bis 24. März noch sehr schwach, so daß er mit dem Kreismikrometer beobachtet werden mußte; erst gegen Ende März wurde er sehr hell und erschien wie ein Stern der 7. Größe. Am 28. und 30. März waren Spuren eines Schweifes zu vermuten.

Der Schweif ist auch von Konkoly in Ó-Gyalla bemerkt worden, der den Kometen bezüglich seiner physischen Beschaffenheit vom 26. März bis 9. April an mehreren Tagen beobachtet hat. Man findet diese Mitteilungen zunächst in den »Astr. Nachrichten« (Bd. 85, p. 317) und — etwas ausführlicher und vollständiger — im 1. Band der »Beobachtungen am astrophys. Observatorium in Ó-Gyalla« (p. 24), doch lassen die Angaben über die Beobachtungstage einiges zu wünschen übrig: Statt »22. März« (in Astr. Nachr.) soll vermutlich der 26. März stehen und mit »heute« ist anscheinend der 2. April gemeint. Der Schweif wurde am 26. März und 2. April gesehen; an dem letzteren Tage aber schon viel schwächer. Seine Länge war das einemal so groß wie der Durchmesser des Kometen, das anderemal trotz der Durchsichtigkeit der Luft bedeutend kleiner; nur etwa 0·6 des Durchmessers. Die kernähnliche Verdichtung wurde am 30. März einem Stern 8. bis 9. Größe, am 9. April 7. bis 8. Größe gleichgeschätzt; in der Mitte derselben schien am 26. März und 2. April ein sternähnlicher Punkt 12. Größe zu pulsieren. Als Durchmesser ergab sich am 26. und ebenso am 30. März 2′5.

In dem schon zitierten 86. Band der Astr. Nachrichten sind auch die im Mai auf der Südhemisphäre und speziell in Australien angestellten Beobachtungen mitgeteilt. Von Tebbutt in Windsor (a. a. O., p. 223) ist der Komet am Morgen des 7., 8., 10., 11. und 14. Mai beobachtet worden, war aber so schwach, daß die erhaltenen Positionen als rohe bezeichnet werden mußten; bloß die vom 8. und 10. erschienen so

gut, daß sie mitgeteilt wurden. Nach der Angabe des Beobachters in Melbourne (a. a. O., p. 191) war der Komet am Morgen des 18. Mai ein außerordentlich schwaches nebeliges Objekt, ohne Kern, ohne kompakte Form, aber etwas verlängert.

Für die Rechnung konnte die letzte in der großen Abhandlung von Asten enthaltene (auch im 85. Band der Astr. Nachr. Nr. 2030 abgedruckte) Ephemeride benützt werden (0^h mittl. Zeit Berlin); es wurden daraus zehn Tage ausgewählt.

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1875	Jänn. 27·0	351° 47°	+ 4° 40'	+ 42° 12'	0·1775	0·2970	+ 2·37	28°9
	Febr. 25·0	4 30	9 39	26 16	0·0335	0·2506	1·42	29·3
	März 3·0	7 53	10 57	24 1	9·9921	0·2329	1·12	30·2
	14·0	15 2	13 30	21 1	9·8981	0·1898	+ 0·44	33·9
	26·0	24 36	16 13	19 38	9·7557	0·1185	− 0·63	45·2
	30·0	28 11	16 55	19 36	9·6961	0·0856	1·09	52·8
	April 2·0	30 57	17 14	19 38	9·6482	0·0564	1·48	60·8
	9·0	36 33	+ 16 36	+ 18 50	9·5457	9·9685	2·43	91·4
	Mai 7·0	15 48	− 10 35	− 28 11	9·8308	9·7413	2·14	110·1
	17·0	7 38	− 16 47	− 46 9	9·9336	9·7543	− 1·56	87·9

$T =$ April 13·0.

Am 20. Februar, 22. März und 20. April war Vollmond.

Es folgt hier zunächst die Zusammenstellung und Reduktion der Angaben über den scheinbaren Durchmesser:

(E)		D	D_1
1875	März 3	2'	3'4
	14	> 2	> 3·1
	26	2·5	3·3
	30	2·5	3·0

Für die Helligkeit des Kometen können die folgenden Zahlen zusammengestellt werden, wobei die nur für die Kernpartie geltenden in Klammern gesetzt sind:

(E)		r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1875	Jänn. 27	1·50	12—13m?	+ 2·4	10m?
	März 30	0·98	7m	− 1·1	8·1
			(8·5)	1·1	(9·6)
	April 9	0·35	(7·5)	2·4	(9·9)
	Mai 7	0·68	7·5?	2·1	9 6?
	17	0·86	9 ?	− 1·6	10·6?

Will man als scheinbare Länge des Schweifes zu Ende des März 3′ oder weit darüber hinaus etwa 30′ annehmen, so findet man damit als wahre Länge 0·001 beziehungsweise 0·013.

1878 II (E). Perihel 26. Juli, Erdnähe 21. August ($\Delta = 1 \cdot 03$); Südhemisphäre, Abendhimmel.

Diesmal ist der Komet nur nach dem Perihel auf der Südhemisphäre beobachtet worden; einerseits in Australien von Tebbutt in Windsor (Astr. Nachr., Bd. 93, p. 223, und 94, p. 71; Monthly Notices,

Vol. 39, p. 75 und 321) und überdies in Melbourne, andrerseits zu Cordoba in Argentinien von B. A. Gould beziehungsweise J. M. Thome (Astr. Nachr. 93, p. 329).

Sowohl von Tebbutt als auch von Gould wurde der Komet zum ersten Mal am 3. August abends gesehen. Nach Tebbutt zeigte er sich als ein runder Nebel von ungefähr 2′ Durchmesser mit einer allmählichen Verdichtung gegen die Mitte; ein Kern war nicht vorhanden. In ähnlicher Weise beschrieb ihn Gould an demselben Tage: Obwohl im Zwielicht in einer Höhe von nur 3° oder 4° gesehen, erschien er doch im Fernrohr als ein deutliches Objekt, und zwar wie eine kleine, aber dichte weiße Wolke; ziemlich kreisförmig, jedoch von unbestimmten Umrissen und ohne Anzeichen eines Schweifes.

Von Tebbutt ist der Komet vom 5. bis 17. August an jedem Tage beobachtet worden, wobei er sich nur am 11., 12. und 13. besonders schwach zeigte, und zwar infolge des Mondlichtes (5. August erstes Viertel, 12. August Vollmond); nach dem 17. August wurde er noch bis zum 28. verfolgt, erschien aber in dieser Zeit trotz Abwesenheit des Mondlichtes in dem benützten Fernrohr so lichtschwach, daß die Beobachtungen gar nicht bekannt gemacht wurden.

Zu Cordoba, wo der Komet vom 7. August bis 6. September bei jeder sich darbietenden Gelegenheit beobachtet wurde, zeigte er sich während dieser ganzen Zeit ziemlich kreisförmig; bis 26. August war eine schwache Verdichtung der Helligkeit gegen die Mitte bemerkbar. Am 10. August war sein Licht vergleichbar mit dem eines Sternes der 8. Größe, doch nahm, obgleich er sich gegen Südost bewegte, sein Licht so rasch ab, daß es während der letzten zehn Tage (also etwa 27. August bis 6. September) schwierig war, ihn in der Nähe der beleuchteten Fäden im Auge zu behalten. Am 17. August war der scheinbare Durchmesser sehr nahe 1′.

Die Beobachtungen aus Melbourne sind durch die Abhandlung von O. Backlund: »Untersuchungen über die Bewegung des Encke'schen Kometen 1871 bis 1881« bekannt gemacht worden. Sie reichen vom 9. bis 28. August und wurden ebenso wie die von Tebbutt mit einem $4^1/_2$-zölligen Refraktor angestellt, während in Cordoba ein 11-zölliger benützt werden konnte. Bei den Beobachtungen in Melbourne zeigte sich der Komet ähnlich wie bei denen in Windsor von beträchtlicher Lichtschwäche und erschien als »a nebulous haze« mit ziemlich unregelmäßiger Begrenzung und ohne irgend eine Lichtverdichtung gegen die Mitte.

Für die Rechnung bietet sich die in der zitierten Abhandlung von Backlund enthaltene Ephemeride dar (12^h mittl. Zeit Berlin).

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1878 Aug.	3·5	151° 23′	+ 7° 52′	+ 17° 31′	9·6034	0·0684	− 1·64	57?7
	10·5	164 39	− 0 7	24 5	9·7145	0·0340	1·26	68·5
	17·5	177 37	7 48	30 29	9·8113	0·0151	0·87	69·6
	26·5	194 6	16 24	38 39	9·9095	0·0177	− 0·36	64·7
Sept.	6·5	213 8	− 23 53	+ 47 42	0·0006	0·0544	+ 0·27	55·9

$T =$ Juli 26·1.

Die Angaben über den scheinbaren Durchmesser zeigen wie bei den meisten Erscheinungen so auch dieses Mal nach dem Perihel nichts Außergewöhnliches:

			D	D_1
1878	Aug.	3	2′	2!3
		17	1	1·0

Bezüglich der Helligkeit des Kometen ist es zunächst von Wichtigkeit, daß für den 10. August ein bestimmter Wert angegeben ist. Außerdem können aber auch für einige andere Tage, insbesondere für den

ersten und letzten Beobachtungstag, unter ziemlich denselben Voraussetzungen wie bei anderen Erscheinungen, mutmaßliche Helligkeitszahlen angenommen werden, so daß sich dadurch ein Täfelchen zusammenstellen läßt wie folgt:

(E)			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1878	Aug.	3	0·40	6^m5?	− 1·6	8^m1
		10	0·52	8	1·3	9·3
		17	0·65	8·5?	0·9	9·4
		26	0·81	9 ?	− 0·4	9·4
	Sept.	6	1·00	10·5?	+ 0·3	10·2

Es ist beachtenswert, daß dort, wo von einer helleren Verdichtung gegen die Mitte des Kometen berichtet wurde, dies nur in den ersten Tagen, also ziemlich bald nach dem Perihel, geschehen ist, später aber nicht mehr.

1881 VII (E). Perihel 15. November, Erdnähe 11. Oktober ($\Delta = 0{\cdot}54$); Nordhemisphäre, Morgenhimmel.

Diese Erscheinung ist wieder eine derjenigen, in welchen der Komet auf der Nordhemisphäre bei noch sehr großen Radienvektoren ($r > 1{\cdot}5$) und sehr geringer Helligkeit wahrgenommen wurde. Dies gelang zuerst am 20. August in Leipzig und Straßburg, am 21. zu Athen und Arcetri, am 24. in Pulkowa usw.; er erschien zu dieser Zeit als ein sehr blaßer, wenngleich ziemlich weit ausgebreiteter Nebel.

Im September hat der Komet anscheinend zugenommen, so daß er, obwohl er noch lange Zeit bleich und ohne Kern war, nach einer Bemerkung von J. F. J. Schmidt in Athen (Astr. Nachr., Bd. 101, p. 297) am 19. September leicht im Sucher gesehen werden konnte; fast ebenso war er am 20. und 22. September.

Außer den Beobachtungsnotizen von Schmidt, die sich unter anderem auch auf die Sichtbarkeit des Kometen mit den geringsten optischen Mitteln beziehen, sind auch mehrere zu Pulkowa gemachte Bemerkungen gut verwendbar; sie sind von Backlund in seiner bei der vorigen Erscheinung zitierten Abhandlung (p. 16) mitgeteilt.

Nach diesen letzteren besaß der Komet am 25. September einen deutlich wahrnehmbaren Kern, der auch den nächsten Tag auf Augenblicke zu sehen, aber am 3. Oktober, allerdings bei Mondschein, nicht wahrzunehmen war; trotzdem erschien an diesem Tage der Komet als Ganzes im Sucher heller als der Vergleichsstern 9^m. Am 15. Oktober erschien der Komet erheblich heller als am 10. und mit deutlicher Verdichtung. Am 16. war die hellste Stelle des Kometen nur wenige Sekunden breit; ab und zu glaubte der Beobachter einen Kern wahrzunehmen.

Nach Schmidt war der Komet am 19. Oktober um 17^h bei schwachem Mondlichte am Sucher groß und hell, am Refraktor sehr glänzend, sehr verdichtet, doch ohne eigentlichen Kern; vielleicht war eine Spur dem freien Auge sichtbar (7^m?) Der Komet hatte die Form, die Schmidt schon im Oktober 1848 sah. Am nächsten Tage war das Aussehen ebenso.

Am 26. Oktober (Pulkowa) zeigte sich der Komet in der Dämmerung noch um 6^h morgens sehr hell und verschwand bei zunehmender Tageshelle um $6^1/_4{}^h$.

Am 27. Oktober hat Schmidt eine ziemlich ausführliche Beschreibung gegeben. Um $16^1/_2{}^h$ war der Komet dem freien Auge sicher nicht kenntlich; er stand tief und im dichten Zodiakallichte. Am Refraktor war das Licht ungemein dicht, weiß, doch kernlos; der deutliche, sehr schmale Schweif 5′ bis 7′ lang. Dieser war also 19 Tage vor der Sonnennähe sichtbar; vermutlich aber schon einige Tage früher.

Am 28. Oktober erschien der Komet nach einer Bemerkung des Beobachters in Pulkowa von der Helligkeit eines Sternes 6^m bis 7^m.

Am 3. (bürgerlich am 4.) November wurde der Komet von Schmidt zum letztenmal beobachtet. Er erschien im Refraktor bei noch niedrigem Stande als ein sehr kleiner, weißglänzender, sehr dichter und

geschweifter Nebel, der sich im Sucher jetzt nur als ein undeutlicher Stern 5^m darstellte. Der feine spitze Schweif war mindestens 7′ lang. Nun folgen hier noch (Astr. Nachr., Bd. 101, p. 298/99) die Beobachtungen von Schmidt über die Verkleinerung der Koma bei abnehmender Entfernung von der Sonne.

In Straßburg erschien der Komet am 6. November nach einer Bemerkung von Winnecke (Astr. Nachr. 114, p. 234) im Sucher bei 30facher Vergrößerung vollkommen wie ein Stern 6. bis 7. Größe; im großen Fernrohre wie eine zur Mitte beträchtlich verdichtete runde Nebelscheibe von 50″ Durchmesser. Am 8. erschien er als eine fast gleichförmig helle verwaschene Nebelmasse von demselben Durchmesser und ähnlich auch am 9. November.

In Rom, wo das Gestirn vom 5. bis 11. November beobachtet wurde (Astr. Nachr. 101, p. 79 und 141) ist zum ersten dieser Tage bemerkt worden, daß man den Kometen mit bloßem Auge sah, jedoch mit Mühe, weil der Himmel zu hell und die Höhe gering war; zu den übrigen Tagen ist in ähnlicher Weise bemerkt, daß der Komet hell und für das bloße Auge fast an der Grenze der Sichtbarkeit war. Diesen Umständen entsprechend, darf wohl im Anschluß an die frühere Bemerkung von Schmidt auch für diese letzten Tage die 5. Größe angenommen werden.

Für die Rechnung bot sich die zweite in der zitierten Abhandlung von Backlund enthaltene Ephemeride dar (12^h mittl. Zeit Berlin).

(E)	α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1881 Aug. 22·5	56° 21′	+ 32° 13′	− 95° 40′	0·2074	0·1075	+ 1·57	38°8
Sept. 19·5	89 17	41 50	88 3	0·0885	9·8715	− 0·20	54·9
Okt. 3·5	125 38	41 22	64 21	0·0028	9·7577	1·20	72·8
19·5	170 37	21 54	34 10	9·8634	9·7597	1·88	98·7
27·5	185 39	+ 9 29	26 45	9·7668	9·8298	2·02	103·8
Nov. 3·5	196 10	− 0 5	23 5	9·6644	9·9109	2·12	98·1
11·5	207 49	− 9 44	− 19 27	9·5546	0·0081	− 2·19	75·1

$T =$ November 15·3.

Am 8. September, 7. Oktober und 6. November war Vollmond.

Reduktion einiger Durchmesserangaben (mit Ausnahme derjenigen von Schmidt):

(E)	Beobachter	D	D_1
1881 Aug. 25	Winnecke in Straßburg	4′	4′9
27, 28	Common in Ealing	2	2·3
Sept. 25	Struve in Pulkowa	2·8	1·8
Sept. 30—Okt. 10	Peter in Leipzig	5	2·8

Für die Helligkeit des Kometen konnte diesmal eine längere Reihe von Zahlen gewonnen werden, die allerdings nicht durchgehends miteinander harmonieren.

(E)	r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1881 Aug. 22	1·61	13^m	1·6	11·4
Sept. 19	1·23	10	− 0·2	10·2
Okt. 3	1·01	> 9	1·2	7·8
19	0·73	7 ?	1·9	5·1
28	0·57	$6-7^m$	2·5	4·5
Nov. 3	0·46	5^m	2·1	2·9
6	0·42	$6-7^m$	2·2	3·8
11	0·36	5^m	2·2	2·8

Reduktion der zwei Angaben über die Länge des Schweifes:

(E)			r	C	S
1881	Okt.	27	0·58	7'	0·0014
	Nov.	3	0·46	> 7	$> 0·0017$

1885 I (E). Perihel 8. März, Erdnähe 10. März ($\Delta = 0·65$); Nordhemisphäre am Abend-, Südhemisphäre am Morgenhimmel.

Diese Erscheinung kommt bezüglich der Zeit des Periheldurchganges und der Sichtbarkeitsverhältnisse der von 1852 ziemlich nahe. Der Komet wurde zuerst von W. Tempel in Arcetri bei Florenz am 13. Dezember 1884 aufgefunden, aber erst am 3. Jänner 1885 wiedergesehen; er war an diesem letzteren Tage schon bedeutend heller und größer als an dem ersteren, so daß er schon mit dem kleinen Sucher als schwacher Nebel zu erkennen war (Astr. Nachr., Bd. 110, p. 283, und 111, p. 9). In dieser Zeit wurde er auch an anderen Observatorien gesehen und genauer beobachtet, so am 2. Jänner in Algier, am 3. in Straßburg, am 6. in Paris; hier wurde er beschrieben (C. R. 100, p. 95) als eine sehr schwache Nebulosität von 1′ bis 1′5 Durchmesser, ohne Kern. Am 9. Jänner erschien er, was sowohl in Genf als auch in Straßburg bemerkt wurde (Astr. Nachr., Bd. 111 und 114), durch die Nähe eines Sternes 10. Größe sehr beträchtlich geschwächt.

Überhaupt war der Komet in dieser Zeit noch wenig ansehnlich. Auf dem Rousdon Observatory (Devon), wo er (mit einem 6 4-Äquatoreal) vom 8. Jänner bis 17. Februar 1885 an vier Tagen gesehen und beschrieben wurde, ist er am 17. Jänner mit dem Kometen von Wolf (1884III) verglichen worden, und dabei ist bemerkt, daß dieser letztere viel kleiner war als der Encke'sche, aber eine mehr gedrängte Mitte hatte und leichter zu sehen war.

Erst gegen Ende Jänner und besonders im Februar war die Zunahme des Kometen eine bedeutende. In München (Astr. Nachr. 112, p. 370) zeigte er sich am 2. Februar ungleich heller als am 16. Jänner, und ein Kern war ziemlich deutlich zu erkennen. An demselben Tage erschien er auch in Wien (Annalen, 6. Bd., p. 37) schon ziemlich hell und war im Sucher des Clark'schen Refraktors (Westkuppel) sichtbar. Ziemlich dasselbe sagt die Bemerkung von Engelhardt in Dresden zum 2., 6. und 12. Februar und die von Kammermann in Genf zum 6. Februar (Astr. Nachr. 111, p. 392 und 394). Nach diesen Angaben soll für den 2. Februar 8^m5 gewählt werden.

Auch W. Tempel hat bei der Mitteilung seiner sämtlichen bis 13. Februar reichenden Beobachtungen (Astr. Nachr. 111, p. 247), nachdem er darauf hingewiesen hatte, daß die Nebelmasse am 3., 5. und 8. Jänner schon im kleinen Sucher als schwacher Nebel zu erkennen war, überdies noch hervorgehoben, daß die Zunahme der Größe und Helligkeit des Kometen sehr rasch und auffallend war; am 12. und 13. Februar ging, wie noch hinzugefügt ist, eine äußerst zarte Schweifspur über beide Ringe hinaus.

Nach einer Bemerkung von Bigourdan in Paris (C. R. 100, p. 336) zeigte sich der Komet am 7. Februar als eine fast runde, 2′ im Durchmesser haltende, von der Mitte zum Rande ziemlich regelmäßig abnehmende Nebulosität; ohne Schweif, aber mit einem kleinen Kern. An demselben Tag wurde er von Trepied in Algier spektroskopisch untersucht (a. a. O., p. 616). Dieser Beobachter hat auch auf den Beginn der Schweifbildung geachtet und glaubte diesen Moment auf die Zeit zwischen dem 11. und 12. Februar verlegen zu können. Am 16. Februar war das Vorhandensein eines Schweifes ganz sicher und man konnte denselben bis ungefähr 15′ vom Kern verfolgen.

In diesen Tagen bemerkte auch Barnard in Nashville (The Observatory, Vol. 8, p. 122) einen lichtschwachen Schweif, der sich am 11. Februar über 10′, am 13. über 14′ bis 15′ erstreckte und am 16. noch etwas länger und etwas deutlicher war als am 13. Februar.

In dem genannten Band der Comptes Rendus (100, p. 730) findet sich auch eine Helligkeitsangabe. Der Komet zeigte sich nämlich am 21. Februar zufolge einer Bemerkung von Périgaud in Paris, der ihn

am Equatorial Coudé beobachtete, als eine runde Nebulosität von der Helligkeit eines Sternes ungefähr 9. Größe. Diese Angabe wäre zwar für die Untersuchung sehr willkommen, paßt aber in die Reihe der mutmaßlichen Helligkeitswerte gar nicht hinein; der Gesamthelligkeitsgrad des Kometen war zu dieser Zeit sicherlich schon viel größer und dürfte der eines Sternes 7. Größe gewesen sein.

Die Beobachtungen von W. Schur in Straßburg (Astr. Nachr. 114, p. 91), angestellt mit dem 18-zölligen Refraktor, enthalten auch eine längere Reihe von Notizen über den Kometen, von denen hier die folgenden einen Platz finden sollen. Zum 18. Jänner: Komet trotz Dämmerung und nebeliger Luft am Horizont schon ziemlich gut sichtbar; in der Nebelmasse beginnt eine helle Verdichtung sichtbar zu werden. Zum 31. Jänner: Komet recht hell. Zum 4. Februar: Sehr hell mit starker Verdichtung; ähnlich am 8. und 14. Februar. Zum 23. Februar: Heller Mondschein (1 Tag nach dem ersten Viertel), Komet in heller Dämmerung. Die letzte Beobachtung gelang am 2. März, als der Komet schon fast am Horizont und kaum zu sehen war.

Nach dem Perihel wurde der Komet von J. M. Thome zu Cordoba in Argentinien mit einem 11-zölligen Äquatoreal beobachtet, und zwar zunächst am 27. und 28. März und sodann nach einer längeren Pause wieder vom 14. bis 22. April an 5 Tagen (Astr. Nachr. 112, p. 369). Er stand zu dieser Zeit am Morgenhimmel und war, die zwei ersten Nächte ausgenommen, von der äußersten Lichtschwäche, indem er nur als eine unregelmäßige Weiße erschien und bei der geringsten Beleuchtung verschwand; die Beobachtungen stimmen aber trotzdem untereinander ziemlich gut überein.

Die zur Untersuchung des Kometen dienliche Ephemeride konnte vollständig nach der von Backlund angelegt werden, welche im Bulletin der Petersburger Akademie, Bd. 29, und überdies im I. Band des Pariser Bulletin astronomique mitgeteilt ist (12^h mittl. Zeit Berlin).

(E)			α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1884	Dez.	13·5	341° 9'	+ 3° 45'	+ 79° 24	0·2054	0·1511	+ 1·78	37·4
1885	Jänn.	3·5	344 21	4 4	59 20	0·1206	0·1512	1·36	41·9
		19·5	348 45	5 15	46 26	0·0323	0·1299	0·81	46·2
	Febr.	2·5	353 43	6 40	36 53	9·9259	0·0874	+ 0·07	53·2
		11·5	357 10	7 26	31 22	9·8339	0·0416	− 0·62	62·2
		13·5	357 54	7 32	30 9	9·8100	0·0286	0·81	65·1
		16·5	358 56	7 35	28 15	9·7713	0·0067	1·11	70·4
		21·5	0 13	7 10	24 45	9·6999	9·9631	1·68	82·8
	März	2·5	358 42	+ 2 52	+ 14 46	9·5676	9·8636	2·84	125·5
		27·5	336 58	− 19 20	− 29 53	9·7796	9·9330	− 1·44	84·5
	April	22·5	339 47	− 19 41	− 50 58	0·0233	0·0451	+ 0·34	55·3

$T =$ 1885, März 7·6.

Am 1. und 30. Jänner, 1. und 30. März war Vollmond.

Beginnen wir wieder mit den Angaben über den scheinbaren Durchmesser.

(E)			Beobachtungsort	D	D_1
1885	Jänn.	6	Paris	1'0—1'5	1'4—2'1
		9	Genf	0'75	1'1
		19	Wien	1	1·1
	Febr.	7	Paris	2	2·3
		12	Dresden	2	2·2
		14	Taschkent	0·8	0·8
		16	»	0·7	0·7

Die letzten zwei beziehen sich augenscheinlich nur auf die hellste Partie des Kometen.

Bezüglich der mutmaßlichen Helligkeitswerte ist man diesmal fast durchgehends auf Annahmen angewiesen, doch dürften die in dem folgenden Täfelchen zusammengestellten Zahlen dem wirklichen Verlauf der Helligkeit recht nahe kommen.

(E)			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1884	Dez.	13	1·60	13^m?	+ 1·8	11^m2
1885	Jänn.	3	1·32	12 ?	1·4	10·6
	Febr.	2	0·84	8·5	+ 0·1	8·4
		21	0·50	9 ??	— 1·7	10·7?
	März	2	0·37	5 ?	2·8	7·8
		27	0·60	7 ?	— 1·4	8·4
	April	22	1·06	10·5	+ 0·3	10·2

Reduktion der Angaben über die Länge des Schweifes.

(E)			r	Beobachtungsort	C	S
1885	Febr.	11	0·68	Nashville	10′	0·0036
		13	0·65	»	15	0·0052
		16	0·59	Algier, Nashville	> 15	> 0·0047

1888 II (E). Perihel 28. Juni, Erdnähe 31. Juli ($\Delta = 0{\cdot}71$); Südhemisphäre, Abendhimmel.

In dieser Erscheinung ist der Komet ähnlich wie in denen von 1855 und 1878 nur nach dem Perihel auf der Südhemisphäre beobachtet worden, und zwar in Australien von Tebbutt in Windsor (Astr. Nachr., Bd. 119, p. 349, und 120, p. 219), am Kap der guten Hoffnung von Finlay (a. a. O., Bd. 120, p. 43) und zu Cordoba in Argentinien von Thome (Astr. Nachr., Bd. 122, p. 307, und Astr. Journ., Vol. 9, p. 75).

Nach Tebbutt, der ihn zuerst am 8. Juli abends auffand, zeigte er sich an diesem Tag als ein heller, runder, nebeliger Stern von etwa 1′ Durchmesser, wohl verdichtet, aber ohne Kern. Die nächsten Tage erschien er kleiner und schwächer, am 15. und 16. Juli sehr schwach wegen des Mondlichtes (erstes Viertel) und am 25. trotz Abwesenheit des Mondes (Vollmond am 23. Juli) sehr schwach und diffus, ohne Kondensation, aber immerhin von 2′ Durchmesser. Am 31. Juli und 1. August konnte er wegen äußerster Lichtschwäche nur mit der größten Schwierigkeit beobachtet werden. Die ersten Beobachtungen wurden mit dem $4^1/_2$-zölligen, die letzten (vom 25. Juli bis 1. August) mit dem 8-zölligen Äquatoreal gemacht.

Nach einer Bemerkung von Finlay, der ihn vom 3. bis 9. August beobachtet hat, erschien er als ein sehr schwacher Lichtfleck von etwa 2′ Durchmesser ohne merkliche Kondensation; es war schwierig, selbst bei der schwächsten Fadenbeleuchtung, den Kometen und den Faden gleichzeitig zu sehen.

Bei den zu Cordoba angestellten Beobachtungen, die vom 28. Juli bis 25. August reichen, ist über den Kometen selbst nichts bemerkt, als daß er am 23. und 24. August sehr schwach und am 25. nur eben noch sichtbar war.

Zur Untersuchung des Kometen wurden nach der Ephemeride von Backlund und Seraphimoff (Astr. Nachr. 119, p. 173) vier Tage ausgewählt (0^h mittl. Zeit Berlin).

(E)			α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log\Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1888	Juli	8·0	132° 10′	+ 12° 43′	+ 24° 8′	9·6353	9·9901	— 1·87	82°6
		25·0	163 43	— 6 39	38 34	9·8648	9·8645	1·35	87·8
	Aug.	3·0	182 34	17 8	48 38	9·9498	9·8555	— 0·97	77·4
		25·0	224 31	— 30 30	+ 69 56	0·0945	9·9782	+ 0·36	52·8

$T =$ Juni 28 0.

Am 23. Juli und 21. August war Vollmond.

Reduktion der Angaben über den Durchmesser:

(E)			Beobachter	D	D_1
1888	Juli	8	Tebbutt	1′	1′0
		25	„	2	1·5
	Aug.	3	Finlay	2	1·4

Die Helligkeit des Kometen dürfte am ersten Auffindungstag noch nahe an der 6. Größe gewesen sein; zur Zeit der letzten zu Cordoba gelungenen Beobachtungen war sie aber vermutlich schon bis 10^m oder 10^m5 gesunken. Man hat nach diesen Annahmen:

(E)			r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1888	Juli	8	0·43	6^m	− 1·9	7^m9
	Aug.	25	1·24	10·5	+ 0·4	10·1

1891 III (E). Perihel 18. Oktober, Erdnähe 20. September ($\Delta = 0{\cdot}92$); Nordhemisphäre, Morgenhimmel.

Diese Erscheinung ist fast kongruent mit der von 1858 verlaufen; Differenz zwischen den Perihelzeiten kleiner als ein Tag.

Der Komet wurde am Morgen des 2. August von Barnard auf der Lick-Sternwarte mit dem 36-zölligen Refraktor aufgefunden und seine Helligkeit zu $16^3/_4{}^m$, sein Durchmesser zu $^3/_4{}'$ angegeben (Astr. Journal, Vol. 11, p. 36).

In dieser Erscheinung habe ich selber zum erstenmal den Encke'schen Kometen beobachtet, und zwar abgesehen von mehreren Positionsbestimmungen zur Zeit seiner größeren Helligkeit, insbesondere auch in bezug auf seine Wahrnehmbarkeit oder Gesamthelligkeit; diese letztere nach dem seither immer befolgten Verfahren, einen Kometen mit dem kleinsten zur Verfügung stehenden Fernrohr, in dem er noch sichtbar ist, zu betrachten und die Sterne anzugeben, welche so leicht oder so schwer gesehen werden können wie der Komet. Bevor ich aber die Ergebnisse dieser Helligkeitsbestimmungen darlege, möchte ich noch die wichtigeren der von anderen Beobachtern gemachten Bemerkungen erledigen.

O. Knopf in Jena hat (Astr. Nachr. 130, p. 374) seinen am 29. September und 1. Oktober (16^h) gemachten Beobachtungen beigefügt, daß ihm der Komet die Helligkeit des Andromedanebels zu besitzen schien (6^m?).

Von W. Luther in Hamburg (Astr. Nachr. 131, p. 109) ist zum 29. September bemerkt worden: Komet sehr hell, Kern 8. Größe; zum 30. September: Zentrale, allerdings nicht ganz sternartige Verdichtung 8. Größe; zum 4. Oktober: Komet trotz niedrigeren Standes heller als Komet Wolf; Kern 9. Größe, entschieden schwächer als der Vergleichsstern 8^m5; zum 5. Oktober: Kern etwas heller als der Vergleichsstern 9^m1.

Unter den Bemerkungen des Beobachters zu Pulkowa (Astr. Nachr. 131, p. 274) sind die folgenden von besonderer Wichtigkeit: Am 2. Oktober hatte der Komet im Sucher die Helligkeit eines Sternes 6. bis 7. Größe. Am 3. zeigte er einen schmalen, langen, gekrümmten Schweif, der sich trotz der Dämmerung ungefähr 15′ weit verfolgen ließ. Am 5. Oktober, bei schon ziemlich tiefem Stande, war der Schweif nur 8′ weit sichtbar und die Gesamthelligkeit der Koma 6 bis 7^m; der Kern war anfangs nicht zu erkennen, kam aber später wieder zum Vorschein.

Bei der letzten Beobachtung des Kometen zu Oxford (Radcliffe Obs.) am 11. Oktober 17^h (Monthly Notices, Vol. 52, p. 120) war derselbe im starken Zwielicht noch sichtbar, als Sterne unter der 7. Größe im Gesichtsfeld schon verschwunden waren.

Meine schon erwähnten Beobachtungen des Kometen sind an der Wiener Sternwarte mit dem Fraunhofer'schen Refraktor von 16·2 Zentimeter und dem daran angebrachten Sucherfernrohr von 3·7 Zentimeter Öffnung gemacht worden; mitgeteilt im 129. Band der Astr. Nachrichten (p. 29) und im 8. Band der Annalen der k. k. Universitäts-Sternwarte in Wien.

Am 9. September war der Komet im Sucher fast so gut wahrzunehmen wie der Stern BD. + 33° 1589 (8^m0). Angenommen 8^m2.

Am 10. September im Sucher heller als BD. + 33° 1629 (8^m4), etwas schwächer als + 33° 1623 (8^m0). Sonach wieder nahe an 8^m2.

Am 11. September im Sucher fast so hell wie BD. + 32° 1677 (8^m1), etwa eine halbe Größe schwächer als der statt 8^m2 zu 7^m8 geschätzte Stern + 32° 1683. Demnach auch an diesem Tage 8^m2.

Am 12. September im Sucher etwas heller als BD. + 32° 1700 (8^m2), fast eine Größe schwächer als + 32° 1704 (7^m5). Die letztere Schätzung ist aber wegen des schon sehr beträchtlichen Helligkeitsabstandes nicht sicher; nach der ersten kann 8^m1 angenommen werden.

Am 13. September im Sucher so hell wie BD. + 32° 1724 (8^m0), eine halbe Größe schwächer als + 31° 1806 (7^m5). Demnach 8^m0.

Am 14. September stand der Komet nördlich von dem Stern BD. + 31° 1826 (8^m5) und erschien mit ihm im Sucher zu einem nebeligen Stern $6^1/_2 - 7^m$ vereinigt. Für den Kometen würde demnach als Helligkeit ungefähr 7^m übrig bleiben, doch ist diese Bestimmung im Vergleich mit den früheren wenig sicher.

Am 25. September war vom Kometen infolge des Mondlichtes (1 Tag nach dem letzten Viertel) nur der hellste Teil zu sehen, der aber so auffallend war, daß er im Sucher so hell wie der Stern BD. + 22° 2179 (7^m5) erschien. Demnach $H > 7^m5$.

Am 30. September zeigte sich der Komet bald nach seinem Heraustreten aus der am Horizont lagernden Dunstschicht so hell, daß er im Sucher nur etwa eine halbe Größenklasse schwächer erschien als der Stern 6. Größe *k* Leonis; übrigens war im Sucher außer dem Kometen und dem genannten Stern kein anderer zu sehen.

Die Helligkeit wäre darnach 6^m5 gewesen, aber mit Rücksicht auf den zu Jena gemachten Hinweis auf den Andromedanebel soll eine etwas größere, etwa 6^m3, angenommen werden.

Zum 1. Oktober ist bemerkt: Helligkeit des Kometen wie gestern; nur wenig schwächer als *k* Leonis.

Am 2. Oktober wurde der Komet und der Vergleichsstern (8^m7) in der zunehmenden Tageshelle nahe gleichzeitig um $17^h\ 12^m$ mittl. Zeit unkenntlich; sonst aber war der Komet wie ein Stern nahe 6. Größe erschienen.

Am 5. Oktober konnte der Komet bis $17^h\ 20^m$ mittl. Zeit gesehen werden, nachdem der Vergleichsstern (9^m0) und ein Stern von der Helligkeit 9^m1 schon früher unkenntlich geworden waren.

Am 10. Oktober war ein hinreichend heller Vergleichsstern nicht in der Nähe; der Kern des Kometen erschien mit zunehmender Tageshelle immer mehr fixsternartig und verschwand um $17^h\ 26^1/_2{}^m$.

Zum 11. Oktober ist folgendes bemerkt: Nachdem der Komet aus der am Horizont liegenden Wolkenbank herausgekommen war, konnte er in der Dämmerung bis $17^h\ 20^1/_2{}^m$ gesehen werden, während der Stern BD. + 2° 2517 (6^m) noch eine halbe Stunde länger sichtbar blieb.

Am 12. Oktober wurde der Komet, nachdem er über einem am Horizont befindlichen Wolkenstreif sichtbar geworden war, in der Dämmerung 22 Minuten lang, aber stets undeutlich gesehen, und zwar bis $17^h\ 19^1/_2{}^m$ mittl. Wiener Zeit.

Hiemit schließt die Zusammenstellung meiner Beobachtungen. Unter Mitberücksichtigung der in Pulkowa zum 2. und 5. Oktober gemachten Bemerkungen soll für Oktober 2·0 und 6·0 als Helligkeit des Kometen 6^m2 angenommen werden.

Es folgt nun die zur Untersuchung des Kometen dienliche abgekürzte Ephemeride; sie wurde nach der von Backlund vorausberechneten Ephemeride angelegt (0^h mittl. Zeit Berlin).

(E)			α	δ	$\alpha - A$	log r	log Δ	5 log $r\Delta$	k
1891	Aug.	2·0	58° 53'	+ 30° 2'	− 73° 23'	0·1796	0·1995	+ 1·90	38°2
	Sept.	10·0	116 3	33 19	52 23	9·9671	9·9813	− 0·26	64·5
		12·0	120 24	32 28	49 50	9·9508	9·9747	0·37	66·4
		14·0	124 49	31 25	47 13	9·9336	9·9693	0·49	68·2
		26·0	150 49	21 23	31 59	9·8078	9·9700	1·11	76·5
		30·0	158 50	16 56	27 35	9·7552	9·9838	1·30	76·8
	Okt.	2·0	162 41	14 35	25 33	9·7267	9·9931	1·40	76·1
		4·0	166 27	12 10	23 35	9·6968	0·0039	1·50	74·6
		6·0	170 9	9 42	21 43	9·6659	0·0159	1·59	72·3
		12·0	181 5	+ 2 6	− 16 17	9·5762	0·0570	− 1·83	58·7

$T =$ Oktober 18·0.

Am 19. August und 18. September war Vollmond.

Angaben über den scheinbaren Durchmesser:

(E)			Beobachtungsort	D	D_1
1891	Aug.	1	Lick - Obs.	$^3/_4$'	1'19
	Sept.	1—4	Kremsmünster	2	2·06
		7	Hamburg	2	1·95

In der Zusammenstellung der Helligkeitswerte sind für die Zeit vom 9. bis 14. September die Ergebnisse von je zwei unmittelbar aufeinander folgenden Tagen vereinigt worden. Wie die späteren gebildet wurden, ist schon an der jeweiligen Stelle bemerkt.

Durch die für den Tag der ersten Auffindung angegebene Helligkeit ($16^3/_4^m$) scheint der Komet, wie ich schon früher anderswo (Astr. Nachr. 137, p. 238/39) dargelegt habe, viel zu schwach geschätzt zu sein.

Die Angaben, welche sich augenscheinlich nur auf den Kern beziehen, sind in Klammern ( ) gesetzt.

(E)			r	H'	5 log $r\Delta$	H_1
1891	Aug.	2	1·51	16^m75	+ 1·9	14^m85?
	Sept.	9, 10	0·93	8·2	− 0·3	8·5
		11, 12	0·89	8·15	0·4	8·5
		13, 14	0·86	8·0	0·5	8·5
		26	0·64	> 7·5	1·1	> 8·6
		30	0·57	(8) / 6·3	1·3	(9·3) / 7·6
	Okt.	2	0·53	6·2	1·4	7·6
		5	0·48	(9)	1·5	(10·5
		6	0·46	6·2	− 1·6	7·8

Angaben über die Länge des Schweifes:

(E)			r	C	S
1891	Okt.	3/4	0·50	0° 15'	0·0046
		5/6	0·46	0 8	0·0025

1895 I (E). Perihel 5. Februar, Erdnähe 28. Jänner ($\Delta = 0{\cdot}62$); Nordhemisphäre am Abend, Südhemisphäre hauptsächlich am Morgenhimmel.

Diese Erscheinung kommt in bezug auf die Zeit des Periheldurchganges der von 1861/62 recht nahe und infolgedessen ist auch der geozentrische Lauf des Kometen in beiden Erscheinungen nahezu derselbe gewesen.

Es erscheint daher befremdend, daß der Komet, wenn man auf den Jahrestag und die Radienvektoren achtet, diesmal später gefunden wurde als damals. Während er nämlich im Jahre 1861 von Förster in Berlin bereits am 4. Oktober, als $r = 2{\cdot}08$ war, aufgefunden und gegen Ende Oktober und Anfang November, als $r = 1{\cdot}8$ bis $1{\cdot}7$ war, schon mehrmals beobachtet wurde, ist er im Jahre 1894 erst vier Wochen später, als $r = 1{\cdot}76$ war, entdeckt worden; am 31. Oktober photographisch zu Heidelberg, visuell zu Nizza, am 1. November visuell zu Teramo. Die Distanzen von der Erde Δ können hier nicht in Betracht kommen, da sie nicht wesentlich verschieden, sondern sogar in der letzteren Erscheinung etwas kleiner waren als in der ersteren. Es würde daher, wenn diese Nichtübereinstimmung zwischen den beiden Erscheinungen abgeschwächt werden soll, kaum etwas anderes übrig bleiben als die Annahme, daß die Auffindung des Kometen am 4. Oktober 1861 durch das Zusammentreffen von ungewöhnlich günstigen Umständen bewirkt worden ist.

In der Wirklichkeit ist aber, wie im Kometenbericht der Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft (Jahrgang 1895, p. 129) bemerkt ist, die Auffindung des Kometen im Jahre 1894 wohl nur darum so spät erfolgt, weil, wie ich selbst (Astr. Nachr. 137, p. 239) schon bedauert hatte, die Vorausberechnung nicht hinreichend früh bekannt gemacht worden ist. Der Komet hatte daher, als er Ende Oktober und Anfang November wirklich aufgefunden wurde, und zwar fast zu derselben Zeit gleich an drei Orten, schon eine wesentlich größere Helligkeit erlangt, und in Anbetracht dieses Umstandes ist die im ersten Augenblick befremdende Differenz zwischen den Anfangshelligkeiten in den zwei Erscheinungen eigentlich gar nicht mehr vorhanden.

Auch diesmal habe ich den Kometen mit dem 6-zölligen Fraunhofer'schen Refraktor, so oft es das Wetter gestattete, bezüglich seines Helligkeitseindruckes beobachtet (Annalen der k. k. Sternwarte Wien, Bd. 12, p. 138, im Auszug in Astr. Nachr., Bd. 137, p. 237). Da diese Beobachtungen in derselben einheitlichen Weise wie die in der vorigen Erscheinung gemacht wurden und außerdem die zahlreichsten unter allen sind, soll diesmal gleich mit ihnen begonnen werden.

Der Komet wurde mit dem genannten 6-zölligen Refraktor zum erstenmal am 18. November 1894 gegen 7^h abends gesehen; er stand zu dieser Zeit nahe am Meridian und erschien als ein sehr schwacher, nur zeitweise erkennbarer Nebelschimmer. Ebenso zeigte er sich am 20. November. Am 22. und 23. November erschien er etwas heller als am 18., war aber noch immer schwer zu erkennen; geschätzt 11^m7.

Nun blieb der Komet unbeobachtet bis zum 2. Dezember. An diesem Tage war er als schimmernder Nebel im Lichte des 5 Tage alten Mondes so gut wie ein Stern 11^m, später aber, bei Untergang des Mondes, so gut wie ein Stern $10^1/_2{}^m$ wahrzunehmen. Am 10. Dezember, zwei Tage vor dem Vollmond, war er nur sehr schwer zu erkennen.

Am 17. Dezember war der Komet auch schon im kleinen Sucherfernrohr deutlich als Nebel zu sehen und seine Wahrnehmbarkeit wurde durch Einschätzung zwischen zwei Fixsterne zu 8^m7 geschätzt.

Am 22. Dezember zeigte er im 6-zölligen Refraktor schon eine recht auffallende Lichtverdichtung, ein eigentlicher Kern war aber nicht zu erkennen. Als Wahrnehmbarkeit des ganzen Kometen wurde mit dem Sucherfernrohr durch Einschätzung zwischen drei Sterne 8^m5 gefunden. Ebenso war der Komet am 23. Dezember.

Am 25. Dezember ergab sich durch Vergleichung mit einem Fixstern als Grad der Wahrnehmbarkeit 8^m3 bis 8^m2 und am 26. durch Vergleichung mit zwei Sternen 8^m1.

Am 28. Dezember wurde durch Vergleichung mit vier Sternen 8^m0 und am 31. auf Grund direkter Schätzung des Helligkeitseindruckes im Sucher 7^m8 gefunden.

Am 14. und 15. Jänner 1895 ergab sich durch Einschätzung des Kometen im Sucher zwischen zwei Sterne 7^m beziehungsweise 6^m6 und am 17. Jänner 6^m3.

Am 24. Jänner, bei schon tiefem Stande des Kometen in der Abenddämmerung, war er so gut zu sehen, daß seine Wahrnehmbarkeit zwischen 5^m und $5^1/_2{}^m$ liegend angenommen werden konnte; am 25., bei noch tieferem Stande in der hellen Dämmerung, war er zwar nicht mehr so gut zu sehen wie am Vortag, aber seine Lichtstärke dürfte in Anbetracht dieser ungünstigen Stellung doch dieselbe oder gewiß nicht geringer gewesen sein.

Unter den Notizen anderer Beobachter findet sich nur wenig, was der Rechnung unterzogen werden könnte. Als Größe des Durchmessers wurde in Lyon am 1. Dezember 5′, von W. Winkler in Jena am 28. Dezember 3′, von F. Schwab in Kremsmünster am 15. und 18. Jänner 2′ beobachtet (A. N., Bd. 137, p. 77, 173, Bd. 139, p. 335). Unter den von M. Ebell in Berlin gemachten Notizen (A. N. 137) p. 365 sind ein paar Helligkeitsangaben, die sich aber in die obige Reihe nicht ohne einigen Zwang einordnen lassen; darnach war der Komet am 1. Jänner bei einem Durchmesser von 1′ ziemlich schwach, etwa 12^m, während er am 14. Jänner bei einem Durchmesser von etwa 2′ etwa die Helligkeit eines Sternes 8^m5 hatte. Am Radcliffe Observatory zu Oxford, wo der Komet am 25. Jänner zum letztenmal beobachtet werden konnte (Monthly Notices, Vol. 56), ist zum 23. Jänner bemerkt worden, daß der Kern des Kometen eine diffuse Scheibe von der 9. oder 10. Größe war und dem Zentrum der Nebulosität folgte. Zum letztenmal ist der Komet wie in Wien und Oxford so auch in Liverpool am 25. Jänner gesehen worden.

Von W. E. Sperra (Ohio) wurde am 14. Dezember an der Stelle des Kometen ein Objekt 8. Größe mit einer diffusen Nebulosität gefunden; später stellte sich heraus, daß dies tatsächlich der Encke'sche Komet gewesen ist, der jedoch nicht einen Kern 8. Größe hatte, sondern nur einen Stern 8. Größe bedeckt hat (Popular Astronomy, Vol. II, p. 333). Im Jänner hat derselbe Beobachter versucht, den Kometen mit bloßen Augen zu sehen, konnte jedoch nicht mit Sicherheit angeben, ob er ihn tatsächlich gesehen hat (a. a. O., p. 280).

Nach dem Perihel wurde der Komet von Grigg zu Thames, Neuseeland, am 24. und 25. Februar gesehen (Publications of the Astr. Soc. of the Pacific, Vol. 16, p. 28), doch ist von den Beobachtungen selbst nichts bekannt gemacht worden. Von J. Tebbutt (Astronomical Memoirs, p. 87) ist er schon am 20. Dezember aufgefunden, aber nicht weiter beobachtet worden.

Für die Rechnung wurde die in der Abhandlung von O. Backlund »Vergleichung der Theorie des Encke'schen Kometen mit den Beobachtungen 1894 bis 1895« enthaltene Ephemeride benützt (0^h mittl. Zeit Berlin). Was für den 24. und 25. Februar angesetzt ist, stammt aus der von Backlund vorausberechneten Ephemeride (Astr. Nachr. 136, p. 383).

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1894	Okt. 31·0	349° 23′	+ 14° 38′	+133° 44′	0·2457	9·9600	+ 1·03	23°4
	Nov. 19·0	340 1	9 48	105 11	0·1825	9·9539	0·68	38·2
	23·0	338 40	8 54	99 37	0·1669	9·9548	0·61	41·1
	Dez. 2·0	336 22	7 8	87 42	0·1282	9·9562	+ 0·42	47·2
	17·0	334 25	4 55	69 16	0·0488	9·9495	− 0·01	57·3
	22·0	334 5	4 19	63 23	0·0167	9·9426	0·20	61·1
	25·0	333 55	3 57	59 53	9·9956	9·9370	0·34	63·6
	28·0	333 45	3 35	56 23	9·9731	9·9301	0·48	66·4
	31·0	333 33	3 12	52 52	9·9487	9·9218	0·65	69·5
1895	Jänn. 14·0	331 3	+ 0 12	35 4	9·8049	9·8612	1·67	92·0
	17·0	329 43	− 1 2	30 31	9·7659	9·8436	1·95	100·0
	24·0	324 13	5 43	+ 17 37	9·6626	9·8030	2·67	127·3
	Febr. 24·0	309 13	25 27	− 28 13	9·7717	0·0575	0·85	60·1
	25·0	309 50	− 25 23	− 28 33	9·7850	0·0651	− 0·75	58·5

$T =$ 1895 Februar 4·7.

In dieser Zeit war am 13. November, 12. Dezember, 11. Jänner und 9. Februar Vollmond. Erledigen wir zunächst die Angaben über die Größe des scheinbaren Durchmessers:

(E)			Beobachtungsort	D	D_1
1894	Dez.	1	Lyon	5′	4′5
		28	Jena	.3	2·6
1895	Jänn.	14	Berlin	2	1·5
		15	Kremsmünster	2	1·4
		18	»	2	1·4

Es folgt nun die Reduktion der beobachteten Helligkeitszahlen auf $r = 1{\cdot}0$, $\Delta = 1{\cdot}0$.

(E)			r	H	5 log $r\Delta$	H_1
1894	Okt.	31	1·76	12^m5 ?	+ 1·0	11^m5
	Nov.	18, 20	1·52	12 ?	0·7	11·3
		22, 23	1·47	11·7	0·6	11·1
	Dez.	2	1·34	10·5	+ 0·4	10·1
		17	1·12	8·7	0·0	8·7
		22	1·04	8·5	− 0·2	8·7
		23	1·02	8·5	0·2	8·7
		25	0·99	8·25	0·34	8·6
		26	0·97	8·1	0·4	8·5
		28	0·94	8·0	0·5	8·5
		31	0·89	7·8	0·6	8·4
1895	Jänn.	14	0·64	{ 8·5 / 7 }	1·7	{ 10·2 / 8·7 }
		15	0·62	6·6	1·8	8·4
		17	0·58	6·3	2·0	8·3
		23	0·48	$(9-10^m)$	2·6	(12·1)
		24	0·46	5^m0-5^m5	− 2·7	7^m7-8^m2

Wird für den 24. oder 25. Februar ähnlich wie in der ziemlich kongruent verlaufenen Erscheinung von 1862 die 7. Größe angenommen, so würde sich als reduzierte Helligkeit etwa 7·8 ergeben.

In der Mitte des Jänner, als der Komet kurz vor seinem Verschwinden im Tageslicht recht hell und fast dem bloßen Auge sichtbar war, zeigte er auch einen schwachen Schweif. Dieser konnte am 15. Jänner zu Northfield (Minnesota) bis zu einer Entfernung von $1^1/_2{}^\circ$ vom Kern und zwei Tage später von dem schon genannten W. E. Sperra wenigstens einen Grad weit (was somit nahe auf dasselbe hinauskommt) verfolgt werden (Popular Astronomy, Vol. II, p. 279 und 280). Die erste Angabe führt auf $S = 0{\cdot}019$.

1898 III (E). Perihel 27. Mai, Erdnähe 7. Juli ($\Delta = 0{\cdot}27$); Südhemisphäre, Abendhimmel.

Diese Erscheinung ist geozentrisch ziemlich so wie die von 1865 verlaufen. Der Komet wurde aber diesmal nur nach dem Perihel auf der Südhalbkugel beobachtet, und zwar wieder von Tebbutt in Windsor, der ihn am 11. Juni auffand (Astr. Nachr., Bd. 146, p. 341, und Bd. 147, p. 313). Er soll übrigens von J. Grigg in Thames, Neuseeland, nach einer von ihm selbst konstruierten Ephemeride schon am 7. Juni abends in einer Höhe von nur 3° über dem Horizont gefunden worden sein (The Observatory 1898, p. 319).

Nach Tebbutt erschien der Komet am 11. Juni abends im Zwielicht als ein runder, wohlverdichteter Nebel von 30″ Durchmesser. Er wurde nun mit dem $4^1/_2$zölligen Äquatoreal am 12. und 15. Juni beob-

achtet, worauf die Beobachtungen unterbrochen wurden, bis er hinreichend hoch war, um mit dem 8-Zöller beobachtet werden zu können. Da zeigte sich aber am 25. Juni, als mit dem Ringmikrometer-Okular des $4^1/_2$-Zöllers auf den Kometen eingestellt wurde, daß er trotz klarer Luft nicht zu sehen war. Als am nächsten Abend der Versuch mit demselben Instrument, jedoch mit einem Kometensucher-Okular, wiederholt wurde, gelang es zwar den Kometen zu sehen, aber mit großer Schwierigkeit; er zeigte sich als ein sehr schwacher Lichtfleck von 2′ bis 3′ Durchmesser. Am 27. Juni wurde versucht, den Kometen mit dem 8-zölligen Teleskop zu beobachten, aber ohne Erfolg. Am 10. Juli wurde bei ganz klarem Himmel und Abwesenheit des Mondes (der im letzten Viertel, also abends noch unter dem Horizont war) mit diesem größeren Fernrohr der letzte Versuch gemacht, und da gelang es bei »schiefem Hineinsehen« in ein schwaches Okular, eine »schwache Weiße« von 5′ bis 6′ Durchmesser zu entdecken.

Der Komet hat sich also, wie der Beobachter noch hinzugefügt hat, auch dieses Mal bei seiner Rückkehr vom Perihel rasch ausgedehnt und ausgebreitet und seine Helligkeitsänderungen sind ganz unvereinbar mit der für die Berechnung der Lichtintensität angenommenen Formel.

Es soll hier gleich die Untersuchungsephemeride angeschlossen werden, zu deren Zusammenstellung die von A. Iwanow vorausberechnete Ephemeride (Astr. Nachr. 146, p. 159) benützt wurde (0^h mittl. Zeit Berlin).

(E)			α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1898	Juni	7·0	98° 33′	+ 15° 53′	+ 23° 2′	9·6526	9·8562	− 2·46	119°0
		11·0	102 29	12 20	22 50	9·7141	9·7916	2·47	126·4
		15·0	106 26	+ 8 8	22 38	9·7709	9·7255	2·52	129·8
		26·0	121 11	− 9 17	25 57	9·8977	9·5405	2·81	121·8
	Juli	10·0	167 24	− 43 57	+ 57 44	0·0125	9·4486	− 2·69	79·6

$T =$ Mai 26·8.

Während des Beobachtungszeitraumes war am 3. Juli Vollmond.

Zu dem Umstand, daß der Komet nach dem Bericht von Tebbutt unter einem sehr großen Durchmesser erschienen ist, hat natürlich auch seine bedeutende Erdnähe beigetragen. Wie viel von der Vergrößerung auf die Erdnähe entfällt, zeigt sich, wenn man die zwei Durchmesserangaben auf $\Delta = 1 \cdot 0$ reduziert:

(E)			D	D_1
1898	Juni	26	2′5	0′9
	Juli	10	5·5	1·5

Wenngleich nun die Vergrößerung infolge bedeutender Erdnähe zum Teil nur eine scheinbare gewesen ist, so war sie doch andrerseits gewiß auch eine reelle, dem Kometen selbst angehörende; und in jedem Falle ist durch die große Ausdehnung in Verbindung mit der Kernlosigkeit und der geringen Flächenhelligkeit des Kometen seine Wahrnehmbarkeit verringert worden, und zwar in der Weise, daß er sich vom Himmelsgrund nicht mehr gut abheben konnte. Er wäre vielleicht wesentlich auffälliger erschienen, wenn der Versuch gemacht worden wäre, ihn ohne Absicht auf eine genauere Positionsbestimmung bei geringer Vergrößerung als Ganzes ins Auge zu fassen.

Es ist unter diesen Umständen natürlich sehr zweifelhaft, was als Gesamthelligkeit angenommen werden soll; unter gewöhnlichen Verhältnissen würde es zulässig sein, zunächst für die ersten Beobachtungstage, da der Komet im Zwielicht anscheinend ziemlich leicht gefunden worden ist, die 6. Größe, sodann für den 26. Juni etwa 8^m und schließlich für den letzten Beobachtungstag 9^m bis 10^m anzunehmen. Man hat nach diesen Annahmen:

(E)		r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1898	Juni (7). 11	0·49	6^m	− 2·5	8^m5
	26	0·79	8 ?	2·8	10·8?
	Juli 10	1·03	9·5?	− 2·7	12·2?

Jedenfalls ist aus dem Bericht von Tebbutt ganz so wie auch schon aus früheren zu entnehmen, daß der Komet die vor dem Perihel erlangte starke Lichtverdichtung nach dem Perihel rasch verloren hat und zu einer größeren, aber lichtschwachen Fläche geworden ist; und zwar das eine wie das andere viel rascher, als sich der entgegengesetzte Verlauf vor dem Perihel zu zeigen pflegt.

1901 II (E). Perihel 15. September, Erdnähe 28. August ($\Delta = 1{\cdot}25$); Nordhemisphäre, Morgenhimmel.

In dieser Erscheinung wurde der Komet, weil die Aufsuchungsephemeride nicht hinreichend früh veröffentlicht worden war (Astr. Nachr. 156, p. 207), erst zu einer Zeit aufgefunden, in der er schon ziemlich gut zu sehen war und eine kernartige Verdichtung erkennen ließ; zuerst in Northfield, Minnesota. Die eigentlichen Beobachtungen reichen vom 8. August bis 4. September (größenteils in Astr. Nachr., Bd. 156 bis 159) und enthalten über das Aussehen des Kometen unter anderem das folgende.

Von Hartwig in Bamberg ist zum 17./18. August bemerkt worden: Komet rund mit Verdichtung nahe der Mitte, von 10^m Helligkeit, und zum 1./2. September: Helligkeit 8^m5, sternartiger Kern (Astr. Nachr. 156, p. 285, und 157, p. 269). Für den 19./20. August ist aus den Notizen von Abetti in Arcetri zu entnehmen, daß der Durchmesser des Kometen 1'5 und seine Gesamthelligkeit 8^m0 war (Astr. Nachr., Bd. 157, p. 223). Am 22./23. August erschien der Komet nach Courvoisier in Heidelberg länglich, mit exzentrischer kernartiger Verdichtung von 9. bis 10. Größe (a. a. O., Bd. 158, p. 285). Zum 24./25. August ist von Kobold in Straßburg bemerkt worden: Gesamthelligkeit 8^m; Komet 2′ groß, rund, mit Verdichtung 10^m im vorangehenden Teile (Astr. Nachr. 159, p. 45).

In den Bemerkungen zu den Königsberger Beobachtungen (Astr. Nachr. 157, p. 221) finden sich auch einige Angaben über die scheinbare Größe des Kometen: Am 8. August war der Durchmesser 1′, am 9. hatte die Nebelmasse 50″ Ausdehnung in x, 40″ in y, und am 18. August ergab sich als Durchmesser 80″.

Am 1./2. September glaubte Cerulli in Teramo eine schwache Schweifspur (qualche traccia di coda) zu sehen (Astr. Nachr. 156, p. 287).

Man findet alle diese Bemerkungen auch in der Abhandlung von O. Backlund »La comète d'Encke 1891—1908, Fascicule III«.

Ich selbst habe über das Aussehen und insbesondere die Helligkeit des Kometen die folgenden Beobachtungen gemacht (Annalen der k. k. Universitätssternwarte in Wien, Bd. 20, p. 33, die Resultate in Kürze auch in Astr. Nachr. 157, p. 15).

18. August 1901, 15^h mittl. Zeit Wien. Komet im 6-zölligen Refraktor wie ein Nebelfleck von $1^1/_2{}'$ Durchmesser mit einer kernähnlichen Verdichtung, aber ein eigentlicher Kern 9. bis 10. Größe nur dann und wann zu bemerken. Der Komet als Ganzes wesentlich besser zu sehen als einer der Sterne BD.+29° 1575 (8^m9), 1577 (9^m0), 1578 (8^m8), fast so wie +29° 1587 (8^m1), so daß 8^m2 oder 8^m1 angenommen werden kann. Im Zwielicht wurde der Komet bei wenig klarer Luft schon um $15^h\ 41^m$ mittlere Wiener Zeit unkenntlich.

19. August, $15^h\ 10^m$. Komet auffallender als der Stern BD.+28° 1474 (8^m0) oder 1476 (8^m2), schwächer als + 29° 1615 (7^m0), in günstigen Momenten fast so auffallend wie + 29° 1614 (7^m7), demnach im Maximum 7^m7. Im Sucher wegen dunstiger Luft und wohl auch wegen der großen Helligkeit des nahe stehenden Sternes β Geminorum nicht zu erkennen. Extinktion im Zwielicht um $15^h\ 43^m$.

22. August, $15^h\ 20^m$ bis $15^h\ 30^m$. Durchmesser des Kometen gegen 2 Minuten. Die in der vorangehenden Partie des Kometennebels liegende kernähnliche Verdichtung hat die Helligkeit eines Sternes $8^1/_2{}^m$,

ist aber von der umhüllenden Nebulosität nicht sicher zu trennen. Helligkeitseindruck des Kometen im Sucher zwischen den Sternen BD. + 27° 1554 (7^m8) und 1544 (7^m0), Verhältnis der Differenzen 1 : 2; andrerseits zwischen BD. + 27° 1541 (7^m7) und 1544 (7^m0), Verhältnis der Differenzen 1 : 3; somit nach diesen Einschätzungen 7^m5. Extinktion in der Morgendämmerung bei immer klarer werdender Luft um $15^h\ 57^m$.

23. August, $15^1/_4{}^h$ bis $15^1/_2{}^h$. Komet im Sucher schwächer als BD. + 26° 1760 (7^m0) oder 1762 (7^m1), heller als + 27° 1586 (8^m2) oder 1588 (8^m1); Verhältnis der Helligkeitsdifferenzen mit dem Luftzustand stetig schwankend, so daß es am einfachsten erscheint, das Mittel aus den Helligkeiten dieser vier Sterne, 7^m6, zu wählen. Extinktion bei ziemlich klarer Luft um $16^h\ 0^m$ nahe gleichzeitig mit dem Stern BD. +26° 1761 (9^m1); kurz vor seinem Verschwinden erschien der Komet nur mehr wie ein verwaschener Fixstern 9. Größe.

25. August, $15^1/_2{}^h$. Komet im Refraktor etwas schwächer als der Stern BD. + 25° 1950 (8^m0), aber viel heller als + 26° 1803 (8^m4), Verhältnis der Differenzen etwa 1 : 3. Die Luft ist mit Dunst und Nebel erfüllt, so daß der Komet im Sucher nicht zu erkennen ist; es steht aber zu erwarten, daß er bei klarer Luft so hell oder noch heller erscheinen würde als der Stern 8^m0, und somit darf als Helligkeit des Kometen mindestens die dieses Sternes angenommen werden. Extinktion im Zwielicht um $16^h\ 0^m$.

2. September. Der Komet konnte im Refraktor von $15^h\ 40^m$ an gesehen werden und erschien dabei anfangs wie ein nebeliger Stern 6. bis 7. Größe, später aber, als seine Nebelhülle im zunehmenden Tageslicht größtenteils unsichtbar geworden war, nur wie ein Fixstern 8. Größe. Im zunehmenden Tageslicht konnte er bis $16^h\ 15^m$ mittlere Wiener Zeit gesehen werden, wäre aber wohl noch einige Minuten länger sichtbar geblieben, wenn nicht eine Dunstwolke über diese Gegend gezogen wäre.

Für die Rechnung konnte die Ephemeride von Backlund benützt werden, welche in seiner schon zitierten Abhandlung enthalten ist (0^h mittl. Zeit Berlin). Bei der Auswahl der Tage wurde diesmal wegen der ziemlich vielen und manchmal enge aneinander liegenden Notizen hauptsächlich auf Gleichheit der Intervalle gesehen.

(E)			α		δ		$\alpha - A$		log r	log Δ	5·log $r\Delta$	k
1901	Aug.	8·0	94°	2'	+ 31°	36'	− 43°	36'	9·9702	0·1416	+ 0·56	47?0
		16·0	108	25	30	8	36	48	9·9002	0·1157	+ 0·08	50.8
		20·0	116	9	28	38	32	47	9·8591	0·1059	− 0·18	52.3
		24·0	124	6	26	33	28	32	9·8129	0·0999	0·44	53.0
		28·0	132	10	23	51	24	7	9·7611	0·0978	0·71	52.4
	Sept.	1·0	140	17	20	32	19	39	9·7034	0·0997	0·98	49.8
		5·0	148	24	+ 16	37	− 15	9	9·6417	0·1053	− 1·26	44·2

$T =$ September 15·2.

In dieser Zeit war am 29. August Vollmond.

Angaben über den scheinbaren Durchmesser des Kometen:

(E)			Beobachtungsort	D	D_1
1901	Aug.	8	Königsberg	1'	1'4
		18	»	$1^1/_3$	1·7
		18	Wien	1·5	1·9
		19	Arcetri	1·5	1·9
		22	Wien	2	2·5
		24	Straßburg	2	2·5

Zusammenstellung und Reduktion der Helligkeitsangaben.

(E)			r	Beobachtungsort	H	5 log $r\Delta$	H_1
1901	Aug.	17	0·77	Bamberg	(10^m)	0·0	(10^m0)
		18	0·75	Wien	8·2 (9·5)	− 0·1	8·3 (9·6)
		19	0·73	Arcetri Wien	8·0 7·7	0·2	8·2 7·9
		22	0·67	Heidelberg Wien	(9·5) 7·5 (8·5)	0·3	(9·8) 7·8 (8·8)
		23	0·66	Wien	7·6 (9)	0·4	8·0 (9·4)
		24	0·64	Straßburg	8	0·5	8·5
		25	0·62	Wien	8	0·5	8·5
	Sept.	1	0·50	Bamberg	8·5	1·0	(9·5)
		2	0·48	Wien	6·5 (8)	− 1·1	7·6 (9·1)

Damit auch die am 1. September von Cerulli bemerkte Schweifspur nicht unerwähnt bleibt, soll hier zum Schluß noch angefügt werden: $S > 0 \cdot 0$.

Am 2. und 8. Oktober wurde von Tebbutt in Windsor (Astronomical Memoirs, p. 105) in der hellen Dämmerung (offenbar am Abendhimmel) nach dem Kometen gesucht, aber ohne Erfolg. Nach der Ephemeride von Thonberg (Astr. Nachr. 156, p. 317) war am ersten dieser zwei Tage $\log r = 9 \cdot 734$, $\log \Delta = 0 \cdot 149$, am zweiten $\log r = 9 \cdot 814$, $\log \Delta = 0 \cdot 163$, demnach $5 \log r\Delta = -0 \cdot 58$, beziehungsweise $- 0 \cdot 12$.

1905 I (E). Perihel am 12. Jänner 1905, Erdnähe ($\Delta = 0 \cdot 48$) am 15. Dezember 1904. Nordhemisphäre, Abendhimmel.

Diese Erscheinung des Kometen hat bezüglich des Periheldurchganges und des geozentrischen Laufes eine bedeutende Ähnlichkeit mit der von 1828/29, eine entferntere auch mit der von 1871.

Die Wiederkehr des Kometen wurde diesmal zuerst durch photographische Aufnahmen, und zwar am 11. und 17. September zu Heidelberg nachgewiesen; die visuellen Beobachtungen begannen aber erst Ende Oktober.

Ich habe ähnlich wie in der Erscheinung von 1894/95 zunächst auf das Sichtbarwerden des Kometen im 6-zölligen Fraunhofer'schen Refraktor der Wiener Sternwarte geachtet und sodann die Zunahme seiner Helligkeit bis zu seinem Verschwinden am Abendhimmel verfolgt (Astr. Nachr., Bd. 166, p. 351 und 167, p. 219, ausführlich in den Annalen der k. k. Universitätssternwarte Wien, 22. Band).

Am 29. und 30. Oktober war die Betrachtung der Gegend, in der sich der Komet nach der Ephemeride befinden sollte, noch ohne Erfolg. Am 5. November war am Ephemeridenort ein Nebelschimmer zu sehen, der jedoch am 6. nicht sicher erkannt werden konnte, vielleicht wegen der Nähe eines Sternes 8. Größe. Erst am 8. November wurde der Komet ganz bestimmt erkannt, und zwar als eine diffuse lichtschwache Nebelmasse von mindestens 3′ Durchmesser mit einer helleren Verdichtung; so gut zu sehen wie ein Stern 11. Größe.

Am 13. November war er bei sehr klarer Luft sofort zu erkennen, und zwar als ein Nebelfleck von der Auffälligkeit eines Sternes 10^m5.

Des zunehmenden Mondscheins wegen wurden weitere Beobachtungen bis zur Zeit nach dem Vollmond (23. November) unterlassen. Von da an wurde aber der Komet an allen Tagen beobachtet, an denen seine Sichtbarkeit nicht durch Bewölkung verhindert wurde.

25. November. Helligkeit des Kernes $10^1/_2$ bis 11^m, Durchmesser der Nebelmasse in der Richtung des Deklinationskreises mindestens 8′. Auch im kleinen Sucherfernrohr ist der Komet als schimmernder Nebel zu sehen, fast so gut wie ein Stern 9^m0.

26. November. Komet im Refraktor und im Sucherfernrohr merklich heller als gestern; im letzteren ein Nebel gut 9. Größe. Nach den Schätzungen, die etwas später, bei besserer Luft, gemacht wurden, war die Helligkeit bedeutender, fast $8^1/_2{}^m$. Es kann somit 8^m6 angesetzt werden.

27. November. Komet nur zu Beginn der Nacht durch dünnere Wolken zu sehen; anscheinend so hell wie gestern, so daß 8^m5 gewählt werden kann.

28. November. Bewölkung ähnlich wie gestern. Komet kaum eine Viertelstunde zu sehen. Durchmesser wenigstens 5′. Lichtverdichtung 10. Größe. Im Sucher als Ganzes mindestens so gut zu sehen wie ein Stern von der Helligkeit $8^1/_2{}^m$. Angenommen 8^m4.

29. November. Wieder größtenteils bewölkt, doch konnte der Komet durch eine verhältnismäßig dünne Wolkenschichte einige Zeit ziemlich gut gesehen werden. Querdurchmesser, das heißt der auf der Längsrichtung des Kometen senkrechte Durchmesser 7′. Die Nebelmasse des Kometen ist somit 7′ breit; wie lang sie ist, kann wegen der unbestimmten Begrenzung der in Rektaszension vorangehenden Partie nicht erkannt werden. Kernähnliche Verdichtung 10. Größe. Komet als Ganzes im Sucher so gut zu sehen wie ein in der Nähe stehender Stern 8^m3.

4. Dezember. Durchmesser der Nebelmasse 7′. Kern 10. Größe. Auch im Sucher zeigt sich der Komet als eine große Nebelmasse, übertrifft aber an Auffälligkeit wesentlich zwei in der Nähe stehende Sterne 8^m0 und 8^m2 und kommt in dieser Beziehung einem Stern 7^m2 recht nahe, während er andrerseits hinter einem Stern 6^m5 wesentlich zurückbleibt. Die fast überraschend große Auffälligkeit des Kometen im Sucher wird gewiß nicht allein durch die Helligkeit, sondern auch durch die bedeutenden Dimensionen der Nebelmasse bewirkt.

9. Dezember. Querdurchmesser an der hellsten Stelle 6′. Kernähnliche Verdichtung (exzentrisch in der nördlich folgenden Partie) zwischen $9^1/_2{}^m$ und 10^m. Im Sucher übertrifft der Komet bezüglich seiner Auffälligkeit einen in der Nähe stehenden Stern 6^m8 und kommt einem zu 6^m2 geschätzten recht nahe, bleibt aber hinter 13 Delphini (5^m7), welchem Stern er von W. Struve am 7. Dezember 1828 mit bloßen Augen gleichgeschätzt worden ist, sehr merklich zurück. Er ist größer, aber viel weniger konzentriert als der schöne Sternnebel im Pegasus Messier Nr. 15 (nach meinen Schätzungen 6^m2), gibt ihm dagegen bezüglich seines Gesamthelligkeitseindruckes kaum etwas nach. Die Lichtverdichtung für sich kann im Sucher einem Stern $7^1/_2{}^m$ gleichgeschätzt werden. Für den Kometen als Ganzes ergibt sich also nach den obigen Vergleichungen 6^m2.

10. Dezember. Durchmesser 5′. Helligkeit des Kernes zwischen $9^1/_2{}^m$ und 10^m. Komet im Sucher wieder so auffallend wie gestern oder noch etwas bedeutender; also nahe an 6^m0.

16. Dezember. Durchmesser der hellsten Partie 5′. Die in Rektaszension vorangehende, schwächere, Partie erscheint fächerartig, indem sie Ränder zeigt, als ob dies die Kanten eines Schweifes wären. Der nebelumhüllte Kern kommt bezüglich seiner Helligkeit im 6-zölligen Refraktor einem Stern 8^m bis $8^1/_2{}^m$ gleich; die im Sucher sichtbare Kerngegend einem nördlich stehenden Stern 7^m5. Der Komet als Ganzes übertrifft aber diesen Stern sehr bedeutend und auch noch Sterne von der Helligkeit 6^m5 und 6^m6; am nächsten kommt er unter den hier sichtbaren Sternen den zu 6^m2 geschätzten BD. $+0°$ 4495 und $-1°$ 3951. Mit einem Opernglas ist er, im Mondschein, gerade noch zu erkennen. Nach diesen Vergleichungen liegt seine Helligkeit anscheinend zwischen $5^1/_2{}^m$ und 6^m.

19. Dezember. Im Sucher kommt der Komet bezüglich seiner Helligkeit dem Stern 6. Größe BD. $-1°3887$, das ist 62 Aquilae, sehr nahe und es scheint bei Rücksichtnahme auf die große Mondeshelle (drei Tage vor dem Vollmond), daß er ihn auch noch übertrifft und dem zu 5^m6 geschätzten Stern BD. $-3°$ 4742 gleichkommt; es kann demnach 5^m6 angenommen werden.

Der im Refraktor trotz des Mondlichtes noch gut sichtbare Kometennebel hat einen Durchmesser von 4′ bis 5′. Der Kern ist auch heute von dem hellen Nebel dicht umhüllt, so daß seine Größe nicht

sicher anzugeben ist; was als Kern wenigstens einigermaßen erkennbar ist, erscheint wie ein Stern 8. Größe.

22. Dezember. Durchmesser des Kometen im Refraktor gegen 5′. Im Sucher fast so hell wie der Stern 42 Aquilae (5^m7) und zeitweise sogar noch etwas bedeutender; somit nahe an 5^m5. Helligkeit der im Sucher als Kern sich zeigenden hellsten Partie des Kometen 6^m2 bis 6^m5.

23. Dezember. Durchmesser im Refraktor 4′. Helligkeit des Kometen zufolge der Vergleichung mit 42 Aquilae (5^m7) und 39 ϰ Aquilae (5^m0) nahe an 5^m3. Helligkeit der Lichtverdichtung im Sucher 6^m3.

27. Dezember. Durchmesser im Refraktor mindestens $3^1/_2$′; Kern 8. Größe. Bezüglich seiner Gesamthelligkeit nahe wie 37 *k* Aquilae (5^m3). Im Sucher ist (bei dem jetzigen schon sehr tiefen Stande am Abendhimmel) außer dem Kometen kein Stern zu sehen, auch der hellste, nämlich 37 Aquilae, nicht. Es erscheint demnach der Helligkeitseindruck des Kometen durch die 5. Größe nicht zu hoch geschätzt.

Damit schließen meine Beobachtungen. Was von anderen Beobachtern über den Kometen bemerkt worden ist, hat Backlund, größtenteils wie bei der vorigen Erscheinung, in der Abhandlung »La comète d'Encke 1891—1908, fasc. III« den beobachteten Positionen beigefügt, aber augenscheinlich ganz wie dort zu dem Zweck, damit zu erkennen ist, ob und wie weit die Positionsbestimmungen infolge des mit der Zeit sich ändernden Aussehens des Kometen mit systematischen Fehlern behaftet sein können.

Für die vorliegende Untersuchung sind die folgenden von Bedeutung oder wenigstens erwähnenswert (Astr. Nachr., Bd. 166 bis 171).

Zum 30. Oktober ist von Hartwig in Bamberg bemerkt worden (Astr. Nachr. 166, p. 272): Komet diffus groß, Durchmesser mehr als 10′, schwache Verdichtung in der Mitte. Von Ambronn in Göttingen (Astr. Nachr. 167, p. 255) zum 9. Dezember: Komet eine verwaschene Lichtmasse von etwa 2 bis 3′ Durchmesser. Von Nijland in Utrecht (Astr. Nachr. 167, p. 15 und 256): Helligkeit des Kometen im Binokel am 8. Dezember 7^m5, am 22. etwa 6^m5.

Aus den Notizen von Abetti in Arcetri (Astr. Nachr. 167, p. 355) ist folgendes verwendbar. Am 17. Dezember wurde der Komet in einem Theaterbinokel erkannt, ebenso gut wie die kleineren Sterne der Uranometria Nova von Argelander, welche sich im Mondschein fast verloren; demnach gewiß nicht weit von 5^m5 bis 6^m0, so daß es gestattet erscheint, für den Kometen 5^m7 anzunehmen. Am 20. Dezember hatte der Komet trotz der großen Mondeshelle nichts von seiner Sichtbarkeit verloren; im Sucher erschien er viel heller als der Vergleichsstern (6^m8). Am 21. und 22. Dezember zeigte er sich sowohl im Fernrohr als im Sucher sehr hell, wie ein durch Nebel oder Cirrusgewölk teilweise verschleierter Stern 6. bis 7. Größe.

Von Wirtz in Straßburg sind unter anderem die folgenden Bemerkungen besonders verwendbar (Astr. Nachr. 167, p. 381). Am 14. November: Durchmesser 3′5, im Sucher des großen Refraktors 7′. Am 9. Dezember: Totalhelligkeit im Sucher zu $6^1/_2{}^m$ geschätzt. Am 14. Dezember: Größte Ausdehnung 3′5. Am 17. Dezember: Größte Ausdehnung 4′5; Totalhelligkeit im Sucher 6^m09.

Zu Kasan (Astr. Nachr. 170, p. 205) wurde am 2. Dezember bemerkt: Komet wie ein heller (10 Gr.) Nebelfleck von 5′ Durchmesser.

Die von Howe in Denver (U. S. Colorado) den Beobachtungen beigefügten Notizen (Astr. Nachr. 171, p. 169) enthalten unter anderem zwei Angaben über den Durchmesser, nämlich: 12. November 1′, 28. November mehr als 4′.

Auch für diese Erscheinung ist in der zitierten Abhandlung von Backlund eine Ephemeride enthalten, die aber erst mit dem 10. November beginnt; für die vorangegangene Zeit kann eine andere, ebenfalls schon ziemlich genaue benützt werden, welche man im 166. Band der »Astr. Nachrichten« (p. 207) findet. Die eine wie die andere gilt für 0^h mittl. Zeit Berlin.

(E)			α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	h
1904	Nov.	13·0	336° 10'	+ 19° 34'	+107° 56'	0·1052	9·7087	− 0·93	45°9
		25·0	323 57	13 4	83 14	0·0376	9·6920	1·35	64·8
		27·0	322 5	11 56	79 14	0·0247	9·6903	1·42	68·1
		29·0	320 14	10 47	75 15	0·0111	9·6888	1·50	71·5
	Dez.	4·0	315 40	7 53	65 16	9·9744	9·6854	1·70	80·4
		9·0	310 59	4 49	55 8	9·9330	9·6825	1·92	90·2
		10·0	310 0	4 10	53 3	9·9240	9·6820	1·97	92·4
		16·0	303 44	+ 0 1	40 10	9·8646	9·6807	2·27	106·7
		19·0	300 14	− 2 18	33 20	9·8309	9·6822	2·43	115·2
		22·0	296 25	4 50	26 12	9·7940	9·6867	2·60	124·6
		23·0	295 5	5 44	23 45	9·7809	9·6890	2·65	128·1
		27·0	289 26	− 9 31	+ 13 39	9·7250	9·7045	− 2·85	142·8

$T = 1905$ Jänner 11·7.

Am 23. November und 22. Dezember war Vollmond.

Wir beginnen wieder mit den Angaben über den scheinbaren Durchmesser:

(E)			Beobachtungsort	D	D_1
1904	Okt.	30	Bamberg	> 10'	> 5'7
	Nov.	8	Wien	3	1·6
		12	Denver	1	0·5(?)
		14	Straßburg	3·5	1·8
				7·0	3·6
		25	Wien	> 8	> 3·9
		28	Denver	> 4	> 2·0
			Wien	> 5	> 2·4
		29	Wien	7	3·4
	Dez.	2	Kasan	5	2·4
		4	Wien	7	3·4
		9	Göttingen	2−3'	1·2
			Wien	6'	2·9
		10	Wien	5	2·4
		14	Straßburg	3·5	1·7
		16	Wien	5	2·4
		17	Straßburg	4·5	2·2
		19	Wien	4 5'	2·2
		22	»	5	2·4
		23	»	4	2·0
		27	»	> 3·5	> 1·8

Was nun die Helligkeit betrifft, so hat bereits M. Ebell anläßlich einer Untersuchung über die mutmaßliche Helligkeit des Kometen in der Erscheinung von 1908 die von mir gefundenen Zahlen nebst einigen aus Heidelberg auf $r = 1·0$, $\Delta = 1·0$ reduziert, so daß hier kaum etwas anderes zu tun übrig bleibt, als in seine Zusammenstellung (Astr. Nachr. 181, p. 195) auch noch die wenigen von anderen Beobachtern herrührenden Helligkeitswerte einzufügen.

(E)			r	Beobachtungsort	H	5 log $r\Delta$	H_1
1904	Sept.	11	2·05	Heidelberg	14^m	+ 2·0	12^m0
		17	1·99	»	14	+ 1·7	12·3
	Okt.	28	1·50	»	12·5	− 0·3	12·8
	Nov.	8	1·35	Wien	11	0·8	11·8
		13	1·27	»	10·5	0·9	11·4
		25	1·09	»	9·0	1·4	10·4
		26	1·07	»	8·6	1·4	10·0
		27	1·06	»	8·5	1·4	9·9
		28	1·04	»	8·4	1·5	9·9
		29	1·03	»	8·3	1·5	9·8
	Dez.	4	0·94	»	7·2	1·7	8·9
		8	0·87	Utrecht	7·5	1·9	9·4?
		9	0·86	Wien	6·2	1·9	8·1
				Straßburg	6·5		8·4
		10	0·84	Wien	6	2·0	8·0
		16	0·73	»	5·8	2·3	8·1
		17	0·71	Arcetri	5·7	2·3	8·0
				Straßburg	6·1		8·4
		19	0·68	Wien	5·6	2·4	8·0
		21, 22	0·63	Arcetri	6—7	2·6	9·1?
		22	0·62	Wien	5^m5	2·6	8·1
				Utrecht	6·5		9·1?
		23	0·60	Wien	5·3	2·7	8·0
		27	0·53	»	5·0	− 2·9	7·9

Von den Tagen, an welchen die Helligkeit an mehreren Observatorien bestimmt wurde, ist in die am Schluß folgende Übersicht für H_1 nur der Mittelwert angesetzt. Die mit einem Fragezeichen (?) versehenen Werte von H_1 wurden nicht berücksichtigt.

1908 I (E). Perihel 30. April, Erdnähe 15. Juni ($\Delta = 0{\cdot}32$); Südhemisphäre, Morgenhimmel.

Diese Erscheinung war ähnlich wie die von 1832 eine von denjenigen, in welchen der Komet erst mehrere Wochen (diesmal 46 Tage) nach dem Perihel in die Erdnähe gelangt und daher fast ausschließlich für die südliche Hemisphäre zu sehen ist, für die nördliche dagegen nur unter sehr schwierigen Verhältnissen oder gar nicht. Dieser letztere Umstand, sowie der, daß der Komet die kernähnliche Verdichtung, die er vor dem Perihel bei seiner Annäherung an die Sonne immer deutlicher zeigt, nach dem Perihel gewöhnlich nicht mehr besitzt, sind in dieser Erscheinung in einem so auffälligen Grade bemerkt worden, daß es so aussah, als ob ein Wendepunkt in der Geschichte dieses Kometen, und zwar eine wesentliche Abnahme seines Helligkeitsgrades eingetreten wäre.

Als die Gegend, in welcher der Komet nach der Vorausberechnung stehen sollte, zu Heidelberg-Königstuhl im Dezember 1907 und Jänner 1908 mehrmals photographisch aufgenommen wurde, zeigte sich auf den Platten ein verhältnismäßig heller Komet, welcher auf Grund der genäherten Übereinstimmung seiner Positionen mit den vorausberechneten für den Encke'schen gehalten werden durfte (Astr. Nachr., Bd. 177, p. 31, 79, 141). Als sich aber bei genauerer Untersuchung herausstellte, daß die Differenzen einen mit der Identität ganz unvereinbaren Gang zeigten, mußte man von dieser Meinung abgehen und dafür annehmen, daß dies ein anderer Komet sei als der Encke'sche, dieser selbst aber damals noch zu lichtschwach gewesen ist, um auf den photographischen Platten erkennbar zu werden; auf Grund der Mitteilungen von M. Wolf schwächer als 15^m5. Man sehe insbesondere die Untersuchungen von M. Ebell (Astr. Nachr. 177, p. 263, und 181, p. 193) und von E. Weiß (Astr. Nachr. 178, p. 49).

Als der Komet nach der Rechnung schon eine sehr ansehnliche Helligkeit erlangt haben mußte, aber sehr tief am Abendhimmel stand, habe ich hier in Wien mit dem 6-zölligen Refraktor von Ende März bis Anfang Mai 1908 mehrmals versucht, ob das Gestirn trotz dieser ungünstigen Stellung nicht vielleicht doch zu erreichen sei, aber jedesmal ohne Erfolg; die Gegend stand eben schon zu tief am Horizont.

Vor dem Perihel ist also der Komet so gut wie gar nicht beobachtet worden. Nach demselben wurde er am Kap der guten Hoffnung vom 28. Mai bis 5. Juni morgens an fünf Tagen photographisch aufgenommen, zeigte sich jedoch auf den Platten sehr schwach (Astr. Nachr. 178, p. 297). Das war also wieder nicht erfreulich. Außerdem ist er aber von D. Ross zu Melbourne mit einem 12-zölligen Reflektor am 3. Juni und dann wieder am 8. Juni morgens visuell beobachtet worden (Journal of the Brit. Astr. Association, Vol. 18, p. 403), und die in dieser Mitteilung enthaltene Beschreibung, wonach der Komet als ein nebeliges Objekt von ungefähr 3′ Durchmesser und 9. Größe erschienen ist, gibt der Frage nach dem Helligkeitsgrad, wie ich anläßlich einer Untersuchung über die mutmaßliche Helligkeit des Encke'schen Kometen in der Erscheinung von 1914 auseinandergesetzt habe (Astr. Nachr. 199, p. 145), eine Wendung zum Besseren.

Wollte man die für die Helligkeit angegebene Zahl (9^m) unverändert in Rechnung ziehen, so würde sich, wie schon Ebell hervorgehoben hat (Astr. Nachr. 181, p. 196), als reduzierte Helligkeit ein sehr geringer Wert, nämlich nur 11^m7 ergeben. Es ist aber sehr wahrscheinlich und beinahe gewiß, daß sie sich nicht auf den Kometen als Ganzes, sondern nur auf die »slight stellar condensation« beziehen soll, und wenn das der Fall ist, so kann der Komet als Ganzes, besonders mit Rücksicht auf seinen bedeutenden Durchmesser, wesentlich auffälliger, vielleicht um eine volle Größenklasse heller, also 8. Größe gewesen sein.

Nach dieser gar nicht beträchtlichen und nicht unberechtigt erscheinenden empirischen Korrektur kann also der direkt gefundene Wert der reduzierten Helligkeit 11^m7 ohne sonderlichen Zwang durch 10^m7 ersetzt werden, und dieser kommt dem Mittel aus den anderen geringen Helligkeitswerten aus der Zeit nach dem Perihel so nahe, daß dieses Helligkeitsergebnis keinen Grund zu der Vermutung bietet, der Komet sei in dieser Erscheinung wesentlich schwächer gewesen als in den früheren Erscheinungen, in denen er nach dem Perihel auf der Südhemisphäre beobachtet worden ist.

Daß der Komet bei den in ziemlich derselben Zeit gelungenen Photographien als sehr schwach bezeichnet wurde, spricht gewiß nicht gegen die hier dargelegte Auffassung der visuellen Beobachtung, da die durch photographische Aufnahmen ermittelten Helligkeiten von nebeligen, »schütteren«, Objekten im allgemeinen etwas ganz anderes sind als die visuell beobachteten.

Zur genaueren Untersuchung erschien es hinreichend, eine Ephemeride von nur drei Tagen zusammenzustellen. Für den ersten derselben bot sich die kleine Ephemeride in der schon zitierten letzten Abhandlung von Backlund (»La comète d'Encke 1891—1908«) dar, während für die letzten zwei die vorausberechnete Ephemeride (Astr. Nachr. 177, p. 271) benützt wurde. Die Vorausberechnung zeigte übrigens diesmal eine überraschend große Abweichung, welche bei einer späteren genaueren Diskussion (Astr. Nachr. 184, p. 89) nicht anders als durch eine Veränderung der mittleren Bewegung des Kometen, und zwar durch eine wesentliche Verkleinerung der Akzeleration, erklärt werden konnte. Die Ephemeridenstunde ist 12^h mittl. Zeit Berlin.

(E)		α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	h
1908	Mai 27·5	45° 8′	− 7° 10′	− 19° 12′	9·8606	9·5900	− 2·75	128·3
	Juni 2·5	35 54	16 14	34 33	9·9242	9·5482	2·64	109·6
	7·5	28 17	− 23 29	− 47 19	9·9667	9·5228	− 2·55	95·7

Durch das Mondlicht sind die Beobachtungen in dieser Zeit nicht gestört worden, da am 30. Mai Neumond und am 7. Juni das erste Viertel war, der Mond also während der Beobachtungen nicht am Morgenhimmel stand.

Die Durchmesserangabe aus Melbourne, $D = 3'$, führt auf $D_1 = 1'0$. In dem Beobachtungsbericht vom Kap der guten Hoffnung ist nur angegeben, daß der Durchmesser der Bilder, welche diffus und von unregelmäßiger Form waren, eine Bogenminute überstiegen hat.

Das Ergebnis für die Helligkeit ist, wenn man die Folgerung gelten läßt, daß die sternähnliche Verdichtung zwar ungefähr 9. Größe, der Komet als Ganzes aber 8. Größe gewesen ist:

(E)			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1908	Juni	2/3	0·84	8^m	− 2·6	10^m6
		7/8	0·93			

Mittel der zugehörigen Werte von r: 0·88.

1911 III (E). Perihel 19. August, Annäherung an die Erde 7. September, aber nur gering (bis $\Delta = 1{\cdot}25$); Nordhemisphäre am Morgen-, Südhemisphäre am Abendhimmel.

In dieser Erscheinung war ähnlich wie in der von 1835 die Stellung des Kometen infolge seines tiefen Standes für die Beobachter wenig günstig. Er ist aber trotzdem ziemlich ausreichend beobachtet worden; zunächst in Nordafrika zu Algier visuell, sodann in Südafrika zu Johannesburg und am Kap der guten Hoffnung photographisch.

Zu Algier wurde er am Morgen des 1. August in der Dämmerung aufgefunden (Astr. Nachr. 189, p. 85 und 103). Er erschien wie ein weißlicher, ziemlich kondensierter Fleck von 30″ Durchmesser und verschwand bei Tagesanbruch zu derselben Zeit wie die Sterne der 10. Größe. Am Morgen des nächsten Tages, bei sehr günstigen atmosphärischen Verhältnissen, wurde er, als er über den Horizont heraufkam, schon sichtbar vor einem Stern der 9. Größe, und wäre, wie der Beobachter hinzugefügt hat, wenn er im vollen Nachtdunkel zu beobachten gewesen wäre, ohne Zweifel 7. bis 8. Größe geschätzt worden.

Zu Johannesburg gelangen photographische Aufnahmen vom 3. bis 14. September (Astr. Nachr. 189, p. 273 und 342). Bei der Mitteilung der ersten Beobachtung wurde als Größe 9^m4, bei der Einsendung der gesamten Beobachtungsreihe für die Zeit vom 3. bis 8. September 9^m5 angegeben.

Auch in Santiago de Chile ist der Komet beobachtet worden; zuletzt am 24. September (Astr. Nachr. 189, p. 273). Am 23. war er für die Beobachter in dem benützten Fernrohr an der Grenze der Sichtbarkeit.

Zur Untersuchung dieser Erscheinung konnte die Ephemeride in den Pulkowoer »Mitteilungen« (Bd. 4, p. 32, die zweite Partie auch in Astr. Nachr., Bd. 189, p. 106) benützt werden (0^h mittl. Zeit Berlin).

(E)			α	δ	$\alpha - A$	$\log r$	$\log\Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1911	Juli	29·0	106° 58′	+ 27° 54′	− 20° 36′	9·7958	0·1639	− 0·20	35°3
	Aug.	2·0	114 50	+ 26 14	− 16 38	9·7420	0·1550	0·52	33·4
	Sept.	1·0	176 36	− 3 28	+ 17 3	9·6806	0·1005	1·09	48·5
		5·0	183 56	7 41	20 46	9·7401	0·0963	0·82	52·0
		9·0	191 5	11 32	24 18	9·7942	0·0962	0·55	53·2
		13·0	198 4	14 59	27 41	9·8424	0·1002	0·29	52·9
		17·0	204 52	18 2	30 54	9·8853	0·1081	− 0·03	51·6
		21·0	211 26	− 20 38	+ 33 53	9·9236	0·1191	+ 0·21	49·7

$T =$ August 19·0.

In dieser Zeit war am 10. August und 8. September Vollmond.

Die Durchmesserangabe vom 1. August, $D = 0'5$, führt auf $D_1 = 0'7$. Die Kleinheit dieses Wertes war jedenfalls eine Folge der tiefen Stellung des Kometen in der Morgendämmerung.

Reduktion der Helligkeitsangaben:

(E)			r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1911	Aug.	1	0·56	7^m5	− 0·5	8^m0
	Sept.	3	0·52	9·4	1·0	10·4
		3–8	0·55	9·5	− 0·8	10·3

Bei der Beurteilung dieser Helligkeitszahlen ist zu beachten, daß man die erste vor dem Perihel durch visuelle Schätzung, die anderen nach dem Perihel durch photographische Aufnahmen gefunden hat.

Wird für den 23. September, den vorletzten Beobachtungstag, als Helligkeit 11 bis $11^1/_2{}^m$ angenommen, so ergibt sich für diesen Tag ($r = 0{\cdot}88$) als reduzierte Helligkeit $11^m0 \pm$.

1914 d (E). Perihel 5. Dezember, Erdnähe 27. Oktober ($\Delta = 0{\cdot}29$).

Der Zyklus, nach dem sich die Erscheinungen des Encke'schen Kometen geozentrisch angenähert wiederholen, ließ für Ende 1914 eine für die Nordhemisphäre sehr günstige Erscheinung (bedeutende Erdnähe vor dem Perihel) erwarten. Da jedoch nach den zwei unmittelbar vorangegangenen Erscheinungen, insbesondere wegen der nur dürftig beobachteten von 1908, hie und da die Vermutung geäußert worden war, der Komet könnte vielleicht eine beträchtliche Einbuße an Leuchtkraft oder Materie erlitten haben, schien es mir notwendig, das wenige, was aus jenem Jahre über ihn berichtet worden ist, einer genaueren Betrachtung zu unterziehen. Das Ergebnis war, daß ich in einem kleinen Aufsatz: »Über die mutmaßliche Helligkeit des Encke'schen Kometen in der bevorstehenden Erscheinung« (Astr. Nachr., Bd. 199, p. 145) die Folgerung aussprechen konnte, es sei kein Grund zu der Besorgnis, daß der Komet wesentlich schwächer sein werde, als er in anderen für die Nordhemisphäre günstig gewesenen Erscheinungen, so insbesondere vor 10 und zweimal 10 Jahren (ebenfalls vor dem Perihel) beobachtet worden ist.

Das Nähere ist schon bei der Untersuchung der Erscheinung von 1908 gesagt.

Der Komet wurde am 29. September zu Hamburg-Bergedorf photographisch aufgefunden, nachdem er, was aber erst später allgemeiner bekannt wurde, schon am 17. September von Barnard in Williams-Bay und am 20. zu Simeis beobachtet worden war; die Aufnahme zu Bergedorf zeigte den Kometen als ein Objekt von 30″ Durchmesser mit zentraler Verdichtung 14. Größe, und auch zu Simeis war als Helligkeit die 14. Größe angegeben.

Reduziert man diese Helligkeitsangaben mit den in der vorausberechneten Ephemeride (Astr. Nachr. 199, p. 175) enthaltenen Distanzen auf $r = 1{\cdot}0$, $\Delta = 1{\cdot}0$, so hat man:

(E)			r	$\log r$	$\log\Delta$	$5 \log r\Delta$	H	H_1
1914	Sept.	20	1·50	0·176	9·905	+ 0·4	14^m	13^m6
		29	1·38	0·139	9·800	− 0·3	14	14·3

Aus diesen bei noch ziemlich großen Radienvektoren beobachteten Helligkeiten konnte noch nicht mit Sicherheit gefolgert werden, wie sich die Helligkeit im weiteren Verlauf der Erscheinung und insbesondere im Vergleich mit früheren Erscheinungen gestalten werde. Zu diesem Zweck mußte der Komet zur Zeit seiner größeren und größten Helligkeit tatsächlich beobachtet werden, und da war mir natürlich sehr daran gelegen, mich selbst von der Richtigkeit meiner Vorhersage überzeugen zu können.

Lange andauernden nebeligen Wetters wegen ist es mir aber nur an zwei Tagen, am 25. und 27. Oktober, geglückt, des Kometen ansichtig zu werden, aber das Ergebnis war ganz den Erwartungen entsprechend. Der Komet zeigte sich im 6-zölligen Refraktor ganz so, wie ich ihn auch schon in den Erscheinungen 1894/95 und 1904/05 (ebenfalls vor dem Perihel) gesehen hatte, und war also trotz der scheinbar wenig versprechenden Notizen aus der Erscheinung von 1908 (nach dem Perihel) jetzt vor dem Perihel wieder in der schon lange bekannten Form und Helligkeit aufgetreten.

Er zeigte sich nämlich recht auffällig als ein ziemlich helles Nebelgebilde mit einer in der Nähe des nördlichen Randes liegenden kernähnlichen Lichtverdichtung, deren Helligkeit am ersten der zwei Beobachtungstage 10., am zweiten 9. Größe geschätzt wurde. Was seine Dimensionen betrifft, so erstreckte er sich in der Längsrichtung, von Nord nach Süd, am ersten Tage auf 8′ bis 10′, am zweiten bis zu 10′, während der Durchmesser in der darauf senkrechten Richtung an der breitesten Stelle am ersten Tage 5′ bis 6′ und am zweiten 7′ bis 8′ war. Die Dimension in der Längsrichtung ist aber unsicher, weil der Komet auf der Südseite nicht genau begrenzt war. Bezüglich seiner Helligkeit im kleinen Sucherfernrohr als Ganzes betrachtet, war der Komet am ersten Tage mindestens $7^{m}5$, am zweiten fast 7. Größe. Trotz dieser Ansehnlichkeit dürfte er aber wegen der damals noch immer ziemlich nebeligen Luft etwas geschwächt gewesen sein, so daß ein jeder der beiden Werte eigentlich nur eine untere Grenze darstellt.

Das Mondlicht hat diese Beobachtungen nicht gestört, weil sie am Morgenhimmel angestellt wurden und der Mond am 25. Oktober im ersten Viertel, also zur Zeit der Beobachtungen nicht am Morgenhimmel war.

Zur Reduktion der beobachteten Zahlenwerte (mitgeteilt auch in Astr. Nachr. 199, p. 427) ist nach der schon zitierten Ephemeride (Astr. Nachr. 199, p. 175) das hier stehende kleine Täfelchen angelegt worden:

(E)	α	δ	$\alpha - \lambda$	$\log r$	$\log \Delta$	$5 \log r\Delta$	k
1914 Okt. 25·0	161° 18′	+ 55° 46′	− 47° 45′	9·990	9·463	− 2·7	84°6
27·0	172 5	+ 50 54	− 38 53	9·975	9·458	− 2·8	91·3

Es folgt nun zunächst die Reduktion der Dimensionen auf $\Delta = 1 \cdot 0$.

(E)	D	D_1
1914 Okt. 25	5′5	1′6
	9	2·6
27	7·5	2·2
	10	2·9

Und schließlich die Reduktion der Helligkeitsangaben:

(E)	r	H	$5 \log r\Delta$	H_1
1914 Okt. 25	0·98	> $7^{m}5$	− 2·7	> $10^{m}2$
27	0·94	> 7	− 2·8	> 9·8

Das ist alles, was ich aus der Erscheinung von 1914 erlangen konnte. Ich hatte mit Sicherheit darauf gerechnet, aus dieser Erscheinung eine recht stattliche Zahl von Helligkeitsbeobachtungen, insbesondere auch von anderen Observatorien, zu erhalten, um daraus recht viele und bestimmte Helligkeitswerte ableiten zu können. Diese Erwartung ist aber nicht in Erfüllung gegangen; die politischen Verwicklungen der Gegenwart haben sich auch da hemmend gezeigt.

Nachdem nun sämtliche Erscheinungen des Encke'schen Kometen so eingehend, als es das zugängliche Beobachtungsmaterial gestattet, untersucht und die durch Zahlen ausgedrückten oder ausdrückbaren Helligkeitsangaben auf $r = 1 \cdot 0$, $\Delta = 1 \cdot 0$ reduziert sind, folgt hier eine tabellarische Zusammenstellung der auf diese Weise gefundenen Helligkeitswerte, angereiht an die Größe des jeweiligen Radiusvektors; und zwar zuerst für die Erscheinungen, in denen der Komet vor dem Perihel (auf der Nordhemisphäre) beobachtet worden ist.

(E) vor dem Perihel *r*	1786 *95*	1805 *19*	1825 *29*	1835 *38*	1842 *45*	1848 *52*	1858	1862 *68*	1871 *75*	1881 *85*	1891	1895	1901	1905 *11*	1914
2·08	—	—	—	—	—	—	—	11m7	—	—	—	—	—	—	—
2·05	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12m0	—
1·99	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12·3	—
1·81	—	—	—	—	—	—	—	—	11m3	—	—	—	—	—	—
1·76	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11m5	—	—	—
1·71	—	—	—	*11·5*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1·69	—	—	—	—	—	—	—	11m	—	—	—	—	—	—	—
1·61	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11·4		—			
1·60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	*11m2*	—	—			
1·59	—	—	—	—	—	11m	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1·56	—	—	—	*10m4*	—	—	—	—	—	—	—	—		—	
1·52	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	(15m?)	11m3	—	—	—
1·50	—	—	—	—	—	—	—	—	*10m*	—	—	—	—	12m8	(13m6
1·47	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11m1	—	—	—
1·44	—	—	—	—	—	—	10m9	—	—	—	—	—	—	—	—
1·42	—	—	—	*10m2*	—	—	—	9m9	—	—					—
1·41	—	—	*10m*	—	—	—	—	—	—	—			—		
1·36	—	—	*9m7*	—	—	—	—	9m5	—	—	—	—	—	—	14m3)
1·35	—	—	10	—	—	*10·9*	—	—	—	—	—	—	—	11m8	—
1·34	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10m1	—	—	—
1·33	—	—	—	—	10m5	—	—	—	—			—			—
1·32	—	—	—	—	—	—	—	—	—	*10m6*	—		—		
1·27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11m4	—
1·23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10m2	—	—	—	—	—
1·21	—	—	—	*9m7*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1·19	—	—	—	—	—	9m6	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1·15	—	—	9m8	—	—	—	—	*10m2*	—	—	—	—	—	—	—
1·12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8m7	—	—	—
1·10	—	—	—	—	—	8m1	—	—	—	—	—		—	—	
1·09	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10m4	—
1·07	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10·0	—
1·06	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9·9	—
1·04	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8m7	—	9·9	—
1·03	*8m9*	—	—	—	—	—	—	—	—	—				—	
1·02	—	—	—	*9m2*	—	—	—	—	—	—	—	8m7	—	9m8	—
1·01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	>10m2	—	—	—	—	—
0·99	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8m6	—	—	—
0·98	—	—	—	—	—	—	—	—	*8m1**	—	—	—	—	—	>10m2
0·97	—	—	*7m7*	—	—	—	—	—	—	—	—	8m5	—	—	—
0·94	—	—	—	—	—	—	8m2	—	—	—	—	8·5	—	8m9	>9m8
0·93	—	—	—	*8m7*	—	—	—	—	—	—	8m5	—	—	—	
0·92	—	—	8m0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0·90	*8m6*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
0·89	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8m5	8m4	—	—	
0·87	—	—	—	—	—	7m9	—	—	—	—	—	—	—	—	
0·86	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8m5	—	—	8m3	—
0·85	—	—	*7m7*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

(E) vor dem Perihel r	1786 *95*	1805 *19*	1825 *29*	1835 *38*	1842 *45*	1848 *52*	1858	1862 *68*	1871 *75*	1881 *85*	1891	1895	1901	1905 *11*	1914
0·84	--	8^m2			—	—			—	8^m4			—	8^m0	--
0·82	--	—	7^m4	—	—	—	—	—		-	—	—	--	—	—
0·81	—	*7m7*	*7m6*	—	*8m0*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0·80	—	-	-	*8m2*	—	—	-	—				—	—	—	—
0·78	—	-	—		—	—	—	—	>9m5	—		—	—	—	
0·77	-	-		—	—	—	-	—		-	—	-	(10m)	--	—
0·76		-		--		—		--	>9m1	-	--	—	—	-	-
0·75	—	7m2		--	—		—	—	-	-		-	8^m3	—	—
0·74		—	*7m5*	—	—	—	—		—		-	-	—	—	—
0·73	—	—	—	7m9	—	—	—	—	--	8^m9	—	—	8^m0	8^m1	—
0·72		—	-	—		-	—	—	8^m2	-	--	—	—	—	—
0·71	-		—	—		—	--	--	—	--	—	—	—	8^m2	—
0·69	--		7^m3	8^m3	—	—	-	—	—			--	—	-	—
0·68	—			-	-	-	—	--	-	—	—	—	—	8^m0	—
0·67	—		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7m8	—	—
0·66		—	--	—	—	—	-	—	--	—	—	—	8^m0	—	—
0·65	—	—	—	—	—	7m4·	—	—	7m4·	—	—	—	—	—	—
0·64	-	>8m5	—	—	—	—	—	—	—	—	>8m6	8^m7	8^m5	—	—
0·62	—	—		-	—	—	--	—	-	—	—	8·4	8·5	8^m1	
0·60	-	—		—		—	—	*8m2*·	—	-	-	--	—	8·0	—
0·58		—	—	—	—	-	—	*7m8*·	—	--	—	8^m3·	—	—	
0·57	—	--	-		—	*8m0*	--	—	—	8^m5	7m6	—	—	—	—
0·56	—	—	—	—	—	—	--	—	—	-	-	—	—	*8m0*	
0·55	—	—	--	--	—	—	7m4·	>8m6	—	—	—	—	—	—	—
0·53	—		-	-		—	—	—	-	—	7m6		—	7m9	—
0·52		—	*7m6*·	-	—	—	-	—	-		—	-	—	—	—
0·50	-	—	—	—	—	-	—	—	-	-	-	—	9m5·	—	—
0·48	—	—	—	—		-	-	-	-				7m6	—	—
0·46	—	—	-	—	—	—	—	7m8·	—	7m1·	7m8·	8^m	—	—	-
0·45	7m7·	—	—	—	—	—		-	-		—	--	-	—	--
0·44	—	--	—	—	—	—	--	*8m3*	—	--	—	—	—	—	-
0·43	—		-	-	8m1	—	—	—	-	—	—	—	—	—	—
0·42	—	—	-	--	—	—	—	—	—	8m7	-	--	—		—
0·41	-	6m3·	—	-	—	-	—	--	--	—	—		—	-	—
0·39	—	—	—	—	—	7m4·		—	—	-	—	—	—	—	—
0·38				7m8	—	—	—		--		-	—	-	-	—
0·37	—	—	-	—	7m4	--	—	-	-	7m8·	--	-	-	—	--
0·36			-	-	—	-	--	—	—	7m2	--	—	—	—	--

Damit die zu demselben Radiusvektor r gehörigen Zahlen H_1 sofort überblickt werden können und die Tabelle durch die große Zahl von 25 Erscheinungen, die hier in Betracht kommen, nicht gar zu breit wird, wurden mehrmals zwei benachbarte Erscheinungen in eine Kolumne vereinigt und zur Unterscheidung die zu dem unten stehenden, späteren Jahre gehörigen Helligkeitswerte, ebenso wie das betreffende Jahr selbst mit Kursivziffern gedruckt.

Es ist durch die getroffene Wahl gelungen, die Ergebnisse der 25 Erscheinungen in nur 15 Kolumnen übersichtlich zur Anschauung zu bringen, ohne daß dadurch irgendwo ein störendes Zusammentreffen von zwei Zahlen entstanden wäre.

Bei denjenigen Erscheinungen, in welchen zur Zeit der bedeutenderen Annäherung des Kometen an die Sonne ein Schweif beobachtet wurde, ist einem der letzten Helligkeitswerte ein Asterisk (*) beigefügt.

Überblickt man diese Helligkeitstafel, und zwar zunächst die erste Partie (die Strecke von den größten Radienvektoren vor dem Perihel bis etwa $r = 1 \cdot 0$), so sieht es so aus, als ob sich der Komet in den neueren Erscheinungen schwächer gezeigt hätte als in den früheren. Diesen Differenzen darf jedoch keine besonders große Bedeutung beigemessen werden. Ist der Komet noch sehr weit vom Perihel entfernt, so erscheint er meistens nur wie ein kernloser Nebel, der bezüglich seines Helligkeitsgrades je nach der Auffassung eines Beobachters sehr verschieden geschätzt werden kann; ebenso ist auch bei der Deutung von Beobachtungsnotizen aus den Zeiten, in denen sich der Komet noch sehr lichtschwach gezeigt hat, Willkür nicht ausgeschlossen und die Folge des einen wie des anderen Umstandes ist, daß die bei $r > 1 \cdot 0$ auftretenden Differenzen, auch wenn sie eine Größenklasse und noch etwas mehr betragen, nicht immer wirkliche Unterschiede zu sein brauchen.

Wesentlich anders verhält es sich mit den zu kleineren Radienvektoren gehörenden Helligkeitswerten. Rückt der Komet näher zur Sonne, so bekommt er eine immer deutlicher werdende kernähnliche Verdichtung, und eine Folge davon ist, daß er jetzt sowohl bezüglich dieser Verdichtung als auch bezüglich seines Gesamthelligkeitseindruckes viel sicherer geschätzt und in eine bestimmte Helligkeitsklasse eingereiht werden kann; jedenfalls sicherer als zur Zeit der Kernarmut oder Kernlosigkeit. Diese größere Sicherheit in der Schätzung beginnt bei etwa $r = 0 \cdot 9$ und noch bestimmter bei $r = 0 \cdot 7$.

Betrachtet man nun in der Tabelle die zu den genannten Radienvektoren gehörenden Helligkeitswerte (p. 101 [301] unten und p. 102 [302]), so sieht man, daß dieselben keine solche Abnahme zeigen, wie die bei großen Radienvektoren, sondern höchstens ein Schwanken zwischen den verschiedenen Erscheinungen, welches, wenn auch nicht gerade als Unveränderlichkeit, so doch gewiß auch nicht als Abnahme bezeichnet werden kann. Und eine solche, wenngleich nur genäherte Konstanz war für den Fall einer nicht wesentlichen Veränderung des Kometen in verschiedenen Erscheinungen zu erwarten.

Nur ein Helligkeitswert bringt eine sehr merkliche Störung in diese angenäherte Gleichmäßigkeit, nämlich der aus der Erscheinung von 1805 zu $r = 0 \cdot 41$ gehörende ($6^m 3$), welcher dadurch entstanden ist, daß der Komet in jenem Jahre ausnahmsweise einmal so hell wie sonst nie, nämlich 4. Größe, geschätzt worden ist. Dieser Wert steht aber ganz vereinzelt da, etwa so, wie die bedeutende Helligkeit des Faye'schen Kometen in der Erscheinung 1843, und man kann beinahe sagen, daß mit diesem Helligkeitswert die Behauptung einer Abnahme des Encke'schen Kometen ebenso steht und fällt, wie es beim Faye'schen Kometen bezüglich der bedeutenden Helligkeit von 1843 der Fall ist.

Es folgt nun (auf der nächsten Seite) die Zusammenstellung der Helligkeitswerte H_1 aus denjenigen (14) Erscheinungen, in denen der Komet nach dem Perihel (auf der Südhemisphäre) beobachtet worden ist.

Auch in dieser Tabelle zeigen die Helligkeitswerte, die allerdings größenteils nur durch bloße Deutungen der Beobachtungsnotizen gewonnen worden sind, weder eine Zu- noch eine Abnahme, sondern höchstens ein Schwanken zwischen den aufeinanderfolgenden Erscheinungen, so daß man sogar sagen kann, der Komet sei nach dem Perihel in fast allen Erscheinungen bei denselben Radienvektoren von ziemlich derselben Helligkeit gewesen und die Abweichungen von dieser genäherten Gleichmäßigkeit seien nur eine Folge der Unsicherheit, mit welcher die Wahl von bestimmten Helligkeitszahlen behaftet ist.

Nach diesen Zusammenstellungen und den daraus gezogenen Folgerungen können in den Helligkeitsbestimmmungen des Encke'schen Kometen zwei oder eigentlich drei Gruppen unterschieden werden.

Die einen Bestimmungen sind aus denjenigen Bahnstrecken, in denen der Komet keine besonders auffallende Verdichtung zeigt und daher bezüglich seiner Helligkeit nicht sicher geschätzt werden kann; dies sind einerseits die aus der Zeit vor dem Perihel bei noch sehr großen Radienvektoren (p. 101 [301] obere Partie) und andrerseits die meisten aus der Zeit nach dem Perihel (p. 104 [304]).

Das ist somit eine Doppelgruppe.

(E) nach dem Perihel r	1822	1832	1842	1855	1862	1865	1875	1878	1885	1888	1895	1898	1908	1911
0·40	—	—	—	—	—	—	—	8m1	—	—	—	—	—	—
0·41	8m0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0·43	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7m9	—	—	—	—
0·49	—	—	—	7m7	—	—	—	—	—	—	—	8m5	—	—
0·52	—	—	—	—	—	—	—	9m3	—	—	—	—	—	(10m4)
0·55	—	—	—	—	8m1	—	—	—	—	—	—	—	—	(10·3)
0·60	—	—	9m5	—	—	—	—	—	8m4	—	7m8	—	—	—
0·65	—	—	—	—	—	—	—	9m4	—	—	—	—	—	—
0·68	—	—	—	—	—	—	9m6	—	—	—	—	—	—	
0·77	—	—	—	—	9m5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0·79	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10m8 ?	—	—
0·80	—	—	—	—	—	9m2	—	—	—	—	—	—	—	—
0·81	—	—	—	—	—	—	—	9m4	—	—	—	—	—	—
0·84	—	10m5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0·86	—	—	—	—	9m7	—	10m6	—	—	—	—	—	—	—
0·88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10m6	11m
0·90	11m0	—	—	—	—	—	—	—					—	
0·96	—	—	10m4	—	—						—	—	—	
1·00	—	—	—	—	—	—	—	10m2	—	—				—
1·03								—	—			12m ?		
1·06	—	—	—	9m8	—	—	—	—	10m2					—
1·10	—	—	—	—	—	10m2	—	—	—	—				—
1·19	—	—	—	—	—	11					—	—		
1·20	—	11m3	—	—	—	—	—						—	
1·24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10m				—

Die anderen Bestimmungen (p. 101 [301] unten und p. 102 [302]) sind aus der Zeit, in welcher der Komet vor dem Perihel der Sonne schon verhältnismäßig nahe ist (bei $r = 0{\cdot}9$ und noch mehr bei $r = 0{\cdot}7$) und wo, wie schon gesagt, sowohl die Helligkeit der kernähnlichen Verdichtung als auch der Gesamteindruck des Kometen sicherer erfaßt und durch Zahlen ausgedrückt werden kann.

Das ist also im Verlauf einer Erscheinung die wichtigste Gruppe. Für die Beurteilung der Helligkeit des Kometen in verschiedenen Erscheinungen sind aber die anderen zwei nicht minder wichtig, und als Endergebnis kann gesagt werden, daß aus keiner dieser Gruppen, also auch nicht aus ihrer Gesamtheit, eine mit der Zeit fortschreitende Veränderung, weder eine Zu- noch eine Abnahme der Helligkeit herausgelesen werden kann; wenigstens nicht mit Sicherheit.

Das gilt für die Gegenwart. Es steht aber zu erwarten, daß auch jede der noch kommenden Erscheinungen, mag sie nun mehr oder weniger günstig sein, einen weiteren Beitrag zur Klärung dieser Frage, sei es nach der einen oder nach der anderen Seite hin, liefern wird. Für diesmal ist es zu bedauern, daß die Erscheinung von 1914 nur mit einem sehr geringen Anteil in Rechnung gezogen werden konnte.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite	
Revision einiger Erscheinungen des Halley'schen Kometen vor 1301	2	[202
Die Erscheinung des Halley'schen Kometen von 1910 und ihre Vergleichung mit früheren Erscheinungen	9	[209
Der periodische Komet Pons—Brooks	26	[226]
Der periodische Komet von Olbers	35	[235
Der Komet 1846 IV (de Vico)	39	[239
Der Encke'sche Komet	41	[241]
Tabellen über die Helligkeit des Encke'schen Kometen in den Erscheinungen von 1786 bis 1914	101	[301

ÜBER DIE EIGENBEWEGUNGEN DER FIXSTERNE

III. MITTEILUNG

KRITIK DER ELLIPSOIDHYPOTHESE

VON

SAMUEL OPPENHEIM

WIEN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 7. JÄNNER 1916

Zur Erklärung der eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten in den Eigenbewegungen der Fixsterne wurde neben der Hypothese der zwei Schwärme noch eine zweite aufgestellt. Es ist dies die von Schwarzschild[1] herrührende Ellipsoidhypothese. Sie besteht in der Annahme, daß die Verteilung der Geschwindigkeitsvektoren der einzelnen Sterne nach verschiedenen Richtungen des Raumes verschieden verlauft, aber doch so weit gesetzmäßig vor sich geht, wie etwa die Ausbreitung des Lichtes in Krystallen nicht kugelförmig ist, sondern ellipsoidisch. Gegenüber der älteren Hypothese der zwei Schwärme ist sie insoweit im Vorteile, als sie den unitarischen Charakter des ganzen Fixsternhimmels wahrt, die mit der Annahme jener ersten Anschauung nur schwer vereinbar ist. Dagegen aber wieder im Nachteile, als ihr keine einfache physikalische Deutung unterlegt werden kann, wenn man nicht die etwas gekünstelte Vorstellung eines krystallinischen Baues des ganzen Himmelsgewölbes akzeptieren will, dem nach verschiedenen Richtungen hin verschiedene Geschwindigkeiten entsprechen sollen.

Schwarzschild führte die Rechnungen nur unter der Annahme durch, daß das von ihm supponierte Geschwindigkeitsellipsoid ein Rotationsellipsoid sei und gelangt so nur zu einer im Raume ausgezeichneten Richtung, die der Bewegungsrichtung der Sonne, ihrem Apex nach der alten Definition, koordiniert ist und die er den Vertex der Sternbewegungen nennt. Für jenen findet er

$$A = 266° \qquad D = +33°,$$

für diesen

$$A = 273 \qquad D = \quad 6$$

[1] Schwarzschild. Über die Eigenbewegungen der Fixsterne. Nachr. der kgl. Ges. der Wiss. Göttingen 1907.

Das von ihm benutzte Material ist dasselbe, das auch Eddington[1] in seinen Rechnungen zur Zweischwarm-Hypothese verwertet, nämlich Abzählungen von Sternen mit bestimmten Positionswinkeln ihrer Eigenbewegungen, die aus der in Greenwich durchgeführten Neubeobachtung der Sterne des Groombridge-Kataloges abgeleitet sind. Und erst Charlier[2] und seine Schüler W. Gyllenberg[3] und Sven Wicksell[4] haben der Schwarzschild'schen Hypothese eine breitere Basis gegeben in doppelter Richtung, indem sie als Beobachtungsdata das ganze System der Eigenbewegungen und nicht bloße Abzählungen von Sternen von bestimmter Richtung dieser Eigenbewegung benutzen, andrerseits die Rechnungen für den allgemeinen Fall eines dreiachsigen Ellipsoids durchführen. Sie gelangen so zu vier im Raume ausgezeichneten Bewegungsrichtungen. Die erste fällt mit der alten ursprünglichen Definition des Apex zusammen. Für sie findet Gyllenberg aus den Radialbewegungen und Wicksell aus den Eigenbewegungen der Boss-Sterne

$$A = 268°0 \qquad D = +29°0 \qquad \text{bez.} \qquad A = 272°7 \qquad D = +31°6.$$

Die anderen drei fallen mit den drei Hauptachsen des Geschwindigkeitsellipsoids zusammen. Die erste ist gegeben durch

$$A = 272°6 \qquad D = -10°6 \qquad \text{bez.} \qquad A = 274°3 \qquad D = -12°4$$

und steht in sehr guter Übereinstimmung mit dem Schwarzschild'schen Vertex der Sternbewegungen. Die zweite ist bestimmt durch

$$A = 189°3 \qquad D = +33°4 \qquad \text{bez.} \qquad A = 189°9 \qquad D = +24°1$$

und weist auf den Pol der Milchstraße hin, für welchen Kobold in seinem Bau des Fixsternhimmels als wahrscheinlichsten Wert

$$A = 191°2 \qquad D = +28°0$$

angibt; die dritte Richtung aber, für die

$$A = 347°4 \qquad D = +54°5 \qquad \text{bez.} \qquad A = 339°1 \qquad D = +62°5$$

folgt, bleibt merkwürdigerweise ohne jede geometrische Deutung und Beziehung.

Es schien mir nun nicht ohne Interesse zu sein, das von mir in meinen beiden ersten Mitteilungen über die Eigenbewegungen der Fixsterne angewandte Prinzip der Vergleichung der Bewegungen der Fixsterne mit denen im Schwarme der kleinen Planeten in ihrem Laufe um die Sonne und beobachtet von der Erde aus, auch auf dieses hypothetische Problem auszudehnen und damit der Frage nach der Bedeutung des Geschwindigkeitsellipsoids und im Endziel auch der Frage nach der Realität der Vertexbewegung der Sterne überhaupt näherzutreten. Als Beobachtungsmaterial zu den zu diesem Zwecke durchzuführenden Rechnungen benutzte ich wieder die Sammlung der Jahresephemeriden der kleinen Planeten für das Jahr 1888, die sich im Berliner Jahrbuch für 1890 vorfindet. Ihr entnahm ich die geozentrischen Bewegungsgrößen $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ und $\Delta \lg \rho$, doch diesmal für zwei Zeitintervalle, nämlich für Jänner 7—27 und Mai 6—26.

Indes kommt neben diesem für die Bewegung der Planeten oder der Sterne charakteristischen Ellipsoid, für das ich die Bezeichnung »Streuungsellipsoid« in Vorschlag bringen möchte, noch ein zweites

[1] Eddington. The systematic Motions of the Stars. Monthly Notices of the R. A. S. 1907.

[2] Charlier. Studies in Stellar Statistics. On the Motion of the Stars. Meddelande fran Lunds. Astr. Observ. Nr. 9.

[3] W. Gyllenberg. Stellar Velocity Distribution as derived from observations in the line of Sight. Meddelande Nr. 13.

[4] S. Wicksell. The general Charakteristics of the Frequency Funktions of Stellar mouvements as derived from the proper Motions of the Stars. Meddelande Nr. 12.

Ellipsoid in Betracht. Seine Theorie ergibt sich aus der folgenden Überlegung: Seien a und d Rektaszension und Deklination des Poles der Eigenbewegung eines Sternes, A' und D' die gleichen Größen für den Apex der Sonnenbewegung und setzt man

$$\begin{array}{lll} l = \cos a \cos d & m = \sin a \cos d & n = \sin d \\ X = \cos A' \cos D' & Y = \sin A' \cos D' & Z = \sin D' \end{array}$$

so hat man, um nach der Bessel-Kobold'schen Methode die Koordinaten des Apex, das heißt die Unbekannten A' und D' zu berechnen, die Aufgabe, das Minimum von

$$M = \Sigma (l X + m Y + n Z)^2$$

zu finden mit der Nebenbedingung

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = 1.$$

Ihre Lösung führt zu der Determinantengleichung:

$$\begin{vmatrix} A-\lambda & F & E \\ F & B-\lambda & D \\ E & D & C-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

in der

$$A = \Sigma l^2 \quad B = \Sigma m^2 \quad C = \Sigma n^2 \quad D = \Sigma mn \quad E = \Sigma nl \quad F = \Sigma lm$$

ist. Aus ihr folgt, daß es in der Regel drei Punkte gibt, die der mathematischen Bedingung des Minimums Genüge leisten, daß diese drei Punkte in einem gegenseitigen Abstande von 90° liegen und daher zwei von ihnen, weil sie in den durch die Pole der Eigenbewegungen gehenden größten Kreis fallen, nicht in Frage kommen und die Lösung folglich eine eindeutige ist.

Man sieht aber auch, daß diese Aufgabe ganz identisch ist mit der, die Gleichung des Ellipsoids

$$AX^2 + BY^2 + CZ^2 + 2DYZ + 2EZX + 2FXY = 1$$

auf die Hauptachsen zu reduzieren und kommt so zur Aufstellung eines zweiten, für die Bewegungen der Sterne maßgebenden Ellipsoids, das zum Unterschiede von dem ersten, das Momentenellipsoid genannt werden möge.

Der Berechnung dieser zwei Ellipsoide sowohl für die kleinen Planeten wie für die Sterne sind die zwei ersten Kapitel der vorliegenden Untersuchung gewidmet, während der Schlußteil sich mit einer Spezialuntersuchung der Eigen- und Radialbewegungen der Gruppe von Sternen vom Spektraltypus *B* nach der Klassifikation des Harward-Observatory befaßt und gewissermaßen ein Musterbeispiel dafür geben soll, wie in Zukunft eine theoretische Bearbeitung von Eigenbewegungen von Fixsternen durchzuführen ist. Sie hat der Reihe nach vorzunehmen: Sichtung des Beobachtungsmaterials, Berechnung des Sonnenapex nach der Methode von Airy, Berechnung der mittleren Bahnebene der Sterne, des Momenten- und des Streuungsellipsoids und die Vergleichung der Ergebnisse dieser Rechnungen miteinander, ferner Transformation der durch die direkte Beobachtung gegebenen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$, die auf den Äquator als Fundamentalebene bezogen sind, in $\Delta\lambda$, bezogen auf die Bahnebene, harmonische Analyse dieser sowie der Radialbewegungen und endlich aus dem Vergleiche der Entwicklungskoeffizienten dieser beiden Reihen die Bestimmung der mittleren Parallaxe der in Betracht gezogenen Sterne.

1. Berechnung des Momentenellipsoids.

1. Am einfachsten, aber gleichzeitig auch am interessantesten gestaltet sich die Berechnung des Momentenellipsoids. Aus den Angaben über $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ der beobachteten Eigenbewegungen der Planeten oder der Fixsterne rechne man nach

$$\operatorname{cotg} d \cos(\alpha - a) = -\operatorname{tg}\delta \qquad \operatorname{ctg} d \sin(\alpha - a) = \frac{\Delta\delta}{\cos^2\delta\,\Delta\alpha} \quad . \quad . \quad . \qquad 1)$$

die Größen a und d, das ist Rektaszension und Deklination der Pole der Eigenbewegungen, sodann die Richtungskoeffizienten

$$l = \cos a \cos d \quad m = \sin a \cos d \quad n = \sin d \quad . \quad . \quad . \qquad 2)$$

und hat dann sofort die Koeffizienten der Ellipsoidgleichung

$$A = \Sigma l^2 \quad B = \Sigma m^2 \quad C = \Sigma n^2 \quad D = \Sigma mn \quad E = \Sigma nl \quad F = \Sigma lm \quad . \quad . \quad . \qquad 3)$$

Die zu diesem Zwecke zunächst dem Berliner Jahrbuch direkt entnommenen Daten über die geozentrischen Bewegungsgrößen der kleinen Planeten für die zwei Intervalle Jänner 7—27 und Mai 6—26 sind in den folgenden zwei Tafeln enthalten:

1. 1888 Jänner 7—27.

α	Zahl der Planeten	Mittl. δ	$\Delta\alpha$	$\cos^2\delta\,\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta \lg \rho$	$\Delta\rho/\rho$	a	d
0^h	31	+ 0° 23'4	+ 26ᵐ671	+ 400'07	+ 169'42	+ 0·03826	+ 302'85	269°05'	+ 67°03'
2	17	+ 7 6·1	+ 16·647	+ 245·88	+ 127·82	+ 0·04965	+ 393·02	286 31	+ 61 52
4	14	+ 19 42·0	+ 0·250	+ 3·32	− 2·64	+ 0·04664	+ 369·19	—	—
6	9	+ 24 25·2	− 11·044	− 137·35	− 1·56	+ 0·03456	+ 273·49	91 26	− 65 34
8	11	+ 21 25·8	− 17·682	− 229·83	+ 51·00	− 0·00245	− 19·39	90 31	− 65 44
10	19	+ 7 52·5	− 10·753	− 158·27	+ 45·42	− 0·02947	− 233·28	85 44	− 72 20
12	32	− 0 36·9	+ 4·872	+ 73·07	− 21·03	− 0·04656	− 368·55	267 52	+ 73 56
14	35	− 8 52·7	+ 16·117	+ 236·01	− 68·11	− 0·04269	− 337·92	271 34	+ 71 50
16	24	− 17 3·0	+ 25·787	+ 353·56	− 68·63	− 0·03058	− 242·06	272 20	+ 70 03
18	24	− 22 25·3	+ 33·904	+ 434·57	+ 10·87	− 0·01479	− 117·07	266 32	+ 67 33
20	30	− 20 10·0	+ 33·790	+ 446·50	+ 94·27	− 0·00100	− 7·92	270 06	+ 67 02
22	19	− 11 2·5	+ 28·733	+ 415·18	+ 165·37	+ 0·01795	+ 142·09	266 05	+ 66 05

2. 1888 Mai 6—26.

0^h	25	+ 0° 42'6	+ 27ᵐ808	+ 417'12	+ 183'16	− 0·02864	− 226'70	268°23'	+ 66°17'
2	17	+ 12 19·0	+ 31·365	+ 451·84	+ 169·94	− 0·01235	− 97·76	269 52	+ 66 30
4	32	+ 18 56·3	+ 37·272	+ 492·67	+ 104·91	+ 0·00562	+ 43·94	271 49	+ 68 01
6	23	+ 22 50·0	+ 34·439	+ 434·75	+ 11·39	+ 0·01874	+ 148·34	273 34	+ 67 08
8	20	+ 21 47·8	+ 27·275	+ 360·52	− 88·10	+ 0·03515	+ 278·24	269 34	+ 64 53
10	27	+ 11 30·7	+ 13·567	+ 195·45	− 67·08	+ 0·04256	+ 336·89	270 41	+ 68 15
12	34	+ 2 51·1	− 0·024	− 0·36	− 12·47	+ 0·04356	+ 344·81	—	—
14	23	− 9 22·4	− 12·991	− 187·15	+ 48·39	+ 0·02283	+ 180·72	87 27	− 73 57
16	16	− 14 51·9	− 17·706	− 234·04	+ 48·37	− 0·00625	− 47·25	97 54	− 71 24
18	9	− 21 20·0	− 12·200	− 154·01	− 10·56	− 0·02833	− 224·25	80 03	− 68 22
20	12	− 19 24·5	− 5·017	− 66·32	+ 26·58	− 0·04583	− 362·77	108 41	− 61 55
22	27	− 17 28·2	+ 18·456	+ 265·88	+ 107·41	− 0·04278	− 338·63	277 55	+ 63 53

Die aus den Zahlen in den beiden letzten Kolonnen dieser Tafeln berechneten Werte der Koeffizienten der Ellipsoidgleichung sind:

	I	II
$A =$	$+ 0{\cdot}02034$	$+ 0{\cdot}03372$
$B =$	$+ 1{\cdot}53905$	$+ 1{\cdot}64878$
$C =$	$+ 9{\cdot}44061$	$+ 9{\cdot}31750$
$D =$	$- 3{\cdot}76109$	$- 3{\cdot}87630$
$E =$	$+ 0{\cdot}06912$	$+ 0{\cdot}18479$
$F =$	$- 0{\cdot}04198$	$- 0{\cdot}09170$

Ferner die durch Auflösung der bekannten kubischen Determinantengleichung aus ihnen gewonnenen Koeffizienten der auf die Hauptachsen bezogenen Gleichung desselben Ellipsoids, die

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2+\left(\frac{z}{c}\right)^2=1 \quad . \quad . \quad . \qquad 4)$$

lauten möge, sowie schließlich die Richtungen dieser Hauptachsen selbst bezogen auf die Einheit, das ist $A+B+C=1$:

für 1888 Jänner 17	lg $a = 0{\cdot}00107$	$A_1 = 272°$	$44'7$	$D_1 = +68°$	$10'6$
	lg $b = 1{\cdot}21162$	$A_2 = 120$	$27{\cdot}6$	$D_2 = +19$	$11{\cdot}9$
	lg $c = 1{\cdot}47292$	$A_3 = 208$	$41{\cdot}6$	$D_3 = -10$	$29{\cdot}2$
für 1888 Mai 16	lg $a = 0{\cdot}00120$	$A_1 = 272°$	$45'7$	$D_1 = +67°$	$19'1$
	lg $b = 1{\cdot}19961$	$A_2 = 221$	$52{\cdot}0$	$D_2 = -14$	$45{\cdot}4$
	lg $c = 1{\cdot}40778$	$A_3 = 316$	$43{\cdot}5$	$D_3 = -16$	$45{\cdot}3$

Die erste dieser Richtungen, und zwar die der kürzesten Achse, entspricht, wie man sofort sieht, dem Pole der Ekliptik und gibt für deren Knoten und Neigung die der Wahrheit recht nahe kommenden Werte

$\Omega =$	$2°$	$45'7$	bez.	$2°$	$44'7$	statt	$0°$	$0'$
$i = 22$		$40{\cdot}9$		21	$49{\cdot}4$		23	$27{\cdot}1$.

Um ebenso eine einfache geometrische Deutung der zweiten und dritten Richtung zu erhalten entnahm ich dem Berliner Jahrbuch für die zwei Momente 1888 Jänner $17{\cdot}0$ und Mai $16{\cdot}0$ die heliozentrische Rektaszension und Deklination der Erde, A' und D' und berechnete daraus die gleichen Koordinaten für den Apex der Erdbewegung, A'' und D''. Es fand sich:

1888 Jänner 17	$A' = 118°$	$53'9$	$D' = +20°$	$47'9$
	$A'' = 204$	$54{\cdot}3$	$D'' = -10$	$21{\cdot}2$
1888 Mai 16	$A' = 233$	$38{\cdot}2$	$D' = -19$	$15{\cdot}4$
	$A'' = 328$	$13{\cdot}4$	$D'' = -12$	$52{\cdot}1$

und wie man sieht, stehen wieder die Richtungen

A' und D' mit A_2 und D_2 sowie A'' und D'' mit A_3 und D_3

in recht guter Übereinstimmung. Man erhält so auf rein empirischer Grundlage den folgenden Satz:

»In jedem Augenblicke ist die geozentrische Bewegung der kleinen Planeten durch ein Ellipsoid charakterisiert, dessen Gleichung bezogen auf den Äquator als Fundamentalebene in der allgemeinen Form

$$Ax^2+By^2+Cz^2+2\,Dyz+2\,Ezx+2\,Fxy=1$$

erscheint, dessen drei Hauptachsen aber mit drei im Raume vorhandenen ausgezeichneten Richtungen zusammenfallen. Die erste, der kürzesten Achse entsprechende Richtung, zeigt nach dem Pole der Ekliptik und ist für alle Momentanellipsoide von unveränderlicher Lage. Die beiden anderen liegen in der Ekliptik und von ihnen weist die der mittleren Achse entsprechende nach der Erde, die der größten Achse zukommende nach dem Apex der Erdbewegung hin, diese vom heliozentrischen Standpunkte aus betrachtet, dagegen vom geozentrischen Standpunkte aus, fallen die Richtungen dieser zwei Achsen in die zur Sonne und ihrem scheinbaren Apex.

Es läßt sich nicht schwer ein geometrischer Beweis für die Richtigkeit dieses Satzes erbringen.

Man nehme nämlich zunächst an, daß in den Kolonnen 9 und 10 der beiden Tafeln p. 4 [310], die die geozentrischen Bewegungsgrößen der kleinen Planeten darstellen, die dort stehenden a und d alle einander genau gleich seien oder, was auf dasselbe Resultat hinzielt, man ersetze bei der Berechnung der Koeffizienten $l\,m$ und n die einzelnen voneinander mehr oder weniger abweichenden Werte durch ihre Mittel, dann ergeben sich die Koeffizienten der Ellipsoidgleichung zu

$$A = pl^2 \quad B = pm^2 \quad C = pn^2 \quad D = pmn \quad E = pnl \quad F = plm,$$

worin p die Anzahl der verwendeten Gruppen bedeutet, und diese selbst geht in

$$p\,(lX + mY + nZ)^2 = 1$$

über, was nichts anderes bedeutet, als daß das Ellipsoid in die doppelt zu zählende Bahnebene zerfällt,[1] woraus bekanntlich schon folgt, daß von seinen drei Hauptrichtungen eine nach dem Pol dieser Ebene hinzeigt, die beiden anderen aber in ihr liegen, aber sonst ganz willkürlich sind. Schreibt man ferner die kubische Determinantengleichung, die zur Bestimmung der Hauptachsen dient, in der Form

$$\lambda^3 - p\lambda^2 + J\lambda - K = 0$$

auf, worin

$$p = A+B+C$$
$$J = AB+AC+BC-D^2-E^2-F^2$$
$$K = ABC+2\,DEF-AD^2-BE^2-CF^2$$

ist, so wird unter dieser vereinfachenden Annahme

$$J = K = 0$$

und die Gleichung lautet

$$\lambda^3 - p\lambda^2 = 0.$$

Der ersten Wurzel $\lambda_1 = p$ entsprechen als Richtungen die Richtungscosinus der Bahnebene, die den beiden anderen, $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ entsprechenden sind unbestimmt.

Für den tatsächlichen Fall aber, daß die a und d, und daher auch die l, m und n doch kleinere oder größere Verschiedenheiten untereinander aufweisen, werden die Koeffizienten A, B.. sich von den oben gewissermaßen als Normalwerten angeschriebenen mehr oder weniger unterscheiden, so daß, wenn wir diese Unterschiede als Größen erster Ordnung ansehen, J eine Größe zweiter, und K eine solche dritter Ordnung ist und bis auf Größen zweiter Ordnung genau sich für die Wurzeln der Gleichung dritten Grades die Werte

---

[1] Besser gesagt: daß das Ellipsoid in das Ebenenpaar

$$lX + mY + nZ + 1 = 0 \qquad lX + mY + nZ - 1 = 0$$

zerfällt, die aber einzeln einander wie der Ebene $lX + mY + nZ = 0$ parallel liegen.

$$\lambda_1 = p - \frac{J}{p}$$

$$\lambda_2 = \frac{J}{2p} - \frac{K}{J} - \frac{K^2 p}{2J}$$

$$\lambda_3 = \frac{J}{2p} + \frac{K}{J} + \frac{K^2 p}{2J}$$

ergeben. Der ersten entspricht als Richtung eine, die nur sehr wenig (um kleine Größen zweiter Ordnung) von der nach dem Pole der Bahnebene, sofern diese wie oben durch die Mittelwerte der l, m und n charakterisiert ist, abweicht. Die beiden anderen wieder definieren zwei nun ganz bestimmte Richtungen, die in der Bahnebene liegen, aufeinander senkrecht stehen, und von denen die eine dem Minimum gemäß nach dem Apex, die andere, als auf dieser senkrecht stehend, nach dem Zentrum der Bewegung hinweist.

2. Es ist klar, daß sich auch für die Eigenbewegungen der Fixsterne die Theorie eines analogen Ellipsoids aufstellen läßt und es entsteht die Frage, welche Bedeutung wird da den drei Hauptachsen desselben zuzuschreiben sein.

Das Material zu der hiezu durchzuführenden Rechnung ist schon in meiner zweiten Mitteilung veröffentlicht, p. 23 [249]. Doch ist noch hiezu die folgende Bemerkung zu machen. Bei den 24 Sektoren $B_1\ B_2\ B_3\ B_8\ B_9\ B_{10}$, ferner $C_{12}\ C_1\ C_2\ C_3\ C_8\ C_9$ sowie $D_2\ D_3\ D_7\ D_8\ D_9\ D_{10}$ und endlich $E_3\ E_4\ E_5\ E_6\ E_7\ E_8$ folgt aus den aus den Eigenbewegungen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ berechneten a und d für den Knoten der Bahnebene der Mittelwert $\Omega = 230° - 240°$. Die 20 anderen Sektoren geben dagegen als Mittelwert $\Omega' = 120° - 130°$ und es zeigt sich die merkwürdige Relation

$$\Omega + \Omega' = 360°.$$

Auf diese Differenzierung der Sterne muß, wie sich sofort zeigen wird, Rücksicht genommen werden und es sei aus diesem Grunde diese Tafel hier nochmals mitgeteilt:

	a	d	Ω	Ω'	i		a	d	Ω	Ω'	i
B_8	128° 56'	+37° 47'	218° 56'	—	52° 13'	E_3	349° 14'	−10° 32°	259° 14'	—	79° 28'
B_9	144 53	+43 19	234 53	—	46 41	E_4	285 50	−43 6	195 50	—	46 54
B_{10}	147 18	+43 57	237 18	—	46 3	E_5	321 26	−43 1	231 26	—	46 59
B_1	149 21	+33 22	239 21	—	56 38	E_6	328 25	−32 52	238 25	—	57 8
B_2	172 59	+25 46	262 59	—	64 14	E_7	347 24	−21 36	257 24	—	68 24
B_3	187 46	+ 7 40	277 46	—	82 20	E_8	5 56	− 5 53	275 56	—	84 7
B_4	189 17	−41 46	—	99° 17'	48 14	E_9	7 57	+25 6	—	97° 57'	64 54
B_5	197 23	−39 26	—	107 23	50 54	E_{10}	34 41	+31 8	—	124 41	58 52
B_6	212 45	−43 56	—	122 45	46 4	E_1	50 28	+40 3	—	140 28	49 57
B_7	211 48	−42 21	—	121 48	47 19	E_2	29 24	+42 11	—	119 24	47 49
C_{10}	26 6	+36 42	—	116 6	53 18	D_{10}	10 26	+17 10	—	100 26	72 50
C_{11}	57 38	+40 17	—	147 38	49 43	D_{11}	29 24	+46 9	—	119 24	43 51
C_{12}	114 15	+67 48	204 15	—	22 12	D_{12}	50 34	+58 2	—	140 34	31 58
C_1	116 5	+36 41	206 5	—	53 19	D_1	84 55	+53 3	—	174 55	36 57
C_2	154 6	+51 43	244 6	—	38 17	D_2	113 45	+54 33	203 45	—	35 27
C_3	180 22	+45 46	270 22	—	44 14	D_3	158 14	+24 31	248 14	—	65 29
C_4	189 23	−20 47	—	99 23	69 13	D_4	246 46	−71 48	—	156 46	18 12
C_5	216 43	−29 11	—	126 43	60 49	D_5	261 55	−66 44	—	171 55	23 16
C_6	241 14	−42 40	—	151 14	47 20	D_6	351 59	−75 25	261 59	—	14 35
C_7	254 52	−62 47	—	164 52	27 13	D_7	307 53	−56 25	217 53	—	33 35
C_8	296 30	−50 48	206 30	—	39 12	D_8	324 23	−32 40	234 23	—	57 20
C_9	330 4	−44 56	240 4	—	45 4	D_9	347 32	− 9 42	257 32	—	80 18

Die den Knotenwert ☊ gebende Gruppe von Sternen sei als I bezeichnet. Für sie folgt als Mittelwert

$$☊ = 238° \ 32' \quad i = 52° \ 30'$$

Die ☊′ entsprechende Gruppe sei mit II bezeichnet. Für sie erhält man als Mittelwert

$$☊' = 130° \ 11' \quad i = 47° \ 26'$$

und es ist in der Tat näherungsweise ☊ + ☊′ = 360°.

Die für beide Gruppen getrennt durchgeführte Berechnung der Koeffizienten der Ellipsoidgleichung gab

	Gruppe I		II	
$A =$	$+10{\cdot}6201$	$(+0{\cdot}44250)$	$+7{\cdot}3367$	$(+0{\cdot}36683)$
$B =$	$+\ 3{\cdot}9073$	$(+0{\cdot}16281)$	$+3{\cdot}4796$	$(+0{\cdot}17398)$
$C =$	$+\ 9{\cdot}4732$	$(+0{\cdot}39471)$	$+9{\cdot}1842$	$(+0{\cdot}45921)$
$D =$	$+\ 5{\cdot}2032$	$(+0{\cdot}21676)$	$+5{\cdot}2389$	$(+0{\cdot}26194)$
$E =$	$-\ 7{\cdot}0880$	$(-0{\cdot}29533)$	$+6{\cdot}1515$	$(+0{\cdot}30758)$
$F =$	$-\ 3{\cdot}9096$	$(-0{\cdot}16291)$	$+3{\cdot}6228$	$(+0{\cdot}18114)$
$A+B+C =$	24	$= 1$	$= 20$	$= 1$

wobei die in den Klammern nebenstehenden Zahlen die Reduktion derselben auf die Einheit, das ist die Annahme $A+B+C = 1$ bedeuten. Ihr Vergleich führt auf die folgenden zwei zwischen ihnen bestehenden Beziehungen: 1. Die Koeffizienten A, B, C und D sind einander näherungsweise gleich, 2. die Koeffizienten E und F sind ebenfalls mit dem gleichen Grad der Genauigkeit einander gleich, aber sie haben entgegengesetzte Vorzeichen. Hieraus folgt, daß die zwei durch sie definierten Ellipsoide gleiche Hauptachsen haben werden, nur zwei von ihnen in ihren Richtungen vertauscht. Es ist nämlich das eine Ellipsoid nur das Spiegelbild des anderen, und zwar in bezug auf die X-Achse. Die Rechnung bestätigt auch diese Überlegung. Sie führt für die Hauptachsen der zwei Ellipsoide und ihre Richtungen zu den Werten:

größte Achse:	Gruppe I:	$\lg a = 0{\cdot}74660$	$A_1 = 274°$	$38'4$	$D_1 = +33°$	$29'5$
»	II:	$= 0{\cdot}86774$	$= 272$	$18\ 0$	$= +28$	$2{\cdot}8$

Für beide zusammenfallend, dagegen:

mittlere Achse:	Gruppe I:	$\lg b = 0{\cdot}41972$	$A_2 = 208$	$44{\cdot}6$	$D_2 = -31$	$45{\cdot}0$
kürzeste »	» II:	$\lg c = 0{\cdot}03055$	$= 215$	$37{\cdot}6$	$= -44$	$30{\cdot}8$
kürzeste Achse:	Gruppe I:	$\lg c = 0{\cdot}04225$	$A_3 = 150$	$26{\cdot}4$	$D_3 = +40$	$20{\cdot}3$
mittlere »	» II:	$\lg b = 0{\cdot}47362$	$= 159$	$24{\cdot}4$	$= +29$	$29{\cdot}9$

in denen die Angaben über die Größen a, b und c schon auf die Einheit, das ist die Annahme $A+B+C = 1$, reduziert erscheinen.

Worin die Bedeutung der ersten Richtung liegt, ist sofort einzusehen. Sie entspricht dem Apex der Sonnenbewegung und steht mit dem von Charlier aus demselben Material aber nach der Airy'schen Methode abgeleiteten Resultat [1]

$$A_1 = 272° \ 42' \quad D_1 = +\ 31° \ 36'$$

in recht guter Übereinstimmung. Ebenso ist klar zu ersehen, daß die dritte Richtung nach dem Pole der Bahnebene hinweist. Sie gibt für ihren Knoten und ihre Neigung die Werte

[1] Siehe Wicksell, p. 45.

$$\Omega = 240^\circ\ 26'4 \quad i = 39^\circ\ 39'7$$
$$= 249\ \ 24\cdot4 \quad\ = 60\ \ 30\cdot1$$

während vorher

$$\Omega = 238\ \ 32 \qquad i = 52\ \ 30$$

gefunden wurde. Was die zweite Richtung anlangt, so muß sie nunmehr in Analogie mit der Diskussion der drei Richtungen für die zwei Ellipsoide der Planetenbewegungen mit der nach der Sonne zusammenfallen. Tatsächlich erhielt ich in meiner zweiten Abhandlung p. 19 [245] aus der Entwicklung nach Kugelfunktionen im Mittel aus dem Charlier'- und Hecker'schen Beobachtungsmaterial

$$A = 202^\circ\ 44' \quad D = -36^\circ\ 24',$$

was mit den oben erhaltenen Zahlen in bestem Einklange steht.

Doch ist gerade diese Art, die Richtungen zu identifizieren, keine zwingende. Man kann ebensogut auch die Richtung A_2 und D_2 als mit der nach dem Pole der Bahnebene zeigenden identisch annehmen. Es führt dann diese Annahme auf die Knoten- und Neigungswerte

$$\Omega' = 118^\circ\ 44'6 \quad i' = 58^\circ\ 15'0$$
$$= 125\ \ 37\cdot6 \quad\ = 45\ \ 29\cdot2$$

die wieder mit dem oben erhaltenen zweiten Wertepaar

$$\Omega' = 130^\circ\ 11' \quad i' = 47^\circ\ 26'$$

zusammenfallen und mit ihm in guter Übereinstimmung stehen. Die Richtung nach der Sonne wäre damit durch

$$A_3 = 330^\circ\ 26', \text{ bez. } 339^\circ\ 24', \text{ und } D_3 = -40^\circ\ 20', \text{ bez. } -29^\circ\ 30'$$

gegeben.

Es zeigt sich daher hier in der Zweideutigkeit der Lösung eine Schwierigkeit, die zu überwinden vorläufig nur der eine Anhaltspunkt vorhanden ist, daß die harmonische Analyse der Eigenbewegungen der Sterne $\Delta\alpha$ nach Rektaszensionen allein, oder in Kugelfunktionen nach beiden Koordinaten, ebenso wie die der Radialbewegungen mehr zugunsten der ersten Art, die Richtungen zu identifizieren, spricht, als für die zweite. Dazu kommt noch die Tatsache, daß die erste Ebene nur wenig von der Milchstraße abweicht, für die als wahrscheinlichste Werte

$$\Omega = 280^\circ\ 20' \quad i = 62^\circ\ 50'$$

gelten, wodurch die Beziehung zu dieser festgelegt erscheint. Tatsächlich folgen auch die Sterne der I. Gruppe dem Zuge der Milchstraße am Himmel. Ihre Breite, bezogen auf die Bahnebene, liegt zwischen den Grenzen $\mp 27^\circ$. Dagegen sind von den Sternen der II. Gruppe die Sektoren

$$B_4\,B_5\,B_6\,B_7\,C_4\,C_5\,C_6\,C_7 \text{ und } D_4\,D_5 \text{ nördlich,}$$
$$E_9\,E_{10}\,E_1\,E_2\,D_{10}\,D_{11}\,D_{12}\,D_1 \text{ und } C_{10}\,C_{11} \text{ südlich}$$

von der Milchstraße gelegen, in der Breite von $\pm 27^\circ$ bis $\pm 76^\circ$.

3. Zum Schlusse sei noch die Frage vorgenommen, welche Änderungen die drei eben gefundenen ausgezeichneten Richtungen dadurch erleiden, daß man in Unkenntnis der so merkwürdigen Teilung der Sterne in zwei Gruppen das Momentenellipsoid für die Gesamtheit der Sterne rechnet. In diesem Falle hat man für die Koeffizienten dieses neuen Ellipsoids die Summe der vorhergefundenen anzusetzen.

Dabei summieren sich die Koeffizienten A, B, C und D, dagegen subtrahieren sich E und F und heben sich fast zu Null auf. Man erhält:

$A = +17{\cdot}9568$	oder $= +0{\cdot}40811$
$B = +\ 7{\cdot}3869$	$+0{\cdot}16788$
$C = +18{\cdot}6574$	$+0{\cdot}42403$
$D = +10{\cdot}4412$	$+0{\cdot}23727$
$E = -\ 0{\cdot}9365$	$-0{\cdot}02129$
$F = -\ 0{\cdot}2868$	$-0{\cdot}00652$
$A+B+C=44$	$A+B+C=1.$

Nimmt man direkt $E = F = 0$ an, so lautet die Gleichung des Ellipsoids einfach

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2\,Dyz = 1$$

und diese Form weist darauf hin, daß der der X-Richtung entsprechende Koeffizient A schon an sich die Hauptachse in dieser Richtung widergibt und daß, um die anderen zwei Hauptachsen zu finden, nur in der YZ-Ebene eine Drehung um den Winkel φ, der durch

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2D}{B-C}$$

bestimmt ist, notwendig erscheint. Die Richtungen der drei Hauptachsen des Ellipsoids wären daher für diese vereinfachende Annahme:

$A_1 = 270°\ 0'$	$D_1 = +30°\ 49'$
$A_2 = 90\ 0$	$D_2 = +59\ 11$
$A_3 = 0\ 0$	$D_3 = 0\ 0$

und sind für den wirklichen Fall, gerechnet mit den oben angegebenen Zahlen, und in dieser Anordnung nach ihrer Größe

$\lg a = 0{\cdot}7906$	$A_1 = 270°\ 57'6$	$D_1 = +30°\ 58'7$
$c = 0{\cdot}1961$	$A_2 = 110\ \ 9{\cdot}9$	$D_2 = +66\ \ 30{\cdot}2$
$b = 0{\cdot}1227$	$A_3 = 4\ \ 38{\cdot}4$	$D_3 = +\ 6\ \ 11{\cdot}0$

Die erste Richtung, die dem Apex der Sonnenbewegung entspricht, ist trotz dieses Verfahrens unverändert geblieben. Dagegen sind die beiden anderen ganz verfälscht und lassen den Einfluß erkennen, welchen eine Zusammenfassung aller Sterne zu einem gemeinschaftlichen Ellipsoid auf die Berechnung der drei Hauptrichtungen desselben ausübt.

Aus diesem Grunde sei hier noch ein kurzer Absatz der Erörterung der Airy'schen Methode zur Bestimmung des Apex gewidmet und damit die Frage behandelt, ob auch bei dieser Methode, die bekanntlich von allen die relativ einfachste ist, ein solcher Einfluß vorhanden ist.

Bezeichnen $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ und $\Delta\zeta$ die Bewegungsgrößen eines Fixsternes, beziehungsweise die geozentrischen Geschwindigkeiten eines Planeten, ferner Δx, Δy und Δz die Komponenten der Spezialbewegung des Sternes oder, für die Planeten, deren heliozentrische Geschwindigkeiten und endlich ΔX, ΔY und ΔZ die gleichen Größen für den anzunehmenden Zentralpunkt, beziehungsweise die Sonne, so gelten die Gleichungen

$$\Delta\xi = \Delta x - \Delta X \quad \Delta\eta = \Delta y - \Delta Z \quad \Delta\zeta = \Delta z - \Delta Z \ . \ . \ . \qquad 5)$$

und, indem man setzt

$$\Sigma\Delta x = \Sigma\Delta y = \Sigma\Delta z = 0,$$

nur die Summierung erstreckt über eine genügende Anzahl von Sternen, beziehungsweise Planeten, erhält man

$$\Delta X = -\frac{1}{n}\Sigma\Delta\xi \qquad \Delta Y = -\frac{1}{n}\Sigma\Delta\eta \qquad \Delta Z = -\frac{1}{n}\Sigma\Delta\zeta \quad . \quad . \quad . \qquad 5)$$

Gleichungen, in denen sich die Methode von Airy zur Apexbestimmung ausdrückt. Stellt man noch die $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ und $\Delta\zeta$ durch Polarkoordinaten dar, so nehmen sie die Form an:

$$\begin{aligned} \cos\delta\,\Delta\alpha &= \Delta X\sin\alpha - \Delta Y\cos\alpha \\ \Delta\delta &= \Delta X\cos\alpha\sin\delta + \Delta Y\sin\alpha\sin\delta - \Delta Z\cos\delta \quad . \quad . \quad . \qquad 6) \\ \frac{\Delta\rho}{\rho} &= -\Delta X\cos\alpha\cos\delta - \Delta Y\sin\alpha\cos\delta - \Delta Z\sin\delta \end{aligned}$$

die nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt, die Berechnung von ΔX, ΔY und ΔZ, und zwar entweder aus der Rektaszensionsbewegung allein oder aus der in Deklination oder im Radiusvektor für sich oder, was natürlich am besten sein dürfte, aus allen zusammen gestatten.

Auf Grund der oben p. 4 [310] angesetzten Zahlenwerte für die Mittelwerte der $\cos\delta\,\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ und $\frac{\Delta\rho}{\rho}$, gültig für die kleinen Planeten und die zwei Zeitintervalle 1888 Jänner 7 – 27 und Mai 6 – 26, erhielt ich die folgenden Normalgleichungen:

			1888 Jänner 17	Mai 16
1. aus den $\Delta\alpha$ allein	$6\Delta X$		$= -1986'62$	$+1995'78$
	$6\Delta Y$		$= -1091\cdot25$	$-1203\cdot23$
2. » » $\Delta\delta$	$0\cdot23757\Delta X$		$= -\ 62\cdot73$	$+\ 67\cdot84$
		$+0\cdot71274\Delta Y - 2\cdot24100\Delta Z$	$= +\ 52\cdot77$	$+\ 53\cdot46$
		$-2\cdot24100\Delta Y + 11\cdot04800\Delta Z$	$= -\ 494\cdot58$	$-\ 511\cdot02$
3. » » $\frac{\Delta\rho}{\rho}$	$5\cdot76243\Delta X$		$= -1902\cdot48$	$+1629\cdot93$
		$+5\cdot28726\Delta Y + 2\cdot24100\Delta Z$	$= -1019\cdot81$	$-1133\cdot61$
		$+2\cdot24100\Delta Y + 0\cdot95200\Delta Z$	$= -\ 432\cdot84$	$-\ 480\cdot49$

und aus ihnen durch Summieren der einander zugeordneten Einzelgleichungen

$12\Delta X = -3951'82$	$+3693'55$
$12\Delta Y = -2058\cdot29$	$-2283\cdot38$
$12\Delta Z = -\ 927\cdot42$	$-\ 991\cdot51$

aus denen für die Koordinaten des Apex der Erdbewegung für diese zwei Momente

$A = 207°\ 30'7$	$A = 328°\ 16'6$
$D = -\ 11\ \ 45\cdot5$	$D = -\ 12\ \ 51\cdot8$

folgen, Werte, die mit den p. 5 [311] angegebenen

$A = 204°\ 54'3$	$A = 328°\ 13'4$
$D = -\ 10\ \ 21\cdot2$	$D = -\ 12\ \ 52\cdot1$

in guter Übereinstimmung stehen. Die Airy'sche Methode führt also, was die Bewegung der kleinen Planeten anlangt, zu Resultaten, die der hier kontrollierbaren Wahrheit recht nahe kommen.

Desgleichen folgt aus den Größen ΔX, ΔY und ΔZ für die Winkelgeschwindigkeit der Erde, gesehen von der mittleren Entfernung der Planeten von ihr aus, für die zwei Momente

$$\lg G = 2{\cdot}57895, \quad \text{bez.} \quad \lg G = 2{\cdot}56985,$$

welche Zahlenwerte sich auch aus $21600{\cdot}20 : 365{\cdot}25$, da die Größen ΔX usw. für eine Zeiteinheit von 20 Tagen gelten und in Bogenminuten angesetzt sind, sowie aus der Annahme, daß diese mittlere Entfernung

$$\lg \rho = 0{\cdot}49394, \quad \text{bez.} \quad 0{\cdot}50331$$

beträgt, genau in gleicher Größe ergeben.

In derselben Art haben Charlier und Wicksell aus den nach den Sektoren A, B, C, D, E und F geordneten Mittelwerten der Eigenbewegungen der Boss-Sterne für die Koordinaten des Sonnenapex

$$A = 272^\circ\ 42' \qquad D = +31^\circ\ 36'$$

gefunden. Mit Ausschließung der beiden Polkalotten A und F fand ich nach demselben Rechnungsverfahren:

für die Sterne der I. Gruppe:	$A = 275^\circ\ 20'6$	$D = +30^\circ\ 51'3$	$\lg G = 0{\cdot}0021$
» » » » II. »	269 24·6	+32 8·8	0·0253
» alle »	272 54·1	+30 40·0	0·0151

Werte, welche sich nur wenig voneinander unterscheiden und zeigen, daß bei der Berechnung des Apex nach der Methode von Airy die Teilung der Sterne nach den zwei Gruppen, denen scheinbar zwei verschiedene Bahnebenen entsprechen, ohne Einfluß ist und daß tatsächlich beide Sterngruppen zu demselben Sonnenapex führen. Ebenso scheint auch kein Unterschied in ihrer mittleren Entfernung von der Sonne zu bestehen, denn beide geben für die mittlere Geschwindigkeit der Sonne, gesehen von dieser Entfernung aus, die fast identischen Werte

$$\lg G = 0{\cdot}0021, \quad \text{bez.} \quad 0{\cdot}0253,$$

das heißt, da die Zeiteinheit, auf die die Charlier'schen Angaben sich beziehen, 20 Jahre ist,

$$G = 0''0502, \quad \text{bez.} \quad 0''0530, \text{ und aus allen Sternen } 0''0518,$$

woraus für die mittlere Parallaxe dieser Sterne π unter der Annahme, daß die absolute Geschwindigkeit der Sonne 19·4 *km*/sec. zählt,

$$\pi = 0''0123, \quad \text{bez.} \quad 0''0129 \text{ und } 0''0126$$

folgt.

2. Berechnung des Streuungsellipsoids.

4. Nach Charlier hat man jede Kombination in den Eigen- wie Radialbewegungen der Sterne als Glieder einer Kollektivreihe aufzufassen. Ihre Verteilungsfunktion hängt von drei Parametern, den drei Geschwindigkeitsvektoren ab und ihr entsprechen drei verschiedene Momente zweiter Ordnung in der Charlier'schen- oder drei verschiedene Streuungen in der Ausdrucksweise von Bruns. Daraus folgt, daß, wenn die ersteren mit u, v und w, die letzteren mit h_1 h_2 und h_3 bezeichnet werden, die Verteilungsfunktion in der Form

$$\varphi = \frac{h_1 h_2 h_3}{(\sqrt{\pi})^3}\, e^{-h_1^2 u^2 - h_2^2 v^2 - h_3^2 w^2} \quad . \quad . \quad . \qquad 7)$$

anzunehmen ist. Damit ist der Schwarzschild'sche Ansatz des Geschwindigkeitsellipsoids erzielt.

Nicht in jedem beliebigen Koordinatensystem wird aber der Exponent der Verteilungsfunktion oder die Gleichung des Ellipsoids diese einfache Form haben, im allgemeinen und daher wohl auch für das gebräuchliche astronomische Bezugssystem des Äquators wird er

$$f = AU^2+BV^2+CW^2+2DUW+2EWU+2FUV \ . \ . \ . \qquad 8)$$

lauten und man hat daher die doppelte Aufgabe, zunächst aus den Beobachtungsdaten die Gleichung dieses Ellipsoids und sodann durch Transformation auf die Hauptachsen deren einfachere Form

$$f = h_1^2u^2+h_2^2v^2+h_3^2w^2 = \left(\frac{u}{a}\right)^2+\left(\frac{v}{b}\right)^2+\left(\frac{w}{c}\right)^2 \ . \ . \ . \qquad 9)$$

abzuleiten. Man gewinnt so wieder drei im Raume ausgezeichnete Richtungen, die mit den sonst bekannten zu identifizieren sind.

Der Vorgang zur Berechnung dieser Gleichung des Ellipsoids ist der folgende: Man denke sich den Himmel, entsprechend der Gruppe von Sternen, die man in Betracht ziehen will, in Flächenelemente geteilt, deren Mittelpunkte einzeln die Rektaszensionen $\alpha_1\ \alpha_2 \ldots$, sowie die Deklinationen $\delta_1\ \delta_2 \ldots$ haben und deren Distanzen von der Sonne $\rho_1\ \rho_2 \ldots$ sind. Die im Folgenden durchgeführte Teilung ist, was die kleinen Planeten anlangt, die in je zwei Rektaszensionsstunden, so daß $\alpha_1 = 0^h$, $\alpha_2 = 2^h$ usw. ist, und in Deklinationen, die parallel der Ekliptik verlaufen, so daß deren Breiten $\beta_1 = \beta_2 \ldots = 0$ angenommen werden können. Die Teilung ferner für die Fixsterne ist die von Charlier akzeptierte nach den Sektoren *B, C, D* und *E*. Die den beiden Polen entsprechenden Kalotten *A* und *F* sollen nicht in Betracht gezogen werden.

Die Geschwindigkeitskomponenten in jedem dieser Flächenelemente mögen für jeden einzelnen Stern durch

$$U_i = \cos\delta_i \Delta\alpha_i \qquad V_i = \Delta\delta_i \qquad W_i = \frac{\Delta\rho_i}{\rho_i}$$

die aus ihnen abgeleiteten Mittelwerte durch

$$U_0 = \cos\delta\Delta\alpha = \frac{1}{n}\Sigma U_i \qquad V_0 = \Delta\delta = \frac{1}{n}\Sigma V_i \qquad W_0 = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{1}{n}\Sigma W_i$$

und endlich die Streuungen durch

$$\mu_{01} = \frac{1}{n}\Sigma(U_i-U_0)^2 \qquad \mu_{10} = \frac{1}{n}\Sigma(V_i-V_0)^2 \qquad \mu_{11} = \frac{1}{n}\Sigma(U_i-U_0)(V_i-V_0)$$

$$\mu_{02} = \frac{1}{n}\Sigma(W_i-W_0)^2 \ . \ . \ . \qquad 10)$$

dargestellt sein. Die Sammlung der Einzelwerte U_i V_i und W_i aus den Beobachtungsergebnissen, die in den Sternkatalogen niedergelegt sind, die Berechnung der U_0 V_0 W_0 als deren Mittel und der μ_{01}, μ_{10}, μ_{11} und μ_{02} als deren Streuungen oder der Mittelwerte der Quadrate der Abweichungen der Einzelwerte vom angenommenen Mittel, dies alles natürlich für jedes einzelne Flächenelement als Teil des Himmels durchgeführt, bildet die erste Aufgabe des Rechners.

Die Geschwindigkeitsvektoren U_0, V_0 und W_0 beziehen sich auf ein Koordinatensystem, dessen *X*-Achse mit dem Deklinationskreis, dessen *Y*-Achse mit dem Stundenkreis und dessen *Z*-Achse mit dem Visionsradius des Mittelpunktes des betreffenden Flächenstückes am Himmel zusammenfällt und sind daher vorerst auf das astronomisch gebräuchliche Koordinatensystem des Äquators zu reduzieren. Es seien *U, V* und *W* die Vektoren in bezug auf dieses System; dann gelten die Transformationsformeln

$$\begin{aligned} U &= U_0\gamma_{11}+V_0\gamma_{12}+W_0\gamma_{13} & U_0 &= U\gamma_{11}+V\gamma_{21}+W\gamma_{31} \\ V &= U_0\gamma_{21}+V_0\gamma_{22}+W_0\gamma_{23} & V_0 &= U\gamma_{12}+V\gamma_{22}+W\gamma_{32} \\ W &= U_0\gamma_{31}+V_0\gamma_{32}+W_0\gamma_{33} & W_0 &= U\gamma_{13}+V\gamma_{23}+W\gamma_{33} \end{aligned} \qquad 11)$$

in denen die Koeffizienten γ_{ik} die Werte haben

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= -\sin\alpha & \gamma_{21} &= +\cos\alpha & \gamma_{31} &= 0 \\ \gamma_{12} &= -\sin\delta\cos\alpha & \gamma_{22} &= -\sin\delta\sin\alpha & \gamma_{32} &= +\cos\delta \ldots \\ \gamma_{13} &= +\cos\delta\cos\alpha & \gamma_{23} &= +\cos\delta\sin\alpha & \gamma_{33} &= +\sin\delta \end{aligned} \qquad 11')$$

und wenn, entsprechend der Ellipsoidgleichung in den Koordinaten U, V, W.

$$f = AU^2+BV^2+CW^2+2DVW+2EWU+2FUV \qquad 8)$$

die in den Größen U_0, V_0 und W_0 in der Form

$$f = A_0U_0^2+B_0V_0^2+C_0W_0^2+2D_0V_0W_0+2E_0W_0U_0+2F_0U_0V_0 \qquad 8')$$

angeschrieben wird, ebenso die Beziehungsgleichungen:

$$\begin{aligned} A_0 &= A\gamma_{11}^2+B\gamma_{21}^2+C\gamma_{31}^2+2D\gamma_{21}\gamma_{31}+2E\gamma_{31}\gamma_{11}+2F\gamma_{11}\gamma_{21} \\ B_0 &= A\gamma_{12}^2+B\gamma_{22}^2+C\gamma_{32}^2+2D\gamma_{22}\gamma_{32}+2E\gamma_{32}\gamma_{12}+2F\gamma_{12}\gamma_{22} \\ C_0 &= A\gamma_{13}^2+B\gamma_{23}^2+C\gamma_{33}^2+2D\gamma_{23}\gamma_{33}+2E\gamma_{33}\gamma_{13}+2F\gamma_{13}\gamma_{23} \\ D_0 &= A\gamma_{12}\gamma_{13}+B\gamma_{22}\gamma_{23}+C\gamma_{32}\gamma_{33}+D(\gamma_{22}\gamma_{33}+\gamma_{32}\gamma_{23})+E(\gamma_{32}\gamma_{13}+\gamma_{33}\gamma_{12})+F(\gamma_{12}\gamma_{23}+\gamma_{13}\gamma_{22}) \\ E_0 &= A\gamma_{13}\gamma_{11}+B\gamma_{23}\gamma_{21}+C\gamma_{33}\gamma_{31}+D(\gamma_{23}\gamma_{31}+\gamma_{33}\gamma_{21})+E(\gamma_{33}\gamma_{11}+\gamma_{31}\gamma_{13})+F(\gamma_{13}\gamma_{21}+\gamma_{11}\gamma_{23}) \\ F_0 &= A\gamma_{11}\gamma_{12}+B\gamma_{21}\gamma_{22}+C\gamma_{31}\gamma_{32}+D(\gamma_{21}\gamma_{32}+\gamma_{31}\gamma_{22})+E(\gamma_{31}\gamma_{12}+\gamma_{32}\gamma_{11})+F(\gamma_{11}\gamma_{22}+\gamma_{12}\gamma_{21}) \end{aligned}$$

Von da ab muß nun unterschieden werden zwischen der Berechnung des Streuungsellipsoids aus den $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ allein, und den Radialbewegungen für sich. Soll zunächst die erste Aufgabe durchgeführt werden, so hat man aus dem Exponenten der Verteilungsfunktion

$$\varphi = K.e^{-f}$$

die Größe $W_0 = \frac{\Delta\rho}{\rho}$ zu eliminieren. Dies geschieht durch Integration dieser Größe über alle W_0 zwischen den Grenzen $-\infty$ und $+\infty$. Man erhält so als neuen Exponenten

$$f = U_0^2\frac{A_0C_0-E_0^2}{C_0}+V_0^2\frac{B_0C_0-D_0^2}{C_0}+2U_0V_0\frac{C_0F_0-D_0E_0}{C_0}$$

und hat nach den Lehren der Kollektivmaßlehre dann sofort

$$A_0C_0-E_0^2 = J_0\mu_{10} \quad B_0C_0-D_0^2 = J_0\mu_{01} \quad C_0F_0-D_0E_0 = J_0\mu_{11},$$

worin noch J_0 die Determinante

$$J_0 = \begin{vmatrix} A_0 & F_0 & E_0 \\ F_0 & B_0 & D_0 \\ E_0 & D_0 & C_0 \end{vmatrix}$$

bedeutet. Die Beziehungen zwischen den da neuauftretenden Kombinationen $A_0C_0-E_0^2$, $B_0C_0-D_0^2$ und $C_0F_0-D_0E_0$ und den analogen in den Koeffizienten $ABC\ldots$ sind gegeben durch

$$\begin{aligned}
A_0 C_0 - E_0^2 &= (BC - D^2)\gamma_{12}^2 + (AC - E^2)\gamma_{22}^2 + (AB - F^2)\gamma_{32}^2 \\
&\quad + 2(DE - CF)\gamma_{12}\gamma_{22} + 2(EF - AD)\gamma_{22}\gamma_{32} + 2(FD - BE)\gamma_{32}\gamma_{12} \\
B_0 C_0 - D_0^2 &= (BC - D^2)\gamma_{11}^2 + (AC - E^2)\gamma_{21}^2 + (AB - F^2)\gamma_{31}^2 \\
&\quad + 2(DE - CF)\gamma_{11}\gamma_{21} + 2(EF - AD)\gamma_{21}\gamma_{31} + 2(FD - BE)\gamma_{31}\gamma_{11} \\
-(F_0 C_0 - D_0 E_0) &= (BC - D^2)\gamma_{11}\gamma_{12} + (AC - E^2)\gamma_{21}\gamma_{22} + (AB - F^2)\gamma_{32}\gamma_{31} \\
&\quad + (DE - CF)(\gamma_{11}\gamma_{22} + \gamma_{21}\gamma_{12}) + (EF - AD)(\gamma_{21}\gamma_{32} + \gamma_{22}\gamma_{31}) + (FD - BE)(\gamma_{31}\gamma_{12} + \gamma_{32}\gamma_{11}),
\end{aligned}$$

so daß, wenn man als Unbekannte einführt

$$\begin{aligned}
BC - D^2 &= J_0 x & EF - AD &= J_0 \xi \\
AC - E^2 &= J_0 y & FD - BE &= J_0 \eta \quad . \quad . \quad . \\
AB - F^2 &= J_0 z & DE - CF &= J_0 \zeta
\end{aligned} \qquad 12)$$

sich die drei Gruppen von Gleichungen ergeben:

$$\begin{aligned}
\mu_{01} &= x\gamma_{12}^2 + y\gamma_{22}^2 + z\gamma_{32}^2 + 2\xi\gamma_{22}\gamma_{32} + 2\eta\gamma_{32}\gamma_{12} + 2\zeta\gamma_{12}\gamma_{22} \\
\mu_{10} &= x\gamma_{11}^2 + y\gamma_{21}^2 + z\gamma_{31}^2 + 2\xi\gamma_{21}\gamma_{31} + 2\eta\gamma_{31}\gamma_{11} + 2\zeta\gamma_{11}\gamma_{21} \qquad 13) \\
\mu_{11} &= x\gamma_{11}\gamma_{12} + y\gamma_{21}\gamma_{22} + 2z\gamma_{31}\gamma_{32} + \xi(\gamma_{21}\gamma_{32} + \gamma_{22}\gamma_{31}) + \eta(\gamma_{31}\gamma_{12} + \gamma_{32}\gamma_{11}) + \zeta(\gamma_{11}\gamma_{22} + \gamma_{12}\gamma_{21}),
\end{aligned}$$

deren Zahl so groß ist wie die Zahl der Flächenelemente, in die der Himmel geteilt wurde und die nach der Methode der kleinsten Quadrate zu behandeln sind.

Soll jedoch die Gleichung des Streuungsellipsoids aus den Radialbewegungen gefunden werden, so hat man die Funktion φ über alle Werte von U_0 und V_0 zwischen den Grenzen $-\infty$ und $+\infty$ zu integrieren, so daß im Exponenten bloß die Größe W_0 übrig bleibt. Der neue Exponent wird nun

$$f = \frac{A_0 B_0 C_0 - A_0 D_0^2 - B_0 E_0^2 - C_0 F_0^2 + 2 D_0 E_0 F_0}{A_0 B_0 - F_0^2} W_0^2,$$

oder mit Beziehung auf die Definition von J_0

$$f = \frac{J_0}{A_0 B_0 - F_0^2} W_0^2$$

und ist jetzt, wieder nach bekannten Lehrsätzen der Kollektivmaßlehre

$$\frac{A_0 B_0 - F_0^2}{J_0} = \mu_{02},$$

das heißt gleichzusetzen der Streuung im Radiusvektor. Es ist aber

$$\begin{aligned}
A_0 B_0 - F_0^2 &= (BC - D^2)\gamma_{13}^2 + (AC - E^2)\gamma_{23}^2 + (AB - F^2)\gamma_{33}^2 \\
&\quad + 2(DE - CF)\gamma_{13}\gamma_{23} + 2(EF - AD)\gamma_{23}\gamma_{33} + 2(FD - BE)\gamma_{33}\gamma_{13},
\end{aligned}$$

so daß, wenn man dieselben 6 Unbekannten x, y, z, ξ, η und ζ wie oben einführt, das neue System von Gleichungen folgt:

$$\mu_{02} = x\gamma_{13}^2 + y\gamma_{23}^2 + z\gamma_{33}^2 + 2\xi\gamma_{13}\gamma_{23} + 2\eta\gamma_{23}\gamma_{33} + 2\zeta\gamma_{33}\gamma_{13} \quad . \quad . \quad . \qquad 14)$$

deren Zahl so groß ist wie die Zahl der der Untersuchung zugrundeliegenden Sektoren und die nach der Methode der kleinsten Quadrate aufzulösen sind.

Kennt man nunmehr die Größen

$$x = \frac{1}{J_0}(BC - D^2) \qquad \xi = \frac{1}{J_0}(EF - AD)$$

$$y = \frac{1}{J_0}(CA - E^2) \qquad \eta = \frac{1}{J_0}(FD - BE)$$

$$z = \frac{1}{J_0}(AB - F^2) \qquad \zeta = \frac{1}{J_0}(DE - CF),$$

in denen J_0 die Determinante

$$J_0 = \begin{vmatrix} A_0 & F_0 & E_0 \\ F_0 & B_0 & D_0 \\ E_0 & D_0 & C_0 \end{vmatrix}$$

bedeutet, aber nach bekannten Sätzen der Determinantenlehre als mit

$$J = \begin{vmatrix} A & F & E \\ F & B & D \\ E & D & C \end{vmatrix}$$

identisch anzusehen ist, so ergeben sich daraus die Koeffizienten A, B, C, D, E und F selbst zu

$$A = J(yz - \xi^2) \qquad D = J(\eta\zeta - \xi x)$$
$$B = J(zx - \eta^2) \qquad E = J(\zeta\xi - \eta y)$$
$$C = J(xy - \zeta^2) \qquad F = J(\xi\eta - \zeta z).$$

In ihnen ist noch J unbekannt. Da aber, wenn man die Determinante der Größen x, y, z, ξ, η und ζ, das heißt

$$K = \begin{vmatrix} x & \zeta & \eta \\ \zeta & y & \xi \\ \eta & \xi & z \end{vmatrix}$$

bildet, die Relation folgt

$$JK = 1,$$

so erhält man schließlich:

$$A = (yz - \xi^2) : K \qquad D = (\eta\zeta - \xi x) : K$$
$$B = (zx - \eta^2) : K \qquad E = (\zeta\xi - \eta y) : K \qquad 15)$$
$$C = (xy - \zeta^2) : K \qquad F = (\xi\eta - \zeta z) : K$$

womit die Aufgabe der Bestimmung der Koeffizienten in der allgemeinen Gleichung 8) des Ellipsoids gelöst erscheint.

Es bleibt als letztes noch die Transformation auf die Hauptachsen. Diese erfolgt nach bekannten Methoden in der Art, daß man vorerst die Gleichung dritten Grades

$$\begin{vmatrix} A - s & F & E \\ F & B - s & D \\ E & D & C - s \end{vmatrix} = 0$$

auflöst; dann hat man, wenn die drei Wurzeln dieser Gleichung s_1 s_2 und s_3 sind,

$$a = \frac{1}{\sqrt{s_1}} \qquad b = \frac{1}{\sqrt{s_2}} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{s_3}}$$

als die Hauptachsen desselben, und

$$\begin{aligned} (A-s)\lambda + \quad F\mu + \quad E\nu &= 0 \\ F\lambda + (B-s)\mu + \quad D\nu &= 0 \\ E\lambda + \quad D\mu + C-s)\nu &= 0, \end{aligned}$$

deren drei Richtungscosinus

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \cos A_1 \cos D_1 & \lambda_2 &= \cos A_2 \cos D_2 & \lambda_3 &= \cos A_3 \cos D_3 \\ \mu_1 &= \sin A_1 \cos D_1 & \mu_2 &= \sin A_2 \cos D_2 & \mu_3 &= \sin A_3 \cos D_3 \\ \nu_1 &= \sin D_1 & \nu_2 &= \sin D_2 & \nu_3 &= \sin D_3. \end{aligned}$$

Die Beziehungen zwischen den u, v und w als den Vektoren der Geschwindigkeit in bezug auf die Hauptachsen des Streuungsellipsoids und den U, V und W endlich sind gegeben

$$\begin{aligned} u &= \lambda_1 U + \mu_1 V + \nu_1 W \\ v &= \lambda_2 U + \mu_2 V + \nu_2 W \\ w &= \lambda_3 U + \mu_2 V + \nu_2 W \end{aligned}$$

5. Auf Grund der eben abgeleiteten Rechnungsvorschriften soll nunmehr im Folgenden das Streuungsellipsoid der geozentrischen Bewegung der kleinen Planeten für die zwei Intervalle 1888 Jänner 7—27 und Mai 6—26 berechnet werden. Die zur Durchführung der Rechnung notwendigen Daten sind schon teilweise, was die Mittelwerte

$$U_0 = \cos\delta\,\Delta\alpha \qquad V_0 = \Delta\delta \quad \text{und} \quad W_0 = \frac{\Delta\rho}{\rho}$$

anlangt, früher p. 4 [310] mitgeteilt und daher nur durch die Angaben über die Streuungsgrößen

$$\mu_{01},\ \mu_{10},\ \mu_{11} \quad \text{und} \quad \mu_{02}$$

zu ergänzen. Sie lauten:

1888 Jänner 17					1888 Mai 16				
α	μ_{01}	μ_{10}	μ_{11}	μ_{02}	α	μ_{01}	μ_{10}	μ_{11}	μ_{02}
0^h	+ 16045·0	+ 4014·1	+ 4687·4	+ 3622·1	0^h	+ 8584·0	+ 2177·0	+ 2674·0	+ 2330·4
2	7869·8	4913·2	+ 1669·5	5639·0	2	6494·6	3586·6	+ 2840·1	2329·2
4	5247·5	6266·1	− 909·9	3836·6	4	5181·4	1395·3	+ 180·4	2015·5
6	3995·2	4209·0	− 244·7	8260·6	6	8974·5	1888·6	− 1126·1	1107·3
8	1767·5	2274·2	+ 924·4	16109·0	8	4353·6	2069·4	− 360·7	1392·9
10	3790·1	2268·4	− 829·5	5437·3	10	5224·1	2581·4	− 232·3	4516·4
12	7078·3	3217·9	− 1153·3	2310·4	12	3599·0	2797·7	− 836·8	4257·8
14	5822·1	4587·8	− 3509·0	2609·8	14	2210·0	3063·7	− 169·2	6289·3
16	9460·0	2494·6	− 1402·0	2412·0	16	985·9	1622·3	+ 309·7	3512·9
18	7327·5	979·6	+ 1058·5	1785·7	18	2260·0	3693·8	+ 1003·9	4766·6
20	8298·3	1397·3	+ 1679·7	1858·9	20	4461·7	1648·9	+ 1104·2	1763·2
22	5334·6	3281·4	+ 1729·0	1599·5	22	7267·2	2340·7	+ 2349·0	2675·1

Ebenso sei hier die Tafel des Substitutionskoeffizienten für die einzelnen Himmelsteile, berechnet nach den Formeln 11, doch in etwas gedrängterer aber immerhin leicht verständlicher Form wiedergegeben:

α	γ_{11}	γ_{12}	γ_{13}	γ_{21}	γ_{22}	γ_{23}	γ_{32}	γ_{33}	α
0^h	+0	0	+1 −	+1 −	0	0	+1 +	0	12^h
2	−0·50000+	−0·17233−	+0·84872−	+0·86602−	−0·09950+	+0·49000−	+0·98000+	+0·19899−	14
4	−0·86602+	−0·17233−	+0·46937−	+0·50000−	−0·29849+	+0·81296−	+0·93872+	+0·34466−	16
6	−0 +	0	0	0	−0·39798+	+0·91738−	+0·91738+	+0·39798−	18
8	−0·86602+	+0·17233+	−0·46937+	−0·50000+	−0·29849+	+0·81296−	+0·93872+	+0·34466−	20
10	−0·50000+	+0·17233+	−0·84872+	−0·86602+	−0·09950+	+0·49000−	+0·98000+	+0·19899−	22

Auf Grund dieser Daten ergaben sich für die Unbekannten x, y, z, ξ, η und ζ nach den Formeln 13 und 14 die folgenden Normalgleichungen:

1. Aus μ_{01}, das ist der Streuung in Rektaszension:

		1888 Jänner 17	1888 Mai 16
1)	$+4{\cdot}5000\,x+1{\cdot}5000\,y$	$=+35612{\cdot}3$	$+27772{\cdot}7$
2)	$+1{\cdot}5000\,x+4{\cdot}5000\,y$	$=+46444{\cdot}2$	$+31832{\cdot}7$
6)	$+6{\cdot}0000\,\zeta$	$=-\ 7958{\cdot}3$	$+10343{\cdot}5$

2. aus μ_{10}, das ist der Streuung in Deklination:

			1888 Jänner 17	1888 Mai 16
1)	$+0{\cdot}0070\,x+0{\cdot}0115\,y+0{\cdot}2191\,z-0{\cdot}0897\,\xi$		$=+\ 816{\cdot}2$	$+\ 543{\cdot}7$
2)	$+0{\cdot}0115\,x+0{\cdot}0823\,y+0{\cdot}6187\,z-0{\cdot}4387\,\xi$		$=+\ 2053{\cdot}5$	$+\ 1598{\cdot}5$
3)	$+0{\cdot}2191\,x+0{\cdot}6187\,y+10{\cdot}2121\,z-3{\cdot}9535\,\xi$		$=+37012{\cdot}8$	$+26721{\cdot}3$
4)	$-0{\cdot}0897\,x+0{\cdot}4387\,y-3{\cdot}9535\,z+2{\cdot}4746\,\xi$		$=-13690{\cdot}9$	$-10106{\cdot}4$
5)		$+0{\cdot}8751\,\eta-0{\cdot}1795\,\zeta$	$=\ 2981{\cdot}5$	$357{\cdot}3$
6)		$-0{\cdot}1795\,\eta+0{\cdot}0470\,\zeta$	$=+\ 659{\cdot}1$	$12{\cdot}9$

3. aus den μ_{11}, das ist der kombinierten Streuung beider:

				1888 Jänner 17	1888 Mai 16
1)	$+0{\cdot}1184\,x-0{\cdot}1184\,y$	$+0{\cdot}5727\,\xi$		$=+\ 852{\cdot}7$	$+\ 681{\cdot}0$
2)	$-0{\cdot}1184\,x+0{\cdot}1184\,y$	$-0{\cdot}5727\,\xi$		$=\ 852{\cdot}7$	$-\ 681{\cdot}0$
4)	$+0{\cdot}5727\,x-0{\cdot}5727\,y$	$+5{\cdot}7625\,\xi$		$=+12994{\cdot}4$	$+\ 8909{\cdot}5$
5)			$+5{\cdot}2872\,\eta-1{\cdot}0956\,\zeta$	$=+\ 125{\cdot}7$	$+\ 3040{\cdot}3$
6)			$-1{\cdot}0956\,\eta+0{\cdot}4752\,\zeta$	$=-\ 824{\cdot}7$	$1165{\cdot}0$

Wegen der Ungleichförmigkeit in den Koeffizienten der einzelnen Gleichungen, was ihre Größe anlangt, verwendete ich sie jedoch nicht getrennt zur Bestimmung der Unbekannten, sondern leitete aus ihnen durch Summieren der entsprechenden Zeilen, die mit den Zahlen 1..6 numeriert sind, neue ab, deren Auflösung sich einwandfreier gestaltete. Diese lauten:

			1888 Jänner 17	1888 Mai 16	
$+4{\cdot}6254\,x+1{\cdot}3932\,y+0{\cdot}2191\,z+0{\cdot}4830\,\xi$			$=+37281{\cdot}3$	$+28997{\cdot}4$	
$+1{\cdot}3932\,x+4{\cdot}7007\,y+0{\cdot}6187\,z-1{\cdot}0114\,\xi$			$=+47645{\cdot}0$	$+32750{\cdot}2$	
$+0{\cdot}2191\,x+0{\cdot}6187\,y+10{\cdot}2122\,z-3{\cdot}9535\,\xi$			$=+37012{\cdot}8$	$+26721{\cdot}2$	
$+0{\cdot}4830\,x-1{\cdot}0114\,y-3{\cdot}9535\,z+8{\cdot}2371\,\xi$			$=\ 696{\cdot}5$	$1196{\cdot}9$	I.
	$+6{\cdot}1623\,\eta$	$1{\cdot}2751\,\zeta$	$=\ 2855{\cdot}8$	$+\ 2683{\cdot}1$	
	$-1{\cdot}2751\,\eta$	$+6{\cdot}5222\,\zeta$	$=\ 8123{\cdot}9$	$+\ 9165{\cdot}6$	

4. aus den μ_{02}, das ist der Streuung in der Bewegung im Radiusvektor ρ:

		1888 Jänner 17	1888 Mai 16
$+4\cdot2696\,x+1\cdot2742\,y+0\cdot2188\,z+1\cdot0557\,\xi$		$=+22276\cdot9$	$+19960\cdot4$
$+1\cdot2742\,x+3\cdot3943\,y+0\cdot6187\,z+2\cdot8978\,\xi$		$=+28129\cdot5$	$+14451\cdot7$
$+0\cdot2188\,x+0\cdot6187\,y+0\cdot1129\,z+0\cdot5285\,\xi$		$=+\ 5072\cdot4$	$+\ 2582\cdot6$
$+1\cdot0557\,x+2\cdot8978\,y+0\cdot5285\,z+2\cdot4746\,\xi$		$=+23887\cdot0$	$+12214\cdot1$
	$+0\cdot8710\,\eta+2\cdot1114\,\zeta$	$=-\ 3382\cdot5$	$+\ 1283\cdot3$
	$+2\cdot1194\,\eta+5\cdot0968\,\zeta$	$=-\ 7935\cdot9$	$+\ 3080\cdot6$

In ihnen sind wohl die Koeffizienten ziemlich homogen. Leider gestatten sie aber keine direkte Auflösung, weil zwischen einzelnen Koeffizienten Beziehungen bestehen, die eine solche unmöglich machen; so findet man

$$3\cdot3943.0\cdot1129=(0\cdot6187)^2$$
$$3\cdot3943.2\cdot4746=(2\cdot8978)^2$$
$$5\cdot0968.0\cdot8710=(2\cdot1114)^2.$$

Ich leitete daher aus ihnen durch Summierung mit den Gleichungen I neue ab, die mit II bezeichnet werden mögen, so daß die Gruppe I aus den Streuungen in α und δ allein, die Gruppe II aus allen drei Koordinaten α, δ und ρ abgeleitet erscheinen. Diese Gruppe II lautet:

		1888 Jänner 17	1888 Mai 16	
$+8\cdot8950\,x+2\cdot6674\,y+\ 0\cdot4378\,z+\ 1\cdot5387\,\xi$		$=+59558\cdot2$	$+48957\cdot8$	
$+2\cdot6674\,x+8\cdot0950\,y+\ 1\cdot2374\,z+\ 1\cdot8864\,\xi$		$=+75774\cdot5$	$+47201\cdot9$	
$+0\cdot4378\,x+1\cdot2374\,y+10\cdot3250\,z-\ 3\cdot4250\,\xi$		$=+42085\cdot2$	$+29303\cdot8$	II.
$+1\cdot5387\,x+1\cdot8864\,y-\ 3\cdot4250\,z+10\cdot7117\,\xi$		$=+23190\cdot5$	$+11017\cdot2$	
	$+7\cdot0333\,\eta+\ 0\cdot8363\,\zeta$	$=-\ 6238\cdot3$	$+\ 3966\cdot4$	
	$+0\cdot8363\,\eta+11\cdot6190\,\zeta$	$=-16059\cdot8$	$+12246\cdot2$	

Ihre Auflösung lieferte für die Unbekannten die Werte:

	1888 Jänner 17		1888 Mai 16		
	I	II	I	II	(II)
$\lg x=$	$3\cdot69709$	$3\cdot61664$	$3\cdot62812$	$3\cdot61538$	$3\cdot62873$
$y=$	$3\cdot93937$	$3\cdot85261$	$3\cdot75537$	$3\cdot61632$	$3\cdot79722$
$z=$	$3\cdot60223$	$3\cdot54728$	$3\cdot45069$	$3\cdot36626$	$3\cdot53457$
$\xi=$	$3\cdot41683$	$3\cdot15956$	$3\cdot21989$	$2\cdot80020$	$3\cdot05058$
$\eta=$	2_n87596	2_n86264	$2\cdot87897$	$2\cdot57396$	2_n62179
$\zeta=$	3_n14380	3_n12377	$3\cdot19124$	$3\cdot02266$	2_n91537

Die aus ihnen berechneten Koeffizienten A, B, C, D, E und F der Hauptgleichung des Streuungsellipsoids sind:

	1888 Jänner 17		1888 Mai 16		
	I	II	I	II	(II)
$\lg A=$	$6\cdot32596$	$6\cdot41758$	$6\cdot42204$	$6\cdot41618$	$6\cdot38483$
$B=$	$6\cdot16592$	$6\cdot20315$	$6\cdot35514$	$6\cdot42722$	$6\cdot23739$
$C=$	$6\cdot49565$	$6\cdot49771$	$6\cdot63542$	$6\cdot65477$	$6\cdot49413$
$D=$	5_n95656	5_n75465	$6\cdot06634$	$5\cdot79613$	5_n72617
$E=$	$5\cdot34152$	$5\cdot57000$	5_n53600	5_n39883	$5\cdot30972$
$F=$	$5\cdot43658$	$5\cdot61599$	5_n79299	5_n79678	$5\cdot44962$

und damit endlich nach Auflösung der bezüglichen Determinantengleichungen dritten Grades diese Hauptachsen selbst, sowie ihre Richtungen:

	1888 Jänner 17		1888 Mai 16		
	I	II	I	II	(II)
lg a =	1·72592	1·73380	1·65722	1·66368	1·73988
A_1 =	279° 6'8	325° 36'4	264° 45'4	266° 59'1	292° 57'8
D_1 =	+ 66 31·6	+ 67 21·8	+ 66 9·9	+ 72 59·3	+ 71 16·6
lg b =	1·82754	1·78203	1·75941	1·79613	1·79895
A_2 =	196° 31'6	205° 44'8	332° 50'5	318° 31'5	200° 2'2
D_2 =	− 3 1·9	− 12 9·6	− 9 56·1	− 9 54·8	− 0 53·2
lg c =	2·00700	1·95650	1·93458	1·86422	1·92150
A_3 =	107° 59'2	111° 32'5	238° 52'3	226° 11'5	109° 37'0
D_3 =	+ 23 14·0	+ 19 3·2	− 21 36·0	− 13 17·6	+ 18 42·0

6. Die Identifizierung der Richtungen ist nun leicht vorzunehmen. Sie führt zu den folgenden Ergebnissen. Die Richtungen A_2 und D_2 sowie A_3 und D_3 stimmen mit denen nach der Sonne und ihrem scheinbaren Apex überein, für welche oben p. 5 [311] die Werte

$A' = 118° 53'9 \quad D' = +20° 47'9$
$A'' = 204 \quad 54·3 \quad D'' = -10 \quad 21·2$

und

$A' = 233° 38'2 \quad D' = -19° 15'4$
$A'' = 328 \quad 13·4 \quad D'' = -12 \quad 52·1$

angesetzt wurden und geben so die Identitäten

$$A' = A_3 \qquad A'' = A_2$$
$$D' = D_3 \qquad D'' = D_2$$

Die Richtung A_1 und D_1 zeigt daher nach dem Pole der Ekliptik und aus ihr folgen für Knoten und Neigung derselben die Einzelwerte

☊ =	9° 6'8	55° 36'4	354° 45'4	356° 59'1	22° 57'8
i =	23 28·4	22 38·2	23 50·1	17 0·7	18 43·4.

Aber gleichzeitig sieht man, daß die Übereinstimmung der Richtungen nicht mehr eine so gute ist als wie im Falle des Momentenellipsoids. So tritt besonders eine große Differenz auf bei dem Knotenwert, der aus der Gleichungsgruppe II für 1888 Jänner 17 resultiert

$$☊ = 55° \; 36'4 \quad \text{statt} \quad 0° \; 0'.$$

Doch auch sonst zeigen sich Unterschiede, die fast bis auf 15° ansteigen. Die drei Vorzugsrichtungen des Streuungsellipsoids sind daher mit denen des Momentenellipsoids identisch, oder, was die Richtungen der Hauptachsen beider Ellipsoide anlangt, sind beide als identisch anzunehmen. Aber die Genauigkeit, die sich für diese Richtungen aus ihnen ergibt, ist beim Momentenellipsoid eine bedeutend größere als beim Streuungsellipsoid.

Immerhin schien es mir notwendig, für die große Differenz beim Knotenwert, die bei der Berechnung aus der Gruppe II 1888 Jänner 17 sich zeigt, eine Erklärung zu suchen. Da die anderen Werte nur geringere Abweichungen aufweisen, lag es nahe, den Fehler in den Größen μ_{02}, das ist den aus den Radialbewegungen abgeleiteten Streuungen zu vermuten. In der Tat zeigt die für diese Größe p. 17 [323] mitgeteilte Reihe, deren Einzelwerte

3622·1 3639·0 3836·6 8260·6 16109·0 5437·3 2310·4 2609·8 2412·0 1785·7
1858·9 1599·5

sind, in dem für 8^h auftretenden exzessiven Maximum von 16109·0 auf eine hier vorhandene Anomalie hin. Nun setzt sich dieses Maximum aus den folgenden Einzelzahlen zusammen:

7^h	Planet	61	Danae	$\Delta \lg \rho = +0{\cdot}014$	Differenz gegen den Mittelw.	+0·0165	Quadrat $272^1/_4$
	»	178	Tolosa	+0·012		+ 145	$210^1/_4$
	»	171	Ophelia	+0·000		+ 25	$6^1/_4$
		173	Ino	+0·012		+ 145	$210^1/_4$
	»	186	Celuta	+0·018		+ 205	$420^1/_4$
	»	214	Aschera	+0·001		+ 35	$12^1/_4$
8^h	»	41	Daphne	−0·037		− 345	$1190^1/_4$
	»	103	Hera	−0·008		− 55	$30^1/_4$
	»	125	Liberatrix	−0·005		− 25	$6^1/_4$
	»	195	Eurykleia	−0·012		− 95	$90^1/_4$
	»	248	Lameia	−0·022		− 195	$380^1/_4$
				Mittel −0·0025			Summe 2828·75

aus welcher Quadratsumme durch Multiplikation mit $(7{\cdot}9157)^2$, wodurch $\Delta \lg \rho$ in $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ – ausgedrückt in Bogenminuten – reduziert wird, und durch Division durch 11 die Zahl

16109·0

folgt. Man sieht aber, daß zu der Quadratsumme 2828·75 und damit zu dem Maximum 16109·0 der Planet (41) Daphne allein mit seiner exzessiv großen Radialbewegung von 0·037 fast die Hälfte beiträgt und wird daraus schließen, daß, wenn man diesen Planeten, der als eine Art Schnelläufer anzusehen ist, bei den weiteren Rechnungen unberücksichtigt läßt, eine bessere Übereinstimmung erzielt werden dürfte. Ich habe auch die Rechnung unter der Annahme wiederholt, daß statt

16109·0 bloß die Hälfte 8054·5

der richtige Wert sei und es zeigten sich schon da in den aus μ_{02} gerechneten Gleichungen recht beträchtliche Unterschiede. So fand sich, daß

statt + 22276·9	zu setzen ist +20502·6,	ebenso statt +59558·2	+57783·9
+ 28129·5	20806·3	+75774·5	+68451·3
+ 5072·4	4115·6	+42085·2	+41128·4
+ 23887·0	19373·4	+23190·5	+18676·9
− 3382·5	− 776·5	− 6238·3	− 3633·3
− 7935·9	+ 6146·8	−16059·8	− 9913·0.

Die neuen Auflösungsresultate sind:

$\lg x = 3{\cdot}62873$ $\lg y = 3{\cdot}79722$ $\lg z = 3{\cdot}53457$ $\lg \xi = 3{\cdot}05058$ $\lg \eta = 2_n62179$ $\lg \zeta = 2_n91537$
$\lg A = 6\ 38483$ $B = 6{\cdot}23739$ $C = 6{\cdot}49413$ $D = 5_n72617$ $E = 5{\cdot}30972$ $F = 5{\cdot}44962$

ferner

$\lg a = 1{\cdot}73988$	$A_1 = 292°\ 57'8$	$D_1 = +71°\ 16'6$
$\lg b = 1{\cdot}79895$	$A_2 = 200\ \ 2{\cdot}2$	$D_2 = -\ 0\ \ 53{\cdot}2$
$\lg c = 1{\cdot}92150$	$A_3 = 109\ \ 37\ \ 0$	$D_3 = +18\ \ 42{\cdot}0$

und sind schon oben in der 5. Kolonne unter dem Zeichen (II) mitgeteilt. Ihre Übereinstimmung mit den unter der Kolonne I für 1888 Jänner 17 angegebenen Zahlen ist eine bessere, speziell wird der große Knotenwert von 55° herabgedrückt bis auf 22° 57'8, das ist mehr als die Hälfte, aber sie bestätigen trotzdem das vorher ausgesprochene Ergebnis, daß die Genauigkeit, mit der aus dem Streuungsellipsoid die drei Hauptrichtungen dargestellt werden können, eine weitaus geringere ist, als der aus dem Momentenellipsoid abgeleiteten und lassen, was wohl das wesentlichste ist, außerdem erkennen, daß die Ursache dieses geringeren Grades an Genauigkeit in der fast gar nicht oder nur schwer kontrollierbaren Mitnahme auch nur eines Schnelläufers unter den Planeten zu suchen ist.

Auch hier läßt sich, ebenso wie oben p. 6 [312] im Falle des Momentenellipsoids leicht ein Beweis dafür erbringen, daß von den drei Hauptebenen des Streuungsellipsoids eine notwendigerweise mit der Bahnebene der Planeten zusammenfallen muß. Nimmt man nämlich zunächst an, daß keine Streuungen vorhanden, das heißt, daß alle $\mu_{01} = \mu_{00} = \mu_{11} = \mu_{02} = 0$ seien, was nichts anderes bedeutet, als daß die Einzelwerte der $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ und $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ in den Rektaszensionsstunden voneinander nicht abweichen, so geben die Gleichungen 13 als Auflösungsresultate

$$x = y = z = \xi = \eta = \zeta = 0.$$

Daraus folgen für die Koeffizienten der Ellipsoidgleichung die Relationen

$$D = \sqrt{BC} \qquad E = \sqrt{CA} \qquad F = \sqrt{AB},$$

so daß diese selbst übergeht in

$$(U\sqrt{A} + V\sqrt{B} + W\sqrt{C})^2 = 1,$$

was wieder auf das Zerfallen des Ellipsoids in das Paar paralleler Ebenen

$$U\sqrt{A} + V\sqrt{B} + W\sqrt{C} + 1 = 0 \qquad U\sqrt{A} + V\sqrt{B} + W\sqrt{C} - 1 = 0$$

hindeutet, die ihrerseits wieder der Ebene

$$U\sqrt{A} + V\sqrt{B} + W\sqrt{C} = 0$$

parallel laufen. Es ist klar, daß diese mit der Bahnebene der Planeten identisch sein muß, daß also im Grenzfall bei verschwindenden Unterschieden der Einzelwerte der a und d als der Koordinaten der Pole der Eigenbewegungen für das Momenten- und bei verschwindenden Streuungen für das Streuungsellipsoid beide in das gleiche Ebenenpaar zerfallen. Aber von da ab, wenn die Grenzannahme fallen gelassen wird, wird sich eine Differenz ergeben, die der Verschiedenheit der Rechnungsmethoden bei den Verwertungen dieser Unterschiede in den Einzelwerten der a und d und der Streuungen zuzuschreiben ist. Doch stets wird eine der Hauptebenen mit der Bahnebene zusammenfallen.

Schwieriger als die Identifizierung der Richtungen gestaltet sich die Frage nach der geometrischen Deutung der Längen der Achsen, die hier wohl gestellt werden muß, während sie im Falle des Momentenellipsoids ohne Belang zu sein scheint. Von den vielen möglichen Lösungen schien mir die folgende die plausibelste zu sein. Setzt man von den drei Achsen jene zwei, die nach der Sonne und ihrem Apex hinzeigen, das ist die Achsen b und c

$$b = K \cos\varepsilon \cos\lambda \qquad c = K \cos\varepsilon \sin\lambda$$

und die dritte, die nach dem Pole der Ekliptik gerichtet ist,

$$a = K \sin\varepsilon$$

und geht weiters von dem Begriff der Streuung aus als dem Maß der Wahrscheinlichkeit dafür, inwieweit einzelne Exemplare der Kollektivreihe sich von einem anzunehmenden Durchschnittswert entfernen, so kann man den Winkel ε definieren als die Streuung in Breite oder als die Ausbreitung, bis zu welcher sich die einzelnen Planeten von der Ekliptik entfernen, das heißt als die mittlere Breite des Schwarmes, in dem sie in dieser Ebene um die Sonne einherziehen, und ebenso den Winkel λ als die durchschnittliche Abweichung der Planeten in Länge, eine Abweichung, die wiederum von einer anzunehmenden mittleren Bewegung zu rechnen ist. Für diese zwei Winkel erhält man aus den Daten über die Größen *a*, *b* und *c* die Werte:

	1888 Jänner 17		1888 Mai 16	
	I	II	I	II
$\varepsilon = \pm$	26° 6′	27° 43′	23° 46′	25° 36′
$\lambda = \pm$	33 29	37 1	33 30	40 32
$\lg K =$	2·1325	2·0722	2·0520	2·0282.

7. Das Streuungsellipsoid für die Boss-Sterne nach der Charlier'schen Teilung in die 6 Sektorengruppen hat Wicksell in der anfangs zitierten Abhandlung berechnet. Ich habe die Rechnungen Wicksell's wiederholt, zunächst durchwegs mit Ausschließung der vier Polkalotten A_1 A_2 und F_1 F_2, so daß nur die Sektoren *B*, *C*, *D* und *E* berücksichtigt erscheinen und dann bei einer Teilung des Materials, analog wie bei der Bestimmung des Momentenellipsoids in drei Gruppen:

1. Gruppe I: Die bloß jene 24 Sektoren mitnimmt, welche auch in der früheren Rechnung p. 8 [314] als zu Gruppe I gehörig angenommen wurden,

2. Gruppe II: alle anderen 20 Sektoren,

3. Gruppe III: alle 44 Sektoren zusammen.

Die Ergebnisse dieser Rechnung, deren Detail hier nicht weiter angeführt werde, sind im Folgenden übersichtlich zusammengestellt in den Kolonnen mit den Zeichen I, II und III. Ferner ist hinzugefügt eine vierte Kolonne mit der Bezeichnung *W*, sie gibt die Rechnungsresultate Wicksell's und eine fünfte mit *G* bezeichnete, in der die Resultate angegeben werden, zu denen Gyllenberg bei der Berechnung des Streuungsellipsoids aus allen bekannten Radialbewegungen von Sternen gelangt.

	I	II	III	*W*	*G*
lg *a*	9·7462	9·7045	9·7296	9·7339	—
A_1	279° 41′	278° 13′	276° 7′	274° 18′	264° 6′
D_1	− 6 51	− 19 11	− 10 33	−12 24	− 5 12
lg *b*	9·8768	9·8481	9·8995	9·8975	—
A_2	357° 54′	212° 14′	339° 14′	339° 6′	336° 30′
D_2	+ 59 25	+ 49 25	+ 65 42	+ 62 30	+ 59 30
lg c	0·0672	9·9601	9·9850	9·9923	
A_3	193° 36′	354° 39′	183° 54′	189° 12′	177° 6′
D_3	+ 29 39	+ 34 5	+ 23 12	+ 24 6	+ 29 54

Die Schlüsse, die sich aus den Angaben dieser Tafel ziehen lassen, sind die folgenden:

1. Die beiden Richtungen A_2 D_2 und A_3 D_3 in den zwei Gruppen I und II sind wiederum wie im Falle des Momentenellipsoids miteinander vertauscht. Eine Erklärung für diese Besonderheit läßt sich heute nicht geben. Sonst aber, abgesehen von dieser Vertauschung, stehen die Richtungen miteinander in guter Übereinstimmung und ebenso auch mit denen der Gruppe III.

2. Diese gute Übereinstimmung erstreckt sich auch auf die Zahlenwerte in den Kolonnen *W* und namentlich auch *G*, die ja aus einem wesentlich anderen Beobachtungsmaterial, nämlich den Radialbewegungen von etwa 1400 Sternen, abgeleitet sind.

3. Dagegen zeigt sich keine solche Übereinstimmung mehr beim Vergleich dieser Zahlen mit denen, die vorher für das Momentenellipsoid berechnet und sich p. 8 [314] vorfinden. Es gewinnt damit den Anschein, als ob die drei Vorzugsrichtungen, zu denen jedes der zwei Ellipsoide führt, und die sich für die Planeten als identisch erwiesen, für die Fixsterne nicht mehr identisch sind, oder als ob hier die Analogie zwischen den Bewegungen beider ihr Ende hat, vielmehr in dieser Tatsache der charakteristische Unterschied zwischen den Planeten und Fixsternen zu suchen ist.

Nimmt man dies vorerst als richtig an, so erscheint hiedurch die Gültigkeit der Schwarzschild'schen Ellipsoidhypothese erwiesen. Den Bewegungen der Fixsterne entsprechen tatsächlich zwei Apices, der eine identisch mit dem Sonnenapex nach der alten Definition, der zweite als der Vertex der Sternbewegungen. Aber jedem dieser zwei Apices kommen in Anlehnung an die Analogie mit den Bewegungen der Planeten außerdem noch je eine Richtung nach der Sonne oder dem Zentralkörper und ebenso je eine zweite nach dem Pole der Bahnebenen beider Bewegungen zu und Knoten und Neigung dieser zwei Ebenen sind genähert

1. für den Sonnenapex durch $\Omega = 235°$ $i = 52°$
2. » » Vertex » $\Omega = 280$ $i = 62$

dargestellt, von denen, wie man sieht, die zweite ganz mit der Ebene der Milchstraße zusammenfällt.

Indes müßte immerhin die Frage untersucht werden, ob diese Zweiteilung der Bewegungen eine notwendige Konsequenz der Ergebnisse der Rechnungen nach den zwei Ellipsoiden ist und ob sich nicht doch eine andere Erklärung für die da auftretende Differenz finden lasse. Ein Versuch einer solchen sei noch im Folgenden gegeben. Er geht von dem Gedanken aus, daß das charakteristische Merkmal, durch das sich die Ergebnisse der Rechnung nach den beiden Ellipsoiden voneinander unterscheiden, nicht so sehr in der Verschiedenheit der zwei Apices, als vielmehr in der Verschiedenheit der zwei aus diesen Rechnungen abgeleiteten Bahnebenen liege. Nimmt man nämlich als feststehend an, daß die Rektaszension des Apex, gleichgültig ob Sonnenapex oder Vertex, 270° ist, so folgt daraus schon nach den bekannten und oft benutzten Transformationsformeln

$$\cos(A-\Omega)\cos D = \cos(L-\Omega)$$
$$\sin(A-\Omega)\cos D = \sin(L-\Omega)\cos i$$
$$\sin D = \sin(L-\Omega)\sin i$$

je nachdem, ob man die eine oder die andere Bahnebene der Rechnung zugrunde legt,

I. $\Omega = 235°$ $i = 52°$	II. $\Omega = 280°$ $i = 62°$
Richtung nach Sonne $A = 206$ $D = -31$	$A = 151°$ $D = -55°$
	oder $180+A = 331°$ $D = +55°$
Apex $A' = 270°$ $D' = +36$	Vertex $A' = 270°$ $D' = -18°$

Richtungen, deren Übereinstimmung mit den Resultaten aus den Rechnungen auf Grund des Momentenellipsoids (I) und denen auf Grund des Streuungsellipsoids (II), wie nicht anders zu erwarten war, ganz augenfällig ist. Die erste Ebene wurde aus der Theorie des Momentenellipsoids auf Grund der Ansätze (siehe p. 19 [245] der zweiten Mitteilung

$$lX+mY+nZ=0 \qquad \text{sodann} \qquad lx+my+nz=0$$
$$l\Delta X+m\Delta Y+n\Delta Z=0 \qquad\qquad l\Delta x+m\Delta y+n\Delta z=0$$

und schließlich

$$l\xi+m\eta+n\zeta=0$$
$$l\Delta\xi+m\Delta\eta+n\Delta\zeta=0$$

gewonnen und stellt wohl die wahre Bahnebene vor, an deren Existenz zu zweifeln kein Grund vorliegt. Die zweite Ebene hat mit einem solchen Ansatze nichts zu tun. Ihr Zusammenfallen mit der Milchstraße, die als Ebene der größten Sternfülle, des Maximums der Dichte derselben definiert wird, weist vielmehr darauf hin, daß sie mehr von der Verteilung der Sterne im Raume abhängen dürfte, als von deren Bewegung.

Wenn daher für die Planeten beide Theorien, die des Momenten- wie die des Streuungsellipsoids, auf die gleiche Ebene führen, so liegt der Grund darin, daß ihre heliozentrische Verteilung eine gleichförmige ist. Wenn aber für die Fixsterne sich eine Verschiedenheit zwischen den beiden Ebenen ergibt, so ist die Ursache davon darin zu suchen, daß die Verteilung der Sterne in dem in Analogie mit dem Schwarm der Planeten anzunehmenden Haufen um den idealen Zentralpunkt derselben keine gleichförmige ist und es wird Aufgabe einer nächsten Untersuchung sein müssen, aus der Verschiedenheit zwischen dem reellen Apex und dem scheinbaren Vertex oder besser aus dem Unterschied zwischen den zwei Gleichungen des Momenten- und Streuungsellipsoids das Gesetz der Dichteverteilung der Sterne aufzustellen, was etwa in demselben Sinne zu verstehen ist, wie man in der Kollektivmaßlehre die Streuung einer Kollektivreihe als Maß für die Abweichung eines seiner Exemplare von einem mittleren Zustand, das heißt hier von dem der gleichförmigen Verteilung, ansieht.

3. Die Spezialgruppe der B-Sterne.

8. Das folgende Schlußkapitel befaßt sich mit einer Spezialuntersuchung über die Eigen- und Radialbewegungen der Sterne vom Spektraltypus B. Wenn gerade diese Gruppe gewählt wurde, um wie in der Einleitung hervorgehoben wurde, ein Musterbeispiel zu geben, nach dem in Zukunft alle Untersuchungen über die Bewegungen der Sterne durchzuführen sind, so war hiefür der Umstand maßgebend, daß diese Sterne, was ihre Verteilung am Himmel anlangt, in einem der Milchstraße parallel laufenden Gürtel liegen, und daher die Wahrscheinlichkeit, daß für sie das Prinzip der Analogie zwischen ihren Bewegungen und denen im Schwarm der kleinen Planeten auf richtige Resultate führt, eine viel größere ist als für irgend eine andere Gruppe von Sternen.

Ein kleiner Teil der nachfolgenden Untersuchungen, namentlich jener, die sich auf die harmonische Analyse der Eigen- und Radialbewegungen dieser Sterne erstrecken, ist schon in den Astronomischen Nachrichten Nr. 4822, Bd. 201, veröffentlicht. Hier folgt noch die Ergänzung dieser Rechnungen durch Aufstellung der Gleichungen des Momenten- und Streuungsellipsoids.

Das Material hiezu entnahm ich, was die Radialbewegungen der Sterne anlangt, den zwei schon in meiner zweiten Mitteilung zitierten Lick-Bulletins, Nr. 195 aus dem Jahre 1911 und Nr. 229 aus dem Jahre 1913. Das erstere enthält die Daten über 225 Sterne, aus dem zweiten kamen noch 8 dazu, so daß im ganzen 233 Sterne in die Rechnung einbezogen erscheinen. Ihre Eigenbewegungen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ wurden dem Generalkatalog von Boss entnommen.

Die aus diesen Daten zunächst zu berechnenden Werte und die Mittel der Eigenbewegungen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$, beide seien ausgedrückt in $0^s{\cdot}001$ als Einheit, dann die $\Delta\rho$ als Mittel der Radialbewegungen dargestellt in Kilometersekunden, sowie endlich die Streuungen μ_{01}, μ_{10} und μ_{11}, in $0{\cdot}000001$ als Einheit und μ_{02} in (Kilometersekunden)^2 Zur Transformation der $\Delta\rho$ sowie der μ_{02}, deren Einheit die Kilometersekunde ist, in die astronomisch gebräuchlichen Zeit- und Distanzeinheiten, sind sie mit $365{\cdot}25.24.60.60$ und mit π, das ist der mittleren Parallaxe der Sterne, zu multiplizieren und durch 149480000 zu dividieren. Dies gibt für den Logarithmus der Transformationszahl

$$(9{\cdot}32452)\pi$$

Als gemeinschaftliche Parallaxe der Sterne nahm ich die Zahl $\pi = 0^s{\cdot}0142$ an, gegenüber dem Wert $0^s{\cdot}015$, der sich aus den Rechnungen in meiner II. Mitteilung ergab, da mit ihr reduziert, der Umwandlungsfaktor sehr einfach, nämlich

$$0^s{\cdot}003$$

wird und daher der gleiche Faktor für die Streuung im Radiusvektor, μ_{02},

$$0{\cdot}000009.$$

Eine Zusammenstellung der einzelnen Daten gibt die folgende Tafel:

α	Zahl der Sterne	Mittleres δ	$\cos\delta\Delta\alpha$ 0".001	$\cos^2\delta\Delta\alpha$ 0".001	$\Delta\delta$ 0".001	$\Delta\rho$ km/sek.	$\frac{\Delta\rho}{\rho}$ 0".001	μ_{01} 10^{-6}	μ_{10} 10^{-6}	μ_{11} 10^{-6}	μ_{02} km/sek.^{2}	μ_{02} 10^{-6}
0	12	+ 17° 40'	+28·93	+18·48	−.7·00	− 1·51	− 4·53	+ 770	+ 288	− 157	+ 87·6	+ 788
2	11	+ 0 32	+12·59	+ 4·90	−12·09	+ 7·48	+22·44	1060	153	+ 296	109·0	981
4	28	+ 18 11	+19·73	+15·70	−20·93	+10·65	+31·95	461	425	− 87	56·0	504
6	36	− 11 23	− 4·06	− 2·80	− 7·78	+24·01	+72·03	226	994	− 258	62·7	564
8	19	− 42 29	−16·98	−12·35	+ 3·90	+21·10	+63·30	180	256	− 58	58·9	530
10	18	− 42 55	−26·15	−16·17	− 5·33	+20·03	+60·09	189	253	+ 8	58·4	526
12	18	− 54 11	−44·86	−28·77	−16·83	+12·32	+36·96	959	180	− 156	117·4	1057
14	21	− 37 25	−34·67	−24·88	−30·48	+ 4·80	+14·40	436	95	− 11	95·3	858
16	19	− 31 37	− 8·63	− 6·62	−26·26	− 0·01	− 0·03	355	428	− 65	95·3	858
18	20	− 15 17	− 1·58	− 0·46	−24·15	− 4·81	−14·43	150	636	+ 107	83·9	755
20	20	+ 11 24	+ 9·18	+ 7·51	−11·30	−14·62	− 43·86	422	454	− 6	116·2	1046
22	11	+ 39 25	+ 9·17	+ 6·08	− 5·45	− 5·92	−17·76	134	77	− 43	116·2	1046

Als erste Aufgabe betrachtete ich die der Berechnung des Sonnenapex nach der Methode von Airy. Sie erfolgte genau nach den Formeln 5) und 6) p. 11 [317], die bei der gleichen Rechnung für die Planeten verwendet wurde und lieferte die Normalgleichungen:

a) Aus den Eigenbewegungen in Rektaszension allein, das ist $\Delta\alpha$

$$6\,\Delta X = +0".00541 \qquad 6\,\Delta Y = -0".17255,$$

b) aus denen in Deklinationen, $\Delta\delta$

$$\begin{aligned} +2{\cdot}6888\,\Delta X - 0{\cdot}8475\,\Delta Y - 2{\cdot}9342\,\Delta Z &= -0".04274 \\ 0{\cdot}8475\,\Delta X + 2{\cdot}0879\,\Delta Y + 2{\cdot}0848\,\Delta Z &= +0{\cdot}02337 \\ -2{\cdot}9342\,\Delta X + 2{\cdot}0848\,\Delta Y + 7{\cdot}2232\,\Delta Z &= +0{\cdot}13716, \end{aligned}$$

c) endlich aus den Radialbewegungen, $\frac{\Delta\rho}{\rho}$

$$\begin{aligned} +3{\cdot}3111\,\Delta X + 0{\cdot}8475\,\Delta Y + 2{\cdot}9342\,\Delta Z &= +0".08104 \\ +0{\cdot}8475\,\Delta X + 3{\cdot}9120\,\Delta Y - 2{\cdot}0848\,\Delta Z &= -0{\cdot}18234 \\ +2{\cdot}9342\,\Delta X - 2{\cdot}0848\,\Delta Y + 4{\cdot}7768\,\Delta Z &= +0{\cdot}22735. \end{aligned}$$

Da die letzte Gruppe der Gleichungen wegen Verschwindens der Derminante ihrer Koeffizienten nicht auflösbar ist, so verwendete ich sie alle nur in der Art, daß ich aus ihnen durch einfaches Summieren zwei neue Gruppen ableitete:

a) Durch Summierung der Gleichungen für $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$

$$\begin{aligned} 8{\cdot}6888\,\Delta X - 0{\cdot}8475\,\Delta Y - 2{\cdot}9342\,\Delta Z &= -0".03733 \\ 0{\cdot}8475\,\Delta X + 8{\cdot}0879\,\Delta Y + 2{\cdot}0848\,\Delta Z &= -0{\cdot}14918 \\ 2{\cdot}9342\,\Delta X + 2{\cdot}0848\,\Delta Y + 7{\cdot}2232\,\Delta Z &= +0{\cdot}13716, \end{aligned}$$

b) durch Summierung aller drei Gruppen $\left(\Delta\alpha,\ \Delta\delta \text{ und } \frac{\Delta\rho}{\rho}\right)$

$$+12\,\Delta X = +0''04371$$
$$+12\,\Delta Y = -0\cdot33152$$
$$+12\,\Delta Z = +0\cdot36451$$

und so erhielt

$$a)\quad A' = 275^\circ\ 33' \qquad D' = +47^\circ\ 6' \qquad \lg G = 8\cdot5708$$
$$b)\quad = 277\ \ 31 \qquad = +47\ \ 28 \qquad = 8\cdot6151$$

als Rektaszension A', Deklination D' des Sonnenapex, sowie G die Geschwindigkeit der Sonne. Um auch noch den Einfluß zu konstatieren, den eine andere Annahme über die Parallaxe der Sterne als die oben verwendete $\pi = 0''0142$ bei der Reduktion der $\Delta\rho$ in Bogensekunden auf das Ergebnis der Rechnung hat, reduzierte ich die Gleichungen für $\Delta\rho$ nochmals unter der speziellen Annahme $\pi = 0''0071 = \frac{1}{2}\,.\,0''0142$.

Es treten dann auf der rechten Seite der Gleichungen an Stelle von

$$+0''08104 \quad -0''18234 \quad +0''22735$$

die Zahlen

$$+0\cdot04052 \quad -0\cdot09117 \quad +0\cdot11367$$

auf, die Normalgleichungen, Gruppe *b)*, gehen über in

$$12\,\Delta X = +0''00319 \quad 12\,\Delta Y = -0''24035 \quad 12\,\Delta Z = +0''25083$$

und geben nunmehr

$$c)\quad A' = 270^\circ\ 46' \quad D' = +46^\circ\ 13' \quad \lg G = 8\cdot4617.$$

Der nächste Schritt erstrecke sich auf die Bestimmung der mittleren Bahnebene der Sterne und des für sie charakteristischen Momentenellipsoids, beides durchgeführt nach den Formeln 1, 2 und 3, p. 3 [309]. Die Einzelwerte der Größen a und d als der Koordinaten der Pole der Eigenbewegung und der aus ihnen abzuleitenden Ω und i für die Bahnebene sind:

α	a	d	Ω	i	α	a	d	Ω	i
0^h	130° 3'	+ 63° 40'	220° 3'	26° 20'	12^h	337° 7'	− 33° 37'	247° 7'	56° 23'
2	120 13	+ 22 4	210 13	67 56	14	331 1	− 34 42	241 1	55 18
4	163 50	+ 36 4	253 50	53 56	16	338 49	− 13 59	248 49	76 1
6	184 9	− 19 44	(94 9)	70 16	18	0 26	− 1 34	270 26	88 26
8	318 49	− 45 57	228 49	44 3	20	37 38	+ 33 22	(127 38)	56 38
10	310 29	− 45 21	220 29	44 39	22	102 34	+ 39 28	192 34	50 32

Sie stehen mit Ausnahme der zwei Werte für $\alpha = 6^h$ und $\alpha = 20^h$, die auch hier auf das Vorhandensein der Gruppe II der Sterne hinweisen, untereinander in recht guter Übereinstimmung und geben mit Ausschluß dieser zwei als Mittel

$$\Omega = 233^\circ\ 20' \quad i = 57^\circ\ 26'.$$

Aus den Werten a und d, ohne Ausschluß irgend eines unter ihnen erhielt ich für die Koeffizienten der Gleichung des Momentenellipsoids

$$A = +5{\cdot}6544 \qquad D = +2{\cdot}7200$$
$$B = +2{\cdot}5215 \qquad E = -2{\cdot}0945$$
$$C = +3{\cdot}8244 \qquad F = -1{\cdot}6982$$
$$A+B+C = 12$$

und endlich für die Größen und Richtungen seiner Hauptachsen, die ersteren schon auf die Einheit, das ist die Annahme $A+B+C=1$ reduziert:

$$\lg a = 0{\cdot}7521 \qquad A_1 = 276^\circ\ 57' \qquad D_1 = +38^\circ\ 0'$$
$$b = 0{\cdot}2931 \qquad A_2 = 209\ 51 \qquad D_2 = -33\ 0$$
$$c = 0{\cdot}0746 \qquad A_3 = 326\ 34 \qquad D_3 = -34\ 42.$$

Die erste Richtung — die der größten Achse — ist die nach dem Sonnenapex. Sie stimmt mit der nach der Airy'schen Methode gefundenen recht gut. Die dritte, die der kürzesten Achse, weist nach dem Pole der Bahnebene hin und gibt für deren Knoten und Neigung

$$\Omega = 236^\circ\ 34' \qquad i = 55^\circ\ 18',$$

die ihrerseits mit dem eben erhaltenen einfachen Mittelwert

$$\Omega = 233^\circ\ 20' \qquad i = 57^\circ\ 26'$$

gut übereinstimmen. Die zweite Richtung, der mittleren Achse, stellt die Richtung nach der Sonne vor, gesehen von dem idealen Bewegungszentrum aus. Auch sie, ebenso wie die Größen der Achsen selbst, stehen mit allen früheren für sie abgeleiteten Resultaten in bestem Einklang.

Mit der Kenntnis der Lage der Bahnebene ist in Durchführung der weiteren Rechnung die Möglichkeit geboten, die Eigenbewegungen, die bisher als $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ in Bezug auf den Äquator gegeben sind, in Länge und Breite, $\Delta\lambda$ und $\Delta\beta$ zu transformieren. Die hieraus resultierenden Werte, zu denen noch zu bemerken ist, daß ihre Transformation unter Anwendung von

$$\Omega = 234^\circ\ 40' \qquad i = 53^\circ\ 0'$$

durchgeführt wurde, sind:

α	λ	β	$\cos^2\beta\,\Delta\lambda$ 0".001	$\Delta\beta$ 0".001	$\cos^2\beta\,\Delta\rho$ *km*/sek.	α	λ	β	$\cos^2\beta\,\Delta\lambda$ 0".001	$\Delta\beta$ 0".001	$\cos^2\beta\,\Delta\rho$ *km*/sek.
0^h	$2^\circ = 0^c$	$-26^\circ\ 0'$	+26·13	+ 8·85	− 1·22	12^h	$165^\circ = 180$	$-6^\circ\ 8'$	−47·29	+ 5·94	+12·18
2	38 30	−19 8	+16·39	+ 1·93	+ 6·68	14	201 210	− 5 47	−45·39	+ 4·10	+ 4·75
4	43 60	+15 0	+27·35	+ 4·15	+ 9·94	16	231 240	−22 14	−24·98	− 6·03	− 0·01
6	87 90	+19 31	+ 2·31	− 8·42	+22·98	18	273 270	−37 11	−16·47	−12·60	− 3·06
8	126 120	+ 7 24	−17·13	− 2·03	+19·78	20	294 300	−36 20	+ 2·98	−14·09	− 5·62
10	149 150	− 9 56	−26·08	− 3·35	+19·43	22	332 330	−13 26	+ 9·31	− 4·73	− 5·61

Die harmonische Analyse der Zahlen in den Kolonnen 4 und 6 lieferte die zwei Fourier'schen Reihen

$$\cos^2\beta\,\Delta\lambda = -0".007740 - 0{\cdot}039900\cos(\lambda - 197^\circ\ 41') - 0{\cdot}004046\cos(2\lambda - 351\ 10) - 0{\cdot}001909\cos(3\lambda - 625\ 3) - 0{\cdot}004291\cos(4\lambda - 795\ 17) - 0{\cdot}004358\cos(5\lambda - 912\ 57)$$

$$\cos^2\beta\,\Delta\rho = +\ 6{\cdot}685 - 13{\cdot}586\sin(\lambda - 210^\circ\ 18') - 1{\cdot}692\sin(2\lambda - 304\ 21) - 0{\cdot}413\sin(3\lambda - 484\ 9) - 1{\cdot}068\sin(4\lambda - 824\ 22) - 1{\cdot}535\sin(5\lambda - 906\ 52).$$

Beide sollen nach den Entwicklungen in meiner II. Abhandlung, was ihre Koeffizienten wie auch was in ihnen vorkommenden Winkelgrößen anlangt, identisch sein. Tatsächlich erhält man vorerst aus den letzteren für den Winkel L, der die Länge der Sonne in der angenommenen Bahnebene bedeutet, die Einzelwerte

$$\begin{array}{rrrrr} L = & 197^\circ & 41' & 210^\circ & 18' \\ & 175 & 35 & 152 & 11 \\ & 208 & 21 & 161 & 23 \\ & 198 & 49 & 206 & 5 \\ & 182 & 35 & 181 & 22 \\ \text{im Mittel} \ldots & 192 & 36 & 182 & 16, \end{array}$$

die mit den in meiner II. Mitteilung p. 30 [256] gefundenen

$$197^\circ\ 12',\quad 187^\circ\ 27' \quad \text{und} \quad 183^\circ\ 33'$$

zu vergleichen sind. Die Koeffizienten der Reihe für $\cos^2\beta\Delta\rho$, die in Kilometersekunden ausgedrückt sind, müssen in die gebräuchlichen astronomischen Einheiten verwandelt werden. Dies geschieht durch Multiplikation mit 0·211115, woraus

$$\begin{aligned} \cos^2\Delta\rho = {} & +1\cdot4113 \\ & -2\cdot8681 \sin\ (\lambda - 210^\circ\ 18') \\ & -0\cdot3571 \sin(2\lambda - 304\ \ 21) \\ & -0\cdot0872 \sin(3\lambda - 484\ \ 9) \\ & -0\cdot2308 \sin(4\lambda - 824\ \ 22) \\ & -0\cdot3167 \sin(5\lambda - 906\ \ 52) \end{aligned}$$

folgt und nun gibt ihr Vergleich mit denen der Entwicklung für $\cos^2\beta\Delta\lambda$ für die Parallaxe der B-Sterne

$$\begin{aligned} 0''033900 : 2\cdot8681 &= 0''0118, \\ 0\cdot004046 : 0\cdot3571 &= 0\cdot0113 \\ 0\cdot001909 : 0\cdot0872 &= 0\cdot0219 \\ 0\cdot004291 : 0\cdot2308 &= 0\cdot0186 \\ 0\cdot004358 : 0\cdot3167 &= 0\cdot0137, \end{aligned}$$

deren Mittel $\pi = 0''0155$ (oben mit $0''0142$ angesetzt) schon früher vorweggenommen wurde. Reduziert man ferner die Reihe für $\cos^2\beta\Delta\rho$ mit dem Parallaxenwert $0''0118$, so folgen die zwei nunmehr vollständig parallel laufenden Reihen:

$$\begin{aligned} \cos^2\beta\Delta\lambda = {} & \\ & -0''033900 \cos\ (\lambda - 197^\circ\ 41') \\ & -0\cdot004046 \cos(2\lambda - 351\ \ 10) \\ & -0\cdot001909 \cos(3\lambda - 625\ \ 3) \\ & -0\cdot004291 \cos(4\lambda - 795\ \ 17) \\ & -0\cdot004358 \cos(5\lambda - 912\ \ 57) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \pi\cos^2\beta\Delta\rho = {} & \\ & -0''033900 \sin\ (\lambda - 210^\circ\ 18') \\ & -0\cdot004224 \sin(2\lambda - 304\ \ 21) \\ & -0\cdot001031 \sin(3\lambda - 484\ \ 9) \\ & -0\cdot002666 \sin(4\lambda - 824\ \ 22) \\ & -0\cdot003831 \sin(5\lambda - 906\ \ 52). \end{aligned}$$

Endlich resultieren aus dem Werte für L und $L' = L + 90$ als der Bewegungsrichtung der Sonne in ihrer Bahnebene — wiederum nach den bekannten und oft zitierten Transformationsformeln. Rektaszension und Deklination der Sonne, sowie ihres Apex — zu:

$L =$	183°	0′		190°	0′		197°	0′
$A =$	197	24		203	55		209	45
$D =$	− 38	47		− 34	9		− 28	13
$A' =$	260	7		266	0		272	36
$D' =$	+ 29	42		+ 34	37		+ 39	13,

von denen der letzte $\alpha = 197°$ entsprechende den aus der Airy'schen Methode sowie den aus der Gleichung des Momentenellipsoids gefundenen Apexwerten am nächsten kommt.

Die letzte Aufgabe sei die Berechnung des Streuungsellipsoids. Genau nach den Formeln p. 16 [322] vorgehend, gelangt man zu den folgenden vier Gruppen von Normalgleichungen:

a) aus der Streuung in $\Delta\alpha$ allein, das ist aus μ_{01}:

$$1)\ +4\cdot5000\,x+1\cdot5000\,y = +1894\cdot2$$
$$2)\ +1\cdot5000\,x+4\cdot5000\,y = +3447\cdot8$$
$$6)\ +6\cdot0000\,\zeta = -1202\cdot2$$

b) aus der Streuung in α und δ, das ist aus μ_{11}:

$$1)\ +0\cdot5543\,x-0\cdot5443\,y\quad 0\cdot3084\,\xi-0\cdot6693\,\eta+0\cdot0764\,\zeta = +\ 65\cdot8$$
$$2)\ -0\cdot5443\,x+0\cdot5543\,y\quad +0\cdot3084\,\xi+0\cdot6693\,\eta+0\cdot0764\,\zeta = -\ 65\cdot8$$
$$4)\ -0\cdot3084\,x+0\cdot3084\,y\quad +3\cdot3111\,\xi-0\cdot8475\,\eta\ \ 1\cdot5957\,\zeta = +\ 211\cdot0$$
$$5)\ -0\cdot6693\,x+0\cdot6693\,y\quad -0\cdot8475\,\xi+3\cdot9120\,\eta+1\cdot4687\,\zeta = +\ 187\cdot7$$
$$6)\ +0\cdot0764\,x+0\cdot0764\,y\quad -1\cdot5957\,\xi+1\cdot4687\,\eta+2\cdot5597\,\zeta = +\ 190\cdot0$$

c) aus der Streuung in $\Delta\delta$ allein, das ist aus μ_{10}:

$$1)\ +1\cdot1433\,x+0\cdot3040\,y+1\cdot2417\,z+0\cdot5634\,\xi\ \ 2\cdot2739\,\eta\ \ 0\cdot6055\,\zeta = +\ 561\cdot4$$
$$2)\ +0\cdot3040\,x+0\cdot7275\,y+1\cdot0564\,z+1\cdot5805\,\xi\ \ 0\cdot7850\,\eta\ \ 0\cdot6070\,\zeta = +\ 995\cdot8$$
$$3)\ +1\cdot2417\,x+1\cdot0564\,y+4\cdot9250\,z+2\cdot0257\,\xi\ \ 2\cdot8100\,\eta-0\cdot4825\,\zeta = +2678\cdot3$$
$$4)\ +0\cdot5634\,x+1\cdot5805\,y+2\cdot0257\,z+4\cdot2255\,\xi\ \ 0\cdot9650\,\eta-1\cdot5702\,\zeta = +2415\cdot1$$
$$5)\ -2\cdot2739\,x-0\cdot7850\,y-2\cdot8100\,z-0\cdot9650\,\xi+4\cdot9666\,\eta+1\cdot1268\,\zeta = -1168\cdot7$$
$$6)\ -0\cdot6055\,x-0\cdot6070\,y-0\cdot4825\,z-1\cdot5702\,\xi+1\cdot2268\,\eta+1\cdot2160\,\zeta = -\ 484\cdot5$$

d) aus der Streuung in den Radialbewegungen, das ist μ_{02}:

$$1)\ +1\cdot3738\,x+0\cdot6955\,y+1\cdot2417\,z-0\cdot0534\,\xi+2\cdot2560\,\eta+0\cdot9367\,\zeta = +2830\cdot3$$
$$2)\ +0\cdot6955\,x+2\cdot1600\,y+1\cdot0564\,z-1\cdot9723\,\xi+0\cdot3534\,\eta+1\cdot2408\,\zeta = +2812\cdot3$$
$$3)\ +1\cdot2418\,x+1\cdot0565\,y+2\cdot4785\,z-2\cdot1439\,\xi+3\cdot0590\,\eta-0\cdot4825\,\zeta = +3869\cdot9$$
$$4)\ -0\cdot0534\,x-1\cdot9723\,y-2\cdot1439\,z+4\cdot2257\,\xi-0\cdot9650\,\eta+1\cdot1067\,\zeta = \ \ 2879\cdot0$$
$$5)\ +2\cdot2560\,x+0\cdot3534\,y+3\cdot0590\,z-0\cdot9650\,\xi+4\cdot9669\,\eta-0\cdot1068\,\zeta = +5107\cdot5$$
$$6)\ +0\cdot9367\,x+1\cdot2408\,y-0\cdot4825\,z+1\cdot1067\,\xi-0\cdot1068\,\eta+2\cdot7817\,\zeta = +1328\cdot6.$$

Einerseits wegen der Ungleichförmigkeit der Koeffizienten in ihnen, andrerseits, da sich aus den Gleichungen für μ_{02} die Unbekannten nicht bestimmen lassen, da die Determinante der Koeffizienten identisch verschwindet, leitete ich aus ihnen durch einfache Summierung zwei neue Gruppen ab, und zwar Gruppe I durch Summieren der für μ_{01}, μ_{11} und μ_{10} geltenden und Gruppe II durch Summierung aller.

I. $+6\cdot1967\,x+1\cdot2597\,y+1\cdot2417\,z+0\cdot2550\,\xi-2\cdot9424\,\eta_1-0\cdot5291\,\zeta=+2521\cdot4$

$+1\cdot2597\,x+5\cdot7797\,y+1\cdot0564\,z+1\cdot8889\,\xi-0\cdot1158\,\eta_1-0\cdot5106\,\zeta=+4377\cdot8$

$+1\cdot2417\,x+1\cdot0564\,y+4\cdot9250\,z+2\cdot0257\,\xi-2\cdot8095\,\eta_1-0\cdot4825\,\zeta=+2678\cdot3$

$+0\cdot2550\,x+1\cdot8889\,y+2\cdot0257\,z+7\cdot5367\,\xi-1\cdot8125\,\eta_1-3\cdot1659\,\zeta=+2626\cdot1$

$-2\cdot9424\,x-0\cdot1158\,y-2\cdot8095\,z-1\cdot8125\,\xi+8\cdot8788\,\eta_1+2\cdot5949\,\zeta=\quad 981\cdot0$

$-0\cdot5291\,x-0\cdot5106\,y-0\cdot4825\,z-3\cdot1659\,\xi+2\cdot5949\,\eta_1+9\cdot7757\,\zeta=-1496\cdot7$

II. $+7\cdot5713\,x+1\cdot9552\,y+2\cdot4835\,z+0\cdot2016\,\xi-0\cdot6864\,\eta_1+0\cdot4075\,\zeta=+5351\cdot7$

$+1\cdot9552\,x+7\cdot9397\,y+2\cdot1129\,z-0\cdot0833\,\xi+0\cdot2376\,\eta_1+0\cdot7302\,\zeta=+7190\cdot1$

$+2\cdot4835\,x+2\cdot1129\,y+7\cdot4034\,z-0\cdot1182\,\xi+0\cdot2495\,\eta_1-0\cdot9650\,\zeta=+6548\cdot2$

$+0\cdot2016\,x-0\cdot0833\,y-0\cdot1182\,z+11\cdot7624\,\xi-2\cdot7775\,\eta_1-2\cdot0592\,\zeta=\quad 252\cdot9$

$-0\cdot6864\,x+0\cdot2376\,y+0\cdot2495\,z-2\cdot7775\,\xi+13\cdot8457\,\eta_1+2\cdot4880\,\zeta=+4126\cdot5$

$+0\cdot4075\,x+0\cdot7302\,y-0\cdot9650\,z-2\cdot0592\,\xi+2\cdot4880\,\eta_1+12\cdot5573\,\zeta=\quad 168\cdot1$

Sie gaben als Auflösungsresultate

	I	II
$\lg x =$	$2\cdot4313$	$2\cdot5900$
$y =$	$2\cdot7739$	$2\cdot8216$
$z =$	$2\cdot5976$	$2\cdot7360$
$\xi =$	$1\cdot9014$	$1\cdot6382$
$\eta_1 =$	$2\cdot2007$	$2\cdot5039$
$\zeta =$	2_n0182	1_n8967

sodann für die Koeffizienten in der Gleichung des Streuungsellipsoids

	I	II
$\lg A =$	$7\cdot7590$	$7\cdot7318$ . .
$B =$	$7\cdot3114$	$7\cdot2579$
$C =$	$7\cdot5741$	$7\cdot5775$
$D =$	6_n9799	6_n8011
$E =$	7_n4107	7_n5090
$F =$	$7\cdot1313$	$6\cdot9316$

und damit nach Auflösung der Gleichungen dritten Grades die Hauptachsen und ihre Richtungen:

	I	II
$\lg a =$	$1\cdot0493$	$1\cdot0461$
$A_1 =$	$281^\circ\ 20'$	$272^\circ\ 36'$
$D_1 =$	$-\ 11\ \ 17$	$12\ \ 23$
$\lg b =$	$1\cdot3509$	$1\cdot4150$
$A_2 =$	$354^\circ\ 51'$	$349^\circ\ 18'$
$D_2 =$	$+\ 54\ \ 34$	$+\ 50\ \ 27$
$\lg c =$	$1\cdot4001$	$1\cdot4507$
$A_3 =$	$198^\circ\ 42'$	$191^\circ\ 48'$
$D_3 =$	$+\ 33\ \ 3$	$+\ 37\ \ 21$

Sie stehen, wie man sieht, mit den von Charlier und seinen Schülern gefundenen und p. 2[308] mitgeteilten Werten in bester Harmonie, weichen aber von den Ergebnissen der Rechnungen auf Grund des Momentenellipsoids in demselben Sinne ab. Was dort in Bezug auf die möglichen Ursachen dieser Abweichung gesagt wurde, dürfte auch hier seine Gültigkeit haben, nämlich, daß, da es nicht angehe, diese Abweichung einzig der größeren Ungenauigkeit zuzuschreiben, die den Berechnungen nach dem Streuungsellipsoid gegenüber denen nach dem Momentenellipsoid anhaftet, hier vielmehr ein prinzipieller Unterschied vorliege, der aller Wahrscheinlichkeit nach seine Ursache hat in der Verschiedenheit der zwei Definitionen des Wortes »Milchstraße« einmal als der mittleren Bahnebene der Sterne und zweitens als der Ebene der größten Sternfülle.

ENTROPIEPRINZIP UND GESCHLOSSENES GLEICHUNGSSYSTEM

VON

ERWIN LOHR

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 20. JÄNNER 1916

Einleitung.

Zwei Prinzipien von weittragendster Bedeutung beherrschen die moderne Physik, ja die moderne Naturwissenschaft überhaupt; das Energieprinzip und das Entropieprinzip. Über beide fundamentalen Prinzipien ist so ungemein viel und nach den verschiedensten Richtungen hin gearbeitet worden, daß es fast vermessen erscheint, über solchen Gegenstand noch etwas wesentlich Neues sagen zu wollen. Wenn ich es trotzdem unternehme, die Resultate mehrjähriger Arbeit auf diesem Gebiete in der folgenden Abhandlung zusammenzufassen, so dürfte eine Präzisierung dessen, worauf es mir bei meinen Untersuchungen in erster Linie ankam, nicht überflüssig sein.

Es ist bekannt, daß das Energieprinzip lange in seiner Integralform stecken blieb, hatte man sich doch sogar bis zu der Behauptung verstiegen: die Energie des »Weltalls« sei konstant. Heute ist die Fassung des Energieprinzips, vorzüglich durch die Arbeiten G. Jaumann's, zur Differentialform durchgedrungen. Diesem Forscher verdanken wir auch die in ihrer Einfachheit und Vollendung klassisch zu nennende Formulierung der Energiegleichung:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{s} = 0,$$

wo E die gesamte Energie pro Volumeinheit, $\mathfrak{s}$ den Energiefluß pro Flächen- und Zeiteinheit bedeutet.

Dieselbe Entwicklung, welche das Energieprinzip schon durchgemacht hat, stand dem Entropieprinzip noch bevor. Wieder war es G. Jaumann, der in seiner Arbeit »Geschlossenes System physikalischer und chemischer Differentialgesetze«[1] den ersten Schritt in dieser Richtung tat. Auch die nunmehr naheliegende, der Energiegleichung analoge Formulierung des Entropiesatzes:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{S} - F = 0,$$

wo S die Entropie pro Volumeinheit, $\mathfrak{S}$ den Entropiefluß pro Flächen- und Zeiteinheit und F eine stets positive Funktion bedeutet, ist schon in der zitierten Arbeit zu finden. Es ist natürlich kein Zufall, daß

[1] Wiener Berichte CXX, Abt. II *a*, p. 509 u. f.

gerade dieser Forscher zur vollendeten Differentialform der beiden Hauptsätze gelangte; hängt doch Sinn und Bedeutung dieser Formen auf das engste mit dem Vorhandensein eines geschlossenen Systems von Differentialgesetzen zusammen. Gerade die Jaumann'sche Theorie aber und bisher nur diese, verfügt über ein derartiges, hinreichend weit und konsequent ausgebautes System.

Unter einem geschlossenen System verstehen wir mit Jaumann eine Anzahl von Nahewirkungsgesetzen, welche ein bestimmtes, möglichst weites Gebiet von Naturerscheinungen selbständig, das heißt ohne daß man die aus den Gleichungen gezogenen Folgerungen noch durch außerhalb jener liegende Tatsachen beziehungsweise Hypothesen ergänzen müßte, beschreiben und erklären.

Als erste und wichtigste Deduktion muß aus dem geschlossenen System, und zwar lediglich aus der Form der Gleichungen, ohne Rücksicht auf spezielle Anfangs- und Randwerte, die Energiegleichung folgen.

Man wird konsequenterweise verlangen müssen, daß das geschlossene System gleicherart auch die Deduktion der Entropiegleichung gestatte. Das hat Jaumann auch angestrebt, aber noch nicht erreicht. Der Sache wegen und ohne die, auch auf diesem Gebiete, großen Verdienste Jaumann's zu schmälern, seien die Mängel der betreffenden Überlegungen kurz erwähnt.

Schon die Fassung des Entropiebegriffes erreicht, wie man bei der Lektüre der zitierten Kapitel rasch erkennt, nicht jene volle Schärfe und Klarheit, wie sie Jaumann beim Energiebegriff so vorzüglich gelungen ist. Dies steht im Zusammenhange mit dem Kernübel, dem nachträglichen, teilweisen Fallenlassen der Differentialform. Jaumann sieht sich mehrfach, und zwar in sehr wichtigen Fällen gezwungen, die stets positive Funktion F durch ein Raumintegral zu ersetzen, dessen Positivbleiben er dann fordert. Hiedurch ist aber schon, wie wir noch sehen werden, eine vollständige, konsequente Deduktion der Entropiegleichung, allein aus der Form der Differentialgleichungen, prinzipiell aufgegeben.

Die erwähnten, nicht bewiesenen und so weit ich sehen kann auch nicht beweisbaren Forderungen enthalten gerade das, was deduktiv aus den Gleichungen selbst folgen sollte. Schließlich sei als ein Versehen erwähnt, daß die innere Energie bei Jaumann auch von den elektromagnetischen und den sogenannten stofflichen Variablen abhängt, ohne daß darauf bei den späteren Rechnungen Rücksicht genommen würde.

Trotz dieser Mängel bleibt es Jaumann's großes Verdienst, das Ziel gesteckt, den Weg skizziert und die Überzeugung ausgesprochen zu haben, daß sich diese Skizze schon in irgend einer Weise vollständig durchführen lassen werde. War die Durchführung auch nicht ganz so einfach, mußten auch noch viele Hindernisse überwunden, ja eine mehr minder tiefgreifende Umgestaltung des ursprünglichen Gleichungssystems vorgenommen werden, um das gesteckte Ziel wirklich zu erreichen, so ist der schließliche Erfolg doch ein Beweis dafür, daß im wesentlichen das Richtige gewollt und der bezüglich der Durchführbarkeit geäußerte Optimismus in gewissem Sinne berechtigt war.

Aus den obigen Ausführungen ergibt sich von selbst die Aufgabe, die ich zu lösen hatte.

Mit der Differentialform des Entropieprinzips mußte vollständig und lückenlos Ernst gemacht werden. Das konnte nur unter Zugrundelegung eines bestimmten geschlossenen Gleichungssystemes geschehen, als solches bot sich mir derzeit nur das Jaumann'sche dar. Auch dieses mußte noch vielfach umgestaltet werden und es erfüllte so der Entropiesatz sofort seine wichtige Mission, neben dem Energiesatze als heuristisches Prinzip erster Ordnung zu fungieren. Es wäre selbstverständlich zuviel gesagt, wollte man behaupten, daß gerade nur dieses System mit den Differentialformen des Energie- und Entropieprinzips im Einklang stehen kann. Beschäftigt man sich aber, wie ich es tun mußte, lange und eingehend mit solchen Gleichungssystemen, so erkennt man, daß der vorhandene Spielraum, will man seine Zuflucht nicht zu sehr komplizierten und gekünstelten Formen nehmen, auch kein allzu großer ist.

Jedenfalls wird jede andere Theorie, will sie auf Geschlossenheit Anspruch machen, ihre Übereinstimmung mit den beiden Fundamentalprinzipien in ebenso exakter Form nachweisen müssen, wie es im Folgenden für die Jaumann'sche Theorie gezeigt werden soll; eben darum aber geht die Bedeutung der vorzutragenden Untersuchungen über den Rahmen der ihnen zugrundeliegenden speziellen Theorie hinaus.

Ich erinnere mich, daß Ludwig Boltzmann eine seiner Vorlesungen über Maxwell'sche Theorie mit der Aufforderung begann, man möge zunächst alles zu vergessen trachten, was man bisher über Elektrizitätslehre gehört hatte. In einen ähnlichen Zustand suchte ich mich mutatis mutandis bei dieser Arbeit über das Entropieprinzip zu versetzen und eine ähnliche Bitte möchte ich auch an meine geehrten Leser richten. Es schien mir, wollte ich bis zum Ziele durchdringen, unerläßlich, so selbständig als nur möglich vorzugehen, um nicht durch altgewohnte Bahnen vom neuen Wege abgelenkt zu werden.

Es ist bei einem so wichtigen und vielbearbeiteten Gebiete selbstverständlich, daß vielfach Altvertrautes, wenn auch meist in neuem Gewande wiederkehrt, doch kommt es bei solchem Gegenstande auch auf Nuancen an. Vollständig neu ist jedenfalls die Lösung des gestellten Problems als solche und ebenso neu und für die Jaumann'sche Theorie wichtig sind alle jene Abänderungen derselben, zu welchen ich gerade durch das Entropieprinzip veranlaßt wurde.

I. Allgemeines.

1. Die Differentialformen des Energie- und Entropiesatzes.

Wir haben von den Differentialformen der beiden Fundamentalprinzipien:

$$\frac{\delta E}{\delta t} + \operatorname{div} \mathfrak{s} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\delta S}{\delta t} + \operatorname{div} \mathfrak{S} - F = 0 \tag{2}$$

schon in der Einleitung gesprochen und dort auch die Bedeutung der einzelnen Größen angegeben. Die auftretenden Fluxionen sind die sogenannten »körperlichen«, welche durch die Relation

$$\frac{\delta E}{\delta t} = \frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathfrak{v} E) \tag{3}$$

definiert werden, wo $\frac{\delta}{\delta t}$ die lokale Fluxion und $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit ist und deren Bedeutung in der Beziehung

$$\frac{\delta}{\delta t}\int_V E\,dv = \int_V \frac{\delta E}{\delta t}\,dv \tag{4}$$

liegt.

Gleichung 4) sagt aus: die Fluxion eines Volumintegrales, dessen Randfläche in den Körperelementen festliegt, ist gleich dem Volumintegral über die entsprechende körperliche Fluxion.

Wie man aus 3) erkennt, könnte man 1) und 2) ohneweiters auch in der Form schreiben:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{s}' = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\delta S}{\delta t} + \operatorname{div} \mathfrak{S}' - F = 0, \tag{6}$$

wo dann

$$\mathfrak{s}' = \mathfrak{s} + E\mathfrak{v} \quad \text{und} \quad \mathfrak{S}' = \mathfrak{S} + S\mathfrak{v}$$

ist.

Der Unterschied zwischen den beiden Formen besteht einfach darin, daß sich 1) und 2) auf Körperelemente, 5) und 6) auf Raumelemente beziehen.

Betrachten wir einen beliebigen, ruhenden oder bewegten Körper, so ist

$$\int_V \frac{\partial E}{\partial t}\, dv + \int_V \operatorname{div} \mathfrak{s}\, dv = 0 \qquad 7)$$

oder nach 4) und dem Gauß'schen Satze

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V E dv + \int_O d\mathfrak{o} . \mathfrak{s} = 0. \qquad 8)$$

Ist das Oberflächenintegral $\int_O d\mathfrak{o} . \mathfrak{s} = 0$, das heißt, strömt durch die gesamte Oberfläche im ganzen Energie weder ein noch aus, so bleibt $\int_V E dv$, also die Gesamtenergie des betrachteten Körpers konstant.

In derselben Weise folgt aus 2):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V S dv + \int_O d\mathfrak{o} . \mathfrak{S} - \int_V F dv = 0, \qquad 9)$$

das heißt die Gesamtentropie eines Körpers, durch dessen Oberfläche in Summa keine Entropieströmung stattfindet, kann nur wachsen.

Bedeutet nun F nicht eine stets positive Funktion, so kann der Entropiesatz jedenfalls nicht für jeden beliebigen körperlichen Raum, sondern höchstens für bestimmte Räume richtig sein.

Nehmen wir an, die Verhältnisse lägen so, daß sich für praktisch gegebene Fälle immer ein Raum angeben läßt, innerhalb dessen die Integralform des Entropieprinzips richtig bleibt, so kann doch ein solcher Satz nie allgemein, lediglich aus der Form der Gleichungen erschlossen werden. Wird doch verlangt, daß wenn F irgendwo negativ wird, dasselbe gleichzeitig an anderen Orten hinreichend stark positiv bleibe; das aber kann aus der Form von Nahewirkungsgleichungen niemals folgen. Drastisch gesprochen, weiß ja, wegen der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit aller Zustandsänderungen, ein Raumpunkt vom anderen gar nicht, was dort gleichzeitig vorgeht.

Wir müssen und werden also in dieser Arbeit an der Differentialform des Entropieprinzips strenge festhalten.

Gelingt die Deduktion unserer Entropiegleichung aus dem geschlossenen System, so ist damit die Existenz einer Zustandsfunktion sichergestellt, deren Volumintegral über jeden Körper, für welchen $\int_O d\mathfrak{o} . \mathfrak{S} = 0$ bleibt, nur wachsen kann. Dieses Ergebnis involviert aber nur dann den vollständigen Entropiesatz, wenn überdies die Zustandsfunktion bestimmten Forderungen genügt, wie sie sich aus den Überlegungen des nächsten Artikels ergeben werden.

2. Das Entropieprinzip und seine Erfahrungsgrundlagen.

Die Wurzel des Entropieprinzips liegt in der Erkenntnis, daß es in der Natur irreversible Prozesse, das heißt solche, welche auf keine Weise vollständig rückgängig gemacht werden können, gibt. Mathematisch wird sich diese Erkenntnis notwendig in dem Auftreten einer eindeutigen Zustandsfunktion äußern, deren Raumintegral [1] mit der Zeit entweder nur zu- oder nur abnehmen kann. Wäre die Funktion nicht eindeutig, so würden demselben Zustande mehrere Werte derselben entsprechen, und so könnte daher, trotz einsinniger Veränderung der Funktion, genau der gleiche Zustand wiederkehren; der Prozeß, welcher irreversibel sein sollte, wäre rückgängig gemacht.

[1] Unter Raumintegral soll hier immer das Integral über einen körperlichen Raum verstanden werden, der entropisch abgeschlossen ist, für welchen also $\int_O d\mathfrak{o} . \mathfrak{S} = 0$ bleibt.

Der prinzipielle Charakter des Satzes, daß gewisse Prozesse auf keine Weise vollständig rückgängig gemacht werden können, also die über die Einzelerfahrungen hinausgehende Sicherheit, welche wir dieser Erkenntnis zuschreiben, hängt wesentlich mit der Überzeugung von der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile zweiter Art zusammen; ganz ebenso wie das Energieprinzip auf die Überzeugung von der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile erster Art gegründet ist.

Es ist ganz gut denkbar, daß es außer der Energiefunktion noch andere eindeutige Zustandsfunktionen gibt, deren Raumintegrale konstant bleiben und es ist ebenso denkbar, daß es außer der Entropiefunktion noch andere eindeutige Zustandsfunktionen gibt, deren Raumintegrale mit der Zeit entweder nur zu- oder nur abnehmen. Was die Energie- und Entropiefunktion vor anderen solchen Funktionen auszeichnet, ist eben ihr Zusammenhang mit dem Perpetuum mobile erster beziehungsweise zweiter Art.

Planck drückt die Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile zweiter Art durch folgenden Satz aus: »Es ist unmöglich eine periodisch funktionierende Maschine zu konstruieren, die weiter nichts bewirkt als Hebung einer Last und Abkühlung eines Wärmereservoirs.«

Nehmen wir an, S sei eine eindeutige Funktion der Temperatur T und gewisser anderer Zustandsvariablen $\sigma_1, \ldots \sigma_n$. Kommt unter den σ das Gravitationspotential nicht vor, so sollen nach Hebung der Last alle σ dieselben Werte haben wie vorher, lediglich die Temperatur eines gewissen Raumteiles, des Wärmereservoirs, wird gesunken sein. Ist also die Entropiefunktion $S(T, \sigma_1 \ldots \sigma_n)$ so beschaffen, daß sie bei konstanten σ mit zunehmender Temperatur wächst, mit abnehmender abnimmt, dann enthält die Aussage — das Volumintegral der Entropiefunktion kann nur zunehmen — den Planck'schen Satz.

Ersetzen wir die Planck'sche Behauptung durch die praktisch äquivalente: Es ist unmöglich eine periodisch arbeitende Maschine zu konstruieren, die weiter nichts bewirkt als Erzeugung von Bewegungsenergie und Abkühlung eines Wärmereservoirs. Dieser Satz folgt wie der obige aus den Eigenschaften der Entropiefunktion, vorausgesetzt, daß sie diesmal nicht von der Geschwindigkeit abhängt, dafür können jetzt die σ auch das Gravitationspotential enthalten.

Erwähnt sei, daß derselbe Satz auch aus der Existenz einer Funktion S folgen würde, welche etwa von $\mathfrak{v}^2$, $\sigma_1 \ldots \sigma_n$, aber nicht von der Temperatur abhängt, die mit zunehmendem $\mathfrak{v}^2$ abnimmt und deren Raumintegral wieder nur wachsen kann.

Ist S eine Funktion sämtlicher Zustandsvariablen, so folgt unser Satz a fortiori, wenn S sowohl mit abnehmendem T als mit zunehmendem $\mathfrak{v}^2$ abnimmt. Der Satz kann auch noch folgen, wenn das nicht der Fall ist; es muß ja nur gezeigt werden, daß bei dem als unmöglich zu erweisenden Prozesse das betreffende Raumintegral abnehmen müßte. Aufschluß darüber, ob dies für eine spezielle, explizit gegebene Funktion S zutrifft oder nicht zutrifft, wäre aus energetischen Überlegungen zu gewinnen.

Wir haben heute die Überzeugung, daß die Energie eine Funktion sämtlicher Zustandsgrößen sein muß. Dies folgt aber keineswegs aus der bloßen Erkenntnis von der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile erster Art. Es wäre ja ganz gut denkbar, daß es Zustandsgrößen gibt, die mit mechanischer Arbeit und ihren Umwandlungen nichts zu tun haben. Erst die Gesamtheit der physikalischen Erfahrungen führt uns zu der Einsicht, daß dem nicht so ist, daß es solche Zustandsgrößen, soweit unsere Erfahrung reicht, nicht gibt.

Ganz ebenso verhält es sich auch mit der Entropie. Die nackte Tatsache der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art liefert, wie wir eben sahen, nur gewisse Bedingungen, denen die Entropiefunktion zu genügen hat, ohne aber den Charakter ihrer Abhängigkeit von den Zustandsgrößen vollständig festzulegen. Wieder wird hierüber nur die Gesamtheit unserer physikalischen Erkenntnisse, welche gerade in einem geschlossenen Systeme besonders klar und übersichtlich zusammengefaßt erscheint, Aufschluß geben können.

Legt auch der Umstand, daß die Energie von allen Zustandsvariablen abhängt, die Forderung einer ebenso allgemeinen Entropiefunktion nahe, so zeigt doch diese Funktion andrerseits so starke Besonderheiten, daß man nach den Überlegungen dieses Artikels schon von vornherein dazu neigt, in

der Entropie eine speziellere Funktion zu sehen, welche nur eine bestimmte Gruppe von Zustandsgrößen umfaßt.

Wir werden unter Zugrundelegung unseres geschlossenen Systems tatsächlich dazu geführt werden, die Entropie lediglich als Funktion einer gewissen Gruppe von Zustandsvariablen zu definieren. Da unter diesen Variablen die Geschwindigkeit nicht vorkommen wird, ist die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art erwiesen, wenn S mit zunehmender Temperatur zunimmt und das Raumintegral von S nur wachsen kann.

Zum Schlusse dieses Artikels sei noch darauf hingewiesen, daß ein großer Teil technischer Arbeit nicht zum Heben von Lasten oder zur Erzeugung anderer Energieformen verwendet, sondern vielmehr, sei es durch Reibung, sei es auf andere Weise, wieder in Wärme rückverwandelt wird. Es wäre also ein technisches Perpetuum mobile denkbar, welches etwa auf Kosten seiner eigenen Reibungswärme betrieben würde. Soll auch ein solches, als allen unseren Erfahrungen widersprechend, ausgeschlossen bleiben, so muß, damit ein stationärer Zustand der angegebenen Art unmöglich sei, die Funktion F so beschaffen sein, daß das Raumintegral von S, bei derartigen Prozessen, tatsächlich wächst und nicht etwa bloß konstant bleibt.

3. Irreversible Energieumsätze.

Nach den Erörterungen des vorigen Artikels ist der wesentliche Inhalt des Entropieprinzips eine Aussage über die Richtung der in der Natur tatsächlich eintretenden Energieumsätze.

Es gibt zwei und nur zwei Arten von Energieumsätzen:

Die Energietransformation innerhalb eines und desselben Materienelements

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} = - \frac{\partial E_2}{\partial t} \tag{10}$$

und den Energiefluß von einem Materienelement zum benachbarten

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} = - \operatorname{div} \mathfrak{s}_1 . \tag{11}$$

Eine irreversible Energietransformation liegt zweifellos vor, wenn etwa aus dem Gleichungssysteme folgt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial t} + F^2 &= 0 \\ \frac{\partial E_2}{\partial t} - F^2 &= 0 . \end{aligned} \tag{12}$$

In diesem Falle ist E_2 eine eindeutige Funktion des Zustandes, welche nur zunehmen kann.

Dasselbe gilt auch noch, wenn zum Beispiel die Energiegleichung die Zerlegung gestattet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{s}_1 + F^2 &= 0 \\ \frac{\partial E_2}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{s}_2 - F^2 &= 0 . \end{aligned} \tag{13}$$

Die zweite Gleichung hat in diesem Falle direkt die Form der Entropiegleichung und sagt aus, daß das Raumintegral von E_2 nie abnimmt.

Die Irreversibilität beruht auch jetzt wieder lediglich auf irreversiblen Energietransformationen.

Zum zeiten Falle übergehend betrachten wir die Gleichung:

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{s}_1 = 0, \tag{14}$$

sie hat die Form der allgemeinen Energiegleichung und es folgt sofort, daß das Raumintegral von E_1 konstant bleibt. Die irreversible Natur des Vorganges kann also nur darin zum Ausdrucke kommen, daß E_1 einer bestimmten Verteilung im Raume zustrebt.

Fassen wir das Vektorfeld des Energieflusses ins Auge; wir können es, wie jedes unbegrenzte, bis auf einzelne Flächen stetige und stets endliche Vektorfeld, in ein wirbelfreies und ein quellenfreies zerlegen; diese Zerlegung ist für ein unbegrenztes Feld nur auf eine einzige Weise möglich.

Setzen wir dementsprechend:

$$\mathfrak{s}_1 = \quad \nabla\sigma_1 + \operatorname{rot} \mathfrak{a}_1, \tag{15}$$

so folgt:

$$\operatorname{div} \mathfrak{s}_1 = -\operatorname{div} \nabla\sigma_1. \tag{16}$$

Die Energie E_1 wird demnach immer abströmen von Stellen, wo σ_1 Maxima besitzt und Stellen zuströmen, wo Minima vorhanden sind. Trotzdem ist die Energieströmung im allgemeinen, wenn auch nicht direkt, so doch indirekt reversibel. Wäre zum Beispiel E_1 proportional mit $\sigma_1\,\sigma_2$, so ist folgende Umkehrung denkbar: Der Prozeß verläuft eine Zeitlang nach Gleichung 14), dann wird die Energieströmung in geeigneter Weise unterbrochen; nunmehr erzwingen wir bei konstantem E_1 durch entsprechende Vergrößerung beziehungsweise Verkleinerung von σ_2 eine Vertauschung der Maxima und Minima; dann geben wir die Energieströmung wieder frei, welche jetzt im entgegengesetzten Sinne erfolgen wird; schließlich stellen wir bei konstantem E_1 wieder überall die ursprünglichen Werte von σ_1, σ_2 her.

Anders steht es jedoch, wenn E_1 die Form hat $E_1 = \rho\,\varphi\,(\sigma_1)$, wo ρ die Dichte, $\varphi\,(\sigma_1)$ eine eindeutige Funktion von σ_1 bedeutet. In diesem Falle wird, wenn wir noch die Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung annehmen, die durch Gleichung 14) gegebene Energieströmung wirklich irreversibel, also auf keine Weise vollständig rückgängig zu machen sein.

Um dies zu erkennen, bilden wir:

$$\frac{1}{\sigma_1}\frac{\partial E_1}{\partial t} - \frac{1}{\sigma_1}\operatorname{div}\nabla\sigma_1 = 0 \tag{17}$$

mittelst der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\mathfrak{v}\rho = \frac{d\rho}{\partial t} + \rho\operatorname{div}\mathfrak{v} = 0, \tag{18}$$

wo $\frac{d}{dt}$ die durch

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathfrak{v}.\nabla\rho$$

definierte totale Fluxion bedeutet, erhalten wir:

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} = \frac{dE_1}{dt} + E_1\operatorname{div}\mathfrak{v} = \frac{dE_1}{dt} - \varphi\,(\sigma_1)\quad\frac{d\rho}{dt} = \rho\,\frac{d\varphi\,(\sigma_1)}{dt}. \tag{19}$$

Nennen wir

$$\int_{\sigma_1}^{d\varphi\,(\sigma_1)} \quad \Phi\,(\sigma_1),$$

so ist auch $\Phi\,(\sigma_1)$ eine eindeutige Funktion von σ_1 und es folgt aus 19

$$\frac{1}{\sigma_1}\frac{\partial E_1}{\partial t} = \rho\,\frac{d\,\Phi\,(\sigma_1)}{dt} \tag{20}$$

und weiter mit Rücksicht auf 18)

$$\rho\,\frac{d\,\Phi\,(\sigma_1)}{dt} = \frac{\partial\rho\,\Phi\,(\sigma_1)}{\partial t}. \tag{21}$$

schließlich ist:

$$-\frac{1}{\sigma_1}\operatorname{div}\nabla\sigma_1 = \operatorname{div}\left(-\frac{\nabla\sigma_1}{\sigma_1}\right)-\left(\frac{\nabla\sigma_1\,.\,\nabla\sigma_1}{\sigma_1^2}\right) \tag{22}$$

und wir erhalten:

$$\frac{\partial\rho\Phi(\sigma_1)}{\partial t}+\operatorname{div}\left(-\frac{\nabla\sigma_1}{\sigma_1}\right)-\left(\frac{\nabla\sigma_1\,.\,\nabla\sigma_1}{\sigma_1^2}\right)=0. \tag{23}$$

Gleichung 23) hat die Form der Entropiegleichung, $\rho\Phi(\sigma_1)$ ist eine eindeutige Funktion des Zustandes, deren Raumintegral nur wachsen kann und tatsächlich immer wächst, solange die in Frage stehende Energieströmung vorhanden ist. Damit ist gewährleistet, daß es auf keine Weise möglich sein kann, einen durch diese Energieströmung veränderten Zustand im ganzen Raume vollständig wiederherzustellen. Hat $\varphi(\sigma_1)$ überdies die Eigenschaft, mit zunehmendem σ_1 zu wachsen, so erkennt man sofort, daß die Energieverteilung einem Endzustande zustrebt, welcher durch räumliche Konstanz der Größe σ_1 ausgezeichnet ist.

Verallgemeinernd können wir sagen, ist $E_1=\rho\varphi(\sigma_1)$ und bedeutet σ_1 irgend eine Zustandsvariable, so involviert die Gleichung:

$$\frac{\partial E_1}{\partial t}+\operatorname{div}\mathfrak{s}_1=0$$

stets eine irreversible Energieströmung, wenn $\mathfrak{s}_1\,.\,\nabla\sigma_1$ immer und überall positiv oder immer und überall negativ ist.

Das einfachste Beispiel für eine irreversible Energieströmung liefert ein Naturgesetz von der Form der Wärmeleitungsgleichung:

$$\rho c\frac{dT}{dt}=\operatorname{div} n\nabla T, \tag{24}$$

welches, solange c eine Materialkonstante ist und die Kontinuitätsgleichung gilt, sich unmittelbar auf die Form bringen läßt:

$$\frac{\partial\rho cT}{\partial t}+\operatorname{div}(-n\nabla T)=0, \tag{25}$$

aus welcher analog wie oben folgt:

$$\frac{\partial\rho c\ln T}{\partial t}+\operatorname{div}\left(-n\frac{\nabla T}{T}\right)-n\left(\frac{\nabla T\,.\,\nabla T}{T^2}\right)=0. \tag{26}$$

26) hat, solange n positiv ist, die Form unserer Entropiegleichung; $\rho c\ln T$ ist eine eindeutige Funktion des Zustandes, welche mit zunehmender Temperatur T zunimmt.

4. Methode der Deduktion des Entropieprinzips aus einem geschlossenen Gleichungssystem.

Es soll in diesem Artikel die Deduktionsmethode, welche wir in den folgenden Abschnitten benützen beziehungsweise weiter ausbauen wollen, an einem besonders einfach gewählten Beispiele entwickelt werden.

Wir wählen das folgende geschlossene System:

1. Bewegungsgleichung

$$\rho\frac{dv}{dt}+\nabla(p+\vartheta)=0.$$

2. Wärmegleichung

$$\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt} + p_0 \operatorname{div} \mathfrak{v} = \operatorname{div} n \nabla T + \Im^2.$$

3. Kontinuitätsgleichung

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathfrak{v} = 0.$$

Die übrigen Gleichungen des Systems schreiben wir nicht explizit an, sondern setzen nur voraus, daß aus ihnen die partielle Energiegleichung

$$\frac{\partial E_2}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{s}_2 + \theta \operatorname{div} \mathfrak{v} + \Im^2 = 0 \tag{27}$$

folge.

Es bedeutet ρ die Dichte, $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit, T die absolute Temperatur. p, U und p_0 sind Funktionen der Dichte und Temperatur, zwischen denen die Relation besteht

$$p_0 + \rho \frac{\partial U}{\partial \rho} = p + U;$$

n ist eine positive Größe. Die übrigen vorkommenden Größen sind Funktionen, deren Wert für uns hier irrelevant ist.

Bei der Bildung der Energiegleichung multiplizieren wir die Bewegungsgleichung mit $\mathfrak{v}$, die Kontinuitätsgleichung mit $\frac{\partial U}{\partial \rho}$; addieren wir alle drei Gleichungen zu 27), so gibt das:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{S} = 0, \tag{28}$$

wo

$$E = \frac{1}{2}\rho \mathfrak{v}^2 + U + E_2 \tag{29}$$

und

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{v}(p + \theta) - n \nabla T + \mathfrak{s}_2 \tag{30}$$

ist.

Damit haben wir aus dem Gleichungssystem die Energiegleichung deduziert. Wie steht es nun mit dem Entropieprinzip? Der Natur der Sache nach werden wir in erster Linie die Wärmegleichung ins Auge fassen. Von Wichtigkeit ist zunächst der Faktor der Temperaturfluxion in dieser Gleichung, welcher ja einfach die spezifische Wärme der Volumeinheit bei konstantem Volumen bedeutet. Hängt dieser Faktor noch von ρ ab, so ist klar, daß man, um eine vollständige Fluxion $\frac{dS}{dt}$ bilden zu können, noch jene Gleichung heranziehen muß, welche die Fluxion von ρ bestimmt. Allgemein werden wir alle jene Gleichungen zur Deduktion der Entropiegleichung heranzuziehen haben, die Fluxionen jener Zustandsvariablen bestimmen, von welchen $\frac{\partial U}{\partial T}$, also die spezifische Wärme abhängt. Soll die Wärmeleitung ein irreversibler Vorgang sein, so werden wir, nach den Überlegungen des vorigen Artikels, die Wärmegleichung, um die Entropiegleichung zu bilden, mit $\frac{1}{T}$ multiplizieren müssen. Die übrigen bei der Deduktion einzubeziehenden Gleichungen werden ebenfalls mit geeigneten Faktoren multipliziert und dann zur Wärmegleichung addiert, die Summe soll die Entropiegleichung ergeben.

Die Methode wird übersichtlicher und den gewohnten Formen näher gebracht, wenn wir den angegebenen Weg in zwei Etappen zerlegen.

Wir bilden zunächst aus allen in Betracht kommenden Gleichungen eine partielle Energiegleichung das ergibt in unserem Falle:

$$\left(\frac{dU}{dt}+U\,\mathrm{div}\,\mathfrak{v}\right)+p\,\mathrm{div}\,\mathfrak{v}=\mathrm{div}\,n\nabla T+\mathfrak{J}^2. \tag{31}$$

Wie man sieht, steht links die vollständige Fluxion der »inneren« Energie plus der geleisteten Arbeit, rechts die zugeführte Wärme, wir sind also zu einer sehr wohlbekannten Gleichung gelangt.

Dividieren wir diese Gleichung mit T durch und subtrahieren dann von ihr die mit dem geeignet gewählten Faktor P multiplizierte Kontinuitätsgleichung, so folgt:

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt}+\left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \rho}-\mathrm{P}\right)\frac{d\rho}{dt}+\left(\frac{p+U}{T}-\mathrm{P}\rho\right)\mathrm{div}\,\mathfrak{v}+$$
$$+\,\mathrm{div}\left(-n\frac{\nabla T}{T}\right)-n\left(\frac{\nabla T}{T}\right)^2-\frac{\mathfrak{J}^2}{T}=0; \tag{32}$$

soll diese Gleichung das Entropieprinzip ergeben, so muß:

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}=\frac{\partial S}{\partial T} \tag{33}$$

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \rho}-\mathrm{P}=\frac{\partial S}{\partial \rho} \tag{34}$$

$$p+U-T\rho\mathrm{P}=TS \tag{35}$$

sein. Aus 33) und 34) folgt weiter:

$$\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}\right)=\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \rho}-\mathrm{P}\right) \tag{36}$$

$$\frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial T\partial \rho}=\frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial \rho\partial T}-\frac{1}{T^2}\frac{\partial U}{\partial \rho}-\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial T} \tag{37}$$

und daraus, wie man leicht verifiziert,

$$\mathrm{P}=K(\rho)-\int_1^T\frac{1}{T^2}\frac{\partial U}{\partial \rho}\,dT, \tag{38}$$

wo $K(\rho)$ eine Funktion von ρ allein ist. Differenzieren wir nun Gleichung 35) partiell nach T, so ergibt sich unter Berücksichtigung von 33) und 38):

$$\frac{\partial p}{\partial T}-\rho\mathrm{P}+\frac{1}{T}\rho\frac{\partial U}{\partial \rho}=S; \tag{39}$$

multiplizieren wir diese Gleichung mit T und subtrahieren sie von 35), so folgt:

$$U-\rho\frac{\partial U}{\partial \rho}+p-T\frac{\partial p}{\partial T}=0, \tag{40}$$

daraus aber, wie man wieder leicht verifiziert,

$$p=T\left[L(\rho)-\int_1^T\frac{1}{T^2}\left(\rho\frac{\partial U}{\partial \rho}-U\right)dT\right], \tag{41}$$

worin $L(\rho)$ lediglich eine Funktion von ρ ist. Differenziert man jetzt 35) partiell nach ρ, so erhält man mit Berücksichtigung von 34):

$$\frac{\partial p}{\partial \rho}=T\rho\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \rho} \tag{42}$$

und daraus:

$$\frac{\partial L(\rho)}{\partial \rho} = \rho \cdot \frac{\partial K(\rho)}{\partial \rho}, \tag{43}$$

also schließlich:

$$K(\rho) = \frac{1}{\rho} L(\rho) + \int_1^\rho \frac{1}{\rho^2} L(\rho)\, d\rho + C_0, \tag{44}$$

wo C_0 eine reine Konstante ist.

Damit erscheint unsere Aufgabe durchgerechnet; man kann zum Beispiel über U und $L(\rho)$ frei verfügen, alle übrigen Größen, bis auf die Konstante C_0, sind dann aber vollständig bestimmt und berechenbar.

Setzen wir etwa für ein ideales Gas:

$$\left.\begin{aligned} U &= \rho c T \\ L(\rho) &= R_0 \rho \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

so folgt:

$$K(\rho) = R_0 + R_0 \ln \rho + C_0 \tag{46}$$

$$P = R_0 + R_0 \ln \rho + C_0 - c \ln T \tag{47}$$

$$S = \rho\,[c \ln T - R_0 \ln \rho + (c - C_0)]. \tag{48}$$

Die Auswertung der Formeln ist auch bei komplizierteren Ansätzen für U und $L(\rho)$ unschwer durchzuführen. Selbstverständlich müssen U und $L(\rho)$ eindeutige Funktionen des Zustandes sein, dann gilt dasselbe auch für S. Ferner wird, solange $\frac{\partial U}{\partial T}$, also die spezifische Wärme positiv ist, nach Gleichung 33) S mit T wachsen. Unsere Gleichung 32) involviert somit tatsächlich das Entropieprinzip.

Die Untersuchungen dieses Artikels bewegten sich bisher auf durchaus wohlbekanntem Gebiete; die Verhältnisse werden aber wesentlich verwickelter, sobald das zugrundeliegende System eine etwas weniger idealisierte Form zeigt. Die spezifische Wärme wird ja de facto nicht nur von der gesamten Dichte und Temperatur, sondern jedenfalls auch noch von anderen Variablen, so zum Beispiel von jenen der chemischen Zusammensetzung abhängen. Wir müssen dann, wie oben betont, zur Deduktion des Entropieprinzips eine ganze Reihe weiterer Gleichungen heranziehen. Diese Gleichungen werden nun im allgemeinen keineswegs den einfachen Bau der Kontinuitätsgleichung besitzen, es werden in ihnen, neben dem Fluxionsglied, noch Glieder anderer Form vorkommen. Daraus erwächst für die P-Funktionen, beziehungsweise, da dieselben schon weitgehend festgelegt erscheinen, für die betreffenden Gleichungen selbst die sehr einschneidende Forderung, daß alle durch die angegebenen Operationen nunmehr in die Entropiegleichung eintretenden neuen Glieder zusammengenommen mit etwaigen weiteren Gliedern der Wärmegleichung selbst, die Form einer Divergenz minus einer stets positiven Funktion haben müssen.

Unter diesen Umständen wird auch die von uns als erste Etappe bezeichnete partielle Energiegleichung die allgemeinere Form annehmen: Die körperliche Fluxion der »inneren« Energie plus der geleisteten Arbeit ist gleich der gesamten zugeführten Energie.

Ist die gegebene Formulierung einesteils selbstverständlich, so ist sie andernteils recht unpräzis, indem man unter »zugeführt« etwas ganz Bestimmtes, eben das was die Gleichung aussagt, verstehen muß. Eine klare und exakte Sprache spricht überhaupt nur das geschlossene Gleichungssystem selbst und es ist nicht der letzte Vorzug einer reinlichen Deduktion, daß man durch dieselbe alle unklaren Erörterungen eliminieren kann.

Wir haben schon wiederholt die Bezeichnung »innere« Energie gebraucht; wir wollen unter innerer Energie in dieser Arbeit jenen Teil der Gesamtenergie verstehen, dessen partieller Differentialquotient nach der Temperatur die spezifische Wärme ist; eine geringe Abweichung von dieser Definition bei Vorhandensein von elektromagnetischen Feldern wird seinerzeit hervorgehoben werden.

Unsere an das spezielle geschlossene System geknüpften Erörterungen über die P-Funktion lassen sich leicht auf den allgemeinen Fall übertragen. Nehmen wir an, die innere Energie U sei eine Funktion der Zustandsvariablen $T, \sigma_1\ \sigma_2 \ldots \sigma_n$. Von den Gleichungen, welche die Fluxionen der $\sigma_\varkappa$ bestimmen, mögen einige, Glieder von der Form $\omega'_\varkappa \sigma'_\varkappa$ div $\mathfrak{v}$ enthalten, andere nicht. Die den ersteren zugehörigen P-Funktionen wollen wir mit $P'_\varkappa$, die zu den letzteren gehörigen mit $P''_\varkappa$ bezeichnen; ebenso unterscheiden wir die entsprechenden $\sigma_\varkappa$ selbst; die $\omega'_\varkappa$ sind beliebige Funktionen der σ.

Es ergibt sich dann durch dieselben Operationen wie früher (Gleichung 32) die Forderung, daß

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt} + \sum_\varkappa\left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \sigma_\varkappa} - P_\varkappa\right)\frac{d\sigma_\varkappa}{dt} + \left[\frac{p+U}{T} - \sum_\varkappa \omega'_\varkappa \sigma'_\varkappa P'_\varkappa\right] \operatorname{div} \mathfrak{v} = \frac{\delta S}{\delta t} \tag{49}$$

also eine vollständige körperliche Fluxion sein muß. Das gibt die Bedingungen:

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial S}{\partial T} \tag{50}$$

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \sigma_\varkappa} - P_\varkappa = \frac{\partial S}{\partial \sigma_\varkappa} \tag{51}$$

für $\varkappa = 1, 2, \ldots . n$

$$p + U - \sum_\varkappa T \omega'_\varkappa \sigma'_\varkappa P'_\varkappa = TS. \tag{52}$$

Aus 50) und 51) folgt wieder:

$$P_\varkappa = K_\varkappa(\sigma) - \int_1^t \frac{1}{T^2}\frac{\partial U}{\partial \sigma_\varkappa}\, dT. \tag{53}$$

Dazu kommt wegen der Gleichungen 51)

$$\frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial \sigma_\varkappa \partial \sigma_\lambda} - \frac{\partial P_\varkappa}{\partial \sigma_\lambda} = \frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial \sigma_\lambda \partial \sigma_\varkappa} - \frac{\partial P_\lambda}{\partial \sigma_\varkappa} \tag{54}$$

also mit Rücksicht auf 53)

$$\frac{\partial K_\varkappa(\sigma)}{\partial \sigma_\lambda} = \frac{\partial K_\lambda(\sigma)}{\partial \sigma_\varkappa} \tag{55}$$

oder

$$K_\varkappa(\sigma) = \frac{\partial W(\sigma)}{\partial \sigma_\varkappa}, \tag{56}$$

wo $W(\sigma)$ eine Funktion der $\sigma_\varkappa$ bedeutet.

Differenzieren wir wieder 52) nach T, so erhalten wir unter Berücksichtigung der Gleichungen 50), 53) und 52) analog zu 39), 40), 41) die Relationen:

$$\frac{\partial p}{\partial T} - \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \omega'_\varkappa P'_\varkappa + \sum_\varkappa \frac{1}{T}\sigma'_\varkappa \omega'_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \sigma'_\varkappa} = S \tag{57}$$

$$U - \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \omega'_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \sigma'_\varkappa} + p - T\frac{\partial p}{\partial T} = 0 \tag{58}$$

$$p = T\left[L(\sigma) - \int_1^T \frac{1}{T^2}\left(\sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \omega'_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \sigma'_\varkappa} - U\right) dT\right]. \tag{59}$$

Differenzieren wir nun 52) nach σ'_λ beziehungsweise nach σ''_λ, so folgt mit Berücksichtigung der Relationen 51), 53), 56) und 59):

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma'_\lambda} = \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \omega'_\varkappa \frac{\partial^2 W'}{\partial \sigma'_\varkappa \partial \sigma'_\lambda} + \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \frac{\partial \omega'_\varkappa}{\partial \sigma'_\lambda} \frac{\partial W'}{\partial \sigma'_\varkappa} + (\omega'_\lambda - 1) \frac{\partial W'}{\partial \sigma'_\lambda}, \tag{60}$$

beziehungsweise

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma''_\lambda} = \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \omega'_\varkappa \frac{\partial^2 W'}{\partial \sigma'_\varkappa \partial \sigma''_\lambda} + \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \frac{\partial \omega'}{\partial \sigma''_\lambda} \frac{\partial W'}{\partial \sigma'_\varkappa} - \frac{\partial W'}{\partial \sigma''_\lambda}. \tag{61}$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt, wie man leicht verifiziert:

$$L = \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \omega'_\varkappa \frac{\partial W'}{\partial \sigma'_\varkappa} - W' + C_0, \tag{62}$$

wo C_0 eine reine Konstante ist.

Gleichung 62) ist eine partielle, lineare Differentialgleichung erster Ordnung, die man nach bekannten Methoden integrieren kann; uns mag hier die Bemerkung genügen, daß wohl L durch W bis auf eine Konstante bestimmt ist, nicht aber umgekehrt W durch L.

Bei den Anwendungen, die wir in der Folge von den hier gewonnenen Formeln machen werden, wird immer $\omega'_\varkappa = 1$ sein; in diesem Falle lauten die Gleichungen 52), 59) und 62):

$$p + U - T \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \mathrm{P}'_\varkappa = TS \tag{64}$$

$$p = T\left[L(\sigma) - \int_1^T \frac{1}{T^2}\left(\sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \sigma'_\varkappa} - U\right) dT\right] \tag{65}$$

$$L = \sum_\varkappa \sigma'_\varkappa \frac{\partial W}{\partial \sigma'_\varkappa} - W' + C_0 \tag{66}$$

daraus auch:

$$\frac{U}{T} - W' + C_0 + \int_1^T \frac{1}{T^2} U dT = S. \tag{64a}$$

Es ist selbstverständlich, daß die von uns hier eingeführten Größen, insbesondere die P-Funktionen welche, wie wir sehen werden, in dem geschlossenen Systeme selbst eine wichtige Rolle spielen, zu anderen wohlbekannten thermodynamischen Funktionen in enger Beziehung stehen. So entsprechen jene $\mathrm{P}'_\varkappa$, die den Dichtegleichungen zugehören, wenigstens solange sich p, U, S reinlich in die betreffenden Komponenten $p_\varkappa$, $U_\varkappa$, $S_\varkappa$ spalten lassen, direkt dem durch T dividierten zweiten thermodynamischen Potential. Für uns sind die P-Funktionen durch die Gleichungen 51) allgemein definiert und es wäre zwecklos, ja es könnte eher verwirrend wirken, sollten wir uns auf eine eingehende Erörterung der Beziehungen zu anderen üblichen Funktionen einlassen.

Nachdem wir in diesem allgemein gehaltenen Abschnitte die Grundlagen für eine reinliche Deduktion der Differentialform des Entropieprinzips entwickelt haben, werden wir in den folgenden Abschnitten ein recht umfassendes geschlossenes System aufstellen, das im wesentlichen das Jaumann'sche [1] ist. Von diesem Systeme werden wir zeigen, erstens, daß es die Deduktion des Energie- und Entropieprinzip gestattet, zweitens, daß auch die übrigen Folgerungen desselben mit der Erfahrung in weitgehender Übereinstimmung stehen. Soweit der Anschluß an die Erfahrung schon in früheren Arbeiten G. Jaumann's und des Verfassers nachgewiesen wurde, also für die unverändert bleibenden Teile des Systems, werden wir uns mit einem Hinweise auf jene Arbeiten begnügen.

[1] Wiener Berichte CXX, Abt. II *a*, p. 385.

II. Geschlossenes System.

5. Die Differentialgleichungen.

Um auch rein formal an der deduktiven Methode in aller Strenge festhalten zu können, wollen wir an die Spitze unserer Untersuchungen das fertige geschlossene System stellen. Es ist klar, daß der Weg, den ich selber zunächst gehen mußte, ein induktiver war, wobei mir als heuristisches Prinzip in erster Linie eben der Entropiesatz diente. Auf das nunmehr abgebrochene Baugerüst soll später, bei Behandlung der Details, hin und wieder, insbesondere dort, wo es für das Verständnis von Nutzen erscheint, kurz hingewiesen werden.

Das anzuschreibende Gleichungssystem umfaßt einen großen Teil der Physik und Chemie, jedoch unter Ausschluß der Gravitation und der Strahlungsemission. Eine prinzipielle, wenn auch nur allgemein gehaltene, Erörterung dieser beiden hochwichtigen Erscheinungsgebiete wird im letzten Abschnitte der Arbeit nachgetragen werden.

Die übrigen Abschnitte behandeln eingehend die einzelnen Erscheinungsgruppen und die Deduktion des Entropieprinzips, wie sie aus dem geschlossenen Systeme folgen.

Ich bitte alle jene Leser, welche mit der Jaumann'schen Theorie noch nicht vertraut sind, vor der scheinbaren Kompliziertheit der Gleichungen nicht zu erschrecken und eventuell diesen ganzen Abschnitt, welcher lediglich das komplette Gleichungssystem, die Definition der einzelnen Größen und die Deduktion des Energieprinzips enthält, vorerst überschlagend, die Lektüre zunächst beim dritten Abschnitte fortzusetzen.

Nach diesen, im Interesse der leichteren Lesbarkeit, vorangestellten orientierenden Worten über die Disposition des Ganzen, soll nunmehr das geschlossene System, das allein allen folgenden Einzeluntersuchungen zugrundeliegt, hingeschrieben werden.

Die Gleichungen lauten:

I. Bewegungsgleichung:

$$\rho \frac{d' \mathfrak{v}}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathfrak{v} + \cdots \theta = 0.$$

II. Elektromagnetische Gleichungen:

$$[\varepsilon] \cdot \frac{d\mathfrak{e}}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d[\varepsilon]}{dt} \cdot \mathfrak{e} + \frac{1}{2} \frac{d\varepsilon_0}{dt} \cdot \mathfrak{e} + r \frac{d[\varepsilon - \varepsilon_c]}{dt} \cdot \mathfrak{e} + \nabla \cdot \zeta' + \varepsilon_0 \cdot \nabla \zeta_3 + f_0 \gamma_0 \cdot \nabla T + f_1 (\gamma_0 \cdot \nabla T) \times \mathfrak{m} +$$

$$+ \gamma \cdot \mathfrak{e} + \mathfrak{a} = c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{m}$$

$$[\mu] \cdot \frac{d\mathfrak{m}}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d[\mu]}{dt} \cdot \mathfrak{m} + \frac{1}{2} \frac{d\mu_0}{dt} \cdot \mathfrak{m} + r' \frac{d[\mu - \mu_c]}{dt} \cdot \mathfrak{m} + \nabla \cdot \zeta + \mu_0 \cdot \nabla \zeta_3' + \gamma' \cdot \mathfrak{m} = -c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{e}.$$

III. Dielektrische Gleichungen:

$$c : \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} + m \nabla, \mathfrak{v} + a \nabla, \mathfrak{e} + a' \nabla, \mathfrak{m} + p\, \mathfrak{e}; [\varepsilon] \cdot \mathfrak{e} + \varsigma : \bar{\varepsilon} + s \bar{\mu} = \left\{ \frac{1}{c_0} [a \nabla \cdot \zeta - a' \nabla \cdot \zeta'] + h \nabla T \right\} \times \mathrm{I}$$

$$c' : \frac{d\bar{\mu}}{dt} + m' \nabla, \mathfrak{v} + b \nabla, \mathfrak{e} + b' \nabla, \mathfrak{m} + q\, \mathfrak{e}; [\varepsilon] \cdot \mathfrak{e} + \varsigma' : \bar{\mu} - s \bar{\varepsilon} = \left\{ \frac{1}{c_0} [b \nabla \cdot \zeta - b' \nabla \cdot \zeta'] + h' \nabla T \right\} \times \mathrm{I}$$

IV. Allgemeine stoffliche Gleichungen:

$$g_\varkappa : \frac{d\bar{\gamma}_\varkappa}{dt} + n_\varkappa \nabla, \mathfrak{v} + k'_\varkappa \nabla, \mathfrak{e} + k_\varkappa \nabla, \mathfrak{m} + v_\varkappa \mathfrak{e}; [\varepsilon] \cdot \mathfrak{e} + v'_\varkappa \mathfrak{m}; [\mu] \cdot \mathfrak{m} + y_\varkappa : \bar{\gamma}_\varkappa + z_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa =$$

$$= \left\{ \frac{1}{c_0} [k'_\varkappa \nabla \cdot \zeta - k_\varkappa \nabla \cdot \zeta'] + H_\varkappa [\nabla (T P_\varkappa) + \gamma_{i\varkappa} \nabla \cdot [T P'_\varkappa] \mp \nu_\varkappa \Lambda \mathfrak{e}] \right\} \times \mathrm{I}$$

$$g'_\varkappa : \frac{d\,\bar{\xi}_\varkappa}{d\,t} + n'_\varkappa \nabla, \mathfrak{v} + l'_\varkappa \nabla, \mathfrak{e} + l_\varkappa \nabla, \mathfrak{m} + w_\varkappa \mathfrak{e} : [\varepsilon] \cdot \mathfrak{e} + w'_\varkappa \mathfrak{m} : [\mu] \cdot \mathfrak{m} + \gamma'_\varkappa : \bar{\xi}_\varkappa - \varepsilon_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa =$$

$$= \left\{ \frac{1}{c_0} \left[l'_\varkappa \nabla \cdot \zeta - l_\varkappa \nabla \cdot \zeta' \right] + H'_\varkappa \left[\nabla (T \mathrm{P}_\varkappa) + \eta_\varkappa \nabla \cdot [T \mathrm{P}'_\varkappa] \mp \nu_\varkappa \Lambda\, \mathfrak{e} \right] \right\} \times \mathrm{I}$$

V. Wärmegleichung:

$$\frac{\partial U}{\partial T} \frac{d\,T}{d\,t} + \frac{T}{2} \frac{d}{d\,t} \left[\mathfrak{e} \cdot \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{e} + \mathfrak{m} \cdot \frac{\partial \mu_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{m} \right] + \vartheta'' : \nabla, \mathfrak{v} - \mathfrak{e} \cdot \gamma_0 \cdot \mathfrak{e} - \bar{\varepsilon} : \varsigma : \bar{\varepsilon} - \bar{\mu} : \varsigma' : \bar{\mu} - \sum_\varkappa [\bar{\gamma}_\varkappa : \gamma_\varkappa : \bar{\gamma}_\varkappa + \bar{\xi}_\varkappa : \gamma'_\varkappa : \bar{\xi}_\varkappa] -$$

$$- \Omega + T \sum_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa \operatorname{div} (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa\lambda} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa\lambda}) + T \sum_\varkappa \mathrm{P}'_\varkappa : \nabla [\eta_\varkappa (H_\varkappa \gamma_{\varkappa\lambda} + H'_\varkappa \xi_{\varkappa\lambda}) + T \operatorname{div} \mathfrak{W} = 0.$$

VI. Elastizitätsgleichung:

$$\frac{d\,\psi}{d\,t} + \nabla, \mathfrak{v} \cdot \psi + \psi \cdot \mathfrak{v}, \nabla = 0.$$

VII. Dichtegleichungen:

$$\frac{\partial\, \rho_\varkappa}{\partial\, t} \pm P_{\varkappa\lambda} [\vartheta_{\varkappa\lambda} \rho_\varkappa \rho_\lambda - \rho_{\varkappa\lambda}] + \operatorname{div} (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa\nu} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa\nu}) = 0.$$

VIII. Gleichungen der Oberflächenspannung:

$$\frac{d\,\bar{\alpha}_\varkappa}{d\,t} + F_\varkappa (\quad : \mathfrak{v} + \mathfrak{v} : \quad) + B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa + \quad [\eta_\varkappa (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa\nu} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa\nu})] = 0.$$

Die verwendeten Zeichen und Symbole haben folgende Bedeutung:

ρ ist die gesamte Dichte,

$\rho_\varkappa$ ist die Dichte eines Elementes, dividiert durch eine für dasselbe charakteristische Konstante,

$\rho_{\varkappa\lambda}$ ist die Dichte des an λ gebundenen Anteiles desselben Elementes, dividiert durch die gleiche charakteristische Konstante,

$\mathfrak{v}$ ist der Geschwindigkeitsvektor, bezogen auf das Fixsternsystem,

$\mathfrak{e}$ ist der elektrische,

$\mathfrak{m}$ der magnetische Vektor,

T ist die stets positive absolute Temperatur, [1]

$\bar{\varepsilon}$, $\bar{\mu}$, $\bar{\gamma}_\varkappa$, $\bar{\xi}_\varkappa$, ψ, $\bar{\alpha}_\varkappa$ sind dyadische Feldvariable,

ε_0 μ_0 sind die dielektrische, beziehungsweise die diamagnetische Dyade, in normalen isotropen Körpern Dielektrizitätskonstante und Permeabilität. Diese Größen sind Funktionen von T, ψ und von den Dichten $\rho_\varkappa$, $\rho_{\varkappa\lambda}$ usw.,

c, c', $g_\varkappa$, $g'_\varkappa$ sind symmetrisch tetradische, in isotropen Medien skalare Konstante,

$\mathrm{P}_\varkappa$ sind die den Dichtegleichungen zugehörigen P-Funktionen.

ς, ς', $\gamma_\varkappa$, $\gamma'_\varkappa$, $P_{\varkappa\lambda}$ sind in isotropen Medien skalare, stets positive, im übrigen aber beliebig verfügbare Funktionen, in anisotropen Medien sind ς, ς', $\gamma_\varkappa$, $\gamma'_\varkappa$ symmetrische Tetraden,

c_0, Λ sind universelle Konstante,

$\nu_\varkappa$ kann die Werte 0, 1, 2.... annehmen,

$\mathrm{P}'_\varkappa$ sind die den Gleichungen VIII. zugehörigen dyadischen P-Funktionen.

Zwischen den $\vartheta_{\varkappa\lambda}$, welche ebenfalls stets positive Funktionen sind, und den $\mathrm{P}_\varkappa$ besteht eine später zu präzisierende Relation.

---

[1] Wir fordern also die Existenz eines absoluten Nullpunktes, welcher nicht unterschritten werden kann; diese Forderung kann prinzipiell durch entsprechende Verfügung über die in der Wärmegleichung stehenden Materialfunktionen leicht erfüllt werden. — Ein näheres Eingehen auf Einzelheiten, sowie auf das sehr interessante Nernst'sche Wärmetheorem muß einer Spezialuntersuchung vorbehalten bleiben.

Es bedeutet ferner:

$$\theta = \theta' + m\,\bar{\varepsilon} + m'\,\bar{\mu} + \sum_{\varkappa}(n_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa + n'_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa) - (E_0 + E_1) - \frac{1}{2}\sum_{\varkappa}\left[\rho_\varkappa \mathfrak{e}\cdot\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{e} + \rho_\varkappa \mathfrak{m}\cdot\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{m}\right] - \frac{1}{4}\left[\left(\psi\cdot\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \psi_c} + \right.\right.$$

$$\left. + \psi_c\cdot\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \psi}\right) : \mathfrak{e}\,;\mathfrak{e} + \left(\psi\cdot\frac{\partial \mu_0}{\partial \psi_c} + \psi_c\cdot\frac{\partial \mu_0}{\partial \psi}\right) : \mathfrak{m}\,;\mathfrak{m}\Big] - \frac{1}{4}\left[\left(\psi\cdot\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \psi_c} + \psi_c\cdot\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \psi}\right) : \mathfrak{e}\,;\mathfrak{e} + \right.$$

$$\left. + \left(\psi\cdot\frac{\partial \mu_0}{\partial \psi_c} + \psi_c\cdot\frac{\partial \mu_0}{\partial \psi}\right) : \mathfrak{m}\,;\mathfrak{m}\right]_c \qquad 67)$$

die Spannungsdyade,

$$E_0 = \frac{1}{2}\,[\mathfrak{e}\cdot[\varepsilon]\cdot\mathfrak{e} + \mathfrak{m}\cdot[\mu]\cdot\mathfrak{m}] \qquad 68)$$

die rein elektromagnetische Energie,

$$E_1 = \frac{1}{2}\,[\bar{\varepsilon} : e : \bar{\varepsilon} + \bar{\mu} : c' : \bar{\mu}] + \frac{1}{2}\sum_{\varkappa}(\bar{\gamma}_\varkappa : g_\varkappa : \bar{\gamma}_\varkappa + \bar{\xi}_\varkappa : g'_\varkappa : \bar{\xi}_\varkappa) \qquad 69)$$

die stoffliche Energie.

U ist die innere Energie, eine eindeutige, positive, skalare Funktion von T, ψ, $\rho_\varkappa$, $\bar{\alpha}_\varkappa$. —

Weiter ist:

$$[\varepsilon] = \frac{1}{2}\,(\varepsilon + \varepsilon_c) \qquad \text{und} \qquad [\mu] = \frac{1}{2}\,(\mu + \mu_c) \qquad 70)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \bar{\varepsilon} \qquad \text{und} \qquad \mu = \mu_0 + \bar{\mu} \qquad 71)$$

$$\zeta = \sum_{\varkappa}[k_\varkappa\,(\bar{\gamma}_\varkappa - \bar{\gamma}_{\varkappa c}) + l_\varkappa\,(\bar{\xi}_\varkappa - \bar{\xi}_{\varkappa c})] + a'\,(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_c) + b'\,(\bar{\mu} - \bar{\mu}_c) \qquad 72)$$

$$\zeta' = \sum_{\varkappa}[k'_\varkappa\,(\bar{\gamma}_\varkappa - \bar{\gamma}_{\varkappa c}) + l'_\varkappa\,(\bar{\xi}_\varkappa - \bar{\xi}_{\varkappa c})] + a\,(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_c) + b\,(\bar{\mu} - \bar{\mu}_c) \qquad 73)$$

$$\zeta_3 = a_3\,\bar{\varepsilon}_s + b_3\,\bar{\mu}_s + \sum_{\varkappa}[k'_{\varkappa 3}\,\bar{\gamma}_{\varkappa s} + l'_{\varkappa 3}\,\bar{\xi}_{\varkappa s}] \qquad 74)$$

$$\zeta'_3 = a'_3\,\bar{\varepsilon}_s + b'_3\,\bar{\mu}_s + \sum_{\varkappa}[k_{\varkappa 3}\,\bar{\gamma}_{\varkappa s} + l_{\varkappa 3}\,\bar{\xi}_{\varkappa s}] \qquad 75)$$

$$\gamma = \gamma_0 - (p\,\bar{\varepsilon} + q\,\bar{\mu})\cdot[\varepsilon] - \sum_{\varkappa}(v_\varkappa\,\bar{\gamma}_\varkappa + w_\varkappa\,\bar{\xi}_\varkappa)\cdot[\varepsilon] - \frac{1}{2}\sum_{\varkappa}\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho_\varkappa}\,\frac{\delta \rho_\varkappa}{\delta I} \qquad 76)$$

$$\gamma' = \sum_{\varkappa}(v'_\varkappa\,\bar{\gamma}_\varkappa + w'_\varkappa\,\bar{\xi}_\varkappa)\cdot[\mu] \quad \frac{1}{2}\sum_{\varkappa}\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_\varkappa}\,\frac{\delta \rho_\varkappa}{\delta I} \qquad 77)$$

γ_0 bedeutet die normale elektrische Leitfähigkeit der Metalle.

$$\mathfrak{a} = \sum_{\varkappa} \pm \nu_\varkappa\,\Lambda\,(H_\varkappa\,\bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa\,\bar{\xi}_{\varkappa r}) \qquad 78)$$

$$\theta' = p\,I + T\left\{\frac{1}{2}\,[\psi\cdot\mathfrak{P}''_c + \psi_c\cdot\mathfrak{P}'' + \mathfrak{P}''_c\cdot\psi + \mathfrak{P}''\cdot\psi_c] + \sum_{\varkappa}[F_\varkappa\,(\mathfrak{P}'_\varkappa + \mathfrak{P}'_{\varkappa c})]\right\} \qquad 79)$$

p ist der isotrope Druck.

$\mathfrak{P}''$ ist die zur Elastizitätsgleichung gehörende dyadische P-Funktion.

$$\mathfrak{h}'' = \mathfrak{h}' + \left\{ \frac{T}{2} \left[\mathfrak{e} \cdot \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{e} + \mathfrak{m} \cdot \frac{\partial \mu_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{m} \right] + U - \sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} \right\} I$$

$$\sum_\varkappa \left[F_\varkappa \left(\frac{\partial U}{\partial \bar{\varkappa}_\varkappa} + \frac{\partial U}{\partial \bar{\varkappa}_{\varkappa c}} \right) \right] - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial \psi} \right)_c \cdot \psi + \psi_c \cdot \frac{\partial U}{\partial \psi} + \psi \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial \psi} \right)_c + \frac{\partial U}{\partial \psi} \cdot \psi_c \right] \quad 80)$$

$$\mathfrak{Q} = \sum_\varkappa \left\{ \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} \left[\pm P_{\varkappa\lambda} (\vartheta_{\varkappa\lambda} \rho_\varkappa \rho_\lambda - \rho_{\varkappa\lambda}) + \operatorname{div} (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r}) \right] + \frac{\partial U}{\partial \bar{\varkappa}_\varkappa} : \left[B_\varkappa \bar{\varkappa}_\varkappa + \nabla \times \left[\eta_\varkappa (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r}) \right] \right] \right\} \quad 81)$$

$\mathfrak{Q}$ ist die, bei räumlich konstantem $\mathfrak{v}$, durch die Gleichungen VII.) und VIII.) bedingte Wärmeproduktion.

$$\mathfrak{W} = f_0 \mathfrak{e} \cdot \gamma_0 + f_1 (\mathfrak{m} \times \mathfrak{e}) \cdot \gamma_0 + h \varepsilon_r + h' \bar{\mu}_r . \quad 82)$$

Alle nicht speziell erwähnten Größen sind, zunächst beliebig verfügbare, Funktionen der Zustandsvariablen T, ψ, $\rho_\varkappa$, $\rho_{\varkappa\lambda}$ usw.

Die verwendete Vektorsymbolik ist durchaus die Gibbs-Jaumann'sche:

$I = \mathfrak{i};\mathfrak{i} + \mathfrak{j};\mathfrak{j} + \mathfrak{k};\mathfrak{k}$ ist die Identitätsdyade,

$\nabla = \mathfrak{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathfrak{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathfrak{k} \frac{\partial}{\partial z}$ ist der Hamilton'sche Operator.

t bedeutet die Zeit, für die verschiedenen Ableitungen nach der Zeit gelten folgende Definitionsgleichungen:

$\frac{\partial}{\partial t}$ ist die lokale Fluxion,

$\frac{d' \mathfrak{v}}{dt} = \frac{\partial \mathfrak{v}}{dt} + \mathfrak{v} \cdot \nabla ; \mathfrak{v}$ ist eine spezielle totale Fluxion,

$\frac{d \mathfrak{A}}{dt} = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} + \mathfrak{v} \cdot \nabla ; \mathfrak{A} - \frac{1}{2} (\operatorname{rot} \mathfrak{v}) \times \mathfrak{A}$ ist die totale Fluxion eines Vektors,

$\frac{d \Phi}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathfrak{v} \cdot \nabla ; \Phi - \frac{1}{2} [(\operatorname{rot} \mathfrak{v}) \times \Phi - \Phi \times (\operatorname{rot} \mathfrak{v})]$ ist die totale Fluxion einer Dyade

$\frac{d a}{dt} = \frac{\partial a}{\partial t} + \mathfrak{v} \cdot \nabla a$ ist die totale Fluxion eines Skalars,

$\frac{\delta a}{\delta t} = \frac{\partial a}{\partial t} + \mathfrak{v} \cdot \nabla a + a \operatorname{div} \mathfrak{v}$ ist die schon näher besprochene körperliche Fluxion eines Skalars.

Die Indices c, r und s an Dyaden bedeuten, daß die konjugierte Dyade, der Rotor der Dyade beziehungsweise der (erste) Skalar der Dyade genommen werden soll.

Ist also etwa:

$$\Phi = \mathfrak{A};\mathfrak{B} + \mathfrak{C};\mathfrak{D} + \mathfrak{E};\mathfrak{F}$$

so wird

$$\Phi_c = \mathfrak{B};\mathfrak{A} + \mathfrak{D};\mathfrak{C} + \mathfrak{F};\mathfrak{E}$$

$$\Phi_r = \mathfrak{A} \times \mathfrak{B} + \mathfrak{C} \times \mathfrak{D} + \mathfrak{E} \times \mathfrak{F}$$

$$\Phi_s = \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{B} + \mathfrak{C} \cdot \mathfrak{D} + \mathfrak{E} \cdot \mathfrak{F}.$$

Ist noch

$$\Psi = \mathfrak{A}';\mathfrak{B}' + \mathfrak{C}';\mathfrak{D}' + \mathfrak{E}';\mathfrak{F}'$$

so gilt

$$\Phi : \Psi = \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{A}' \mathfrak{B} \cdot \mathfrak{B}' + \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{C}' \mathfrak{B} \cdot \mathfrak{D}' + \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{E}' \mathfrak{B} \cdot \mathfrak{F}' + \mathfrak{C} \cdot \mathfrak{A}' \mathfrak{D} \cdot \mathfrak{B}' + \text{u. s. f.}$$

Ferner soll, wenn

$$\begin{aligned}\psi = {} & \psi_{11}\,\mathfrak{i}:\mathfrak{i} + \psi_{12}\,\mathfrak{i}:\mathfrak{j} + \psi_{13}\,\mathfrak{i}:\mathfrak{f} \\ & + \psi_{21}\,\mathfrak{j}:\mathfrak{i} + \psi_{22}\,\mathfrak{j}:\mathfrak{j} + \psi_{23}\,\mathfrak{j}:\mathfrak{f} \\ & + \psi_{31}\,\mathfrak{f}:\mathfrak{i} + \psi_{32}\,\mathfrak{f}:\mathfrak{j} + \psi_{33}\,\mathfrak{f}:\mathfrak{f}\end{aligned}$$

ist;

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial \psi} = {} & \mathfrak{i}:\mathfrak{i}\frac{\partial U}{\partial \psi_{11}} + \mathfrak{i}:\mathfrak{j}\frac{\partial U}{\partial \psi_{12}} + \mathfrak{i}:\mathfrak{f}\frac{\partial U}{\partial \psi_{13}} \\ & + \mathfrak{j}:\mathfrak{i}\frac{\partial U}{\partial \psi_{21}} + \mathfrak{j}:\mathfrak{j}\frac{\partial U}{\partial \psi_{22}} + \mathfrak{j}:\mathfrak{f}\frac{\partial U}{\partial \psi_{23}} \\ & + \mathfrak{f}:\mathfrak{i}\frac{\partial U}{\partial \psi_{31}} + \mathfrak{f}:\mathfrak{j}\frac{\partial U}{\partial \psi_{32}} + \mathfrak{f}:\mathfrak{f}\frac{\partial U}{\partial \psi_{33}}\end{aligned}$$

sein.

Die außerdem noch verwendeten speziellen Symbole sind durch folgende Relationen definiert:

$$m\,\bar{\varepsilon} = m\frac{1}{2}(\bar{\varepsilon}+\bar{\varepsilon}_c) + m_s\bar{\varepsilon}_s\,I \tag{83}$$

. . . . . .

$$m\,\nabla,\mathfrak{v} = m\,\frac{1}{2}\,(\nabla:\mathfrak{v}+\mathfrak{v}:\nabla) + m_3\,\mathrm{div}\,\mathfrak{v}\,I \tag{83a}$$

. . . . . .

$$\nabla,\ \mathfrak{v}\cdot\psi+\psi\cdot\mathfrak{v},\nabla = \frac{1}{2}(\nabla:\mathfrak{v}+\mathfrak{v}:\nabla)\cdot\psi + \frac{1}{2}\psi\cdot(\nabla:\mathfrak{v}+\mathfrak{v}:\nabla) \tag{83b}$$

$$a\,\nabla,\mathfrak{e} = a\,(\nabla:\mathfrak{e}-\mathfrak{e}:\nabla) + a_3\,\mathrm{div}\,(\mathfrak{e}\cdot\varepsilon_0)\,I \tag{84}$$

$$a'\,\nabla,\mathfrak{m} = a'(\nabla:\mathfrak{m}\quad\mathfrak{m}:\nabla) + a'_3\,\mathrm{div}\,(\mathfrak{m}\cdot\mu_0)\,I \tag{85}$$

. . . . . .

$$\nabla\cdot[T\mathrm{P}'_\varkappa] = \nabla\cdot[T(\mathrm{P}'_{\varkappa c} - I\mathrm{P}'_{\varkappa s})] \tag{86}$$

$$\nabla\times\eta_\varkappa(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r}) = (\eta_\varkappa(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})):\nabla - \mathrm{div}\,(\eta_\varkappa(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r}))\,I \tag{87}$$

Es sei schließlich betont, daß die Gleichungen IV., VII. und VIII. nur die Repräsentanten einer großen Zahl formal analoger Gleichungen sind, welche den verschiedenen chemischen Elementen und Verbindungen entsprechen und durch spezielle Werte der Indizes $\varkappa$ charakterisiert werden. Bei den Dichtegleichungen insbesondere wurde hier nur der allgemeine Typus angegeben, mit der genauen Form dieser Gleichungsgruppe werden wir uns im nächsten Abschnitte eingehend beschäftigen.

Endlich wollen wir noch darauf hinweisen, daß es auch für einen einzelnen chemisch homogenen Stoff, wie man aus der Anzahl (optischer) Eigenschwingungen, welche durch je ein Gleichungspaar IV. bestimmt sind, erkennt, mehrere solcher Gleichungspaare geben muß. Eine ausführliche Behandlung dieser Probleme findet man zum Beispiel in meiner Arbeit »Das Problem der Grenzbedingungen in G. Jaumann's elektromagnetischer Theorie«, diese Mitteilungen CXXI. Abt. IIa, p. 633.

Soweit elektromagnetische Erscheinungen für bewegte Körper in Frage kommen, haben wir hier den an die Hertz'schen Gleichungen angeschlossenen Typus der Jaumann'schen Theorie gewählt. Das Nähere hierüber findet man in der Arbeit des Verfassers »Zu G. Jaumann's elektromagnetischer Theorie für bewegte Medien«, diese Mitteilungen CXXII, Abt. IIa, p. 1487.

6. Deduktion des Energieprinzips.

Wir wollen nunmehr aus unserem geschlossenen System als erste und wichtigste Deduktion die Energiegleichung ableiten.

Zu diesem Zwecke multiplizieren wir die Bewegungsgleichung mit $\mathfrak{v}\cdot$, die elektromagnetischen Gleichungen mit $\mathfrak{e}\cdot$, beziehungsweise mit $\mathfrak{m}\cdot$, die dielektrischen Gleichungen mit $\bar{\varepsilon}:$, beziehungsweise mit $\bar{\mu}:$, die stofflichen Gleichungen mit $\bar{\gamma}_\varkappa:$, beziehungsweise mit $\bar{\xi}_\varkappa:$, die Elastizitätsgleichung mit $\frac{\partial U}{\partial \psi}$ die Dichtegleichungen mit $\frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}$ und die Gleichung der Oberflächenspannung mit $\frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa}:$, die Wärmegleichung bleibt unverändert.

Aus den so vorbereiteten Gleichungen wird die Summe gebildet und dies ist dann tatsächlich die gewünschte Energiegleichung.

Betrachten wir zunächst die Fluxionsglieder, so folgt:

$$\mathfrak{v}\cdot\rho\frac{d'\mathfrak{v}}{dt}+\mathfrak{v}\cdot\frac{1}{2}\frac{\partial\rho}{\partial t}\mathfrak{v}=\rho\frac{d\frac{1}{2}\mathfrak{v}^2}{dt}+\frac{1}{2}\mathfrak{v}^2\frac{d\rho}{dt}+\frac{1}{2}\mathfrak{v}^2\rho\operatorname{div}\mathfrak{v}=\frac{\partial\frac{1}{2}\rho\mathfrak{v}^2}{\partial t} \tag{88}$$

$$\mathfrak{e}\cdot|\varepsilon|\cdot\frac{d\mathfrak{e}}{dt}+\frac{1}{2}\mathfrak{e}\cdot\frac{d|\varepsilon|}{dt}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{e}\cdot r\frac{d[\varepsilon-\varepsilon_c]}{dt}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot|\mu|\cdot\frac{d\mathfrak{m}}{dt}+$$

$$+\frac{1}{2}\mathfrak{m}\cdot\frac{d|\mu|}{dt}\cdot\mathfrak{m}+\mathfrak{m}\cdot r'\frac{d[\mu-\mu_c]}{dt}\cdot\mathfrak{m}=\frac{dE_0}{dt} \tag{89}$$

$$\bar{\varepsilon}:e:\frac{d\varepsilon}{dt}+\bar{\mu}:e':\frac{d\mu}{dt}+\sum_\varkappa\left[\bar{\gamma}_\varkappa:g_\varkappa:\frac{d\gamma_\varkappa}{dt}+\bar{\xi}_\varkappa:g'_\varkappa:\frac{d\xi_\varkappa}{dt}\right]=\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}(\bar{\varepsilon}:e:\bar{\varepsilon}+\bar{\mu}:e':\bar{\mu})+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\sum_\varkappa(\bar{\gamma}_\varkappa:g_\varkappa:\bar{\gamma}_\varkappa+\bar{\xi}_\varkappa:g'_\varkappa:\bar{\xi}_\varkappa)\right] \tag{90}$$

und da U voraussetzungsgemäß nur Funktion von T, $\rho_\varkappa$, ψ, $\bar{\alpha}_\varkappa$ ist:

$$\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt}+\frac{dU}{d\psi}:\frac{d\psi}{dt}+\sum_\varkappa\frac{\partial U}{\partial\rho_\varkappa}\frac{d\rho_\varkappa}{dt}+\sum_\varkappa\frac{\partial U}{\partial\bar{\alpha}_\varkappa}:\frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt}=\frac{dU}{dt} \tag{91}$$

schließlich ist, da ε_0 und μ_0 nur von T, ψ und den $\rho_\varkappa$ abhängen sollen,

$$\mathfrak{e}\cdot\frac{1}{2}\frac{d\varepsilon_0}{dt}\cdot\mathfrak{e}=\frac{1}{2}\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}\frac{dT}{dt}+\frac{1}{2}\sum_\varkappa\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{e}\frac{d\rho_\varkappa}{dt}+\frac{1}{2}\frac{d\psi}{dt}:\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\psi}:\mathfrak{e}:\mathfrak{e} \tag{92}$$

$$\mathfrak{m}\cdot\frac{1}{2}\frac{d\mu_0}{dt}\cdot\mathfrak{m}=\frac{1}{2}\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\frac{dT}{dt}+\frac{1}{2}\sum_\varkappa\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{m}\frac{d\rho_\varkappa}{dt}+\frac{1}{2}\frac{d\psi}{dt}:\frac{\partial\mu_0}{\partial\psi}:\mathfrak{m}:\mathfrak{m}, \tag{93}$$

die nach der Temperatur abgeleiteten Glieder ergeben zusammen mit dem betreffenden Gliede der Wärmegleichung:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(T\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+T\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right). \tag{94}$$

Die nach ψ beziehungsweise nach den Dichten differenzierten Glieder können wir nach VI und VII in der Form schreiben:

$$\frac{1}{2}\frac{d\psi}{dt}:\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\psi}:\mathfrak{e}:\mathfrak{e}+\frac{1}{2}\frac{d\psi}{dt}:\frac{\partial\mu_0}{\partial\psi}:\mathfrak{m}:\mathfrak{m}+\frac{1}{2}\sum_\varkappa\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{e}\frac{d\rho_\varkappa}{dt}+\frac{1}{2}\sum_\varkappa\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{m}\frac{d\rho_\varkappa}{dt}=$$

$$=-\frac{1}{2}(\nabla,\mathfrak{v}\cdot\psi+\psi\cdot\mathfrak{v},\nabla):\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\psi}:\mathfrak{e}:\mathfrak{e}-\frac{1}{2}(\nabla,\mathfrak{v}\cdot\psi+\psi\cdot\mathfrak{v},\nabla):\frac{\partial\mu_0}{\partial\psi}:\mathfrak{m}:\mathfrak{m}$$

$$\frac{1}{2}\left[\sum_\varkappa\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{e}\rho_\varkappa+\sum_\varkappa\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{m}\rho_\varkappa\right]\operatorname{div}\mathfrak{v}+\frac{1}{2}\sum_\varkappa\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{e}\frac{\partial\rho_\varkappa}{\partial t}+\frac{1}{2}\sum_\varkappa\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{m}\frac{\partial\rho_\varkappa}{\partial t} \tag{95}$$

nun ergeben

$$-\frac{1}{2}(\nabla,\ \mathfrak{v}\cdot\psi+\psi\cdot\mathfrak{v},\nabla):\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\psi}:\mathfrak{e};\mathfrak{e}-\frac{1}{2}(\nabla,\ \mathfrak{v}\cdot\psi+\psi\cdot\mathfrak{v},\nabla):\frac{\partial\mu_0}{\partial\psi}:\mathfrak{m};\mathfrak{m}-$$
$$\frac{1}{2}\left[\sum_\varkappa\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{e}\,\rho_\varkappa+\sum_\varkappa\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{m}\rho_\varkappa\right]\operatorname{div}\mathfrak{v}$$

zusammen mit den entsprechenden nach 67) aus der Bewegungsgleichung stammenden Gliedern, welche für die Theorie der Elektrostriktion und Magnetostriktion wichtig sind,

$$\operatorname{div}\left\{-\frac{1}{4}\left[\left(\psi\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\psi_c}+\psi_c\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\psi}\right):\mathfrak{e};\mathfrak{e}+\left(\psi\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\psi_c}+\psi_c\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\psi}\right):\mathfrak{m};\mathfrak{m}\right]_c-\frac{1}{4}\left[\left(\psi\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\psi_c}+\psi_c\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\psi}\right):\mathfrak{e};\mathfrak{e}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\left(\psi\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\psi_c}+\psi_c\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\psi}\right):\mathfrak{m};\mathfrak{m}\right]_c-\frac{1}{2}\sum_\varkappa\rho_\varkappa\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{e}-\frac{1}{2}\sum_\varkappa\rho_\varkappa\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{m}\right\}\cdot\mathfrak{v}\Big] \qquad 96)$$

Die Glieder:

$$\frac{1}{2}\sum_\varkappa\left[\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial\rho_\varkappa}\cdot\mathfrak{m}\right]\frac{\delta\rho_\varkappa}{\delta t}$$

heben sich gegen die entsprechenden, aus $\gamma\cdot\mathfrak{e}$, $\gamma'\cdot\mathfrak{m}$ stammenden, nach 76) und 77) weg.

Aus $\mathfrak{v}\cdot\nabla\cdot\theta$ erhält man nach 67) weiter:

$$\mathfrak{v}\cdot\nabla(E_0+E_1),$$

das gibt zusammen mit 89) und 90):

$$\frac{\delta(E_0+E_1)}{\delta t}-\operatorname{div}[(E_0+E_1)\mathfrak{v}] \qquad 97)$$

Die bisher noch nicht berücksichtigten Teile von $\mathfrak{v}\cdot\nabla\cdot\theta$ ergeben zusammen mit:

$$\varepsilon:m\nabla,\mathfrak{v}+\mu:m'\nabla,\mathfrak{v}+\sum_\varkappa\gamma_\varkappa:n_\varkappa\nabla,\mathfrak{v}+\xi_\varkappa:n'_\varkappa\nabla,\mathfrak{v}]$$

und dem nach 80) aus $\theta'':\nabla;\mathfrak{v}$ stammendem $\theta':\nabla;\mathfrak{v}$

$$\operatorname{div}\left[\left(m\bar{\varepsilon}+m'\bar{\mu}+\sum_\varkappa(n_\varkappa\bar{\gamma}_\varkappa+n'_\varkappa\bar{\xi}_\varkappa)+\theta'\right)\cdot\mathfrak{v}\right]. \qquad 98)$$

Ferner ergibt $\theta'':\nabla;\mathfrak{v}$ nach 80) das Glied: $U\operatorname{div}\mathfrak{v}$,
fassen wir dieses mit 91) zusammen, so erhalten wir:

$$\frac{dU}{dt}+U\operatorname{div}\mathfrak{v}=\frac{\delta U}{\delta t}. \qquad 99)$$

Schließlich enthält $\theta'':\nabla;\mathfrak{v}$ auch das Glied:

$$\frac{T}{2}\left[\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right]\operatorname{div}\mathfrak{v},$$

welches mit 94)

$$\frac{\delta}{\delta t}\left[\frac{T}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right)\right] \qquad 100)$$

ergibt.

Die bisher berücksichtigten Glieder, also 88), 96), 97), 98), 99) und 100) vereinigend, erhalten wir:

$$\frac{\delta}{\delta t}\left[\frac{1}{2}\rho\mathfrak{v}^2+E_0+E_1+U+\frac{T}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right)\right]+\operatorname{div}(\theta\cdot\mathfrak{v}). \qquad 101)$$

Nun ist weiter:

$$c_0\,\mathfrak{e}\cdot\operatorname{rot}\mathfrak{m}+c_0\mathfrak{m}\cdot\operatorname{rot}\mathfrak{e}=\operatorname{div}(c_0\,\mathfrak{e}\times\mathfrak{m}) \tag{102}$$

$$\mathfrak{e}\cdot(\nabla\cdot\zeta'+\varepsilon_0\cdot\nabla\zeta_3)+\left[a\,\bar{\varepsilon}+b\,\bar{\mu}+\sum_{\varkappa}(k'_\varkappa\bar{\gamma}_\varkappa+l'_\varkappa\bar{\xi}_\varkappa)\right]:\nabla,\mathfrak{e}=\operatorname{div}(\zeta'\cdot\mathfrak{e}+\zeta_3\,\mathfrak{e}\cdot\varepsilon_0) \tag{103}$$

$$\mathfrak{m}\cdot(\nabla\cdot\xi+\mu_0\cdot\nabla\zeta_3)+\left[a'\,\bar{\varepsilon}+b'\,\bar{\mu}+\sum_{\varkappa}(k_\varkappa\bar{\gamma}_\varkappa+l_\varkappa\bar{\xi}_\varkappa)\right]:\nabla,\mathfrak{m}=\operatorname{div}(\zeta\cdot\mathfrak{m}+\zeta'_3\,\mathfrak{m}\cdot\mu_0) \tag{104}$$

$$-\frac{1}{c_0}\left\{\left[a\,\bar{\varepsilon}+b\,\bar{\mu}+\sum_{\varkappa}(k'_\varkappa\bar{\gamma}_\varkappa+l'_\varkappa\bar{\xi}_\varkappa)\right]:\nabla\cdot\zeta\times I-\left[a'\,\bar{\varepsilon}+b'\,\bar{\mu}+\sum_{\varkappa}(k_\varkappa\bar{\gamma}_\varkappa+l_\varkappa\bar{\xi}_\varkappa)\right]:\nabla\cdot\zeta'\times I\right\}=$$

$$=\operatorname{div}\left(\frac{\mathrm{i}}{4\,c_0}\,\zeta'_r\times\zeta_r\right) \tag{105}$$

$$f_0\,\mathfrak{e}\cdot\gamma_0\cdot\nabla T+f_1\,\mathfrak{e}\cdot(\gamma_0\cdot\nabla T)\times\mathfrak{m}-(h\,\bar{\varepsilon}+h'\,\bar{\mu}):\nabla T\times I+T\operatorname{div}\mathfrak{W}=\operatorname{div}(T\mathfrak{W}) \tag{106}$$

$$-\sum_{\varkappa}\{(H_\varkappa\bar{\gamma}_\varkappa+H'_\varkappa\bar{\xi}_\varkappa):\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa)\times I\}+\sum_{\varkappa}T\mathrm{P}_\varkappa\operatorname{div}(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})=\operatorname{div}\left[\sum_{\varkappa}T\mathrm{P}_\varkappa(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})\right]$$

$$-\sum_{\varkappa}\{(H_\varkappa\bar{\gamma}_\varkappa+H'_\varkappa\bar{\xi}_\varkappa):\eta_{i\varkappa}\nabla\cdot[T\mathrm{P}'_{i\varkappa}]\times I\}+\sum_{\varkappa}T\mathrm{P}'_{i\varkappa}:\nabla\times[\eta_{i\varkappa}(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})]= \tag{107}$$

$$\cdots\operatorname{div}\left[\sum_{\varkappa}T\eta_{i\varkappa}(H_\varkappa\gamma_{\varkappa r}+H'_\varkappa\xi_{\varkappa r})\cdot(\mathrm{P}'_{i\varkappa}-I\mathrm{P}'_{i\varkappa})\right].$$

Alle übrigen Glieder heben sich, wie man leicht nachprüft, bei der Summierung gegenseitig auf.

Fassen wir die unter 101) bis 107) gewonnenen Resultate zusammen, so ergibt sich die Energiegleichung:

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\operatorname{div}\mathfrak{s}=0, \tag{108}$$

wobei

$$E=E_0+E_1+\frac{T}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right)+U+\frac{1}{2}\rho\,\mathfrak{v}^2 \tag{109}$$

$$\mathfrak{s}=c_0\,\mathfrak{e}\times\mathfrak{m}+\zeta'\,\mathfrak{e}+\zeta\cdot\mathfrak{m}+\zeta_3\,\mathfrak{e}\cdot\varepsilon_0+\zeta'_3\,\mathfrak{m}\cdot\mu_0+\frac{1}{c_0}\zeta'\times\zeta+ \tag{110}$$

$$+T\mathfrak{W}+\sum_{\varkappa}T(\mathrm{P}'_{\varkappa c}-I\mathrm{P}'_{\varkappa s})\cdot\eta_{i\varkappa}(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})+\sum_{\varkappa}T\mathrm{P}_\varkappa(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})+\mathfrak{v}\cdot\mathfrak{v}$$

ist.

In E haben wir eine eindeutige Funktion aller Zustandsvariablen, welche die Bewegungsenergie $\frac{1}{2}\rho\,\mathfrak{v}^2$ enthält, wie es sein muß.

Die gesamte Energie besteht nach 109) aus

der Bewegungsenergie $\frac{1}{2}\rho\,\mathfrak{v}^2$,

der inneren Energie U,

der stofflichen Energie E_1

und der elektromagnetischen Energie

$$E_0+\frac{T}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right).$$

Die elektromagnetische Energie zeigt gegenüber der üblichen Form (im Lorentz'schen Maßsystem, welches in dieser Arbeit durchwegs verwendet werden soll):

$$E_0=\frac{1}{2}(\mathfrak{e}\cdot\varepsilon\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\mu\cdot\mathfrak{m})$$

einen unter Umständen wesentlich geänderten Wert. Das neu hinzugetretene Glied

$$\frac{T}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\,\varepsilon_0}{\partial\,T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\,\mu_0}{\partial\,T}\cdot\mathfrak{m}\right)$$

entsteht, wie wir sahen, einesteils durch die, für das Zustandekommen der Faraday-Induktion usw. notwendigen Glieder

$$\frac{1}{2}\frac{d\,\varepsilon_0}{d\,t}\cdot\mathfrak{e}\quad,\quad\frac{1}{2}\frac{d\,\mu_0}{d\,t}\cdot\mathfrak{m}\,,$$

andernteils durch die von uns gewählte Ergänzung derselben in der Wärmegleichung. Diese Art der Ergänzung ist eine vollständig natürliche und ungezwungene; einer experimentellen Überprüfung freilich dürfte dieses immerhin eigenartige Glied der Wärmegleichung, im Hinblick auf seine verhältnismäßige Kleinheit und die geringe Empfindlichkeit thermischer Meßverfahren, kaum zugänglich sein.

Der gesamte Energiefluß setzt sich nach 110) zusammen aus

dem rein elektromagnetischen Energiefluß $c_0\,\mathfrak{e}\times\mathfrak{m}$,

dem elektromagnetisch-stofflichen Energiefluß $\zeta'\cdot\mathfrak{e}+\zeta\cdot\mathfrak{m}+\zeta_3\cdot\mathfrak{e}\cdot\varepsilon_0+\zeta'_3\,\mathfrak{m}\cdot\mu_0$,

dem rein stofflichen Energiefluß $\frac{1}{c_0}\,\zeta'\times\zeta$,

dem Energiefluß der Wärme $T\mathfrak{W}$,

welcher den thermoelektrischen Energiefluß enthält,

dem Energiefluß der Diffusion

$$T\cdot\sum_{\varkappa}\left[(\mathrm{P}_\varkappa I+\eta_\varkappa\,(\mathrm{P}'_{\varkappa c}-I\,\mathrm{P}'_{\varkappa s}))\cdot(H_\varkappa\,\overline{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\,\xi_{\varkappa r})\right]$$

dem dynamischen Energiefluß $\mathfrak{h}\cdot\mathfrak{v}$.

Wir haben in diesem Abschnitte das geschlossene System aufgestellt und gezeigt, daß aus demselben das Energieprinzip in voller Exaktheit folgt. Es seien zum Schlusse dieses Abschnittes noch zwei Umstände besonders betont: erstens, daß die Spannungsdyade nach 67), 79) und 83) exakt symmetrisch ist, wie es der Flächensatz verlangt, zweitens, daß nach Gleichung I) das Gegenwirkungsprinzip solange, aber auch nur solange erfüllt ist, als $\frac{\partial\,\rho}{\partial\,t}$ gleich Null bleibt, das heißt falls keine Diffusion stattfindet. Das Nähere hierüber vergleiche bei G. Jaumann, Wiener Berichte CXX, Abt. II *a*, p. 412.

III. Chemische Vorgänge.

7. Die spezialisierten Gleichungen.

Den Überlegungen dieses Abschnittes, wie auch jenen der folgenden Abschnitte, liegt natürlich unser geschlossenes System zugrunde. Wir können und wollen dasselbe aber, dem jeweils vorherrschenden Gesichtspunkte entsprechend, durch geeignete Annahmen über die Werte der einzelnen Größen spezialisieren.

Demgemäß schließen wir jetzt elektromagnetische Erscheinungen aus, setzen also

$$\mathfrak{e}=\mathfrak{m}=0$$

wir setzen ferner:

$$h=h'=H_\varkappa=H'_\varkappa=0$$

und wollen annehmen, daß auch die $\overline{\alpha}_{\varkappa\nu}$, $\frac{\partial\,U}{\partial\,\overline{\alpha}_{\varkappa\nu}}$, $\mathrm{P}'_\varkappa$ praktisch gleich Null sind.

Der Einfachheit wegen sollen noch die Absorptionsgrößen

$$\varepsilon = \varepsilon' = \chi_z = \chi'_z = 0 \text{ gesetzt.}$$

Schließlich nehmen wir an, daß U nur in sehr geringem Maße von ψ abhängt, so daß wir $\frac{\partial U}{\partial \psi}$ und P'' praktisch gleich Null setzen dürfen, was für Gase und Flüssigkeiten zutrifft.

Die Wärmegleichung hat dann nach V, 79), 80), 81) und 82) die Form:

$$\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt} + \left(p + U - \sum_z \rho_z \frac{\partial U}{\partial \rho_z}\right) \operatorname{div} \mathfrak{v} - \sum_z \frac{\partial U}{\partial \rho_z} \left[\pm P_{z\lambda}(\vartheta_{z\lambda}\rho_z\rho_\lambda - \rho_{z\lambda})\right] = 0, \qquad \text{V } a)$$

die Dichtegleichungen lauten jetzt:

$$\frac{\partial \rho_z}{\partial t} \pm P_{z\lambda}(\vartheta_{z\lambda}\rho_z\rho_\lambda - \rho_{z\lambda}) = 0, \qquad \text{VII } a)$$

dazu kommt noch die unseren Voraussetzungen gemäß konsequent spezialisierte Bewegungsgleichung:

$$\rho \frac{d'\mathfrak{v}}{dt} + \dots p = 0 \quad . \qquad \text{I } a)$$

Da wir durch $H_z = H'_z = 0$ Diffusionsvorgänge ausgeschlossen haben, ist $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ und es folgt, wenn wir I a) mit $\mathfrak{v}$, die Gleichungen VII a) mit $\frac{\partial U}{\partial \rho_z}$ multiplizieren und die so gewonnenen Gleichungen zur Wärmegleichung addieren, die Energiegleichung:

$$\frac{\partial\left(U + \frac{1}{2}\rho\mathfrak{v}^2\right)}{\partial t} + \operatorname{div}(p\mathfrak{v}) = 0. \qquad \text{III})$$

Die spezialisierten Gleichungen I a), V a) und VII a) bilden also für sich ein energetisch geschlossenes System.

Im vorigen Abschnitte wurde betont, daß die angeschriebene Form der Dichtegleichungen nur den Typus repräsentiert. Ausführlich geschrieben lauten diese Gleichungen zum Beispiel für zwei Elemente und ihre binäre Verbindung:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} \quad P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 \quad \rho_{21}) \quad 0\\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 \quad \rho_{21}) \quad 0 \ .
\end{aligned} \qquad \text{112)}$$

Wie schon definiert, sind ρ_1, ρ_2 die Dichten der unverbundenen Elemente 1 und 2, dividiert durch für diese Elemente charakteristische Konstante A_1, A_2; sind ρ'_1, ρ'_2 die Dichten selbst, so ist:

$$\rho_1 = \frac{\rho'_1}{A_1} \qquad \rho_2 = \frac{\rho'_2}{A_2}. \qquad \text{113)}$$

Weiter bedeutet ρ_{12} die Dichte des an 2 gebundenen Anteiles von 1, dividiert durch A_1, ρ_{21} die Dichte des an 1 gebundenen Anteiles von 2, dividiert durch A_2. Sind also wieder ρ'_{12}, ρ'_{21} die betreffenden Dichten selbst, so gilt:

$$\varrho_{12} = \frac{\varrho'_{12}}{A_1} \qquad \varrho_{21} = \frac{\varrho'_{21}}{A_2} \tag{114}$$

Schließlich fordern wir, daß für die definitionsgemäß stets positiven Funktionen P_{12}, P_{21} die Beziehung gelten solle:

$$P_{12} = P_{21} \tag{115}$$

und allgemein:

$$P_{\varkappa\lambda} = P_{\lambda\varkappa} \tag{116}$$

ebenso soll

$$\vartheta_{12} = \vartheta_{21} \tag{117}$$

beziehungsweise

$$\vartheta_{\varkappa\lambda} = \vartheta_{\lambda\varkappa} \tag{118}$$

sein.

Haben wir drei Elemente und ihre ternäre Verbindung vom Typus $1-2-3$, so lauten die betreffenden Dichtegleichungen:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \varrho_1}{\partial t} + P_{1,23}\,(\vartheta_{1,23}\,\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3 - \varrho_{1,23}) = 0\\
&\frac{\partial \varrho_2}{\partial t} + P_{1,2,3}\,(\vartheta_{1,2,3}\,\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3 - \varrho_{1,2,3}) = 0\\
&\frac{\partial \varrho_3}{\partial t} + P_{12,3}\,(\vartheta_{12,3}\,\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3 - \varrho_{12,3}) = 0\\
&\frac{\partial \varrho_{1,23}}{\partial t} - P_{1,23}\,(\vartheta_{1,23}\,\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3 - \varrho_{1,23}) = 0\\
&\frac{\partial \varrho_{1,2,3}}{\partial t} - P_{1,2,3}\,(\vartheta_{1,2,3}\,\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3 - \varrho_{1,2,3}) = 0\\
&\frac{\partial \varrho_{12,3}}{\partial t} - P_{12,3}\,(\vartheta_{12,3}\,\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3 - \varrho_{12,3}) = 0,
\end{aligned} \tag{119}$$

wo wieder:

$$\varrho_1 = \frac{\varrho'_1}{A_1}, \quad \varrho_2 = \frac{\varrho'_2}{A_2}, \quad \varrho_3 = \frac{\varrho'_3}{A_3} \tag{120}$$

ist und $\varrho_{1,23}$ die Dichte des gebundenen Anteiles von 1, dividiert durch A_1 bedeutet, ebenso $\varrho_{1,2,3}$ die Dichte des gebundenen Anteiles von 2, dividiert durch A_2, $\varrho_{12,3}$ die Dichte des gebundenen Anteiles von 3, dividiert durch A_3.

Sind also $\varrho'_{1,23}$, $\varrho'_{1,2,3}$, $\varrho'_{12,3}$ die betreffenden Dichten selbst, so gilt wieder:

$$\varrho_{1,23} = \frac{\varrho'_{1,23}}{A_1}, \quad \varrho_{1,2,3} = \frac{\varrho'_{1,2,3}}{A_2}, \quad \varrho_{12,3} = \frac{\varrho'_{12,3}}{A_3}. \tag{121}$$

Ferner fordern wir analog wie oben die Relationen:

$$P_{1,23} = P_{1,2,3} = P_{12,3} \tag{122}$$

$$\vartheta_{1,23} = \vartheta_{1,2,3} = \vartheta_{12,3}. \tag{123}$$

Nehmen wir als weiteres Beispiel drei Elemente und ihre Verbindungen von der Form $1-2$ und $1-2-3$, dann werden die entsprechenden Dichtegleichungen die Gestalt haben:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\delta \rho_1}{\delta t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) + P_{1,23}(\vartheta_{1,23}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,23}) = 0\\
&\frac{\delta \rho_2}{\delta t} + P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 - \rho_{21}) + P_{1,2,3}(\vartheta_{1,2,3}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,2,3}) = 0\\
&\frac{\delta \rho_3}{\delta t} + P_{3(12)}\left(\vartheta_{3(12)}\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\rho_3 - \rho_{12,3}\right) + P_{12,3}(\vartheta_{12,3}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{12,3}) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{12}}{\delta t} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) + P_{(12)3}\left(\vartheta_{(12)3}\rho_{12}\rho_3 - \frac{1}{2}(\rho_{1,23} + \rho_{1,2,3})\right) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{21}}{\delta t} - P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 - \rho_{21}) + P_{(21)3}\left(\vartheta_{(21)3}\rho_{21}\rho_3 - \frac{1}{2}(\rho_{1,23} + \rho_{1,2,3})\right) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{1,23}}{\delta t} - P_{1,23}(\vartheta_{1,23}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,23}) - P_{(12)3}\left(\vartheta_{(12)3}\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\rho_3 - \rho_{1,23}\right) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{1,2,3}}{\delta t} - P_{1,2,3}(\vartheta_{1,2,3}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,2,3}) - P_{(21)3}\left(\vartheta_{(21)3}\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\rho_3 - \rho_{1,2,3}\right) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{12,3}}{\delta t} - P_{12,3}(\vartheta_{12,3}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{12,3}) - P_{3(12)}\left(\vartheta_{3(12)}\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\rho_3 - \rho_{12,3}\right) = 0\,.
\end{aligned}
\tag{124}
$$

Dazu kommen die Relationen:

$$
\left.\begin{aligned}
&P_{12} = P_{21}\\
&P_{1,23} = P_{1,2,3} = P_{12,3}\\
&P_{3(12)} = P_{(12)3} = P_{(21)3}
\end{aligned}\right\} \tag{125}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&\vartheta_{12} = \vartheta_{21}\\
&\vartheta_{1,23} = \vartheta_{1,2,3} = \vartheta_{12,3}\\
&\vartheta_{3(12)} = \vartheta_{(12)3} = \vartheta_{(21)3}
\end{aligned}\right\} \tag{126}
$$

Die hier gegebenen Beispiele dürften hinreichen, um das Bildungsgesetz zu illustrieren, nach welchem die Dichtegleichungen für beliebige andere Fälle hingeschrieben werden können. Haben wir etwa die Elemente 1 und 2, sowie ihre Verbindungen $1-2$ und $1-2-1$, so gehen die entsprechenden Gleichungen aus 124) hervor, wenn wir den Index 3 durch 1 ersetzen und die sich dann ergebenden beiden Gleichungen für ρ_1, wie auch die Gleichungen für die nunmehr ebenfalls identischen Variablen $\rho_{1,21}$ und $\rho_{12,1}$, in je eine Gleichung zusammenziehen.

Wir erhalten so in diesem Falle die Gleichungsgruppe:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\delta \rho_1}{\delta t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) + P_{1,21}(2\vartheta_{1,21}\rho_1^2\rho_2 - \rho_{1,21}) + P_{1(12)}\left(\vartheta_{1(12)}\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\rho_1 - \frac{1}{2}\rho_{1,21}\right) = 0\\
&\frac{\delta \rho_2}{\delta t} + P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 - \rho_{21}) + P_{1,2,1}(\vartheta_{1,2,1}\rho_1^2\rho_2 - \rho_{1,2,1}) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{12}}{\delta t} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) + P_{(12)1}\left(\vartheta_{(12)1}\rho_{12}\rho_1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\rho_{1,21} + \rho_{1,2,1}\right)\right) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{21}}{\delta t} - P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 - \rho_{21}) + P_{(21)1}\left(\vartheta_{(21)1}\rho_{21}\rho_1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\rho_{1,21} + \rho_{1,2,1}\right)\right) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{1,21}}{\delta t} - P_{1,21}(2\vartheta_{1,21}\rho_1^2\rho_2 - \rho_{1,21}) - P_{(12)1}\left(2\vartheta_{(12)1}\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\rho_1 - \rho_{1,21}\right) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{1,2,1}}{\delta t} - P_{1,2,1}(\vartheta_{1,2,1}\rho_1^2\rho_2 - \rho_{1,2,1}) - P_{(21)1}\left(\vartheta_{(21)1}\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\rho_1 - \rho_{1,2,1}\right) = 0\,.
\end{aligned}
\tag{127}
$$

Als leitende Gedanken für die Aufstellung spezieller Gruppen von Dichtegleichungen können wir vorläufig festsetzen:

1. Die einzelnen Glieder der Gleichungen sollen dem, in den Fundamentalgleichungen VII. festgelegten, Grundtypus entsprechen.

2. Die zur selben Verbindung gehörenden Gleichungen, wie jene für ρ_{12}, ρ_{21} oder für $\rho_{1,23}$, $\rho_{1,2,3}$, $\rho_{12,3}$, sollen durch Vertauschung von ρ_{12}, ρ_{21} beziehungsweise von $\rho_{1,23}, \rho_{1,2,3}, \rho_{12,3}$ ineinander übergehen.

Die Untersuchungen dieses Abschnittes werden uns in der Folge noch zu weiteren leitenden Gesichtspunkten führen.

Zum Schlusse dieses Artikels sei noch ergänzend betont, daß die innere Energie U nicht von den einzelnen Bestandteilen einer Verbindung für sich, sondern nur von ihrer Summe abhängt; also zum Beispiel nur von $\rho_{12}+\rho_{21}$ oder von $\rho_{1,23}+\rho_{1,2,3}+\rho_{12,3}$ u. s. f.

Bei der Bildung der Energiegleichung werden dementsprechend die zu derselben Verbindung gehörenden Dichtegleichungen zunächst addiert und dann erst mit dem zugehörigen Differentialquotienten von U multipliziert.

Führen wir noch die Bezeichnungen ein:

$$\frac{\rho_{\varkappa\lambda}+\rho_{\lambda\varkappa}}{2} = \bar{\rho}_{\varkappa\lambda}\,, \quad \frac{\rho_{\varkappa,\lambda\mu}+\rho_{\varkappa,\lambda,\mu}+\rho_{\varkappa\lambda,\mu}}{3} = \bar{\rho}_{\varkappa\lambda\mu}, \tag{128}$$

also zum Beispiel

$$\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2} = \rho_{12}\,, \quad \frac{\rho_{1,23}+\rho_{1,2,3}+\rho_{12,3}}{3} = \rho_{123}\,, \quad \frac{\rho_{1,21}+\rho_{1,2,1}}{3} = \rho_{121}\,, \tag{129}$$

dann ist die Summe der Gleichungen für ρ_{12}, ρ_{21} mit $\frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial \bar{\rho}_{12}}$ zu multiplizieren, die Summe der Gleichungen für $\rho_{1,23}$, $\rho_{1,2,3}$, $\rho_{12,3}$ mit $\frac{1}{3}\frac{\partial U}{\partial \rho_{123}}$ u. s. f.

8. Die wichtigsten Deduktionen aus den Dichtegleichungen; Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen.

Ein Blick auf die Form der Dichtegleichungen zeigt, daß ihnen das fundamentale Gesetz der chemischen Massenwirkung zugrundeliegt.

Im Gleichgewichtsfalle sind die $\frac{\delta \rho_\varkappa}{\delta t}$ gleich Null und wir erhalten zum Beispiel aus den Gleichungen 112:

$$\begin{aligned} \vartheta_{12}\,\rho_1\,\rho_2 - \rho_{12} &= 0 \\ \vartheta_{12}\,\rho_1\,\rho_2 - \rho_{12} &= 0 \\ \vartheta_{21}\,\rho_1\,\rho_2 - \rho_{21} &= 0 \\ \vartheta_{21}\,\rho_1\,\rho_2 - \rho_{21} &= 0. \end{aligned} \tag{130}$$

ϑ ist jedenfalls eine Funktion der Temperatur, wird aber im allgemeinen auch noch von anderen Zustandsvariablen, insbesondere von den $\rho_\varkappa$, abhängen.

Die Gleichungen 130) und die analogen aus anderen speziellen Gleichungsgruppen für den Gleichgewichtsfall folgenden, entsprechen dem bekannten Grundgesetz der chemischen Statik. Zu betonen ist aber, daß es sich hier nicht um ein kinetisches, sondern um ein wirkliches statisches Gleichgewicht handelt.

Aus den Gleichungen 130) folgt nun mit Rücksicht auf 117):

$$\rho_{12} = \rho_{21} \tag{131}$$

also nach 114):

$$\frac{\rho'_{12}}{\rho'_{21}} = \frac{A_1}{A_2}. \tag{132}$$

Ganz ebenso folgt aus den Gleichungen 119) oder 124) für den Gleichgewichtsfall:

$$\rho_{1,23} = \rho_{1,2,3} = \rho_{12,3} \tag{133}$$

$$\frac{\rho'_{1,23}}{A_1} = \frac{\rho'_{1,2,3}}{A_2} = \frac{\rho'_{12,3}}{A_3} \tag{134}$$

und aus den Gleichungen 127):

$$\rho_{1,21} = 2\,\rho_{1,2,1} \tag{135}$$

$$\frac{\rho'_{1,21}}{\rho'_{1,2,1}} = \frac{2\,A_1}{A_2}. \tag{136}$$

Ein analoges Resultat wird aus jeder Gleichungsgruppe folgen, welche dem im vorigen Artikel aufgestellten zweiten Leitgedanken gemäß gebaut ist.

Wir haben somit das Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen aus unseren Dichtegleichungen für den Gleichgewichtsfall deduziert. Es zeigt sich, daß die charakteristischen Konstanten $A_\varkappa$ den Atomgewichten entsprechen.

Aus den Relationen 131), 133) und 135) folgt ferner mit Rücksicht auf 128) und 129):

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= \rho_{21} = \bar{\rho}_{12} \\ \rho_{1,23} &= \rho_{1,2,3} = \rho_{12,3} = \bar{\rho}_{123} \\ \frac{1}{2}\,\rho_{1,21} &= \rho_{1,2,1} = \bar{\rho}_{121}. \end{aligned} \tag{137}$$

Bezeichnen wir noch das Molekulargewicht mit M, so ist:

$$\begin{aligned} \frac{\rho'_{12}+\rho'_{21}}{M_{12}} &= \frac{A_1\,\rho_{12}+A_2\,\rho_{21}}{M_{12}} \\ \frac{\rho'_{1,23}+\rho'_{1,2,3}+\rho'_{12,3}}{M_{123}} &= \frac{A_1\,\rho_{1,23}+A_2\,\rho_{1,2,3}+A_3\,\rho_{12,3}}{M_{123}} \\ \frac{\rho'_{1,21}+\rho'_{1,2,1}}{M_{121}} &= \frac{A_1\,\rho_{1,21}+A_2\,\rho_{1,2,1}}{M_{121}}, \end{aligned} \tag{138}$$

also im Gleichgewichtsfalle:

$$\begin{aligned} \frac{\rho'_{12}+\rho'_{21}}{M_{12}} &= \rho_{12} = \rho_{21} = \bar{\rho}_{12} \\ \frac{\rho'_{1,23}+\rho'_{1,2,3}+\rho'_{12,3}}{M_{123}} &= \rho_{1,23} = \rho_{1,2,3} = \rho_{12,3} = \bar{\rho}_{123} \\ \frac{\rho'_{1,21}+\rho'_{1,2,1}}{M_{121}} &= \frac{1}{2}\,\rho_{1,21} = \rho_{1,2,1} = \bar{\rho}_{121}. \end{aligned} \tag{139}$$

Wir gehen nun zur chemischen Kinetik über: Wieder erkennt man sofort, daß der Typus unserer Gleichungen dem wohlbekannten Grundgesetze der chemischen Kinetik für homogene Systeme entspricht. Für nichthomogene Systeme spielen natürlich auch die später eingehend zu behandelnden Diffusionsglieder eine Rolle.

Die Geschwindigkeit des Reaktionsverlaufes hängt wesentlich von den stets positiven sonst aber frei verfügbaren Funktionen $P_{\varkappa\lambda}$ ab.

Die wichtigste prinzipielle Frage, welche wir hier zu beantworten haben, ist die nach dem Verhältnis der gebundenen Dichten einer Verbindung zueinander während der Reaktion.

Nehmen wir etwa wieder die Gleichungen 112), so ergibt die Differenz der zweiten und dritten Gleichung:

$$\frac{\delta(\rho_{12}-\rho_{21})}{\delta t} + P_{12}(\rho_{12}-\rho_{21}) = 0. \tag{140}$$

Ist also beim Beginne der Reaktion $\rho_{12} = \rho_{21}$, dann bleibt diese Gleichheit auch während der Reaktion bestehen.

Ganz analog erhält man aus den Gleichungen 119):

$$\begin{aligned} &\frac{\delta(\rho_{1,23}-\rho_{1,2,3})}{\delta t} + P_{123}(\rho_{1,23}-\rho_{1,2,3}) = 0 \\ &\frac{\delta(\rho_{1,2,3}-\rho_{12,3})}{\delta t} + P_{123}(\rho_{1,2,3}-\rho_{12,3}) = 0, \end{aligned} \tag{141}$$

aus den Gleichungen 124):

$$\begin{aligned} &\frac{\delta(\rho_{12}-\rho_{21})}{\delta t} + P_{12}(\rho_{12}-\rho_{21}) + P_{(12)3}\,\vartheta_{(12)3}\,\rho_3(\rho_{12}-\rho_{21}) = 0 \\ &\frac{\delta(\rho_{1,23}-\rho_{1,2,3})}{\delta t} + P_{123}(\rho_{1,23}-\rho_{1,2,3}) + P_{(12)3}(\rho_{1,23}-\rho_{1,2,3}) = 0 \\ &\frac{\delta(\rho_{1,2,3}-\rho_{12,3})}{\delta t} + P_{123}(\rho_{1,2,3}-\rho_{12,3}) + P_{(12)3}(\rho_{1,2,3}-\rho_{12,3}) = 0\,, \end{aligned} \tag{142}$$

aus den Gleichungen 127):

$$\begin{aligned} &\frac{\delta(\rho_{12}-\rho_{21})}{\delta t} + P_{12}(\rho_{12}-\rho_{21}) + P_{(12)1}\,\vartheta_{(12)1}\,\rho_1(\rho_{12}-\rho_{21}) = 0 \\ &\frac{\delta(\rho_{1,21}-2\,\rho_{1,2,1})}{\delta t} + P_{121}(\rho_{1,2,1}-2\,\rho_{1,2,1}) + P_{(12)1}(\rho_{1,21}-2\,\rho_{1,2,1}) = 0. \end{aligned} \tag{143}$$

Analoge Gleichungen werden notwendig aus jeder Gleichungsgruppe folgen, welche nach dem im vorigen Artikel aufgestellten Grundsatze gebildet ist. Solange dieser Grundsatz festgehalten wird, kann auch das Hinzunehmen weiterer Glieder, zum Beispiel der Diffusionsglieder, keinen Einfluß auf das gewonnene Resultat haben.

Wir sind somit zu dem prinzipiellen Ergebnis gelangt, daß die im Gleichgewichtsfall geltenden Relationen 131), 133), 135) und alle aus anderen Gleichungsgruppen sich ergebenden analogen Beziehungen auch während der Reaktionen dauernd erhalten bleiben. Eine Abweichung von diesen fundamentalen Relationen wäre bei der gegebenen Form der Dichtegleichungen nur dann denkbar, wenn die betreffende Reaktion einen Gleichgewichtszustand überhaupt noch nie erreicht hätte. Schließen wir solche Fälle aus, so können wir unsere fundamentalen Relationen als jederzeit erfüllt ansehen.

Diese tiefgehende und einschneidende Folgerung, welche wir aus der Form unserer Dichtegleichungen gezogen haben, kennt die ursprüngliche Jaumann'sche Theorie[1] nicht. Wir wollen uns überlegen, wie weit dieses Resultat, unabhängig von der von uns gewählten Form der Dichtegleichungen, in der Natur der Sache selbst begründet ist.

Wir fordern, daß wenigstens im Gleichgewichtsfalle das Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen aus den Gleichungen folgen müsse; ferner daß das Grundgesetz der chemischen Statik in

[1] l. c., p. 462.

den Gleichungen enthalten sei. Betrachten wir eine binäre Verbindung, so lautet die allgemeinste Form der Verbindungsgleichungen, welche diesen Forderungen genügt:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \rho_{12}}{\delta t} + \vartheta_{12}\,\rho_1\,\rho_2 + \chi_1\,\rho_{12} + \chi_2\,\rho_{21} &= 0 \\ \frac{\delta \rho_{21}}{\delta t} + \vartheta_{21}\,\rho_1\,\rho_2 + \chi_3\,\rho_{12} + \chi_4\,\rho_{21} &= 0, \end{aligned} \tag{144}$$

worin χ_1, χ_2, χ_3, χ_4, ϑ_{12}, ϑ_{21} Funktionen sind, zwischen denen die Relation

$$(\chi_1+\chi_2)\,\vartheta_{21} = (\chi_3+\chi_4)\,\vartheta_{12} \tag{145}$$

bestehen muß. Für den Gleichgewichtsfall folgt dann, wie man leicht erkennt, tatsächlich:

$$\rho_{12} = \rho_{21} = \bar{\rho}_{12} \tag{146}$$

und

$$\frac{\vartheta_{12}}{\chi_1+\chi_2}\,\rho_1\,\rho_2 + \bar{\rho}_{12} = 0. \tag{147}$$

Multiplizieren wir nun die erste der Gleichungen 144) mit ϑ_{21}, die zweite mit ϑ_{12} und nehmen dann die Differenz der beiden, so folgt:

$$\vartheta_{21}\,\frac{\delta \rho_{12}}{\delta t} - \vartheta_{12}\,\frac{\delta \rho_{21}}{\delta t} = (\vartheta_{21}\,\chi_1 - \vartheta_{12}\,\chi_3)\,(\rho_{12}-\rho_{21}). \tag{148}$$

Das heißt wenn und nur wenn $\vartheta_{12} = \vartheta_{21}$ ist, bleibt die Relation $\rho_{12} = \rho_{21}$ auch während der Reaktion erhalten. Auf die Werte der χ kommt es dabei gar nicht an.

Bei unserer Formulierung der Dichtegleichungen ist die Bedingung $\vartheta_{12} = \vartheta_{21}$ tatsächlich erfüllt, bei Jaumann ist sie nicht erfüllt. ϑ_{12}, ϑ_{21} haben dort vielmehr entgegengesetztes Vorzeichen, ebenso können dort die Funktionen χ_2, χ_3 entgegengesetztes Vorzeichen besitzen.

Solche entgegengesetzte Vorzeichen sind jedenfalls unzulässig, wenn man negative Dichten unbedingt ausschließen will.

Ist zum Beispiel ϑ_{12} negativ, ϑ_{21} positiv und sind ρ_{12}, ρ_{21} zu Beginn der Reaktion praktisch gleich Null, so ist klar, daß ρ_{21} zunächst negativ werden wird.

Die Form unserer Dichtegleichungen hingegen gewährleistet das Positivbleiben der $\rho_\varkappa$.

Da die $P_{\varkappa\lambda}$ und die $\vartheta_{\varkappa\lambda}$ definitionsgemäß positive Funktionen sind, enthält, wie ein Blick auf die Gleichungen lehrt, jede unserer Dichtegleichungen die eigene Variable mit einem positiven, die fremden Variablen mit einem negativen Faktor behaftet, hieraus folgt aber ohneweiteres die aufgestellte Behauptung.

Haben wir somit gezeigt, warum wir von den Jaumann'schen Festsetzungen abgehen mußten, so ergab sich doch vorläufig noch kein zwingender Grund für die Postulierung der speziellen Relation $\vartheta_{12} = \vartheta_{21}$.

Die entscheidende Bedeutung dieser Relation werden wir erst bei der Deduktion des Entropieprinzips erkennen. Schon jetzt aber können wir zugunsten unserer Annahme sagen, daß ihr keine Erfahrungstatsache widerspricht, daß sie die einfachste und darum wohl auch die natürlichste ist.

Zum Schlusse dieses Artikels wollen wir noch das Prinzip der Erhaltung des Stoffes aus den Dichtegleichungen deduzieren.

Betrachten wir die Gleichungen 112), so folgt unmittelbar:

$$\begin{aligned} \frac{\delta (\rho_1+\rho_{12})}{\delta t} &= 0 \\ \frac{\delta (\rho_2+\rho_{21})}{\delta t} &= 0, \end{aligned} \tag{149}$$

also mit Rücksicht auf 113) und 114):

$$\begin{aligned} \frac{\delta(\rho_1'+\rho_{12}')}{\delta t} &= 0 \\ \frac{\delta(\rho_2'+\rho_{21}')}{\delta t} &= 0, \end{aligned} \qquad 150)$$

ebenso folgt aus den Gleichungen 119):

$$\begin{aligned} \frac{\delta(\rho_1'+\rho_{1,23}')}{\delta t} &= 0 \\ \frac{\delta(\rho_2'+\rho_{1,2,3}')}{\delta t} &= 0 \\ \frac{\delta(\rho_3'+\rho_{12,3}')}{dt} &= 0. \end{aligned} \qquad 151)$$

Aus den Gleichungen 124) ergibt sich in Berücksichtigung des Umstandes, daß dauernd $\rho_{12} = \rho_{21}$ und $\rho_{1,23} = \rho_{1,2,3} = \rho_{12,3}$ ist:

$$\begin{aligned} \frac{\delta(\rho_1'+\rho_{12}'+\rho_{1,23}')}{\delta t} &= 0 \\ \frac{\delta(\rho_2'+\rho_{21}'+\rho_{1,2,3}')}{\delta t} &= 0 \\ \frac{\delta(\rho_3'+\rho_{12,3}')}{\delta t} &= 0; \end{aligned} \qquad 152)$$

ganz analog erhält man aus 127):

$$\begin{aligned} \frac{\delta(\rho_1'+\rho_{12}'+\rho_{1,21}')}{\delta t} &= 0 \\ \frac{\delta(\rho_2'+\rho_{21}'+\rho_{1,21}')}{\delta t} &= 0. \end{aligned} \qquad 153)$$

Damit ist nachgewiesen, daß die Kontinuitätsgleichung für jeden einzelnen Stoff erfüllt ist. Umgekehrt muß jede spezielle Gleichungsgruppe so gebaut sein, daß aus ihr das Prinzip der Erhaltung des Stoffes folge. Nach dem Schema der gegebenen Beispiele macht die Erfüllung dieser Bedingung keine Schwierigkeiten.

Es sei bemerkt, daß schon das Abstimmen der Dichtegleichungen auf dieses Prinzip in allgemeineren Fällen, wie sie etwa durch die Gleichungen 124) und 127) repräsentiert werden, keine ganz einfache Sache sein dürfte, wenn unsere fundamentalen Relationen nicht dauernd erfüllt sind.

9. Deduktion des Entropieprinzips.

Wir wenden unsere Aufmerksamkeit nunmehr wieder dem gesamten, in Artikel 7 aufgestellten, spezialisierten Systeme zu. Die Bewegungsgleichung bietet uns hier nichts Neues. Die Wärmegleichung V*a*) besteht aus dem Fluxionsglied, dem Arbeitsglied, wobei

$$p + U - \sum_{\varkappa} \rho_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}$$

der thermische Druck ist, und der chemischen Wärmeproduktion

$$\sum_{\varkappa} \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} [\pm P_{\varkappa\lambda} (\vartheta_{\varkappa\lambda} \rho_\varkappa \rho_\lambda - \rho_{\varkappa\lambda})].$$

Das Gesetz der konstanten Wärmesummen folgt als ein Teil des Energieprinzips, mit welchem unser System im Einklang steht, von selbst.

Wir gehen jetzt an die Lösung unserer Hauptaufgabe, die Deduktion des Entropieprinzips aus dem hier vorliegenden spezialisierten geschlossenen System, beziehungsweise, da wir die Bewegungsgleichung ausschließen, aus der Wärmegleichung und den Dichtegleichungen.

Die Deduktionsmethode wurde in Artikel 4 allgemein und ausführlich behandelt; unseren dortigen Ausführungen gemäß bilden wir zunächst aus der Wärmegleichung und den Dichtegleichungen eine partielle Energiegleichung. Als einfachsten Fall legen wir der Deduktion zunächst die Dichtegleichungen 112) zugrunde. Bei der Bildung der Energiegleichung aus den Dichtegleichungen haben wir die ergänzenden Bemerkungen am Schlusse des Artikels 7 zu beachten, ferner machen wir gleich Gebrauch von der in Artikel 8 gewonnenen Erkenntnis, daß unsere fundamentalen Relationen, also hier $\rho_{12} = \rho_{21} = \bar{\rho}_{12}$ dauernd erfüllt sind.

Die Dichtegleichungen liefern dann den Beitrag:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial U}{\partial \rho_1}\frac{d\rho_1}{dt} + \rho_1 \frac{\partial U}{\partial \rho_1}\operatorname{div}\mathfrak{v} + \frac{\partial U}{\partial \rho_1}[P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12})] = 0\\
&\frac{\partial U}{\partial \rho_{12}}\frac{d\bar{\rho}_{12}}{dt} + \bar{\rho}_{12}\frac{\partial U}{\partial \rho_{12}}\operatorname{div}\mathfrak{v} - \frac{\partial U}{\partial \rho_{12}}[P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12})] = 0 \qquad 154)\\
&\frac{\partial U}{\partial \rho_2}\frac{d\rho_2}{dt} + \rho_2 \frac{\partial U}{\partial \rho_2}\operatorname{div}\mathfrak{v} + \frac{\partial U}{\partial \rho_2}[P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12})] = 0.
\end{aligned}$$

Addieren wir diese Gleichungen zur Wärmegleichung, so folgt:

$$\frac{dU}{dt} + (p+U)\operatorname{div}\mathfrak{v} = 0 \qquad 155)$$

Um die Entropiegleichung zu gewinnen, müssen wir noch die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&\frac{d\rho_1}{dt} + \rho_1 \operatorname{div}\mathfrak{v} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) = 0\\
&\frac{d\rho_{12}}{dt} + \bar{\rho}_{12}\operatorname{div}\mathfrak{v} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) = 0 \qquad 156)\\
&\frac{d\rho_2}{dt} + \rho_2 \operatorname{div}\mathfrak{v} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) = 0,
\end{aligned}$$

beziehungsweise mit P_1, P_{12}, P_2 multiplizieren und dann von der durch T dividierten Gleichung 155) subtrahieren. Wir erhalten dann:

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt} + \sum_{\varkappa}\left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} - \mathrm{P}_\varkappa\right)\frac{d\rho_\varkappa}{dt} + \left[(p+U)\frac{1}{T} - \sum_{\varkappa}\rho_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa\right]\operatorname{div}\mathfrak{v} - \sum_{\varkappa}\mathrm{P}_\varkappa[\pm P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12})] = 0. \qquad 157)$$

Die Funktionen P_1, P_{12}, P_2 sind nach 51) so definiert, daß

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt} + \left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \rho_1} - \mathrm{P}_1\right)\frac{d\rho_1}{dt} + \left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \bar{\rho}_{12}} - \mathrm{P}_{12}\right)\frac{d\bar{\rho}_{12}}{dt} + \left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \rho_2} - \mathrm{P}_2\right)\frac{d\rho_2}{dt}$$

die totale Fluxion einer Funktion S wird. Nach 53) erhalten wir für unsere P-Funktionen explizit:

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}_1 &= \frac{\partial W(\rho_\varkappa)}{\partial \rho_1} - \int_1^T \frac{1}{T^2}\frac{\partial U}{\partial \rho_1}\,dT\\
\mathrm{P}_{12} &= \frac{\partial W(\rho_\varkappa)}{\partial \bar{\rho}_{12}} - \int_1^T \frac{1}{T^2}\frac{\partial U}{\partial \bar{\rho}_{12}}\,dT \qquad 158)\\
\mathrm{P}_2 &= \frac{\partial W(\rho_\varkappa)}{\partial \rho_2} - \int_1^T \frac{1}{T^2}\frac{\partial U}{\partial \rho_2}\,dT.
\end{aligned}$$

Ferner müssen wir nach 52) verlangen:

$$p+U-T[\rho_1 \mathrm{P}_1+\bar{\rho}_{12}\bar{\mathrm{P}}_{12}+\rho_2 \mathrm{P}_2]=TS \qquad 159)$$

und erhalten dann nach 59) und 62) die Relationen:

$$p=T\left[L(\rho_\varkappa)-\int_1^T \frac{1}{T^2}\left\{\left[\rho_1\frac{\partial U}{\partial \rho_1}+\bar{\rho}_{12}\frac{\partial U}{\partial \bar{\rho}_{12}}+\rho_2\frac{\partial U}{\partial \rho_2}\right]-U\right\}dT\right] \qquad 160)$$

$$L=\rho_1\frac{\partial W}{\partial \rho_1}+\bar{\rho}_{12}\frac{\partial W}{\partial \bar{\rho}_{12}}+\rho_2\frac{\partial W}{\partial \rho_2}-W+C_0\,. \qquad 161)$$

Sind alle diese Bedingungen erfüllt, so lautet Gleichung 157):

$$\frac{\delta S}{\delta t}-P_{12}(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\bar{\mathrm{P}}_{12})(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2-\bar{\rho}_{12})=0\,, \qquad 162)$$

damit sie die Form der Entropiegleichung besitze, muß noch, da ja P_{12} eine stets positive Funktion ist,

$$(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\bar{\mathrm{P}}_{12})(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2-\bar{\rho}_{12})$$

immer positiv bleiben, das heißt $(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\mathrm{P}_{12})$ und $(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2-\bar{\rho}_{12})$ müssen gleichzeitig und gleichsinnig durch Null gehen.

Die Erfüllbarkeit aller geforderten Bedingungen können wir natürlich nur unter Zugrundelegung spezieller Werte für U und p nachweisen, wozu wir gleich übergehen werden. Vorerst sollen noch die für die einfachste Form der Dichtegleichungen soeben in aller Breite vorgetragenen Überlegungen, für die anderen in Artikel 7 behandelten Dichtegleichungen kurz skizziert beziehungsweise die Resultate hingeschrieben werden.

Die Dichten, von denen U und S in diesen Fällen abhängen wird, sind $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \bar{\rho}_{12}, \bar{\rho}_{123}, \bar{\rho}_{121}$.

Jeder dieser Variablen gehört eine P-Funktion zu, welche nach 53) allgemein durch:

$$\mathrm{P}_\varkappa=\frac{\partial W(\rho)}{\partial \rho_\varkappa}-\int_1^T \frac{1}{T^2}\frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}\,dT \qquad 163)$$

definiert ist. Ebenso gelten nach 59) und 62 auch jetzt wieder die Relationen:

$$p=T\left[L(\rho)-\int_1^T \frac{1}{T^2}\left\{\sum_\varkappa \rho_\varkappa\frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}-U\right\}dT\right] \qquad 164)$$

$$L=\sum_\varkappa \rho_\varkappa\frac{\partial W}{\partial \rho_\varkappa}-W+C_0\,. \qquad 165)$$

Wieder sind die fundamentalen Relationen:

$$\begin{gathered}\rho_{12}=\rho_{21}=\bar{\rho}_{12}\\ \rho_{1,23}=\rho_{1,2,3}=\rho_{12,3}=\bar{\rho}_{123}\\ \frac{1}{2}\rho_{1,21}=\rho_{1,2,1}=\bar{\rho}_{121}\end{gathered} \qquad 166)$$

dauernd erfüllt und mittels derselben gewinnen wir jene Form der Dichtegleichungen, welche für die Deduktion der Energie- und der Entropiegleichung in Betracht kommt. Diese lautet im Falle 119):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + P_{123}(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + P_{123}(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + P_{123}(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0\\
&\frac{\partial \bar{\rho}_{123}}{\partial t} - P_{123}(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0,
\end{aligned} \tag{167}$$

im Falle 124):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) + P_{123}(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) + P_{123}(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{123}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + P_{(12)3}(\vartheta_{(12)3}\bar{\rho}_{12}\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) + P_{123}(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0\\
&\frac{\partial \bar{\rho}_{12}}{\partial t} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) + P_{(12)3}(\vartheta_{(12)3}\rho_{12}\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0\\
&\frac{\partial \bar{\rho}_{123}}{\partial t} - P_{123}(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) - P_{(12)3}(\vartheta_{(12)3}\bar{\rho}_{12}\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0,
\end{aligned} \tag{168}$$

im Falle 127):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) + 2P_{121}(\vartheta_{121}\rho_1^2\rho_2 - \bar{\rho}_{121}) + P_{(12)1}(\vartheta_{(12)1}\rho_{12}\rho_1 - \bar{\rho}_{121}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) + P_{121}(\vartheta_{121}\rho_1^2\rho_2 - \bar{\rho}_{121}) = 0\\
&\frac{\partial \bar{\rho}_{12}}{\partial t} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) + P_{(12)1}(\vartheta_{(12)1}\bar{\rho}_{12}\rho_1 - \bar{\rho}_{121}) = 0\\
&\frac{\partial \bar{\rho}_{121}}{\partial t} - P_{121}(\vartheta_{121}\rho_1^2\rho_2 - \bar{\rho}_{121}) - P_{(12)1}(\vartheta_{(12)1}\bar{\rho}_{12}\rho_1 - \bar{\rho}_{121}) = 0.
\end{aligned} \tag{169}$$

Ohne daß wir die Überlegungen im einzelnen zu wiederholen brauchten, übersieht man nunmehr leicht, daß wir in den betrachteten drei Fällen, falls die Bedingungen 163), 164) und 165) jedesmal erfüllt sind, beziehungsweise zu den Gleichungen gelangen:

$$\frac{\partial S}{\partial t} - P_{123}(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\mathrm{P}_3-\overline{\mathrm{P}}_{123})(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3 - \bar{\rho}_{123}) = 0 \tag{170}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial t} &- P_{12}(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\overline{\mathrm{P}}_{12})(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2-\bar{\rho}_{12}) - P_{123}(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\mathrm{P}_3-\overline{\mathrm{P}}_{123})(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3-\bar{\rho}_{123})\\
&- P_{(12)3}(\overline{\mathrm{P}}_{12}+\mathrm{P}_3-\overline{\mathrm{P}}_{123})(\vartheta_{(12)3}\bar{\rho}_{12}\rho_3-\bar{\rho}_{123}) = 0
\end{aligned} \tag{171}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial t} &- P_{12}(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\overline{\mathrm{P}}_{12})(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2-\bar{\rho}_{12}) - P_{121}(2\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\overline{\mathrm{P}}_{121})(\vartheta_{121}\rho_1^2\rho_2-\bar{\rho}_{121})\\
&- P_{(12)1}(\mathrm{P}_1+\overline{\mathrm{P}}_{12}-\overline{\mathrm{P}}_{121})(\vartheta_{(12)1}\bar{\rho}_{12}\rho_1-\bar{\rho}_{121}) = 0.
\end{aligned} \tag{172}$$

Es müssen somit, da die einzelnen Glieder voneinander wesentlich unabhängig sind, die Produkte:

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\mathrm{P}_3-\overline{\mathrm{P}}_{123})(\vartheta_{123}\rho_1\rho_2\rho_3-\rho_{123})\\
&(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\overline{\mathrm{P}}_{12})(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2-\bar{\rho}_{12})\\
&(\mathrm{P}_{12}+\mathrm{P}_3-\overline{\mathrm{P}}_{123})(\vartheta_{(12)3}\bar{\rho}_{12}\rho_3-\bar{\rho}_{123})\\
&(2\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\overline{\mathrm{P}}_{121})(\vartheta_{121}\rho_1^2\rho_2-\bar{\rho}_{121})\\
&(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_{12}-\overline{\mathrm{P}}_{121})(\vartheta_{(12)1}\bar{\rho}_{12}\rho_1-\bar{\rho}_{121})
\end{aligned} \tag{173}$$

stets positive Werte haben.

Man erkennt, daß auch aus beliebigen anderen nach demselben Schema gebauten Dichtegleichungsgruppen ganz analoge Bedingungen folgen werden.

Wir wollen nunmehr für U und p bestimmte spezielle Werte einsetzen.

a) Ideale Gase.

Als ersten Spezialfall betrachten wir ideale Gase. Bei solchen ist bekanntlich:

$$U = T \sum_{\varkappa} c_\varkappa \rho_\varkappa + \sum_{\varkappa} N_\varkappa \rho_\varkappa \quad , \tag{174}$$

$$p = RT \sum_{\varkappa} \rho_\varkappa , \tag{175}$$

wo die $c_\varkappa$ und die $N_\varkappa$ konstante Größen sind, und zwar bedeutet $c_\varkappa$ die spezifische Wärme des betreffenden Gases bei konstantem Volumen und pro Mol, die $N_\varkappa$ sind energetische Niveaukonstante. R ist die universelle Gaskonstante.

Setzen wir die Werte aus 174) und 175) in 164) ein, so folgt:

$$L(\rho) = R \sum_{\varkappa} \rho_\varkappa , \tag{176}$$

dies in 165) eingesetzt, ergibt die partielle lineare Differentialgleichung erster Ordnung:

$$W - \sum_{\varkappa} \rho_\varkappa \frac{\partial W}{\partial \rho_\varkappa} + R \sum_{\varkappa} \rho_\varkappa - C_0 = 0 . \tag{177}$$

Ein vollständiges Integral derselben ist:

$$W = R \sum_{\varkappa} [\rho_\varkappa \ln \rho_\varkappa - \rho_\varkappa] + \sum_{\varkappa} C_\varkappa \rho_\varkappa + C_0 . \tag{178}$$

Setzen wir weiter 174) und 178) in 163) ein, so erhalten wir:

$$\mathrm{P}_\varkappa = R \ln \rho_\varkappa + C_\varkappa - c_\varkappa \ln T + N_\varkappa \left(\frac{1}{T} - 1 \right) . \tag{179}$$

Gehen wir mit diesen Werten der P-Funktionen in die Produkte 173) und fordern noch:

$$\begin{aligned}
R \ln \vartheta_{12} &= C_1 + C_2 - \bar{C}_{12} - (c_1 + c_2 - \bar{c}_{12}) \ln T + (N_1 + N_2 - \bar{N}_{12}) \left(\frac{1}{T} - 1 \right) \\
R \ln \vartheta_{123} &= C_1 + C_2 + C_3 - \bar{C}_{123} - (c_1 + c_2 + c_3 - \bar{c}_{123}) \ln T + (N_1 + N_2 + N_3 - \bar{N}_{123}) \left(\frac{1}{T} - 1 \right) \\
R \ln \vartheta_{(12)\,3} &= \bar{C}_{12} + C_3 - \bar{C}_{123} - (\bar{c}_{12} + c_3 - \bar{c}_{123}) \ln T + (\bar{N}_{12} + N_3 - \bar{N}_{123}) \left(\frac{1}{T} - 1 \right) \\
R \ln \vartheta_{121} &= 2\, C_1 + C_2 - \bar{C}_{121} - (2\, c_1 + c_2 - \bar{c}_{121}) \ln T + (2\, N_1 + N_2 - \bar{N}_{121}) \left(\frac{1}{T} - 1 \right) \\
R \ln \vartheta_{(12)\,1} &= C_1 + \bar{C}_{12} - \bar{C}_{121} - (c_1 + \bar{c}_{12} - \bar{c}_{121}) \ln T + (N_1 + \bar{N}_{12} - \bar{N}_{121}) \left(\frac{1}{T} - 1 \right) ,
\end{aligned} \tag{180}$$

so folgt:

$$(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2 \quad \bar{\mathrm{P}}_{12})\,(\vartheta_{12}\,\rho_1\,\rho_2-\bar{\rho}_{12}) = R\,\ln\frac{\vartheta_{12}\,\rho_1\,\rho_2}{\bar{\rho}_{12}}\,(\vartheta_{12}\,\rho_1\,\rho_2-\bar{\rho}_{12})$$

$$(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\bar{\mathrm{P}}_3-\bar{\mathrm{P}}_{123})\,(\vartheta_{123}\,\rho_1\,\rho_2\,\rho_3-\bar{\rho}_{123}) = R\,\ln\frac{\vartheta_{123}\,\rho_1\,\rho_2\,\rho_3}{\bar{\rho}_{123}}\,(\vartheta_{123}\,\rho_1\,\rho_2\,\rho_3-\bar{\rho}_{123})$$

$$(\bar{\mathrm{P}}_{12}+\mathrm{P}_3 \quad \bar{\mathrm{P}}_{123})\,(\vartheta_{(12)3}\,\bar{\rho}_{12}\,\rho_3-\rho_{123}) = R\,\ln\frac{\vartheta_{(12)3}\,\bar{\rho}_{12}\,\rho_3}{\bar{\rho}_{123}}\,(\vartheta_{(12)3}\,\bar{\rho}_{12}\,\rho_3-\bar{\rho}_{123}) \qquad 181)$$

$$(2\,\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2-\bar{\mathrm{P}}_{121})\,(\vartheta_{121}\,\rho_1^2\,\rho_2-\bar{\rho}_{121}) = R\,\ln\frac{\vartheta_{121}\,\rho_1^2\,\rho_2}{\bar{\rho}_{123}}\,(\vartheta_{121}\,\rho_1^2\,\rho_2-\bar{\rho}_{121})$$

$$(\mathrm{P}_1+\bar{\mathrm{P}}_{12}-\bar{\mathrm{P}}_{121})\,(\vartheta_{(12)1}\,\bar{\rho}_{12}\,\rho_1-\bar{\rho}_{121}) = R\,\ln\frac{\vartheta_{(12)1}\,\bar{\rho}_{12}\,\rho_1}{\bar{\rho}_{121}}\,(\vartheta_{(12)1}\,\bar{\rho}_{12}\,\rho_1-\bar{\rho}_{121}).$$

Das sind aber tatsächlich stets positive Größen, wie es verlangt war. Unser Gleichungssystem erfüllt also in diesem Falle das Entropieprinzip. Für die Berechnung der Entropie S erhalten wir nach 52) die Gleichung:

$$p+U-T\sum_{\varkappa}\rho_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa = TS \qquad 182))$$

und es ergibt sich:

$$S=\sum_{\varkappa}\rho_\varkappa\,[c_\varkappa\,\ln\,T-R\,\ln\,\rho_\varkappa+R+c_\varkappa+N_\varkappa-C_\varkappa], \qquad 183)$$

die $C_\varkappa$ bestimmen die Niveaukonstanten der Entropie.

Es wurde schon in der Einleitung betont, daß in unseren Überlegungen notwendigerweise vielfach Altvertrautes in neuem Gewande wiederkehren wird; auch die zuletzt durchgeführten Untersuchungen sind in etwas anderer Form und anderem Zusammenhange wohlbekannt; siehe zum Beispiel M. Planck »Vorlesungen über Thermodynamik« 1905, p. 212.

Die komplette Durchrechnung des Problems war aber auch in diesem Falle des Zusammenhanges wegen unvermeidlich, da die von uns aufgestellten Dichtegleichungen und die durch dieselben ermöglichte reinliche Deduktion der Differentialform des Entropieprinzips vollständig neu sind.

Wir kehren nunmehr zur Gleichung 176) zurück; in 178) haben wir ein vollständiges aber keineswegs das allgemeine Integral dieser Gleichung gewonnen. W, $\bar{\mathrm{P}}_\varkappa$ und damit auch S könnten eine ganz andere Form besitzen und das Entropieprinzip trotzdem erfüllt sein, vorausgesetzt, daß man die Funktionen $\vartheta_{\varkappa\lambda}$ entsprechend definiert.

Sind die $\vartheta_{\varkappa\lambda}$ nicht explizit bekannt, so folgt, bei den gegebenen Werten von U und p, die Form von S, allein aus dem Entropieprinzip nur dann eindeutig, wenn wir noch fordern, daß die Entropie jedes einzelnen Stoffes von den übrigen Stoffen unabhängig sein soll.

Aus dieser Forderung folgt, nach 182), daß $\mathrm{P}_\varkappa$ nur von T und dem zugehörigen $\rho_\varkappa$ abhängen darf, dies bedingt weiter, daß $\dfrac{\partial W}{\partial \rho_\varkappa}$ nur von dem betreffenden $\rho_\varkappa$ abhängt und damit zerfällt die Gleichung 177) in die Einzelgleichungen:

$$W_\varkappa-\rho_\varkappa\frac{d\,W_\varkappa}{d\,\rho_\varkappa}+R\,\rho_\varkappa-C_{0\varkappa}=0, \qquad 184)$$

das sind aber gewöhnliche Differentialgleichungen, deren vollständige Lösungen die Form haben:

$$W_\varkappa-C_{0\varkappa}=R\,(\rho_\varkappa\,\ln\,\rho_\varkappa-\rho_\varkappa)+C_\varkappa\,\rho_\varkappa. \qquad 185)$$

Die Entropiefunktion ist natürlich ohne jede weitere Annahme stets vollständig bestimmt, wenn, was wir im Prinzip im Sinne unseres geschlossenen Gleichungssystems fordern wollen und müssen, die P-Funktionen selbst gegeben sind.

Solange uns die Erfahrung nicht zu einer anderen Annahme zwingt, bleiben wir im gegebenen Falle bei der Definition der $P_{\varkappa\lambda}$ durch 179).

Für ϑ_{12} erhalten wir dann aus 180), wenn wir

$$\frac{1}{R}[C_1+C_2-\bar{C}_{12}-N_1-N_2+\bar{N}_{12}]=\ln a$$

$$\frac{1}{R}[C_1+C_2-\bar{C}_{12}=\ln c \qquad 186)$$

$$\frac{1}{R}[N_1+N_2-\bar{N}_{12}=\ln b$$

setzen, die bekannte Formel:

$$\vartheta_{12}=a\cdot e^{\frac{b}{T}} \qquad 187)$$

beziehungsweise falls die Summe der Atomwärmen gleich der Molekularwärme ist:

$$\vartheta_{12}=a\,c^{\frac{b}{T}} \qquad 188)$$

ϑ_{12} und ebenso die übrigen ϑ-Funktionen sind im hier behandelten Spezialfall jedenfalls nur Funktionen der Temperatur, in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung.

Die Bedeutung unserer Festsetzung $\vartheta_{12}=\vartheta_{21}$ und der analogen für die übrigen ϑ-Funktionen, welche am Schlusse des Artikels 8 besprochen wurden, für die Deduktion des Entropieprinzips ist nach den jetzt durchgeführten Untersuchungen unmittelbar klar. Gerade diese Festsetzung und die mit ihr verknüpften Fundamentalrelationen 166) gestatten das Zusammenfassen der aus den Dichtegleichungen stammenden Glieder in Produkte von der Form:

$$(P_1+P_2-\bar{P}_{12})(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2-\bar{\rho}_{12}),$$

welche für unsere Zwecke äußerst vorteilhaft waren.

Knüpfen wir etwa an die nach dem Prinzip der Erhaltung des Stoffes entsprechend ergänzten allgemeinen Gleichungen 144) an, so müßte wegen des Entropieprinzips:

$$(P_{12}-P_1)(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2+\chi_1\rho_{12}+\chi_2\rho_{21})+(P_{21}-P_2)(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2+\chi_3\rho_{12}+\chi_4\rho_{21}) \qquad 189)$$

stets positiv sein. Fügt man entsprechend 145) und 147) noch die Forderung hinzu, daß

$$\frac{\vartheta_{12}}{\chi_1+\chi_2}=\frac{\vartheta_{21}}{\chi_3+\chi_4} \qquad 190)$$

lediglich eine Funktion der Temperatur sein soll, so ist die verlangte Bedingung mit unseren P-Funktionen offenbar nicht zu erfüllen, welche Werte man auch den χ beilegen mag. Wollte man aber auch von gewissen, durch die Erfahrung nahegelegten und von uns akzeptierten, speziellen Forderungen abgehen, so dürfte es doch zumindest ein sehr schwieriges und kompliziertes Geschäft sein, das Gleichungssystem ohne die Beziehung $\vartheta_{12}=\vartheta_{21}$ und ohne die Fundamentalrelationen mit dem Entropieprinzip in Einklang zu bringen. Ich konnte jedenfalls, trotz verschiedener Versuche, keinen zu diesem Ziele führenden, gangbaren Weg finden.

Wir gehen nunmehr zu einem zweiten Spezialfall, einer formalen Erweiterung des ersten über, welcher ein gewisses theoretisches Interesse besitzt.

b) Erweiterung des vorigen Ansatzes.

Wir wollen die Gase jetzt durch die van der Waals'sche Zustandsgleichung charakterisieren, aber unter Beibehaltung der Voraussetzung, daß jedes einzelne Gas sich so verhält, als ob die anderen nicht zugegen wären.

Wir setzen demgemäß:

$$U = T\sum_{z} c_z \rho_z + \sum_{z} N_z \rho_z - \sum_{z} a_z \rho_z^2 \tag{191}$$

$$p = T\sum_{z} \frac{R}{\frac{1}{\rho_z} - b_z} - \sum_{z} a_z \rho_z^2 \tag{192}$$

wo die a_z und b_z konstante Größen sind.

Wir erhalten jetzt:

$$L(\rho) = \sum_{z} \left| \frac{R}{\frac{1}{\rho_z} - b_z} - a_z \rho_z^2 \right| \tag{193}$$

und folglich:

$$W - \sum_{z} \rho_z \frac{\partial W}{\partial \rho_z} + \sum_{z} \frac{R}{\frac{1}{\rho_z} - b_z} - \sum_{z} a_z \rho_z^2 - C_0 = 0, \tag{194}$$

beziehungsweise nach unserer obigen Voraussetzung:

$$W_z - C_{0z} - \rho_z \frac{dW_z}{d\rho_z} + \frac{R}{\frac{1}{\rho_z} - b_z} - a_z \rho_z^2 = 0. \tag{195}$$

Die vollständigen Lösungen dieser gewöhnlichen Differentialgleichungen lauten:

$$W_z - C_{0z} = R\rho_z \ln \frac{\rho_z}{1 - \rho_z b_z} - a_z \rho_z^2 + C_z \rho_z, \tag{196}$$

daraus und aus 191) folgt:

$$P_z = R \ln \rho_z - R \ln (1 - \rho_z b_z) + R \frac{1}{1 - \rho_z b_z} + C_z - 2 a_z \rho_z - c_z \ln T + (N_z - 2 a_z \rho_z) \left(\frac{1}{T} - 1 \right) \tag{197}$$

Für die Entropie erhalten wir nach 182):

$$S = \sum_{z} \rho_z \left[c_z \ln T - R \ln \frac{\rho_z}{1 - \rho_z b_z} + c_z + N_z - C_z \right]. \tag{198}$$

Um das Positivbleiben der Produkte 173) zu sichern, fordern wir in Analogie zu 180):

$$R \ln \vartheta_{12} = R \ln \frac{1 - \rho_{12} \bar{b}_{12}}{(1 - \rho_1 b_1)(1 - \rho_2 b_2)} + R \left[\frac{1}{1 - \rho_1 b_1} + \frac{1}{1 - \rho_2 b_2} - \frac{1}{1 - \rho_{12} \bar{b}_{12}} \right] +$$

$$+ C_1 + C_2 - \bar{C}_{12} - (c_1 + c_2 - \bar{c}_{12}) \ln T + (N_1 + N_2 - \bar{N}_{12}) \left(\frac{1}{T} - 1 \right) - \frac{2}{T} (a_1 \rho_1 + a_2 \rho_2 - a_{12} \rho_{12}) \tag{199}$$

und so fort für die anderen ϑ-Funktionen.

Aus den Dichtegleichungen 112) beziehungsweise 156) und aus:

$$\vartheta_{12} = \frac{1 - \rho_{12} \bar{b}_{12}}{(1 - \rho_1 b_1)(1 - \rho_2 b_2)} \cdot e^{\left(\frac{1}{1 - \rho_1 b_1} + \frac{1}{1 - \rho_2 b_2} - \frac{1}{1 - \rho_{12} \bar{b}_{12}} \right)} \cdot e^{-\frac{1}{R} [C_1 + C_2 - \bar{C}_{12} - N_1 \cdots]} \cdot$$

$$\cdot e^{\frac{1}{T} \{N_1 + N_2 - \bar{N}_{12} - 2 a_1 \rho_1 - 2 a_2 \rho_2 + 2 \bar{a}_{12} \rho_{12}\}} \cdot \frac{1}{R} \cdot T^{\cdots} \tag{200}$$

erkennt man sofort, daß $\rho_\varkappa$ den Wert $\frac{1}{b_\varkappa}$ nie erreichen kann; konvergiert nämlich ρ_1 beziehungsweise ρ_2, gegen $\frac{1}{b_1}$ beziehungsweise $\frac{1}{b_2}$ so konvergiert ϑ_{12} gegen Unendlich, geht ρ_{12} gegen $\frac{1}{b_{12}}$ so konvergiert ϑ_{12} gegen Null. Damit ist gleichzeitig sichergestellt, daß ϑ_{12} auch jetzt stets positiv bleibt. Gerade in diesen Ergebnissen liegt das Interesse, welches der behandelte Fall bietet.

Wir haben somit wieder alle geforderten Bedingungen erfüllt, das Entropieprinzip folgt auch in diesem Spezialfall aus dem geschlossenen System.

Bemerkt sei noch, daß der thermische Druck

$$p + U - \sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}$$

in dem soeben behandelten Falle nicht mehr mit p selbst identisch ist, sondern sich gleich

$$T \sum_\varkappa \frac{R}{1 - \rho_\varkappa b_\varkappa}$$

ergibt.

Es wäre ganz interessant, einerseits noch weiter in Details einzudringen, andrerseits noch weitere Spezialfälle, zum Beispiel den nach dem Schema der idealen Gase sehr einfach zu erledigenden Fall verdünnter Lösungen, zu behandeln. Um nicht allzu weitläufig zu werden, müssen wir uns aber in dieser Hinsicht etwas beschränken und wollen zum Schlusse dieses Artikels nur noch einige allgemeine Überlegungen bringen.

c) Allgemeinere Fälle.

1. Halten wir an der Voraussetzung fest, daß wie bisher das Verhalten der einzelnen chemischen Komponenten von den anderen gleichzeitig vorhandenen unabhängig ist und setzen wir:

$$U = \sum_\varkappa U'_\varkappa (T)\, \rho_\varkappa + \sum_\varkappa U''_\varkappa (\rho_\varkappa) \tag{201}$$

$$p = T \sum_\varkappa p'_\varkappa (\rho_\varkappa) + \sum_\varkappa p''_\varkappa (\rho_\varkappa), \tag{202}$$

wo die $U'_\varkappa (T)$ Funktionen von T, die $U''_\varkappa (\rho_\varkappa)$, $p'_\varkappa (\rho_\varkappa)$ und $p''_\varkappa (\rho_\varkappa)$ Funktionen von $\rho_\varkappa$ allein sind.

Aus 164) ergibt sich dann die Bedingung:

$$\sum_\varkappa p''_\varkappa (\rho_\varkappa) = \sum_\varkappa \left(\rho_\varkappa \frac{\partial U''_\varkappa (\rho_\varkappa)}{\partial \rho_\varkappa} - U''_\varkappa (\rho_\varkappa) \right) \tag{203}$$

und es folgt:

$$L (\rho) = \sum_\varkappa (p'_\varkappa (\rho_\varkappa) + p''_\varkappa (\rho_\varkappa)). \tag{204}$$

Da 165) voraussetzungsgemäß wieder zerfällt, haben wir:

$$W_\varkappa - \rho_\varkappa \frac{\partial W_\varkappa}{\partial \rho_\varkappa} + L_\varkappa - C_{0\varkappa} = 0 \tag{205}$$

und als vollständige Lösungen:

$$W_\varkappa - C_{0\varkappa} = \rho_\varkappa \left[C_\varkappa + \int_1^{\rho_\varkappa} \frac{1}{\rho_\varkappa^2} L_\varkappa \, d\rho_\varkappa \right]. \tag{206}$$

Für $P_\varkappa$ gibt das allgemein:

$$P_\varkappa = C_\varkappa + \int_1^{\rho_\varkappa} \frac{1}{\rho_\varkappa^2} L_\varkappa \, d\rho_\varkappa + \frac{1}{\rho_\varkappa} L_\varkappa - \int_1^T \frac{1}{T^2} \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} \, dT \tag{207}$$

und durch Einsetzen unserer Werte:

$$P_\varkappa = C_\varkappa + \int_1^{\rho_\varkappa} \frac{1}{\rho_\varkappa^2}\,(p'_\varkappa + p''_\varkappa)\,d\rho_\varkappa + \frac{1}{\rho_\varkappa}\,p'_\varkappa - \frac{1}{\rho_\varkappa}\,U''_\varkappa - \int_1^{T} \frac{1}{T^2}\,U'_\varkappa\,dT + \frac{1}{T}\,\frac{\partial U''_\varkappa}{\partial \rho_\varkappa}. \tag{208}$$

Die Funktionen $\vartheta_{\varkappa\lambda}$ lassen sich nun formal immer so bestimmen, daß die Produkte 173) stets positiv bleiben, womit dann allen Forderungen des Entropieprinzips Genüge geleistet wurde. Natürlich muß in jedem Spezialfall die Übereinstimmung der so gewonnenen ϑ-Funktionen mit der Erfahrung nachgeprüft werden.

Der Wert der Entropiefunktion selbst folgt wieder aus 182).

Es macht durchaus keine Schwierigkeiten, das Problem für beliebig komplizierte Fälle durchzurechnen, solange man an der Voraussetzung festhält, daß die einzelnen chemischen Komponenten voneinander unabhängig sind. Lassen wir diese Voraussetzung fallen, so wird die Aufgabe lediglich dadurch erschwert, daß nun die Gleichung 165) im allgemeinen nicht mehr zerfällt. Statt der willkürlichen Konstanten tritt dann in der Lösung eine willkürliche Funktion auf, wir behalten in unseren Verfügungen eine weitgehende Freiheit beziehungsweise Unbestimmtheit, welche erst verschwindet, wenn uns die ϑ-Funktionen beziehungsweise die P-Funktionen selbst anderweitig gegeben sind. Das wird natürlich von unserem Standpunkte aus im Prinzip vorausgesetzt, praktisch aber kennen wir die genaue Form der in Frage stehenden Funktionen meist nicht, wodurch einer völlig allgemeinen Durchrechnung des Problems der Boden entzogen wird.

Wir bemerken, daß in solchen allgemeinen Fällen natürlich auch die $P_{\varkappa\lambda}$ und die $\vartheta_{\varkappa\lambda}$ von allen $\rho_\varkappa$ abhängen können. Das heißt die Anwesenheit fremder, an der Reaktion selbst nicht beteiligter Stoffe kann sowohl die Reaktionsgeschwindigkeit, die $P_{\varkappa\lambda}$ sind ja bei uns stets positive, sonst aber beliebige Funktionen beliebiger Variablen, katalytisch beeinflussen, als auch die ϑ-Funktionen, also die Gleichgewichtsfunktionen der chemischen Statik.

2. Die bisher festgehaltene Voraussetzung der Unabhängigkeit der einzelnen Komponenten voneinander ist praktisch wohl niemals exakt erfüllt; um auch für den allgemeineren Fall ein Beispiel zu geben, machen wir folgenden, zu einer weitgehenden Anpassung an die Erfahrung befähigten Ansatz:

$$U = \sum_\varkappa U'_\varkappa(T)\,\rho_\varkappa + U''(\rho_\varkappa) \tag{201a}$$

$$p = TR\sum_\varkappa \rho_\varkappa + T\left[\sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial F(\rho_\varkappa)}{\partial \rho_\varkappa} - F(\rho_\varkappa)\right] + p''(\rho_\varkappa), \tag{202a}$$

hierin sind $U''(\rho_\varkappa)$ und $F(\rho_\varkappa)$ zunächst ganz beliebig Funktionen aller $\rho_\varkappa$.

Aus 164) erhalten wir wieder die Bedingung:

$$p''(\rho_\varkappa) = \sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial U''(\rho_\varkappa)}{\partial \rho_\varkappa} - U''(\rho_\varkappa) \tag{203a}$$

und weiter:

$$L(\rho) = \sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial (F(\rho_\varkappa) + U''(\rho_\varkappa))}{\partial \rho_\varkappa} - (F(\rho_\varkappa) + U''(\rho_\varkappa)) + R\sum_\varkappa \rho_\varkappa. \tag{204a}$$

Nun ist, wie man sofort sieht,

$$W - C_0 = \sum_\varkappa \rho_\varkappa [C_\varkappa + R \ln \rho_\varkappa] + F(\rho_\varkappa) + U''(\rho_\varkappa) \tag{206a}$$

ein vollständiges Integral der Gleichung:

$$W - \sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial W}{\partial \rho_\varkappa} + L(\rho) - C_0 = 0. \tag{205a}$$

Halten wir an diesem Integral fest, so folgt:

$$P_z = C_z + R \ln \rho_z + R + \frac{\partial (F(\rho_z) + U''(\rho_z))}{\partial \rho_z} - \int_1^T \frac{1}{T^2} U_z'(T)\, dT + \frac{\partial U''(\rho_z)}{\partial \rho_z}\left(\frac{1}{T} - 1\right) \qquad 208a)$$

und wir können also bei entsprechender Definition der ϑ-Funktionen wieder alle geforderten Bedingungen erfüllen.

Wir schließen damit die Untersuchungen dieses Artikels; auf spezielle, durch statistische Überlegungen der kinetischen Gastheorie nahegelegte Ansätze einzugehen, haben wir, als dem hier vertretenen Standpunkte inkongruent, absichtlich vermieden.

10. Metamerie, Polymerie, Kondensation, Erstarren, Nebenvalenzen.

Wir wollen in diesem Artikel das System unserer Dichtegleichungen, an ihrem Grundtypus stets festhaltend, so erweitern, daß es auch die im Titel angeführten Erscheinungen mitbeherrscht.

Was zunächst die Metamerie anbetrifft, so liegt es vollständig im Geiste unserer Gleichungen, daß ein Stoff gleicher Zusammensetzung aber verschiedener Konstitution, zum Beispiel $\bar{\rho}_{123}$ und $\bar{\rho}_{132}$, verschiedenen Gleichungen genügt, also auch verschiedene Eigenschaften hat. In dem erwähnten Beispiele hätten wir etwa die analog zu 119) gebildeten Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + P_{1,23}(\vartheta_{1,23}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,23}) + P_{1,32}(\vartheta_{1,32}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,32}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + P_{1,2,3}(\vartheta_{1,2,3}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,2,3}) + P_{13,2}(\vartheta_{13,2}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{13,2}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + P_{12,3}(\vartheta_{12,3}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{12,3}) + P_{1,3,2}(\vartheta_{1,3,2}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,3,2}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{1,23}}{\partial t} - P_{1,23}(\vartheta_{1,23}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,23}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{1,2,3}}{\partial t} - P_{1,2,3}(\vartheta_{1,2,3}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,2,3}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{12,3}}{\partial t} - P_{12,3}(\vartheta_{12,3}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{12,3}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{1,32}}{\partial t} - P_{1,32}(\vartheta_{1,32}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,32}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{13,2}}{\partial t} - P_{13,2}(\vartheta_{13,2}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{13,2}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{1,3,2}}{\partial t} - P_{1,3,2}(\vartheta_{1,3,2}\rho_1\rho_2\rho_3 - \rho_{1,3,2}) = 0
\end{aligned} \qquad 209)$$

Die Bedeutung der Variablen und die Bedingungen, denen die P-Funktionen und die ϑ-Funktionen genügen müssen, sind die analogen wie früher.

Es liegt aber ganz im Rahmen unserer Gleichungen, selbst eine Allotropie von völlig gleichartigen Verbindungen oder auch von Elementen zuzulassen. Kommen etwa die Elemente 1 und 2 in zwei allotropen Modifikationen vor, so lauten die Gleichungen für diese und ihre binäre Verbindung zum Beispiel in Analogie zu 112):

$$\begin{aligned}
&\frac{\delta \rho_1}{\delta t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) = 0\\
&\frac{\delta \hat{\rho}_1}{\delta t} + \hat{P}_{12}(\hat{\vartheta}_{12}\hat{\rho}_1\hat{\rho}_2 - \rho_{12}) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{12}}{\delta t} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) - \hat{P}_{12}(\hat{\vartheta}_{12}\hat{\rho}_1\hat{\rho}_2 - \rho_{12}) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{21}}{\delta t} - P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 - \rho_{21}) - \hat{P}_{21}(\hat{\vartheta}_{21}\hat{\rho}_1\hat{\rho}_2 - \rho_{21}) = 0\\
&\frac{\delta \hat{\rho}_2}{\delta t} + \hat{P}_{21}(\hat{\vartheta}_{21}\hat{\rho}_1\hat{\rho}_2 - \rho_{21}) = 0\\
&\frac{\delta \rho_2}{\delta t} + P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 \quad \rho_{21}) = 0.
\end{aligned} \tag{210}$$

Sehr einfach ergeben sich auch die Gleichungen für die Erscheinungen der Polymerie.

Wir wollen hier als Beispiel nur die Gleichungen für einen Stoff und seine binäre Verbindung mit sich selbst geben:

$$\begin{aligned}
&\frac{\delta \rho_1}{\delta t} + P_{11}(2\,\vartheta_{11}\rho_1^2 - \rho_{11}) = 0\\
&\frac{\delta \rho_{11}}{\delta t} - P_{11}(2\,\vartheta_{11}\rho_1^2 - \rho_{11}) = 0.
\end{aligned} \tag{211}$$

Dabei ist unseren früheren Festsetzungen gemäß:

$$\begin{aligned}
\rho_{11} &= \frac{\rho'_{11}}{A_1}\\
\bar{\rho}_{11} &= \frac{\rho'_{11}}{2A_1}
\end{aligned} \tag{212}$$

also

$$\frac{1}{2}\rho_{11} = \bar{\rho}_{11}. \tag{213}$$

dementsprechend können wir 211) auch schreiben:

$$\begin{aligned}
&\frac{\delta \rho_1}{\delta t} + P_{11}\,2(\vartheta_{11}\rho_1^2 - \bar{\rho}_{11}) = 0\\
&\frac{\delta \bar{\rho}_{11}}{\delta t} - P_{11}(\vartheta_{11}\rho_1^2 - \bar{\rho}_{11}) = 0
\end{aligned} \tag{214}$$

und erhalten bei der Bildung der Entropiegleichung das Produkt:

$$(2\,\mathrm{P}_1 - \bar{\mathrm{P}}_{11})(\vartheta_{11}\rho_1^2 \quad \bar{\rho}_{11}), \tag{215}$$

welches durch geeignete Definition von ϑ_{11}, wie man zum Beispiel unter Zugrundelegung der früher behandelten Spezialfälle leicht erkennt, stets positiv erhalten werden kann.

Nach dem gegebenen Typus lassen sich die Gleichungen auch für beliebig komplizierte Fälle von Polymerie hinschreiben, natürlich wird die Zahl der Gleichungen entsprechend größer und die Charakterisierung der einzelnen Größen durch Indizes etwas umständlich. Wesentliche Schwierigkeiten aber treten nicht auf.

Auch hier ließen sich an die Gleichungen wieder interessante Detailuntersuchungen knüpfen, auf die wir leider an dieser Stelle nicht eingehen können. Beispielshalber sei erwähnt, daß sich die Drucksteigerung bei der Dissoziation ohneweiters aus unseren Gleichungen ergibt.

Haben wir etwa ideale Gase, so ist:

$$p = R\,T\,(\rho_1 + \bar{\rho}_{11}). \tag{216}$$

Ist also anfangs eine bestimmte Gasmenge praktisch undissoziiert $\rho_1 = 0$, zum Schlusse dieselbe Gasmenge im gleichen Volumen vollständig dissoziiert $\bar{\rho}_{11} = 0$, so haben wir im ersten Falle:

$$p' = R\,T\,\bar{\rho}_{11} \tag{217}$$

im zweiten Falle:

$$p'' = R\,T\,\rho_1 \tag{218}$$

und da aus 211) folgt:

$$\rho_1 + \rho_{11} = \text{konst}, \tag{219}$$

ergibt sich mit Rücksicht auf 213):

$$p'' = 2\,p'. \tag{220}$$

Was nun die Erscheinungen der Kondensation und des Erstarrens anbetrifft, so erklären wir, wie das auch G. Jaumann tut, die verschiedenen Aggregatzustände durch allotrope Modifikationen des betreffenden Stoffes, welche durch Dichtegleichungen vom gleichen Typus beherrscht werden, wie die bisher behandelten Erscheinungen.

Tritt keine Polymerisierung ein, so haben wir im einfachsten Falle:

$$\begin{aligned} &\frac{\delta \rho_1}{\delta t} + P_1\,(\vartheta_1\,\rho_1 - \hat{\rho}_1) = 0 \\ &\frac{\delta \hat{\rho}_1}{\delta t} \quad P_1\,(\vartheta_1\,\rho_1 \quad \hat{\rho}_1) = 0. \end{aligned} \tag{221}$$

Es sind also immer beide Modifikationen vorhanden, die beiden Phasen unterscheiden sich durch ein starkes Überwiegen einer derselben. Der Übergang ist im Prinzip ein kontinuierlicher, eine scharfe Grenze kann und wird in bekannter Weise durch Instabilität beziehungsweise Metastabilität gewisser Zustandsgebiete entstehen.

Ist die in Frage kommende Modifikation polymer, so lauten unsere Gleichungen:

$$\begin{aligned} &\frac{\delta \rho_1}{\delta t} + P_{1(\nu)}\,(\nu\,\vartheta_{1(\nu)}\,\rho_1^{\nu} - \rho_{1(\nu)}) = 0 \\ &\frac{\delta \rho_{1(\nu)}}{\delta t} - P_{1(\nu)}\,(\nu\,\vartheta_{1(\nu)}\,\rho_1^{\nu} - \rho_{1(\nu)}) = 0, \end{aligned} \tag{222}$$

wo ν eine ganze Zahl ist und wieder die Relationen gelten:

$$\begin{aligned} \rho_{1(\nu)} &= \frac{\rho'_{1(\nu)}}{A_1} \\ \bar{\rho}_{1(\nu)} &\quad \frac{\bar{\rho}'_{1(\nu)}}{\nu\,A_1}. \end{aligned} \tag{223}$$

Es ist natürlich ganz unmöglich, bei einem so umfangreichen und vielfach noch ungeklärten Gebiete, wie es das der Aggregatzustände ist, die in unseren Ansätzen steckenden reichen Möglichkeiten im Rahmen dieser Untersuchung herauszuarbeiten; ich hoffe, mich später einmal in einer besonderen Arbeit eingehend mit diesem Spezialgebiet befassen zu können. Hier muß uns die prinzipielle Erkenntnis genügen, daß der Typus unserer Dichtegleichungen auch diese Erscheinungsgruppen mit einbegreift.

Zum Schlusse dieses Artikels soll noch gezeigt werden, daß die Dichtegleichungen auch zur Erklärung der Nebenvalenzen beziehungsweise »Molekülverbindungen« ausreichen.

Haben wir zum Beispiel die Elemente 1, 2, 3, 4, ihre binären Verbindungen 1—2, 3—4 und eine Molekülverbindung von der Form $\nu\,(1-2)-\mu\,(3-4)$, so lauten die betreffenden Gleichungen:

$$\frac{\delta \rho_1}{\delta t} + P_{12}\,(\vartheta_{12}\,\rho_1\,\rho_2 - \rho_{12}) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_2}{\delta t} + P_{21}\,(\vartheta_{21}\,\rho_1\,\rho_2 - \rho_{21}) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_3}{\delta t} + P_{34}\,(\vartheta_{34}\,\rho_3\,\rho_4 - \rho_{34}) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_4}{\delta t} + P_{43}\,(\vartheta_{43}\,\rho_3\,\rho_4 - \rho_{43}) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_{12}}{\delta t} - P_{12}\,(\vartheta_{12}\,\rho_1\,\rho_2 - \rho_{12}) + P_{12,34}\left(\nu\ \vartheta_{12,\ 34}\ \rho_{12}^{\nu}\left(\frac{\rho_{34}+\rho_{43}}{2}\right)^{\mu} - \frac{1}{2}\,(\rho_{12,34}+\rho_{21,34})\right) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_{21}}{\delta t} - P_{21}\,(\vartheta_{21}\,\rho_1\,\rho_2 - \rho_{21}) + P_{21,34}\left(\nu\ \vartheta_{21,\ 34}\ \rho_{21}^{\nu}\left(\frac{\rho_{34}+\rho_{43}}{2}\right)^{\mu} - \frac{1}{2}\,(\rho_{12,34}+\rho_{21,34})\right) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_{34}}{\delta t} - P_{34}\,(\vartheta_{34}\,\rho_3\,\rho_4 - \rho_{34}) + P_{34,12}\left(\mu\ \vartheta_{34,\ 12}\ \rho_{34}^{\mu}\left(\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\right)^{\nu} - \frac{1}{2}\,(\rho_{34,12}+\rho_{43,12})\right) = 0 \qquad 224)$$

$$\frac{\delta \rho_{43}}{\delta t} - P_{43}\,(\vartheta_{43}\,\rho_3\,\rho_4 - \rho_{43}) + P_{43,12}\left(\mu\ \vartheta_{43,\ 12}\ \rho_{43}^{\mu}\left(\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\right)^{\nu} - \frac{1}{2}\,(\rho_{34,12}+\rho_{43,12})\right) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_{12,34}}{\delta t} - P_{12,34}\left(\nu\ \vartheta_{12,\ 34}\left(\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\right)^{\nu}\left(\frac{\rho_{34}+\rho_{43}}{2}\right)^{\mu} - \rho_{12,34}\right) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_{21,34}}{\delta t} - P_{21,34}\left(\nu\ \vartheta_{21,\ 34}\left(\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\right)^{\nu}\left(\frac{\rho_{34}+\rho_{43}}{2}\right)^{\mu} - \rho_{21,34}\right) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_{34,12}}{\delta t} - P_{34,12}\left(\mu\ \vartheta_{34,\ 12}\left(\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\right)^{\nu}\left(\frac{\rho_{34}+\rho_{43}}{2}\right)^{\mu} - \rho_{34,12}\right) = 0$$

$$\frac{\delta \rho_{43,12}}{\delta t} - P_{43,12}\left(\mu\ \vartheta_{43,\ 12}\left(\frac{\rho_{12}+\rho_{21}}{2}\right)^{\nu}\left(\frac{\rho_{34}+\rho_{43}}{2}\right)^{\mu} - \rho_{43,12}\right) = 0$$

Dabei sind ν und μ ganze Zahlen, für die P-Funktionen und die ϑ-Funktionen werden die üblichen Relationen gefordert, also auch:

$$P_{12,34} = P_{21,34} = P_{34,12} = P_{43,12} \qquad 225)$$
$$\vartheta_{12,34} = \vartheta_{21,34} = \vartheta_{34,12} = \vartheta_{43,12}.$$

Ferner sind:

$$\rho_{12,34} = \frac{\rho'_{12,34}}{A_1}, \quad \rho_{21,34} = \frac{\rho'_{21,34}}{A_2}, \quad \rho_{34,12} = \frac{\rho'_{34,12}}{A_3}, \quad \rho_{43,12} = \frac{\rho'_{43,12}}{A_4} \qquad 226)$$

und $\rho'_{12,34}$, $\rho'_{21,34}$, $\rho'_{34,12}$, $\rho'_{43,12}$ die Dichten der in die Molekülverbindung eingetretenen Anteile der Elemente. Weiter ist:

$$\rho_{12,34} = \frac{\rho'_{12,34}+\rho'_{21,34}+\rho'_{34,12}+\rho'_{43,12}}{\nu\,(A_1+A_2)+\mu\,(A_3+A_4)}. \qquad 227)$$

Aus den Gleichungen folgt:

$$\rho_{12,34} = \rho_{21,34}, \quad \rho_{34,12} = \rho_{43,12} \qquad 228)$$

und

$$\mu\,\rho_{12,34} = \nu\,\rho_{34,12}. \qquad 229)$$

Nun ist aber:

$$\frac{\rho'_{12,34}+\rho'_{21,34}}{A_1+A_2} = \frac{A_1\rho_{12,34}+A_2\rho_{21,34}}{A_1+A_2} = \rho_{12,34}$$
$$\frac{\rho'_{34,12}+\rho'_{43,12}}{A_3+A_4} = \frac{A_3\rho_{34,12}+A_4\rho_{43,12}}{A_3+A_4} = \rho_{34,12}, \qquad 230)$$

also schließlich:

$$\frac{\rho'_{12,34}+\rho'_{21,34}}{\rho'_{34,12}+\rho'_{43,12}} = \frac{\nu(A_1+A_2)}{\mu(A_3+A_4)}. \qquad 231)$$

Die angeschriebenen Gleichungen beherrschen somit tatsächlich die verlangte Molekülverbindung, sie entsprechen außerdem vollständig unserem Grundtypus und erfüllen daher, wie man leicht nachprüft, auch das Prinzip der Erhaltung des Stoffes und das Entropieprinzip.

Man erkennt unschwer, daß unsere Gleichungen überhaupt jede denkbare Verbindung darzustellen vermögen, ob und bis zu welchem Grade eine Verbindung dann tatsächlich zustandekommt, das hängt von den Werten der ϑ- und der P-Funktionen ab.

Zusammenfassend können wir sagen: es wurde nachgewiesen, daß unser Gleichungssystem, soweit wir es in diesem Abschnitte herangezogen haben, die Deduktion der Energie- und der Entropiegleichung gestattet und daß durch dasselbe ein großes Erscheinungsgebiet in unverkennbarer prinzipieller Übereinstimmung mit der Erfahrung dargestellt wird.

Natürlich konnten und können wir in einer wesentlich dem Entropieprinzip gewidmeten Arbeit nur das von diesem Gesichtspunkte aus Wichtigste wirklich ausführen, uns im übrigen auf kurze Hinweise beschränkend.

Wir haben im ersten Abschnitte hervorgehoben, daß die formale Deduktion der Entropiegleichung noch nicht notwendig das Entropieprinzip involviert; da aber in unserem Falle die Entropiefunktion nicht von der Geschwindigkeit abhängt, da sie ferner, weil $\frac{\partial U}{\partial T}$ naturgemäß positiv ist, stets mit zunehmender Temperatur wächst und gemäß der Eindeutigkeit von U, p, P_x auch eine eindeutige Funktion des Zustandes ist, welche überdies bei den in der Natur sich abspielenden Prozessen wegen der in die Gleichung eintretenden positiven Produkte 173) tatsächlich wachsen muß, so wird auch allen neben der formalen Deduktion geforderten Bedingungen Genüge getan.

In einem letzten Artikel dieses Abschnittes soll noch eine negative Eigenschaft unserer Dichtegleichungen, welche sie zu den ursprünglichen Gleichungen G. Jaumann's in einen gewissen Gegensatz bringt, kurz besprochen werden.

11. Nicht oszillatorischer Charakter der Dichtegleichungen.

Die Jaumann'schen Dichtegleichungen gestatten das Zustandekommen chemischer Oszillationsvorgänge und Jaumann zieht solche Vorgänge zur prinzipiellen Erklärung der Verbindungsspektra heran, ohne aber auf eine wirkliche Durchrechnung des Emissionsproblems einzugehen.

Wird man einerseits auf die Möglichkeit chemischer Oszillationsvorgänge nicht gerne ohne Notwendigkeit verzichten, so verliert man doch andrerseits beim gegenwärtigen Stande der Theorie auch nichts Wesentliches, wenn man zu einem Verzichte auf diese Möglichkeit gezwungen wird. Das letzte große Problem, das im Rahmen der Jaumann'schen Theorie seiner Lösung harrt, das Emissionsproblem, wird ohnehin, einmal ernstlich in Angriff genommen, eine mächtige gestaltende Wirkung auf das ganze Gleichungssystem haben und es werden sich dann auch Mittel und Wege finden müssen, um die neuen Forderungen mit den alten Errungenschaften in Einklang zu bringen. Wir werden uns übrigens im letzten Abschnitte noch etwas näher mit diesem Gebiete zu befassen haben.

Zur Erörterung der uns jetzt gestellten Aufgabe bedienen wir uns wieder der allgemeinen Dichtegleichungen 144) für zwei Elemente und ihre binäre Verbindung:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta \rho_1}{\delta t} - \vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \chi_1\rho_{12} - \chi_2\rho_{21} &= 0\\
\frac{\delta \rho_{12}}{\delta t} + \vartheta_{12}\rho_1\rho_2 + \chi_1\rho_{12} + \chi_2\rho_{21} &= 0\\
\frac{\delta \rho_{21}}{\delta t} + \vartheta_{21}\rho_1\rho_2 + \chi_3\rho_{12} + \chi_4\rho_{21} &= 0\\
\frac{\delta \rho_2}{\delta t} - \vartheta_{21}\rho_1\rho_2 - \chi_3\rho_{12} - \chi_4\rho_{21} &= 0
\end{aligned} \qquad 232)$$

mit der Bedingung 145):

$$(\chi_1+\chi_2)\,\vartheta_{21} = (\chi_3+\chi_4)\,\vartheta_{12}. \qquad 233)$$

Die Geschwindigkeit, welche für uns hier nicht in Betracht kommt, setzen wir gleich Null, so daß die körperlichen in die lokalen Fluxionen übergehen.

Soll nun der Gleichgewichtszustand nicht aperiodisch sondern in gedämpften Schwingungen erreicht werden, so muß der Ansatz möglich sein:

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \rho_1^* + \rho_1'' e^{ip(1+i\varkappa)t}\\
\rho_2 &= \rho_2^* + \rho_2'' e^{ip(1+i\varkappa)t}\\
\rho_{12} &= \rho_{12}^* + \rho_{12}'' e^{ip(1+i\varkappa)t}\\
\rho_{21} &= \rho_{21}^* + \rho_{21}'' e^{ip(1+i\varkappa)t},
\end{aligned} \qquad 234)$$

wo $\rho_1^*, \rho_2^*, \rho_{12}^*, \rho_{21}^*$ die Gleichgewichtswerte und $\rho_1'', \rho_2'', \rho_{12}'', \rho_{21}''$ die Schwingungsamplituden sind, letztere wollen wir als hinreichend klein voraussetzen, um Glieder zweiter Ordnung vernachlässigen zu können. p bedeutet die 2π-fache Schwingungszahl, $\varkappa$ bestimmt die Dämpfung.

Setzen wir die Werte 234) in unsere Gleichungen ein, so folgt zunächst:

$$\rho_1'' = -\rho_{12}'' \quad ; \quad \rho_2'' = -\rho_{21}'' \qquad 235)$$

und mit Rücksicht darauf:

$$\begin{aligned}
[ip(1+i\varkappa) + (\chi_1 - \vartheta_{12}\rho_2^*)]\,\rho_{12}'' + (\chi_2 - \vartheta_{12}\rho_1^*)\,\rho_{21}'' &= 0\\
[ip(1+i\varkappa) + (\chi_4 - \vartheta_{21}\rho_1^*)]\,\rho_{21}'' + (\chi_3 - \vartheta_{21}\rho_2^*)\,\rho_{12}'' &= 0.
\end{aligned} \qquad 236)$$

Setzen wir noch:

$$\begin{aligned}
\chi_1 \quad \vartheta_{12}\rho_2^* &= B_1\\
\chi_2 - \vartheta_{12}\rho_1^* &= B_2\\
\chi_3 \quad \vartheta_{21}\rho_2^* &= B_3\\
\chi_4 \quad \vartheta_{21}\rho_1^* &= B_4,
\end{aligned} \qquad 237)$$

so folgt aus 236) durch Elimination die Bedingungsgleichung:

$$-p^2(1+2i\varkappa-\varkappa^2) + ip(1+i\varkappa)(B_1+B_4) + B_1B_4 - B_2B_3 = 0 \qquad 238)$$

oder wenn wir die Gleichung zerschlagen:

$$\begin{aligned}
-p^2(1-\varkappa^2) - p\varkappa(B_1+B_4) + B_1B_4 - B_2B_3 &= 0\\
2\varkappa p &= B_1+B_4.
\end{aligned} \qquad 239)$$

Den Wert von $\varkappa$ aus der zweiten in die erste Gleichung eingesetzt erhalten wir:

$$p^2 + \frac{(B_1+B_4)^2}{4} - \frac{(B_1+B_4)^2}{2} + B_1B_4 - B_2B_3 = 0 \qquad 240)$$

oder anders geschrieben:

$$p^2 = -\frac{(B_1-B_4)^2}{4} - B_2B_3. \qquad 241)$$

Nur wenn für p ein reeller Wert herauskommt, war unser Ansatz zulässig. Ist $B_2 B_3$ positiv, so wird p notwendig imaginär, ist es negativ, so kann p reell sein.

Nun folgt aus 237) und 233):

$$B_1 \vartheta_{21} - B_4 \vartheta_{12} = B_3 \vartheta_{12} - B_2 \vartheta_{21} \qquad 242)$$

oder, wenn wir speziell $\vartheta_{12} = \vartheta_{21}$ setzen:

$$B_1 - B_4 = B_3 - B_2 . \qquad 243)$$

In diesem Falle erhalten wir:

$$p^2 = -\frac{(B_2 + B_3)^2}{4}, \qquad 244)$$

also p sicher imaginär, welche Werte auch die χ haben mögen.

Gerade zu der Annahme $\vartheta_{12} = \vartheta_{21}$ sahen wir uns durch Gründe schwerstwiegender Art genötigt. Mußten wir aber einmal an dieser Relation festhalten, so hätten uns von Null verschiedene Werte der Größen χ_2 und χ_3 keinen Vorteil, wohl aber große Schwierigkeiten bereitet.

Wir haben somit erkannt, daß unsere Dichtegleichungen keinen oszillatorischen Charakter besitzen und daß diese negative Eigenschaft derselben wesentlich durch die Relation $\vartheta_{12} = \vartheta_{21}$ bedingt wird.

Wir haben aber auch im Verlaufe dieses Abschnittes gesehen, daß es zum mindesten sehr schwer sein dürfte, das Entropieprinzip, das Prinzip der Erhaltung des Stoffes und die Forderung nach unbedingtem Positivbleiben der $\rho_\varkappa$ gleichzeitig zu erfüllen, ohne von der in Frage stehenden Relation Gebrauch zu machen.

Die in diesem Artikel durchgeführten Untersuchungen sollten den Gegensatz zwischen unseren und den Jaumann'schen Dichtegleichungen, was den Schwingungscharakter anbetrifft, im einfachsten Falle klar herausarbeiten. Wir wären, wenn auch in etwas verwickelterer Weise, zu prinzipiell demselben Resultate gelangt, falls wir noch die ϑ und die χ als Funktionen der $\rho_\varkappa$ aufgefaßt hätten. Hingegen sei betont, daß durch unsere Überlegungen nichts über das Verhalten der Gleichungen ausgesagt wurde für den Fall, daß noch die Derivationsglieder in dieselben eintreten.

IV. Diffusion und Elektrolyse.

12. Das Gleichungssystem.

Wir gehen jetzt zu einer Erweiterung des im vorigen Abschnitte behandelten Gleichungssystems über, das seinerseits natürlich wieder eine Spezialisierung des kompletten Systems sein muß.

An der Voraussetzung, daß U und ebenso ε_0, μ_0 nur in sehr geringem Maße von ψ abhängen, so daß wir $-\frac{\partial U}{\partial \psi}, P'', -\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \psi}, \frac{\partial \mu_0}{\partial \psi}$ praktisch gleich Null setzen dürfen, soll auch jetzt festgehalten werden; ferner soll $\eta_\varkappa$ gleich Null sein und $\bar{\alpha}_\varkappa$ praktisch gleich Null bleiben. Außerdem setzen wir:

$$r = r' = p = q = a = a' = b = b' = k'_\varkappa = l'_\varkappa = a'_3 = b'_3 = k_{\varkappa 3} = l_{\varkappa 3} = 0 .$$

Die Gleichungen lauten dann:

$$\text{I}\,b) \qquad \rho \frac{d' \mathfrak{v}}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\delta \rho}{\delta t} \mathfrak{v} + \nabla \cdot \mathfrak{d} = 0$$

$$\text{II}\,b) \quad [\varepsilon] \cdot \frac{d\mathfrak{e}}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d[\varepsilon]}{dt} \cdot \mathfrak{e} + \frac{1}{2} \frac{d\varepsilon_0}{dt} \cdot \mathfrak{e} + \varepsilon_0 \cdot \nabla \zeta_3 + f_0 \gamma_0 \cdot \nabla T + f_1 (\gamma_0 \cdot \nabla T) \times \mathfrak{m} + \gamma \cdot \mathfrak{e} + \mathfrak{a} = c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{m}$$

$$[\mu] \cdot \frac{d\mathfrak{m}}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d[\mu]}{dt} \cdot \mathfrak{m} + \frac{1}{2} \frac{d\mu_0}{dt} \cdot \mathfrak{m} + \nabla \cdot \zeta + \gamma' \mathfrak{m} = -c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{e}$$

$$\text{III}\,b)\quad e:\frac{d\bar{\varepsilon}}{dt}+m\nabla,\mathfrak{v}+a_3\ \mathrm{div}\ (\mathfrak{e}\cdot\varepsilon_0)\,\mathrm{I}+\varphi:\bar{\varepsilon}+s\,\bar{\mu}=h\nabla T\times\mathrm{I}$$

$$e':\frac{d\bar{\mu}}{dt}+m'\nabla,\mathfrak{v}+b_3\ \mathrm{div}\ (\mathfrak{e}\cdot\varepsilon_0)\,\mathrm{I}+\varphi':\bar{\mu}-s\,\bar{\varepsilon}=h'\nabla T\times\mathrm{I}$$

$$\text{IV}\,b)\quad g_\varkappa:\frac{d\bar{\gamma}_\varkappa}{dt}+n_\varkappa\nabla,\mathfrak{v}+k'_{\varkappa 3}\ \mathrm{div}\ (\mathfrak{e}\cdot\varepsilon_0)\,\mathrm{I}+k_\varkappa\,[\nabla;\mathfrak{m}-\mathfrak{m};\nabla]+v_\varkappa\,\mathfrak{e};[\varepsilon]\cdot\mathfrak{e}+v'_\varkappa\,\mathfrak{m};[\mu]\cdot\mathfrak{m}+$$

$$+y_\varkappa:\bar{\gamma}_\varkappa+z_\varkappa\,\bar{\xi}_\varkappa=\{H_\varkappa\,[\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa)\mp\nu_\varkappa\,\Lambda\,\mathfrak{e}]\}\times\mathrm{I}$$

$$g'_\varkappa:\frac{d\bar{\xi}_\varkappa}{dt}+n'_\varkappa\nabla,\mathfrak{v}+l'_{\varkappa 3}\ \mathrm{div}\ (\mathfrak{e}\cdot\varepsilon_0)\,\mathrm{I}+l_\varkappa\,[\nabla;\mathfrak{m}-\mathfrak{m};\nabla]+w_\varkappa\,\mathfrak{e};[\varepsilon]\cdot\mathfrak{e}+w'_\varkappa\,\mathfrak{m};[\mu]\cdot\mathfrak{m}$$

$$+y'_\varkappa:\bar{\xi}_\varkappa-z_\varkappa\,\bar{\gamma}_\varkappa=\{H'_\varkappa\,[\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa)\mp\nu_\varkappa\,\Lambda\,\mathfrak{e}]\}\times\mathrm{I}$$

$$\text{V}\,b)\quad \frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt}+\frac{T}{2}\frac{\delta}{\delta t}\left[\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right]+\left(p+U-\sum_\varkappa\rho_\varkappa\frac{\partial U}{\partial\rho_\varkappa}\right)\mathrm{div}\,\mathfrak{v}$$

$$-\sum_\varkappa\frac{\partial U}{\partial\rho_\varkappa}\left[\pm P_{\varkappa\lambda}\,(\vartheta_{\varkappa\lambda}\rho_\varkappa\rho_\lambda-\rho_{\varkappa\lambda})+\mathrm{div}\,(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})\right]-\bar{\varepsilon}:\varphi:\bar{\varepsilon}-\bar{\mu}:\varphi':\bar{\mu}-\sum_\varkappa[\bar{\gamma}_\varkappa:y_\varkappa:\bar{\gamma}_\varkappa+$$

$$+\bar{\xi}_\varkappa:y'_\varkappa:\bar{\xi}_\varkappa]\quad\mathfrak{e}\cdot\gamma_{\mathfrak{m}}\cdot\mathfrak{e}+T\sum_\varkappa\mathrm{P}_\varkappa\,\mathrm{div}\,(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})+T\,\mathrm{div}\,\mathfrak{W}=0$$

$$\text{VII}\,b)\quad \frac{\delta\rho_\varkappa}{\delta t}\pm P_{\varkappa\lambda}\,[\vartheta_{\varkappa\lambda}\rho_\varkappa\rho_\lambda-\rho_{\varkappa\lambda}]+\mathrm{div}\,(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})=0.$$

Wie man leicht nachprüft, bilden diese Gleichungen wieder ein in sich energetisch geschlossenes System. Betont sei, daß jeder zusammengehörigen Gruppe von chemischen Verbindungsgleichungen immer nur je ein Gleichungspaar IV) entspricht. Dementsprechend sind auch zum Beispiel $\bar{\gamma}_{\varkappa\lambda}$ und $\bar{\gamma}_{\lambda\varkappa}$, $\bar{\xi}_{\varkappa\lambda}$ und $\bar{\xi}_{\lambda\varkappa}$, $H_{\varkappa\lambda}$ und $H_{\lambda\varkappa}$, $H'_{\varkappa\lambda}$ und $H'_{\lambda\varkappa}$ identische Größen. Die in den Gleichungen IV) auftretende P-Funktion wird in diesem Falle natürlich $\bar{\mathrm{P}}_{\varkappa\lambda}$ sein. Ganz analoge Festsetzungen gelten, um das schon vorweg zu nehmen, auch für die Gleichungen VIII).

Das soeben angeschriebene Gleichungssystem sieht schon recht kompliziert aus, umfaßt aber auch einen sehr großen Komplex von Naturerscheinungen. Wie in früheren Arbeiten[1] gezeigt wurde, führen unsere Gleichungen für verhältnismäßig langsam verlaufende elektromagnetische Vorgänge auf die Hertz'sche Theorie, vermögen aber bei etwas geänderter Verfügung über gewisse Konstanten auch die Reibungs- und Piezoelektrisierung zu erklären. Die Gleichungen enthalten ferner die elektromagnetische Lichttheorie für isotrope und anisotrope Körper inklusive Dispersionserscheinungen, sie geben eine Theorie der Kathoden- und Kanalstrahlen, die gegenseitige Exzitation von Transversalstrahlen und Longitudinalstrahlen in bestimmten der Erfahrung entsprechenden Fällen u. s. f. Bei etwas geänderter Festsetzung der Konstanten beherrscht unser System auch das Verhalten optisch aktiver Medien, die magnetische Drehung der Polarisationsebene, die elektrische Doppelbrechung und verwandte Erscheinungen. Auf alles das können wir hier ebensowenig neuerlich eingehen, wie auf den in der zweiten der zitierten Arbeiten durchgeführten Anschluß unserer Gleichungen an die Cohn'sche Theorie, wodurch eine vollständige Anpassung an die Erfahrung auch für bewegte Körper erzielt wurde.

Auch die durch die Glieder $m\nabla$, $\mathfrak{v}$ usw. und die zugehörigen Glieder der Spannungsdyade bewirkten Zähigkeitsspannungen wurden schon früher behandelt, die betreffenden Wärmeproduktionen stecken in den Gliedern $\bar{\varepsilon}:\varphi:\bar{\varepsilon}$ u. s. f. Hier können wir nur die wichtigsten der durch die Abänderung des Gleichungssystems bedingten neuen Deduktionen ausführen.

---

[1] Wiener Berichte CXXI, Abt. II *a*, 1912, p. 633 und CXXII, Abt. II *a*, 1913, p. 1487.

13. Deduktion des Entropieprinzips.

Auch das angeschriebene, in sich geschlossene System gestattet die Deduktion der Entropiegleichung. Da U auch jetzt nur von T und den $\rho_\varkappa$ abhängt, werden wir, den Überlegungen des Artikels 4 gemäß, wieder nur die Wärmegleichung und die Dichtegleichungen zur Deduktion heranzuziehen haben. Wir bilden also, der früher ausführlich dargelegten Methode entsprechend, zunächst die partielle Energiegleichung:

$$\frac{dU}{dt}+\frac{T}{2}\frac{\delta}{\delta t}\left[\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right]+(p+U)\operatorname{div}\mathfrak{v}-\bar{\varepsilon}:\varsigma:\bar{\varepsilon}-\bar{\mu}:\varsigma':\bar{\mu}$$

$$-\sum_\varkappa[\bar{\gamma}_\varkappa:g_\varkappa:\bar{\gamma}_\varkappa+\bar{\xi}_\varkappa:g'_\varkappa:\bar{\xi}_\varkappa]-\mathfrak{e}\cdot\gamma_0\cdot\mathfrak{e}+T\sum_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa\operatorname{div}(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})+T\operatorname{div}\mathfrak{W}=0 \qquad 245)$$

Diese Gleichung dividieren wir durch T und subtrahieren dann von ihr, wie in Artikel 9, die mit den zugehörigen P-Funktionen multiplizierten Dichtegleichungen. Dann erhalten wir:

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{dT}\frac{dT}{dt}+\sum_\varkappa\left[\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial\rho_\varkappa}-\mathrm{P}_\varkappa\right]\frac{d\rho_\varkappa}{dt}+\frac{\delta}{\delta t}\left[\frac{1}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right)\right]+\left[\frac{1}{T}(p+U)-\sum_\varkappa\rho_\varkappa\mathrm{P}_\varkappa\right]\cdot \qquad 246)$$

$$\cdot\operatorname{div}\mathfrak{v}+\operatorname{div}\mathfrak{W}-\frac{1}{T}\left[\bar{\varepsilon}:\varsigma:\bar{\varepsilon}+\bar{\mu}:\varsigma':\mu+\sum_\varkappa(\bar{\gamma}_\varkappa:g_\varkappa:\bar{\gamma}_\varkappa+\bar{\xi}_\varkappa:g'_\varkappa:\bar{\xi}_\varkappa)+\mathfrak{e}\cdot\gamma_0\cdot\mathfrak{e}\right]-\sum_\varkappa\mathrm{P}_\varkappa P_{\varkappa\lambda}(\vartheta_{\varkappa\lambda}\rho_\varkappa\rho_\lambda-\rho^{\varkappa\lambda})=0.$$

Indem wir an den Definitionen und Bedingungen des Artikels 9 festhalten, wird

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt}+\sum_\varkappa\left[\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial\rho_\varkappa}-\mathrm{P}_\varkappa\right]\frac{d\rho_\varkappa}{dt}=\frac{dS'}{dt} \qquad 247)$$

auch jetzt wieder die totale Fluxion einer Funktion S' und da weiter

$$p+U-T\sum_\varkappa\rho_\varkappa\mathrm{P}_\varkappa=TS' \qquad 248)$$

gefordert wird, erhalten wir:

$$\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt}+\sum_\varkappa\left[\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial\rho_\varkappa}-\mathrm{P}_\varkappa\right]\frac{d\rho_\varkappa}{dt}+\left[\frac{1}{T}(p+U)-\sum_\varkappa\rho_\varkappa\mathrm{P}_\varkappa\right]\operatorname{div}\mathfrak{v}=\frac{\delta S'}{\delta t} \qquad 249)$$

und es folgt dann aus 245):

$$\frac{\delta}{\delta t}\left[S'+\frac{1}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right)\right]+\operatorname{div}\mathfrak{W}-\frac{\mathfrak{J}^2}{T}=0 \qquad 250)$$

S' bedeutet also hier nicht die gesamte Entropie, es folgt vielmehr:

$$S=S'+\frac{1}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right). \qquad 251)$$

Die gesamte Entropie hängt somit noch von $\mathfrak{e}$, $\mathfrak{m}$, $\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial T}$, $\frac{\partial\mu_0}{\partial T}$ ab.

Bemerkt sei, daß es durchaus keine Schwierigkeiten machen würde, die Entropiefunktion durch Einfügen entsprechender Glieder in die dielektrischen und stofflichen Gleichungen auch von diesen Variablen abhängen zu lassen. Mangels diesbezüglicher Erfahrungen haben wir hier den einfacheren Fall gewählt und auf die Einführung derartiger Glieder verzichtet.

Da die unter $\mathfrak{J}^2$ zusammengefaßten Glieder nach den Definitionen des Artikels 5 und den eingehenden Überlegungen des Artikels 9, stets positive Werte haben, erhielten wir in 250) tatsächlich die geforderte Entropiegleichung, wobei $\mathfrak{W}$ dem Entropiefluß entspricht.

Man erkennt auch sofort, daß S eine eindeutige Funktion des Zustandes ist und daß S', da $\frac{\partial U}{\partial T}$ positiv ist, mit zunehmender Temperatur zunehmen wird; ob das aber auch für

$$\frac{1}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\,\varepsilon_0}{\partial\,T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\,\mu_0}{\partial\,T}\cdot\mathfrak{m}\right. \tag{252}$$

der Fall ist, muß erst untersucht werden.

Wir fragen also; ist

$$\frac{\partial}{\partial\,T}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial\,\varepsilon_0}{\partial\,T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial\,\mu_0}{\partial\,T}\cdot\mathfrak{m}\right.$$

stets positiv? Oder, da die beiden Glieder voneinander unabhängig sind, bleiben die Relationen

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\varepsilon_0}{\partial\,T^2}&\gtreqless 0\\ \frac{\partial^2\mu_0}{\partial\,T^2}&\gtreqless 0\end{aligned} \tag{253}$$

stets erfüllt?

Soweit mir diesbezügliche Beobachtungen bekannt sind, scheinen die Relationen 253) der Hauptsache nach durch die Erfahrung entschieden bestätigt zu werden.

Bei festen Körpern nimmt die Dielektrizitätskonstante mit steigender Temperatur im allgemeinen zu, bei Flüssigkeiten ab, und zwar im ersten Falle beschleunigt, im zweiten Falle verzögert, so daß $\frac{\partial^2\varepsilon_0}{\partial\,T^2}$ in beiden Fällen positiv bleibt. Für eine Reihe von Flüssigkeiten gilt zum Beispiel die Formel:

$$\varepsilon_0 = c\,c^{-\frac{T}{190}} \tag{254}$$

wo c eine positive Materialkonstante ist; es folgt:

$$\frac{\partial^2\varepsilon_0}{\partial\,T^2} = c\left(\frac{1}{190}\right)^2 c^{-\frac{T}{190}} \tag{255}$$

also positiv. Soweit die mir vorliegenden Beobachtungen reichen, ist auch für Gase $\frac{\partial^2\varepsilon_0}{\partial\,T^2}\gtreqless 0$. Natürlich ist beim Differenzieren die Dichte konstant zu halten. Was μ_0 anbetrifft, so ist es, da unser Gleichungssystem das Verhalten ferromagnetischer Körper nicht beherrscht, nahezu gleich eins und hängt jedenfalls nur äußerst wenig von der Temperatur ab, wenigstens bei diamagnetischen Stoffen. Für paramagnetische Stoffe nimmt nach Curie der Magnetisierungskoeffizient, also auch μ_0 mit steigender Temperatur verzögert ab, so daß sich wieder $\frac{\partial^2\mu_0}{\partial\,T^2}$ positiv ergibt.

Zieht man noch in Betracht, daß es sich streng genommen um die partiellen Differentialquotienten bei exakter Konstanthaltung aller $\rho_\varkappa$ handelt,[1] so besitzen wir im Sinne unserer Dichtegleichungen und der Überlegungen des vorigen Abschnittes ausgiebige Möglichkeiten, um auch scheinbare Ausnahmefälle unter exakter Aufrechterhaltung der Relationen 253) zu erklären.

Schließlich darf auch von diesem Gesichtspunkte aus nicht vergessen werden, daß sich unsere Gleichungen im allgemeinen sehr wesentlich von den einfachen Maxwell'schen, beziehungsweise Hertz'schen Gleichungen unterscheiden, wie das zum Beispiel für rasche elektromagnetische Schwingungen sehr deutlich in Erscheinung tritt.

Alles zusammenfassend, können wir hier die durch die Erfahrung im wesentlichen wohlbegründete Annahme machen, daß die Relationen 253) immer exakt erfüllt sind.

Damit haben wir sichergestellt, daß die Entropiefunktion auch jetzt mit zunehmender Temperatur wächst. Daß die Entropie bei den in der Natur sich abspielenden Prozessen tatsächlich wachsen muß, wird durch die in $\mathfrak{H}^2$ zusammengefaßten Glieder gewährleistet.

[1] Dieser Umstand fällt auch bei numerischen Abschätzungen der betreffenden Glieder sehr in's Gewicht, da die Temperaturabhängigkeit, selbst bei konstantem Volumen, ganz oder teilweise eine implizite, durch Änderungen der einzelnen $\rho_\varkappa$ (allotrope Modifikationen usw.) bedingte sein kann.

Bemerkt sei noch, daß die spezifische Wärme jetzt nicht mehr durch $\frac{\partial U}{\partial T}$, sondern durch

$$\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{T}{2}\left[\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial T^2}\cdot\mathfrak{e} + \mathfrak{m}\cdot\frac{\partial^2 \mu_0}{\partial T^2}\cdot\mathfrak{m}\right]$$

gegeben ist; solange dieser Ausdruck positiv ist, wird auch S mit zunehmender Temperatur wachsen, gleichgültig ob

$$\left[\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial T^2}\cdot\mathfrak{e} + \mathfrak{m}\cdot\frac{\partial^2 \mu_0}{\partial T^2}\cdot\mathfrak{m}\right]$$

für sich allein positiv ist oder nicht. Nun überlegt man leicht, daß in praktisch realisierbaren Fällen das zweite Glied dem ersten gegenüber klein bleibt (Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit). Unsere oben durchgeführten Untersuchungen haben demgemäß eigentlich nur theoretische Bedeutung.

Wir haben somit das Entropieprinzip aus dem in diesem Abschnitte gegebenen Gleichungssysteme wieder reinlich deduziert. Ich darf vielleicht erwähnen, daß, so verhältnismäßig einfach und glatt die Sache jetzt aussieht, mir doch gerade in diesem Falle die gleichzeitige Anpassung der Gleichungen an das Energieprinzip, das Entropieprinzip und alle übrigen Anforderungen der Erfahrung, zunächst große Schwierigkeiten machte. Gerade die zahlreichen, in verschiedenster Richtung geführten, fehlgeschlagenen Versuche berechtigen aber auch zu der Überzeugung, daß den nunmehr gefundenen, Elektrolyse und Diffusion beherrschenden Gliedern ein hoher Grad von Sicherheit zukommt.

Wir wenden uns jetzt den aus diesen Gliedern sich ergebenden Folgerungen zu.

14. Durchrechnung der Aufgabe.

Im Folgenden beschränken wir uns auf relativ langsam verlaufende Vorgänge, auf ruhende, isotrope Medien und setzen γ_0 die metallische Leitfähigkeit praktisch gleich Null. Ferner halten wir uns bezüglich der Größenordnungen der Materialkonstanten an die, in den früher zitierten Arbeiten getroffenen Verfügungen.

Dementsprechend dürfen wir für langsam verlaufende Vorgänge die Fluxionsglieder in den Gleichungen II *b*), III *b*), IV *b*) vernachlässigen und ebenso die mit den äußerst kleinen Faktoren $v_\varkappa$, $v'_\varkappa$, $w_\varkappa$, $w'_\varkappa$ behafteten Glieder, welche nur dann eine Rolle spielen, wenn sie sich mit den sehr großen, hier aber durch $\mathfrak{v} = 0$ ausgeschalteten Materialkonstanten n, n' zu Produkten vereinigen.

Mit Berücksichtigung dieser Voraussetzungen erhält man aus III *b*):

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon} &= \frac{1}{D}\{\varsigma'[h\,\nabla\, T\times I - a_3\ \mathrm{div}\ (\varepsilon_0\,\mathfrak{e})\,I] - s[h'\,\nabla\, T\times I - b_3\ \mathrm{div}\ (\varepsilon_0\,\mathfrak{e})\,I]\}\\ \bar{\mu} &= \frac{1}{D}\{\varsigma[h'\,\nabla\, T\times I - b_3\ \mathrm{div}\ (\varepsilon_0\,\mathfrak{e})\,I] + s[h\,\nabla\, T\times I - a_3\ \mathrm{div}\ (\varepsilon_0\,\mathfrak{e})\,I]\}\end{aligned} \qquad 256)$$

aus IV *b*):

$$\begin{aligned}\bar{\gamma}_\varkappa = \frac{1}{\Delta_\varkappa}\{&\gamma'_\varkappa[H_\varkappa(\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda\,\mathfrak{e})\times I - k'_{\varkappa 3}\ \mathrm{div}\ (\varepsilon_0\,\mathfrak{e})\,I - k_\varkappa(\nabla;\mathfrak{m}-\mathfrak{m};\nabla)] -\\ &- z_\varkappa[H'_\varkappa(\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda\,\mathfrak{e})\times I - l'_{\varkappa 3}\ \mathrm{div}\ (\varepsilon_0\,\mathfrak{e})\,I - l_\varkappa(\nabla;\mathfrak{m}-\mathfrak{m};\nabla)]\}\end{aligned} \qquad 257)$$

$$\begin{aligned}\bar{\xi}_\varkappa = \frac{1}{\Delta_\varkappa}\{&\gamma_\varkappa[H'_\varkappa(\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda\,\mathfrak{e})\times I - l'_{\varkappa 3}\ \mathrm{div}\ (\varepsilon_0\,\mathfrak{e})\,I - l_\varkappa(\nabla;\mathfrak{m}-\mathfrak{m};\nabla)] +\\ &+ z_\varkappa[H_\varkappa(\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda\,\mathfrak{e})\times I - k'_{\varkappa 3}\ \mathrm{div}\ (\varepsilon_0\,\mathfrak{e})\,I - k_\varkappa(\nabla;\mathfrak{m}-\mathfrak{m};\nabla)]\}\end{aligned}$$

wobei:

$$\begin{aligned}D &= \frac{1}{s^2 + \varsigma\varsigma'}\\ \Delta_\varkappa &= \frac{1}{z_\varkappa^2 + \gamma'_\varkappa \nu'_\varkappa}\end{aligned} \qquad 258)$$

Da die Materialkonstanten a_3, b_3, k'_{x3}, l'_{x3}, k_x, l_x zwar groß gegen e, e' und g_x, g'_x, aber klein gegen s und z_x, ebenso auch ς, ς', y_x, y'_x klein gegen s und z_x sind, ergeben also, bei konsequenter Vernachlässigung bestimmt sehr kleiner Glieder, 256) und 257):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{D}\{\varsigma' h \nabla T \times I - s h' \nabla T \times I\}$$
$$\bar{\mu} = \frac{1}{D}\{\varsigma h' \nabla T \times I + s h \nabla T \times I\} \tag{259}$$

$$\bar{\gamma}_x = \frac{1}{\Delta_x}\{y'_x H_x [\nabla (T P_x) \mp \nu_x \Lambda e] \times I - z_x H'_x [\nabla (T P_x) \mp \nu_x \Lambda e] \times I\}$$
$$\bar{\xi}_x = \frac{1}{\Delta_x}\{y_x H'_x [\nabla (T P_x) \mp \nu_x \Lambda e] \times I + z_x H_x [\nabla (T P_x) \mp \nu_x \Lambda e] \times I\} \tag{260}$$

Aus 259) erkennt man sofort, daß

$$\bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}_c = 0; \qquad \bar{\mu} + \bar{\mu}_c = 0 \tag{261}$$

ist, die neuen Glieder also keinen Einfluß auf $[\varepsilon]$ und $[\mu]$ haben.

Aus 259) und 260) folgt weiter:

$$h \bar{\varepsilon} + h' \bar{\mu} = \frac{1}{D}(\varsigma' h^2 + \varsigma h'^2) \nabla T \times I$$
$$H_x \bar{\gamma}_x + H'_x \bar{\xi}_x = \frac{1}{\Delta_x}(y'_x H_x^2 + y_x H_x'^2)[\nabla (T P_x) \mp \nu_x \Lambda e] \times I \tag{262}$$

und

$$h \bar{\varepsilon}_r + h' \bar{\mu}_r = \frac{2}{D}(\varsigma' h^2 + \varsigma h'^2) \nabla T$$
$$H_x \bar{\gamma}_{xr} + H'_x \bar{\xi}_{xr} = \frac{-2}{\Delta_x}(y'_x H_x^2 + y_x H_x'^2)[\nabla (T P_x) \mp \nu_x \Lambda e]. \tag{263}$$

Gehen wir nun zu den Gleichungen II *b*) über, so haben wir, da die Fluxionsglieder auch in diesen voraussetzungsgemäß zu vernachlässigen sind:

$$\varepsilon_0 \nabla \zeta_3 + \mathfrak{a} = c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{m}$$
$$\nabla \cdot \zeta = -c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{e} \tag{264}$$

und da aus 259) und 260) folgt:

$$\zeta_3 = a_3 \bar{\varepsilon}_3 + b_3 \bar{\mu}_3 + \sum_x [k'_{x3} \bar{\gamma}_{x3} + l'_{x3} \bar{\xi}_{x3}] = 0$$

$$\zeta = \sum_x [k_x (\bar{\gamma}_x - \bar{\gamma}_{xc}) + l_x (\bar{\xi}_x - \bar{\xi}_{xc})] = \sum_x \frac{2 k_x (y'_x H_x - z_x H'_x) + 2 l_x (y_x H'_x + z_x H_x)}{\Delta_x} \cdot$$
$$\cdot [\nabla (P_x T) \mp \nu_x \Lambda e] \times I \tag{265}$$

$$\mathfrak{a} = \sum_x \pm \nu_x \Lambda (H_x \gamma_{xr} + H'_x \xi_{xr}) = \sum_x \pm \nu_x \Lambda \left[\frac{-2}{\Delta_x}(y'_x H_x^2 + y_x H_x'^2)(\nabla (P_x T) \mp \nu_x \Lambda e)\right]$$

schließlich:

$$\mp \Lambda \sum_x \frac{2 \nu_x}{\Delta_x}(y'_x H_x^2 + y_x H_x'^2) \nabla (P_x T) + \Lambda^2 \sum_x \frac{2 \nu_x^2}{\Delta_x}(y'_x H_x^2 + y_x H_x'^2) e = c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{m}$$

$$\sum_x \nabla \left[\frac{2 k_x (y'_x H_x - z_x H'_x) + 2 l_x (y_x H'_x + z_x H_x)}{\Delta_x}\right] \times (P_x T) -$$
$$= -c_0 \operatorname{rot}\left[e\left(1 \mp \frac{\Lambda}{c_0} \sum_x \nu_x \frac{2 k_x (y'_x H_x - z_x H'_x) + 2 l_x (y_x H'_x + z_x H_x)}{\Delta_x}\right)\right]. \tag{266}$$

Unseren Voraussetzungen entsprechend haben wir hier die ebenfalls neuen Glieder

$$-\frac{1}{2}\sum_{\varkappa}\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho_\varkappa}\frac{\delta \rho_\varkappa}{\delta t}\,\mathfrak{e} \text{ und } -\frac{1}{2}\sum_{\varkappa}\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_\varkappa}\frac{\delta \rho_\varkappa}{\delta t}\,\mathfrak{m}$$

der Gleichungen II *b*) vernachlässigt, dies ist für langsam verlaufende Diffusionsvorgänge, insbesondere in der elektrischen Gleichung bei Vorhandensein von metallischer oder elektrolytischer Leitung zweifellos berechtigt. Im allgemeinen bieten diese Glieder aber ein entschiedenes Interesse, bedeutet doch

$$\frac{1}{2}\sum_{\varkappa}\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho_\varkappa}\frac{\delta \rho_\varkappa}{\delta t} \text{ beziehungsweise } -\frac{1}{2}\sum_{\varkappa}\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_\varkappa}\frac{\delta \rho_\varkappa}{\delta t}$$

eine temporäre elektrische beziehungsweise magnetische Leitfähigkeit, welche sowohl positiv als negativ sein, also sowohl eine Entladung als eine Aufladung bewirken kann. Die Sache wird noch wesentlich interessanter, wenn man stürmisch verlaufende chemische Reaktionen in Betracht zieht, bei welchen die $\frac{\delta \rho_\varkappa}{\delta t}$ nicht mehr kleine Größen sind. Allerdings können die fraglichen Glieder, wie aus unseren Dichtegleichungen hervorgeht, bei chemischen Reaktionen auch exakt gleich Null bleiben. Es ist dies zum Beispiel für zwei Elemente und ihre binäre Verbindung der Fall, wenn:

$$\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho_1}+\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho_2}=\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho_{12}}+\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho_{21}}=\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \bar{\rho}_{12}} \tag{267}$$

und

$$\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_1}+\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_2}=\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_{12}}+\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_{21}}=\frac{\partial \mu_0}{\partial \rho_{12}} \tag{268}$$

ist. Gilt der Ansatz:

$$\mu_0 = 1+\beta_1(T,\ \rho_1+\rho_{12})+\beta_2(T,\ [\rho_2+\rho_{21}]), \tag{269}$$

wo $\beta_1(T,[\rho_1+\rho_{12}])$ eine beliebige Funktion von $[\rho_1+\rho_{12}]$ und T, $\beta_2(T,[\rho_2+\rho_{21}])$ eine beliebige Funktion von $[\rho_2+\rho_{21}]$ und T bedeutet, so ist Relation 268) identisch erfüllt. Ein solcher Ansatz, wenn wir ihm in dieser Form auch keineswegs allgemeine Gültigkeit zuschreiben wollen, wäre, wie man leicht überlegt, sehr gut mit den Resultaten in Einklang zu bringen, zu welchen G. Jäger[1] und St. Meyer[2] in ihren einschlägigen Arbeiten gelangen: Ob sich der Molekularmagnetismus einer Verbindung aus den Atommagnetismen additiv zusammensetzt, hängt wesentlich davon ab, ob sich das Molekularvolumen aus den Atomvolumina additiv zusammensetzt; mit dem einem ist auch das andere wenigstens annähernd erfüllt. Dagegen hat Volumenkontraktion eine Steigerung des paramagnetischen, Volumendilatation eine Steigerung des diamagnetischen Charakters zur Folge.

Ein tieferes Eingehen auf die hier kurz besprochenen, durch das Energieprinzip geforderten Glieder, würde eine eigene, vermutlich recht umfangreiche Untersuchung und vor allem auch experimentelle Arbeit erfordern; es wäre sehr erfreulich, wenn die gelieferte Skizzierung eine Anregung zu Spezialuntersuchungen auf diesem Gebiete geben würde.

15. Diffusion, Elektrolyse, elektrolytische Diffusion, elektromotorische Wirkung der Konzentrationsgefälle, der Temperaturgefälle und der Kreuzgefälle.

Unsere Dichtegleichungen zum Beispiel für zwei Elemente und ihre binäre Verbindung lauten jetzt:

---

[1] Wied. Ann. 63, p. 83.

[2] Wied. Ann. 69, p. 236; Drude Ann. 1, p. 664 u. 668.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) + \operatorname{div}(H_1\bar{\gamma}_{1r} + H'_1\bar{\xi}_{1r}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \rho_{12}) + \operatorname{div}(H_{12}\bar{\gamma}_{12r} + H'_{12}\bar{\xi}_{12r}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} - P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 - \rho_{21}) + \operatorname{div}(H_{12}\bar{\gamma}_{12r} + H'_{12}\bar{\xi}_{12r}) = 0\\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + P_{21}(\vartheta_{21}\rho_1\rho_2 - \rho_{21}) + \operatorname{div}(H_2\bar{\gamma}_{2r} + H'_2\bar{\xi}_{2r}) = 0.
\end{aligned} \tag{270}$$

Wie man sofort erkennt, ist die Fundamentalrelation $\rho_{12} = \rho_{21}$ auch hier wieder dauernd erfüllt. Das Prinzip der Erhaltung des Stoffes spricht sich nun in den Gleichungen

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial(\rho_1 + \rho_{12})}{\partial t} + \operatorname{div}(H_1\bar{\gamma}_{1r} + H'_1\bar{\xi}_{1r} + H_{12}\bar{\gamma}_{12r} + H'_{12}\bar{\xi}_{12r}) = 0\\
&\frac{\partial(\rho_2 + \rho_{21})}{\partial t} + \operatorname{div}(H_2\bar{\gamma}_{2r} + H'_2\bar{\xi}_{2r} + H_{12}\bar{\gamma}_{12r} + H'_{12}\bar{\xi}_{12r}) = 0
\end{aligned} \tag{271}$$

aus, welche vom Typus der Energiegleichung sind und besagen, daß jeder der beiden Stoffe erhalten bleibt innerhalb eines Raumes, für dessen Oberfläche die Oberflächenintegrale:

$$\begin{aligned}
&\int_O \mathrm{do}.\,[H_1\bar{\gamma}_{1r} + H'_1\bar{\xi}_{1r} + H_{12}\bar{\gamma}_{12r} + H'_{12}\bar{\xi}_{12r}] = 0\\
&\int_O \mathrm{do}.\,[H_2\bar{\gamma}_{2r} + H'_2\bar{\xi}_{2r} + H_{12}\bar{\gamma}_{12r} + H'_{12}\bar{\xi}_{12r}] = 0
\end{aligned} \tag{272}$$

sind. Ganz analoge Schlüsse können wir natürlich auch bei beliebig komplizierten Dichtegleichungsgruppen ziehen; es erübrigt sich wohl, darauf hier im einzelnen einzugehen. Das Positivbleiben der einzelnen $\rho_\varkappa$ kann naturgemäß durch geeignete Verfügung über die in Betracht kommenden Materialfunktionen auch jetzt wieder gesichert werden.[1]

Wir setzen nun:

$$\frac{2}{\Delta_\varkappa}(\gamma'_\varkappa H^2_\varkappa + \gamma_\varkappa H'^2_\varkappa) = u_\varkappa \rho_\varkappa \tag{273}$$

wobei $u_\varkappa$ im allgemeinen noch eine Funktion von $\rho_\varkappa$ und insbesondere von T sein, eventuell auch noch von anderen Variablen abhängen kann. Aus 263) folgt dann:

$$H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r} = -u_\varkappa\rho_\varkappa[\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa\Lambda\mathfrak{v}]. \tag{274}$$

beschränken wir uns auf ruhende Medien und setzen wir speziell $\nu_\varkappa = 0$, so erhalten wir aus 270) und 274):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) = \operatorname{div}[u_1\rho_1\nabla(T\mathrm{P}_1)]\\
&\frac{\partial \bar{\rho}_{12}}{\partial t} - P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) = \operatorname{div}[u_{12}\bar{\rho}_{12}\nabla(T\mathrm{P}_{12})]\\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + P_{12}(\vartheta_{12}\rho_1\rho_2 - \bar{\rho}_{12}) = \operatorname{div}[u_2\rho_2\nabla(T\mathrm{P}_2)]
\end{aligned} \tag{275}$$

Da $\mathrm{P}_\varkappa$ eine Funktion von T und den $\rho_\varkappa$ ist, haben wir für räumlich konstantes T und, falls $\mathrm{P}_\varkappa$ merklich nur von dem zugehörigen $\rho_\varkappa$ abhängt, bei chemischem Gleichgewicht:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = \operatorname{div}\left[u_1\rho_1 T\frac{\partial \mathrm{P}_1}{\partial \rho_1}\nabla\rho_1\right]\\
&\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = \operatorname{div}\left[u_{12}\bar{\rho}_{12} T\frac{\partial \mathrm{P}_{12}}{\partial \rho_{12}}\nabla\bar{\rho}_{12}\right]\\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} = \operatorname{div}\left[u_2\rho_2 T\frac{\partial \mathrm{P}_2}{\partial \rho_2}\nabla\rho_2\right]
\end{aligned} \tag{276}$$

Gleichungen, die genau dem bekannten Typus der Diffusionsgleichung entsprechen.

[1] Beispielsweise, wenn $\bar{\gamma}_{\varkappa r}$, $\bar{\xi}_{\varkappa r}$ endlich bleiben: $H_\varkappa$ und $H'_\varkappa$ proportional mit $\rho^2_\varkappa$; selbstredend führen auch andere Annahmen zum Ziel und wird das in jedem Einzelfalle der Erfahrung anzupassen sein.

Für ideale Gase zum Beispiel ist nach 179)

$$\frac{\partial P_\varkappa}{\partial \rho_\varkappa} = \frac{R}{\rho_\varkappa} \tag{277}$$

und folglich:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = \operatorname{div}\,[u_1\, T \nabla \rho_1] \tag{278}$$

usw.

Da wir $u_\varkappa$ noch zur Verfügung haben, können wir den Wert des Diffusionskoeffizienten der Erfahrung mit Leichtigkeit anpassen. Weil der Diffusionskoeffizient von den übrigen gleichzeitig anwesenden Gasen abhängt, muß auch $u_\varkappa$ von den fremden $\rho_\varkappa$ abhängen. Würde man bei gegenseitiger Diffusion von 1 und 2 $u_1 = u_2$ proportional mit $\frac{1}{\rho_1 + \rho_2}$ setzen, so wäre der Diffusionskoeffizient proportional mit $\frac{T}{\rho_1 + \rho_2}$, also mit $\frac{T^2}{p}$; die übliche Annahme. Eine sehr empfindliche Schwäche dieser speziellen Annahme ist, daß der Diffusionskoeffizient gegen Unendlich gehen müßte, wenn $\rho_1 + \rho_2$ gegen Null konvergiert.

Ein weiteres Eingehen auf Einzelheiten läge nicht im Rahmen dieser Arbeit.

Ist die Temperatur nicht räumlich konstant, so erhalten wir in vollständiger prinzipieller Übereinstimmung mit der Erfahrung Thermodiffusion (Ludwig-Soret'sches Phänomen).

Die durch die Diffusion bewirkten Wärmeproduktionen stecken in den von $\bar{\gamma}_{\varkappa r}$ und $\bar{\xi}_{\varkappa r}$ abhängenden Gliedern der Wärmegleichung. Wegen der in der Entropiegleichung auftretenden stets positiven Glieder $y_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa : \bar{\gamma}_\varkappa$ und $y'_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa : \bar{\xi}_\varkappa$, wird die Entropie bei Diffusionsvorgängen immer wachsen.

Da $y_\varkappa, y'_\varkappa$ voraussetzungsgemäß klein gegen $z_\varkappa$ sind, berechnet man aus 260) leicht:

$$y_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa : \bar{\gamma}_\varkappa + y'_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa : \bar{\xi}_\varkappa = \frac{2}{\Delta_\varkappa} (y'_\varkappa H_\varkappa^2 + y_\varkappa H_\varkappa'^2) [\nabla (T \mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda \mathfrak{e}]^2 \tag{279}$$

Wir gehen nun über zur Betrachtung des Verhaltens von Elektrolyten. Diese sind dadurch ausgezeichnet, daß sie elektrisch leitende Modifikationen enthalten. Solche elektrisch leitende Modifikationen der Stoffe sind in unserer Theorie durch von Null verschiedene Werte der $\nu_\varkappa$ charakterisiert. Nehmen wir zwei Elemente, ihre leitenden Modifikationen und ihre binäre Verbindung, so lauten die betreffenden Dichtegleichungen:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + P_{12} (\vartheta_{12} \rho_1 \rho_2 - \rho_{12}) = \operatorname{div}\,[u_1 \rho_1 \nabla (T \mathrm{P}_1)] \\
&\frac{\partial \hat{\rho}_1}{\partial t} + \hat{P}_{12} (\hat{\vartheta}_{12} \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 - \rho_{12}) + \operatorname{div}\,[\nu_1 \Lambda \hat{\rho}_1 \dot{u}_1 \mathfrak{e}] = \operatorname{div}\,[\dot{u}_1 \hat{\rho}_1 \nabla (T \hat{\mathrm{P}}_1)] \\
&\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} - P_{12} (\vartheta_{12} \rho_1 \rho_2 - \rho_{12}) - \hat{P}_{12} (\hat{\vartheta}_{12} \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 - \rho_{12}) = \operatorname{div}\,[u_{12} \bar{\rho}_{12} \nabla (T \bar{\mathrm{P}}_{12})] \\
&\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} - P_{21} (\vartheta_{21} \rho_1 \rho_2 - \rho_{21}) - P_{21} (\hat{\vartheta}_{21} \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 - \rho_{21}) = \operatorname{div}\,[u_{12} \bar{\rho}_{12} \nabla (T \bar{\mathrm{P}}_{12})] \\
&\frac{\partial \hat{\rho}_2}{\partial t} + \hat{P}_{21} (\hat{\vartheta}_{21} \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 - \rho_{21}) - \operatorname{div}\,[\nu_2 \Lambda \hat{\rho}_2 \dot{u}_2 \mathfrak{e}] = \operatorname{div}\,[\dot{u}_2 \hat{\rho}_2 \nabla (T \hat{\mathrm{P}}_2)] \\
&\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + P_{21} (\vartheta_{21} \rho_1 \rho_2 - \rho_{21}) = \operatorname{div}\,[u_2 \rho_2 \nabla (T \mathrm{P}_2)].
\end{aligned} \tag{280}$$

$\hat{\rho}'_1 = A_1 \hat{\rho}_1$, $\hat{\rho}'_2 = A_2 \hat{\rho}_2$ sind die Dichten der leitenden Modifikationen; sind die beiden Elemente einwertig, so ist $\nu_1 = \nu_2 = 1$.

Wir können uns die betrachteten Stoffe etwa in verdünnter Lösung befindlich denken; die Gleichungen des Lösungsmittels interessieren uns hier nicht, wesentlich sind jetzt nur die beiden Gleichungen der leitenden Modifikationen.

Fassen wir zunächst nur die neu hinzugekommenen Glieder mit den Fluxionsgliedern zusammen:

$$\frac{\partial \hat{\rho}_1}{\partial t} + \operatorname{div}\left[\hat{\rho}_1 (\nu_1 \Lambda \hat{u}_1 \mathfrak{e})\right]$$
$$\frac{\partial \hat{\rho}_1}{\partial t} + \operatorname{div}\left[\hat{\rho}_2 (-\nu_2 \Lambda \hat{u}_2 \mathfrak{e})\right] \qquad 281)$$

und vergleichen wir diese Ausdrücke mit den gewöhnlichen körperlichen Fluxionen:

$$\frac{\delta \hat{\rho}_1}{\delta t} = \frac{\partial \hat{\rho}_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\hat{\rho}_1 \mathfrak{v})$$
$$\frac{\delta \hat{\rho}_2}{\delta t} = \frac{\partial \hat{\rho}_2}{\partial t} + \operatorname{div}(\hat{\rho}_2 \mathfrak{v}), \qquad 282)$$

so erkennen wir sofort, daß $\nu_1 \Lambda \hat{u}_1 \mathfrak{e}$ beziehungsweise $-\nu_2 \Lambda \hat{u}_2 \mathfrak{e}$ in den Gleichungen dieselbe Rolle spielen, also auch dieselbe Wirkung haben, wie die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$. Daraus erklärt sich ohneweiteres, genau wie bei G. Jaumann, die Hittorf'sche Überführung der »Jonen«.

Bilden wir nun die Differenz der kompletten Gleichungen für die leitenden Modifikationen, so erhalten wir:

$$\frac{\partial (\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2)}{\partial t} + \operatorname{div}\left[(\hat{\rho}_1 \hat{u}_1 + \hat{\rho}_2 \hat{u}_2) \Lambda \mathfrak{e} - \hat{u}_1 \hat{\rho}_1 \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_1) + \hat{u}_2 \hat{\rho}_2 \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_2)\right] = 0 \qquad 283)$$

Die elektrische Gleichung lautet in unserem Falle nach 266) und 273):

$$\Lambda\left[(\hat{\rho}_1 \hat{u}_1 + \hat{\rho}_2 \hat{u}_2) \Lambda \mathfrak{e} - \hat{u}_1 \hat{\rho}_1 \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_1) + \hat{u}_2 \hat{\rho}_2 \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_2)\right] = c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{m}. \qquad 284)$$

Nun sind Λ und c_0 universelle Konstante, daher ist:

$$\operatorname{div}\left[(\hat{\rho}_1 \hat{u}_1 + \hat{\rho}_2 \hat{u}_2) \Lambda \mathfrak{e} - \hat{u}_1 \hat{\rho}_1 \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_1) + \hat{u}_2 \hat{\rho}_2 \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_2)\right] = \frac{c_0}{\Lambda} \operatorname{div}(\operatorname{rot} \mathfrak{m}) = 0. \qquad 285)$$

Für beliebige Zahlenwerte von $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ wäre lediglich Λ durch $\nu\Lambda$ zu ersetzen.

Wir erhalten also nach 283):

$$\frac{\partial (\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2)}{\partial t} = 0. \qquad 286)$$

Das heißt, ist einmal $\hat{\rho}_1 = \hat{\rho}_2$, so bleibt diese Relation auch erhalten, natürlich solange die in diesem Artikel gemachten Voraussetzungen zutreffen. Innerhalb dieses Gültigkeitsbereiches können und wollen wir dauernd $\hat{\rho}_1 = \hat{\rho}_2$ annehmen. Die Annahme ist vollständig natürlich, wenn man sich die leitenden Modifikationen durch Dissoziation aus der Verbindung $\bar{\rho}_{12}$ entstanden denkt.

Aus Gleichung 284) bekommen wir weiter:

$$\Lambda \mathfrak{e} = \frac{\hat{u}_1 \hat{\rho}_1 \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_1) - \hat{u}_2 \hat{\rho}_2 \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_2)}{\hat{\rho}_1 \hat{u}_1 + \hat{\rho}_2 \hat{u}_2} + \frac{c_0}{\Lambda} \operatorname{rot} \mathfrak{m}. \qquad 287)$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für $\hat{\rho}_1$ ein, so erhalten wir bei chemischem Gleichgewicht:

$$\frac{\partial \hat{\rho}_1}{\partial t} = \operatorname{div}\left[\frac{\hat{u}_1 \hat{u}_2 \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 (\nabla (T\hat{\mathrm{P}}_1) + \nabla (T\hat{\mathrm{P}}_2))}{\hat{u}_1 \hat{\rho}_1 + \hat{u}_2 \hat{\rho}_2}\right] \qquad 288)$$

Diese Gleichung beherrscht die elektrolytische Diffusion.

Haben wir speziell eine sehr verdünnte Lösung, in welcher sich die gelösten Stoffe bekanntlich wie ideale Gase verhalten, so ist:

$$\frac{\partial \hat{P}_1}{\partial \hat{\rho}_1} = \frac{R}{\hat{\rho}_1}$$
$$\frac{\partial \hat{P}_2}{\partial \hat{\rho}_2} = \frac{R}{\hat{\rho}_2} \qquad 289)$$

also für konstantes T:

$$\frac{\partial \hat{\rho}_1}{\partial t} = \operatorname{div}\left[\frac{2\,\hat{u}_1\,\hat{u}_2}{\hat{u}_1+\hat{u}_2} RT \nabla \hat{\rho}_1\right]. \qquad 290)$$

Das ist aber exakt das bekannte, mit der Erfahrung in guter Übereinstimmung stehende Resultat, da ja die $\hat{u}_1$, $\hat{u}_2$ im Sinne der Relationen 281) und 282) den elektrolytischen Beweglichkeiten entsprechen.

Gehen wir nun zur Diskussion der Gleichung 284) über: Für $\nabla(T\hat{P}_1) = \nabla(T\hat{P}_2) = 0$ erhalten wir:

$$\Lambda^2(\hat{\rho}_1 \hat{u}_1 + \hat{\rho}_2 \hat{u}_2)\,\mathfrak{e} = \Lambda^2 \hat{\rho}_1 (\hat{u}_1 + \hat{u}_2)\,\mathfrak{e} = c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{m} \qquad 291)$$

Das elektrolytische Leitvermögen ergibt sich demnach gleich:

$$\Lambda^2 \hat{\rho}_1 (\hat{u}_1 + \hat{u}_2) = \varkappa, \qquad 292)$$

wobei die universelle Konstante erfahrungsgemäß den Wert $\Lambda = 9654 . \sqrt{4\pi} . c_0$ hat.

Ist andrerseits $\operatorname{rot} \mathfrak{m} = 0$, so erhalten wir:

$$\mathfrak{e} = \frac{\hat{u}_1 \hat{\rho}_1 \nabla(T\hat{P}_1) - \hat{u}_2 \hat{\rho}_2 \nabla(T\hat{P}_2)}{\Lambda(\hat{\rho}_1 \hat{u}_1 + \hat{\rho}_2 \hat{u}_2)}. \qquad 293)$$

Diese Beziehung gibt uns bei konstantem T die elektromotorische Kraft der Konzentrationsgefälle. Speziell für verdünnte Lösungen folgt wieder:

$$\mathfrak{e} = \frac{1}{\Lambda} \frac{\hat{u}_1 - \hat{u}_2}{\hat{u}_1 + \hat{u}_2} RT \nabla(\ln \hat{\rho}_1) \qquad 294)$$

in bester Übereinstimmung mit der Erfahrung.

Ist die Temperatur nicht konstant, so ergibt sich eine elektromotorische Wirkung des Temperaturgefälles in Elektrolyten, wie es die Erfahrung verlangt.

Wir fassen jetzt die zweite der Gleichungen 266) ins Auge. Es ist $\frac{\Lambda}{c_0} = 9654 . \sqrt{4\pi}$, voraussetzungsgemäß sind $k_\varkappa$, $l_\varkappa$ insbesondere aber $y_\varkappa, y'_\varkappa$ klein gegen $z_\varkappa$. Daher ist

$$\frac{2\,k_\varkappa (y'_\varkappa H_\varkappa - z_\varkappa H'_\varkappa) + 2\,l_\varkappa (y_\varkappa H'_\varkappa + z_\varkappa H_\varkappa)}{\Delta_\varkappa},$$

wenn wir noch die Annahme machen:

$$k_\varkappa H'_\varkappa = l_\varkappa H_\varkappa \qquad 295)$$

sicher eine sehr kleine Größe. Daß diese Größen auch mit $\frac{\Lambda}{c_0}$ multipliziert, noch gegen Eins zu vernachlässigen sind, geht aus dem Umstande hervor, daß selbst die Werte von $\frac{\Lambda}{c_0}\hat{u}_\varkappa$ nur die Größenordnung 10^{-11} haben. Die soeben durchgeführte Abschätzung wurde schon bei der Ableitung der Gleichung 260) stillschweigend verwendet. Handelt es sich hingegen nicht um Elektrolyte, so ist $\nu_\varkappa = 0$ und das fragliche Glied fällt überhaupt weg. Unsere Gleichung lautet dann:

$$\nabla \sum_\varkappa \left[\frac{2\,k_\varkappa y'_\varkappa H_\varkappa + 2\,l_\varkappa y_\varkappa H'_\varkappa}{\Delta_\varkappa}\right] \times \nabla \sum_\varkappa (T P_\varkappa) = c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{e}. \qquad 296)$$

Die links stehenden Gefälle können nun in der Grenzschicht zweier oder mehrerer Medien sehr hohe Werte annehmen. Sind die beiden Gradienten nicht gleichgerichtet, was auch für konstante Temperatur in der Grenzschicht wenigstens dreier Medien im allgemeinen der Fall sein wird, so bewirkt dieses Kreuzgefälle eine elektromotorische Kraft. Die Idee der elektromotorischen Wirkung von Kreuzgefällen stammt bekanntlich von G. Jaumann.

Sind einesteils, worauf wiederholt hingewiesen wurde, die Überlegungen dieses Artikels ganz im Geiste Jaumann's gehalten, so bedeutet andernteils gerade die hier gegebene Darstellung der Elektrolyse und der mit ihr zusammenhängenden Erscheinungen, auch unabhängig von der Erreichung des Hauptzieles, der Anpassung an die Differentialform des Entropieprinzips, einen wesentlichen Fortschritt der Theorie. Man erkennt das leicht durch Vergleich mit den betreffenden Untersuchungen G. Jaumann's[1], welcher zum Beispiel gezwungen ist, die elektrolytische Leitfähigkeit willkürlich in geeigneter Weise zu definieren.

16. Wärmeleitung, thermoelektrische und thermomagnetische Potentialdifferenz, Peltier- und Thomsoneffekt, galvanomagnetischer Temperatureffekt.

Die in der Überschrift angeführten Erscheinungsgruppen folgen aus unserem Gleichungssystem, bis auf Abweichungen bei der Erklärung der thermomagnetischen und galvanomagnetischen Erscheinungen, genau ebenso wie bei G. Jaumann[2] und könnte diesbezüglich einfach auf die betreffenden Kapitel der Jaumann'schen Arbeit verwiesen werden. Mit Rücksicht auf die Wichtigkeit dieser Erscheinungen für das von uns behandelte Gebiet, soll der Vollständigkeit halber eine gedrängte Übersicht des Gedankenganges hier gegeben werden.

Wärmeleitung in Nicht-Metallen. Nach Streichung der für diesen Fall irrelevanten Glieder nimmt Gleichung V *b*) die Form an:

$$\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt} - \bar{\varepsilon} : \varsigma : \bar{\varepsilon} - \bar{\mu} : \varsigma' : \bar{\mu} + T \operatorname{div} \mathfrak{W} = 0 \tag{297}$$

wobei nach 82)

$$\mathfrak{W} = f_0\, \mathfrak{e} \cdot \gamma_0 + f_1 (\mathfrak{m} \times \mathfrak{e}) \cdot \gamma_0 + h\, \bar{\varepsilon}_r + h'\, \bar{\mu}_r \tag{298}$$

also für Nicht-Metalle:

$$\mathfrak{W} = h\, \bar{\varepsilon}_r + h'\, \bar{\mu}_r \tag{299}$$

ist. — Setzen wir noch $\frac{\partial U}{\partial T} = C_v$ (Spezifische Wärme bei konstantem Volumen), so haben wir die Gleichung:

$$C_v \frac{dT}{dt} = \bar{\varepsilon} : \varsigma : \bar{\varepsilon} + \bar{\mu} : \varsigma' : \bar{\mu} - T \operatorname{div} (h\, \bar{\varepsilon}_r + h'\, \bar{\mu}_r). \tag{300}$$

Wenn wir die Gleichungen III *b*) bei konsequenter Vernachlässigung kleiner Glieder mit $\bar{\varepsilon}$: beziehungsweise $\bar{\mu}$: multiplizieren, so folgt:

$$\bar{\varepsilon} : \varsigma : \bar{\varepsilon} + \bar{\mu} : \varsigma' : \bar{\mu} = - (h\, \bar{\varepsilon}_r + h'\, \bar{\mu}_r) \cdot \nabla T. \tag{301}$$

Somit

$$C_v \frac{dT}{dt} = - \operatorname{div} [T (h\, \bar{\varepsilon}_r + h'\, \bar{\mu}_r)]. \tag{302}$$

Nach 263) ist:

$$h\, \bar{\varepsilon}_r + h'\, \bar{\mu}_r = -\frac{2}{D} (\varsigma' h^2 + \varsigma h'^2) \nabla T. \tag{303}$$

[1] G. Jaumann, Wiener Berichte CXX, Abt. II *a*, p. 476.

[2] G. Jaumann, Wiener Berichte CXX, Abt. II *a*, p. 486 bis 496.

Setzen wir noch

$$\frac{+2}{D}(\varsigma' h^2 + \varsigma h'^2) = \lambda, \tag{304}$$

wobei λ natürlich auch noch eine Funktion der Temperatur sowie anderer Variablen sein kann, so nimmt 300) genau die Form der Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung an:

$$C_v \frac{dT}{dt} = \operatorname{div}[T\lambda \nabla T]. \tag{305}$$

Da wegen $-\bar{\varepsilon} : \varsigma : \bar{\varepsilon} - \bar{\mu} : \varsigma' : \bar{\mu}$ die Entropie jedenfalls zunehmen muß, ergibt sich die Wärmeleitung tatsächlich als ein nicht umkehrbarer Prozeß.

Es sei bemerkt, daß durch die von $\bar{\gamma}_{xr}$ und $\bar{\xi}_{xr}$ abhängenden Diffusionsglieder der Wärmegleichung unter anderen auch Divergenzen der Fourier'schen Form geliefert werden. — Die Berücksichtigung dieser Glieder würde aber die Rechnung komplizieren, ohne etwas wesentlich Neues zu geben. — Für Elektrolyte sind diese Glieder von größerem Interesse, worauf wir noch kurz zurückkommen werden.

Metallische Medien. In Metallen ist stets γ_0 von Null verschieden. Betrachten wir die erste der Gleichungen II *b*) für stationäre Vorgänge, bei konsequenter Vernachlässigung des Gliedes $\varepsilon_0 . \nabla \zeta_3$, natürlich ist auch $\mathfrak{a} = 0$, wir erhalten:

$$\gamma_0 \cdot \mathfrak{e} + f_0 \gamma_0 \cdot \nabla T + f_1 (\gamma_0 \cdot \nabla T) \times \mathfrak{m} = c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{m}. \tag{306}$$

Ist $\operatorname{rot} \mathfrak{m} = 0$ und $f_1 = 0$, so ergibt:

$$\mathfrak{e} = -f_0 \nabla T \tag{307}$$

die thermoelektrische Potentialdifferenz. — Ebenso erhalten wir, für $f_0 = 0$ und f_1 von Null verschieden in:

$$\mathfrak{e} = -f_1 \nabla T \times \mathfrak{m} \tag{308}$$

die thermomagnetische Potentialdifferenz (v. Ettingshausen und Nernst).

Nehmen wir an, daß in Metallen h und h' verhältnismäßig kleine Werte haben, so können wir jetzt die Wärmegleichung in der Form schreiben:

$$C_v \frac{dT}{dt} = \mathfrak{e} \cdot \gamma_0 \cdot \mathfrak{e} - T \operatorname{div}[f_0 \mathfrak{e} \cdot \gamma_0 + f_1 (\mathfrak{m} \times \mathfrak{e}) \cdot \gamma_0]. \tag{309}$$

Indem wir 306) mit $\mathfrak{e}$. multiplizieren, erhalten wir:

$$\mathfrak{e} \cdot \gamma_0 \cdot \mathfrak{e} = -[f_0 \mathfrak{e} \cdot \gamma_0 + f_1 (\mathfrak{m} \times \mathfrak{e}) \cdot \gamma_0] \cdot \nabla T + c_0 \mathfrak{e} \cdot \operatorname{rot} \mathfrak{m}. \tag{310}$$

Es folgt:

$$C_v \frac{dT}{dt} = -\operatorname{div}[T(f_0 \mathfrak{e} \cdot \gamma_0 + f_1 (\mathfrak{m} \times \mathfrak{e}) \cdot \gamma_0] + c_0 \mathfrak{e} \cdot \operatorname{rot} \mathfrak{m}. \tag{311}$$

Nehmen wir γ_0 der Einfachheit halber skalar, so bekommen wir aus 306):

$$\mathfrak{e} = -f_0 \nabla T - f_1 \nabla T \times \mathfrak{m} + \frac{c_0}{\gamma_0} \operatorname{rot} \mathfrak{m}. \tag{312}$$

Setzen wir f_1 zunächst gleich Null, so nimmt 311) vermöge 312) nach einer kleinen Umrechnung die Form an:

$$C_v \frac{dT}{dt} = \operatorname{div}(\gamma_0 f_0^2 T \nabla T) + \frac{c_0^2}{\gamma_0} (\operatorname{rot} \mathfrak{m})^2 - (T \nabla f_0 + 2 f_0 \nabla T) \cdot c_0 \operatorname{rot} \mathfrak{m}. \tag{313}$$

Das erste Glied der rechten Seite gibt die Wärmeleitung in Metallen und enthält das Wiedemann-Franz'sche Gesetz. Das zweite Glied gibt die Joule'sche Wärmeproduktion, das dritte schließlich bestimmt den Peltier- und den Thomson-Effekt. Das Nähere hierüber vergleiche bei Jaumann.

Ist auch f_1 von Null verschieden, so enthält $-\operatorname{div}[Tf_1(\mathfrak{m}\times\mathfrak{e})\gamma_0$ den galvanomagnetischen Wärmestrom. — Setzen wir wieder für $\mathfrak{e}$ den Wert 312) ein, so ergeben sich einzeln folgende neue Glieder:

$$\begin{aligned}
&\operatorname{div}[Tf_1 c_0(\mathfrak{m}\times\operatorname{rot}\mathfrak{m})] && \text{galvanomagnetischer Wärmestrom,}\\
&\operatorname{div}[Tf_1^2\gamma_0\mathfrak{m}^2\nabla T] && \text{Änderung der Wärmeleitfähigkeit im Magnetfelde,}\\
&\operatorname{div}[Tf_1^2\gamma_0\mathfrak{m}\cdot\nabla T\,\mathfrak{m}] && \text{Wärmestrom in der Richtung des Magnetfeldes,}\\
&c_0 f_1(\nabla T\times\mathfrak{m})\cdot\operatorname{rot}\mathfrak{m} && \text{eine Art transversalen Thomson-Effektes.}
\end{aligned}$$

Es wäre Sache einer Spezialuntersuchung, würde aber kaum besondere Schwierigkeiten machen, die in Betracht kommenden Glieder so einzurichten, daß sie von allen Einzelheiten des einschlägigen reichen Beobachtungsmaterials Rechenschaft geben. — Vorläufig halte ich gerade diese Glieder für noch nicht endgültig festgelegt; das auch der Grund, warum ich den Hall-Effekt, welcher uns vom Standpunkte dieser Arbeit weniger interessiert, ganz weggelassen habe. Es wäre nicht schwer, denselben in unser Gleichungssystem aufzunehmen, sei es nach dem Vorgange Jaumann's, sei es durch direkte Einführung eines Gliedes $\sum_{\varkappa}(\tau_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+\tau'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})\cdot\gamma_0\times\mathfrak{m}$ in die elektrische Gleichung, welches durch Glieder von der Form $\tau_\varkappa\gamma_0\cdot(\mathfrak{m}\times\mathfrak{e})\times I$ in den stofflichen Gleichungen energetisch zu kompensieren wäre.

Nimmt man an, daß die $\tau_\varkappa$, $\tau'_\varkappa$ sehr kleine Größen sind und läßt in den betreffenden Metallen $k_\varkappa$ und $l_\varkappa$ entsprechend große Werte annehmen, so erhält man ohneweiters den Hall-Effekt.

Wir wollen zum Schlusse dieses Kapitels noch ein Wort über die Elektrolyte sagen. — Für diese setzen wir $\gamma_0=0$ und es lautet dann die elektrische Gleichung:

$$\mathfrak{a}=c_0\operatorname{rot}\mathfrak{m} \tag{314}$$

oder nach 78)

$$\sum_{\varkappa}\pm\nu_\varkappa\Lambda(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})=c_0\operatorname{rot}\mathfrak{m}, \tag{315}$$

daraus unter Benutzung von 266) und 273)

$$\sum_{\varkappa}\nu_\varkappa\Lambda\rho_\varkappa u_\varkappa[\nu_\varkappa\Lambda\mathfrak{e}\mp\nabla(\mathrm{P}_\varkappa T)]=c_0\operatorname{rot}\mathfrak{m}, \tag{316}$$

somit:

$$\mathfrak{e}=\frac{1}{\sum_{\varkappa}\nu_\varkappa^2\Lambda^2\rho_\varkappa u_\varkappa}\left[c_0\operatorname{rot}\mathfrak{m}\pm\sum_{\varkappa}\nu_\varkappa\Lambda\rho_\varkappa u_\varkappa\nabla(\mathrm{P}_\varkappa T)\right]. \tag{317}$$

Die Wärmegleichung lautet nun:

$$C_v\frac{dT}{dt}=\operatorname{div}[T\lambda\nabla T]-\sum_{\varkappa}\left(\frac{\partial U}{\partial\rho_\varkappa}-T\mathrm{P}_\varkappa\right)\operatorname{div}(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})-\sum_{\varkappa}[\bar{\gamma}_\varkappa:y_\varkappa:\bar{\gamma}_\varkappa+\\ +\bar{\xi}_\varkappa:y'_\varkappa:\bar{\xi}_\varkappa]. \tag{318}$$

Indem wir die Gleichungen IV *b*) mit $\bar{\gamma}_\varkappa:$ beziehungsweise $\bar{\xi}_\varkappa:$ multiplizieren, folgt wieder:

$$\sum_{\varkappa}[\bar{\gamma}_\varkappa:y_\varkappa:\bar{\gamma}_\varkappa+\bar{\xi}_\varkappa:y'_\varkappa:\bar{\xi}_\varkappa]=-\sum_{\varkappa}(H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r})\cdot[\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa)\mp\nu_\varkappa\Lambda\mathfrak{e}]. \tag{319}$$

Schließlich ist nach 263) und 273):

$$H_\varkappa\bar{\gamma}_{\varkappa r}+H'_\varkappa\bar{\xi}_{\varkappa r}=-\rho_\varkappa u_\varkappa[\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa)\mp\nu_\varkappa\Lambda\mathfrak{e}]. \tag{320}$$

Aus den hier abgeleiteten Relationen lassen sich die Joule'sche Wärme, sowie die übrigen Wärmevorgänge bei der Elektrolyse, elektrolytischen wie auch bei der gewöhnlichen Diffusion in ähnlicher Weise berechnen, wie wir es soeben für das Gebiet der Metalle getan haben; eine ausführliche Durchrechnung und Diskussion der Resultate würde uns aber unverhältnismäßig lange aufhalten.

V. Oberflächenspannungen.

17. Das Gleichungssystem.

Bei der Erweiterung des Gleichungssystems, welche wir jetzt vornehmen wollen, sollen alle Voraussetzungen des vorigen Abschnittes beibehalten werden, nur $\eta_\varkappa$ soll zwar stets sehr klein aber nicht mehr Null sein und dementsprechend soll natürlich auch die Variable $\bar{\alpha}_\varkappa$ von Null verschiedene Werte annehmen können.

Die Gleichungen I *b*), II *b*), III *b*), VII *b*) bleiben ganz unverändert, die übrigen Gleichungen, zu welchen noch die Gleichungen VIII) kommen, lauten jetzt:

$$IV\,c)\quad g_\varkappa\colon \frac{d\bar{\gamma}_\varkappa}{dt} + n_\varkappa \nabla, \mathfrak{v} + k'_{\varkappa 3}\,\mathrm{div}\,(\mathfrak{e}\circ\varepsilon_0)\,I + k_\varkappa[\nabla;\mathfrak{m}-\mathfrak{m};\nabla] + v_\varkappa \mathfrak{e};[\varepsilon]\circ\mathfrak{e} + v'_\varkappa \mathfrak{m};[\mu]\circ\mathfrak{m} +$$
$$+ \ldots : \bar{\gamma}_\varkappa + \ldots \bar{\xi}_\varkappa = \{H_\varkappa[\nabla (T\mathrm{P}_\varkappa) + \eta_\varkappa \nabla\circ[T\mathrm{P}'_\varkappa] \mp \nu_\varkappa \Lambda\,\mathfrak{e}]\} \times I$$

$$g'_\varkappa\colon \frac{d\bar{\xi}_\varkappa}{dt} + n'_\varkappa \nabla, \mathfrak{v} + l'_{\varkappa 3}\,\mathrm{div}\,(\mathfrak{e}\circ\varepsilon_0)\,I + l_\varkappa[\nabla;\mathfrak{m}-\mathfrak{m};\nabla] + w_\varkappa \mathfrak{e};[\varepsilon]\circ\mathfrak{e} + w'_\varkappa \mathfrak{m};[\mu]\circ\mathfrak{m} +$$
$$+ \ldots : \bar{\xi}_\varkappa - \ldots \bar{\gamma}_\varkappa = \{H'_\varkappa[\nabla (T\mathrm{P}_\varkappa) + \eta_\varkappa \nabla\circ[T\mathrm{P}'_\varkappa] \mp \nu_\varkappa \Lambda\,\mathfrak{e}]\} \times I$$

$$V\,c)\qquad \frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt} + \frac{T}{2}\frac{\delta}{\delta t}\left[\mathfrak{e}\circ\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T}\circ\mathfrak{e} + \mathfrak{m}\circ\frac{\partial \mu_0}{\partial T}\circ\mathfrak{m}\right] + \left(p + U - \sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}\right)\mathrm{div}\,\mathfrak{v}$$
$$- \sum_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}[\pm P_{\varkappa\lambda}(\vartheta_{\varkappa\lambda}\rho_\varkappa\rho_\lambda - \rho_{\varkappa\lambda}) + \mathrm{div}\,(H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r})] - \sum_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} : \nabla\times[\eta_\varkappa (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r}] -$$
$$- \bar{\varepsilon} : \dot{\varsigma} : \bar{\varepsilon} - \bar{\mu} : \dot{\varsigma}' : \bar{\mu} - \sum_\varkappa [\bar{\gamma}_\varkappa : \ldots : \bar{\gamma}_\varkappa + \bar{\xi}_\varkappa : \ldots : \bar{\xi}_\varkappa] - \mathfrak{e}\circ\gamma_0\circ\mathfrak{e} + T\,\mathrm{div}\,\mathfrak{W} +$$
$$+ T\sum_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa\,\mathrm{div}\,(H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r}) + T\sum_\varkappa \mathrm{P}'_\varkappa : \nabla\times[\eta_\varkappa (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r})] - \sum_\varkappa B_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} : \bar{\alpha}_\varkappa +$$
$$+ \sum_\varkappa \left\{F_\varkappa\left[T(\mathrm{P}'_\varkappa + \mathrm{P}'_{\varkappa c}) - \left(\frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} + \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_{\varkappa c}}\right)\right]\right\} : \nabla;\mathfrak{v} = 0.$$

$$VIII\,c)\qquad \frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt} + F_\varkappa[\nabla;\mathfrak{v}+\mathfrak{v};\nabla] + B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa + \nabla\times[\eta_\varkappa[H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r})] = 0.$$

Betont sei, daß die Spannungsdyade $\mathfrak{P}$ in Gleichung I) nun gemäß 67) und 79) auch das Glied:

$$\sum_\varkappa [F_\varkappa\, T(\mathrm{P}'_\varkappa + \mathrm{P}'_{\varkappa c})]$$

enthält.

Da die $\eta_\varkappa$ voraussetzungsgemäß sehr kleine Größen sind, welche nur in jenen Fällen, wo sie mit großen Werten multipliziert erscheinen, praktisch berücksichtigt werden müssen, erkennt man sofort, daß alle unsere früheren Folgerungen und Ergebnisse durch das Eintreten der neuen Glieder in die einzelnen Gleichungen, keine nennenswerte Änderung erleiden müssen. Sehr wichtig ist, schon mit Rücksicht auf das Gesetz von der Erhaltung des Stoffes, daß die Dichtegleichungen selbst vollständig ungeändert bleiben.

Was den Bau der Gleichungen VIII) anbetrifft, so ist er sehr durchsichtig und klar. Um eine dyadische Variable mußte es sich nach den grundlegenden Erörterungen G. Jaumann's [1] bei der Oberflächenspannung handeln. Durch die Forderung, daß diese Variable jedenfalls Spannungen bewirken sollte, war das Auftreten eines Derivationsgliedes von $\mathfrak{v}$ gegeben. Die Variable mußte aber auch, bei Vorhandensein von gewissen Eigenschaftsgefällen, im statischen Falle von Null verschiedene Werte besitzen können, welcher Forderung die beiden letzten Glieder entsprechen. Das letzte Glied wurde überdies in naher Analogie zu dem entsprechenden Derivationsgliede der Dichtegleichungen gebildet. Die in die übrigen Gleichungen neu eingetretenen Glieder werden teils durch das Energieprinzip, teils durch das Entropieprinzip gefordert.

Da auch die Gleichungen *c*) wieder nur eine Spezialisierung unseres allgemeinen Gleichungssystems sind, so erfüllen sie selbstverständlich das Energieprinzip.

18. Deduktion des Entropiesatzes.

Um die Entropiegleichung aus unserem Systeme zu deduzieren, verfahren wir genau, wie in Artikel 13. Die Wiederholung aller dort durchgeführten Überlegungen können wir uns hier wohl ersparen, wir wollen lediglich nachweisen, daß sich auch die Gleichungen VIII) im Vereine mit den neuen Gliedern der Wärmegleichung, die Dichtegleichungen blieben ja ganz unverändert, dem Entropieprinzipe fügen. Bekümmern wir uns also nur um das Neueingeführte, so lautet die, der Gleichung 245) entsprechende partielle Energiegleichung:

$$\sum_{\varkappa} \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} : \frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt} + \sum_{\varkappa} [F_\varkappa T(\mathrm{P}'_\varkappa + \mathrm{P}'_{\varkappa c})] : \nabla \mathfrak{v} + \sum_{\varkappa} \{T\mathrm{P}'_\varkappa : \nabla_\xi [\eta_\varkappa (H_\varkappa \gamma_{\xi r} + H'_\varkappa \xi_{\varkappa r})]\}_f + R = 0, \qquad 321)$$

wobei wir in R den uns hier nicht interessierenden, weil schon in Artikel 13) behandelten Rest der vorhandenen Glieder zusammenfassen.

Diese Gleichung dividieren wir wieder durch T und subtrahieren dann von ihr einesteils die mit $\mathrm{P}_\varkappa$ multiplizierten Dichtegleichungen, andernteils die mit $\mathrm{P}'_\varkappa$: multiplizierten Gleichungen VIII. — Wir erhalten dann:

$$\sum_{\varkappa} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} - \mathrm{P}'_\varkappa \right) : \frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt} - \sum_{\varkappa} \mathrm{P}'_\varkappa : B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa + R' = 0. \qquad 322)$$

R' bedeutet das Ergebnis der angegebenen Operationen mit den übrigen Gliedern; der explizite Wert von R' ergibt sich aus 246). — Unter Verwendung der Bezeichnungen des Artikels 13) erhalten wir für 322):

$$\frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \sum_{\varkappa} \left[\frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} - \mathrm{P}_\varkappa \right] \frac{d\rho_\varkappa}{dt} + \sum_{\varkappa} \left[\frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} - \mathrm{P}'_\varkappa \right] : \frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt} + \left[\frac{1}{T} (p + U) \right.$$

$$\left. - \sum_{\varkappa} \rho_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa \right] \cdot \operatorname{div} \mathfrak{v} + \frac{\delta}{\delta t} \left[\frac{1}{2} \left(\mathfrak{e} \cdot \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{e} + \mathfrak{m} \cdot \frac{\partial \mu_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{m} \right) \right] + \operatorname{div} \mathfrak{W} - \sum_{\varkappa} \mathrm{P}'_\varkappa : B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa - \frac{\mathfrak{F}^2}{T} = 0. \qquad 323)$$

Im Sinne der Überlegungen des Artikels 4) beziehungsweise der Artikel 9) und 13) folgt, wenn die Bedingungen 50) bis 52) erfüllt sind:

$$\frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \sum_{\varkappa} \left[\frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} - \mathrm{P}_\varkappa \right] \frac{d\rho_\varkappa}{dt} + \sum_{\varkappa} \left[\frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} - \mathrm{P}'_\varkappa \right] : \frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt} = \frac{dS}{dt} \qquad 324)$$

und

$$\frac{1}{T} \left(\frac{dU}{dt} + p \frac{dV}{dt} - \sum_{\varkappa} \rho_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa : \frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt} \right) = \frac{dS}{dt}. \qquad 325)$$

[1] G. Jaumann, Wiener Berichte CXX, Abt. IIa, p. 430.

Sind noch die $\mathrm{P}'_\varkappa$ so beschaffen, daß $\sum_\varkappa \mathrm{P}'_\varkappa : B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa$ stets positiv ist, so erhalten wir aus 323):

$$\frac{\partial \left[S' + \frac{1}{2}\left(\mathfrak{e} \cdot \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{e} + \mathfrak{m} \cdot \frac{\partial \mu_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{m} \right) \right]}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{W} - \frac{\sum_\varkappa T \mathrm{P}'_\varkappa : B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa + \mathfrak{Z}^2}{T} = 0. \tag{326}$$

In 326) haben wir wieder aus unserem Gleichungssysteme die Entropiegleichung gewonnen. Wie in Artikel 13) folgt ohneweiters, daß S' und somit auch S eine eindeutige Funktion des Zustandes ist, welche mit zunehmender Temperatur zunimmt.

Nach den Gleichungen 53) und 56) und wenn man überlegt, daß eine Dyade durch die Zusammenfassung von 9 Skalaren entsteht, erhalten wir:

$$\mathrm{P}'_\varkappa = \frac{\partial W}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} - \int_1^T \frac{1}{T^2} \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} \, dT \,. \tag{327}$$

Ferner nach 59):

$$p = T \left[L - \int_1^T \frac{1}{T^2} \left(\sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} - U \right) dT \right] \tag{328}$$

und nach 66):

$$L = \sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial W}{\partial \rho_\varkappa} - W + C_0 . \tag{329}$$

19. Berechnung der Spannungsdyade.

Wir werden in diesem Artikel den von den $\bar{\alpha}_\varkappa$ abhängenden Teil der Spannungsdyade:

$$\mathfrak{o}_\alpha = \sum_\varkappa T F_\varkappa (\mathrm{P}'_\varkappa + \mathrm{P}'_{\varkappa 1}) + p_\alpha I \tag{330}$$

auswerten.

Daß die $\mathrm{P}'_\varkappa$ von $\bar{\alpha}_\varkappa$ abhängen müssen, steht schon in der Bedingung:

$$\sum_\varkappa \mathrm{P}'_\varkappa : B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa > 0. \tag{331}$$

Ob p_α von Null verschieden ist oder nicht, das ergeben die Gleichungen 328) und 329) unter Zugrundelegung spezieller Werte für U und W.

Wir bedürfen also zunächst der Werte $\bar{\alpha}_\varkappa$, diese ergeben sich aus den Gleichungen VIIIc) für den statischen Fall und auf diesen wollen wir uns hier beschränken:

$$\bar{\alpha}_\varkappa = -\frac{1}{B_\varkappa} \nabla \times [\eta_\varkappa (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r})]. \tag{332}$$

Aus den Gleichungen IVc) erhalten wir in vollständiger Analogie zu den Überlegungen des Artikels 14) und speziell zur Relation 263)

$$H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r} = \frac{-2}{\Delta_\varkappa} (\gamma'_\varkappa H_\varkappa^2 + \gamma_\varkappa H_\varkappa'^2) \, \nabla (T \mathrm{P}_\varkappa) + \eta_\varkappa \nabla \cdot [T \mathrm{P}'_\varkappa] \mp \nu_\varkappa \Lambda \mathfrak{e}]. \tag{333}$$

Voraussetzungsgemäß ist $\eta_\varkappa$ sehr klein, wir wollen hinzufügen, daß im allgemeinen auch $\mathrm{P}'_\varkappa$ sehr klein sein soll, dann kann man im allgemeinen $\eta_\varkappa \nabla . [T \mathrm{P}'_\varkappa]$ gegen die übrigen Glieder vernachlässigen und erhält unter Benützung von 273):

$$H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r} = -u_\varkappa \rho_\varkappa [\nabla (T \mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda \mathfrak{e}]. \tag{334}$$

Somit:

$$\bar{\alpha}_\varkappa = \frac{1}{B_\varkappa} \nabla \times \{\eta_\varkappa u_\varkappa \rho_\varkappa [\nabla (T \mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda \mathfrak{c}]\}. \tag{335}$$

Um nun weiter fortzuschreiten, werden wir einen speziellen Ansatz machen, wir setzen etwa den von $\bar{\alpha}_\varkappa$ abhängenden Teil der inneren Energie

$$U_a = \frac{1}{2} \sum_\varkappa Z_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa : \bar{\alpha}_\varkappa. \tag{336}$$

Die $Z_\varkappa$ können noch beliebige positive Funktionen von T und den $\rho_\varkappa$ sein. — Besonders einfach wird die Rechnung, wenn wir die $Z_\varkappa$ lediglich als Funktionen von T annehmen und das wollen wir hier auch tun, ferner soll W überhaupt nicht von den $\bar{\alpha}_\varkappa$ abhängen. — Vermöge dieser sehr speziellen Annahmen hängen nach 53) und 56) auch die $\mathrm{P}_\varkappa$ gar nicht von den $\bar{\alpha}_\varkappa$ ab. — Durch solche Forderungen, welche die Rechnung erleichtern und durchsichtiger gestalten, entfernen wir uns natürlich von den tatsächlichen Verhältnissen. Es sei betont, daß es durchaus keiner prinzipiellen Schwierigkeit begegnen würde, sich durch kompliziertere Annahmen den Einzelheiten der Beobachtungen besser anzupassen. Insbesondere erscheint mir auch die Abhängigkeit der $\mathrm{P}_\varkappa$ und mit ihnen der $\vartheta_{\varkappa\lambda}$, also der Gleichgewichtsfunktionen der chemischen Statik, von den $\bar{\alpha}_\varkappa$ sehr wahrscheinlich. In dieser Arbeit kann es uns aber, wie schon gesagt, nur auf die allerwichtigsten prinzipiellen Folgerungen ankommen.

Für unseren speziellen Ansatz erhalten wir aus 327):

$$\mathrm{P}'_\varkappa = \left[\bar{\alpha}_\varkappa \int_1^T \frac{-1}{T^2} Z_\varkappa \, d\, T\right] = \bar{\alpha}_\varkappa \, Z'_\varkappa, \tag{337}$$

wenn wir

$$\int_1^T \frac{-1}{T^2} Z_\varkappa \, d\, T = Z'_\varkappa \tag{338}$$

setzen.

Wenn W von $\bar{\alpha}_\varkappa$ unabhängig ist, so gilt dies nach 329) auch für L, aus 328) erhalten wir:

$$p_a = T \int_1^T \frac{1}{2} \frac{1}{T^2} \left(\sum_\varkappa Z_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa : \bar{\alpha}_\varkappa \, d\, T\right) = \frac{-T}{2} \sum_\varkappa (Z'_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa : \bar{\alpha}_\varkappa). \tag{339}$$

Da $\mathrm{P}'_\varkappa$ im allgemeinen klein sein soll, wird auch $Z'_\varkappa$ beziehungsweise $Z_\varkappa$ verhältnismäßig klein sein müssen, demgemäß wird nach 339) auch der von $\bar{\alpha}_\varkappa$ abhängende isotrope Druck p_a einen relativ kleinen Wert haben. — Hätten wir $Z_\varkappa$ proportional mit $\rho_\varkappa$ angenommen, so wäre $p_a = 0$ herausgekommen; überhaupt bietet p_a vom Standpunkte unseres Problems an dieser Stelle kein besonderes Interesse und werden wir uns mit dieser Größe weiter nicht beschäftigen.

Wichtig ist, daß durch den aus 337) folgenden Wert von $\mathrm{P}'_\varkappa$ die Bedingungen:

$$\begin{aligned} &\mathrm{P}'_\varkappa : B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa > 0 \\ &Z'_\varkappa B_\varkappa \bar{\alpha}_\varkappa : \alpha_\varkappa > 0 \end{aligned} \tag{340}$$

erfüllt sind, wenn die Produkte $Z'_\varkappa B_\varkappa$ positive Werte besitzen.

Das wollen wir nun auch verlangen, wir können etwa annehmen, daß sich $B_\varkappa$ und $Z'_\varkappa$ nur durch einen stets positiven Faktor unterscheiden. Da $Z_\varkappa$ selbst positiv sein soll, folgt aus 338), daß $Z'_\varkappa$ mit zunehmender Temperatur abnehmen wird.

Für $\vartheta_\varkappa$ erhalten wir aus 330):

$$\vartheta_\varkappa = \sum_\varkappa \left\{ T E_\varkappa (\bar{\alpha}_\varkappa + \alpha_{\varkappa c}) Z'_{\varkappa 1} - \frac{1}{2} (T \alpha_\varkappa : \alpha_\varkappa Z'_{\varkappa 1} I \right\}. \tag{341}$$

Von den $F_\varkappa$, welche zunächst beliebige Funktionen irgendwelcher Variablen sein können, setzen wir voraus, daß sie im allgemeinen relativ hohe Werte haben, wodurch die Produkte $F_\varkappa Z'_\varkappa$ merkliche Größen erreichen.

Lassen wir in 341) das sicherlich kleine und für uns hier uninteressante zweite Glied ganz weg und setzen in das erste Glied $\bar{\alpha}_\varkappa$ aus 335) ein, so ergibt sich:

$$\theta_a = \sum_\varkappa \frac{T F_\varkappa Z'_\varkappa}{B_\varkappa} \{\nabla \overset{\times}{,} [\eta_\varkappa u_\varkappa \rho_\varkappa [\nabla (T\mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda \mathfrak{e}]] + [\eta_\varkappa u_\varkappa \rho_\varkappa [\nabla (T\mathrm{P}_\varkappa) \mp \nu_\varkappa \Lambda \mathfrak{e}]] \overset{\times}{,} \nabla\}. \tag{342}$$

Hiemit haben wir die Berechnung der Spannungsdyade θ_a unter Zugrundelegung unseres speziellen einfachen Ansatzes durchgeführt; der Gang der Rechnung würde auch für andere und kompliziertere Voraussetzungen derselbe bleiben.

20. Die Oberflächenspannungen.

Wir betrachten zwei aneinandergrenzende Medien 1) und 2), die für uns in Betracht kommenden Gradienten sollen die Richtung der Oberflächennormale vom Medium 1) nach dem Medium 2) haben. — Bezeichnen wir diese Normale durch den Einheitsvektor $\mathfrak{n}$ und einen beliebigen Skalar, dessen Gradient zu $\mathfrak{n}$ parallel ist, durch ς, so können wir setzen:

$$\nabla \varsigma = \mathfrak{n} N, \tag{343}$$

wo N die Größe von $\nabla \varsigma$ bedeutet.

Ist $\mathfrak{t}$ irgend eine Einheitstangente an die Oberfläche in dem betrachteten Punkte, so ist jedenfalls:

$$\mathfrak{t} \cdot \mathfrak{n} = 0. \tag{344}$$

Legen wir in dem betrachteten Punkte einen Normalschnitt, den wir durch die in ihm liegende Tangente $\mathfrak{t}'$ charakterisieren, so erhalten wir als Schnittfigur eine Kurve, deren Krümmung durch

$$\frac{d\mathfrak{t}'}{ds} = \frac{1}{R} \mathfrak{n} \tag{345}$$

gegeben ist, wenn ds ein Element der Kurve und R den Krümmungshalbmesser bedeutet.

Bezeichnen wir weiters mit $\mathfrak{t}''$ die Einheitstangente in irgend einem Punkte der ebenen Schnittkurve und mit $\mathfrak{n}''$ die zugehörige Normale. Es ist dann:

$$\mathfrak{n}'' \times \frac{d\mathfrak{t}''}{ds} = \mathfrak{n}'' \times \frac{1}{R} \mathfrak{n}'' = 0, \tag{346}$$

ferner

$$\mathfrak{n}'' \cdot \mathfrak{t}'' = 0,$$

also

$$\mathfrak{n}'' \cdot \frac{d\mathfrak{t}''}{ds} = - \frac{d\mathfrak{n}''}{ds} \cdot \mathfrak{t}''. \tag{347}$$

Aus 346) und 347) folgt:

$$\frac{d\mathfrak{t}''}{ds} = - \mathfrak{n}'' \frac{d\mathfrak{n}''}{ds} \cdot \mathfrak{t}''. \tag{348}$$

Nun ist:

$$d\mathfrak{n}'' = d\mathfrak{r} \cdot \nabla ; \mathfrak{n}'', \tag{349}$$

wenn $\mathfrak{r}$ in üblicher Weise den Ortsvektor bezeichnet, also

$$\frac{d\mathfrak{n}''}{ds} = \mathfrak{t}'' \cdot \nabla ; \mathfrak{n}''. \tag{350}$$

Dieser Wert in 348) eingesetzt, gibt:

$$\frac{d\mathfrak{t}''}{ds} = - \mathfrak{n}'' \, \mathfrak{t}'' \cdot \nabla ; \mathfrak{n}'' \cdot \mathfrak{t}''. \tag{351}$$

Die Relation 351) gilt für jeden Punkt der ebenen Schnittkurve, also auch für den von uns ursprünglich betrachteten Punkt und wir erhalten für denselben:

$$\frac{d\mathfrak{t}'}{ds} = -\mathfrak{n}\,\mathfrak{t}'\cdot\nabla;\mathfrak{n}\cdot\mathfrak{t}'. \tag{352}$$

Dieselbe Überlegung kann ich aber für jeden beliebigen ebenen Normalschnitt durch den betrachteten Punkt anstellen und erhalte immer in 352) die zu dem Schnitte gehörende Krümmung, wenn ich jedesmal die den betreffenden Schnitt charakterisierende Tangente $\mathfrak{t}'$ einsetze.

Verwenden wir noch für $\mathfrak{n}$ den aus 343) folgenden Wert, so ist:

$$\frac{d\mathfrak{t}'}{ds} = -\frac{1}{N}\nabla\varsigma\,\mathfrak{t}'\cdot\left(\nabla;\frac{1}{N}\nabla\varsigma\right)\cdot\mathfrak{t}' \tag{353}$$

$$\frac{d\mathfrak{t}'}{ds} = -\frac{1}{N}\nabla\varsigma\,\mathfrak{t}'\cdot\left[\nabla\frac{1}{N};\nabla\varsigma + \frac{1}{N}\nabla;\nabla\varsigma\right]\cdot\mathfrak{t}'. \tag{354}$$

Nun ist $\nabla\varsigma \,||\, \mathfrak{n}$ also nach 344):

$$\varsigma\cdot\mathfrak{t}' = 0, \tag{355}$$

somit

$$\frac{d\mathfrak{t}'}{ds} = -\frac{1}{N^2}\nabla\varsigma\,\mathfrak{t}'\cdot(\nabla;\nabla\varsigma)\cdot\mathfrak{t}'. \tag{356}$$

Weiter ist:

$$\mathfrak{t}'\cdot(\quad;\nabla\varsigma)\cdot\mathfrak{t}' = \mathfrak{t}'\cdot(I\quad\mathfrak{n};\mathfrak{n})\cdot(\quad;\quad\varsigma)\cdot(I\quad\mathfrak{n};\mathfrak{n})\cdot\mathfrak{t}', \tag{357}$$

weil ja $\mathfrak{t}'\cdot\mathfrak{n} = 0$ ist. Nun sind, wie man leicht erkennt, sowohl $\nabla;\nabla\varsigma$, wie auch $(I-\mathfrak{n};\mathfrak{n})\cdot(\nabla;\nabla\varsigma)\cdot(I-\mathfrak{n};\mathfrak{n})$ symmetrische Dyaden, die letztere ist überdies planar und liegt in der zu $\mathfrak{n}$ senkrechten Ebene; bedeuten $\mathfrak{i}$ und $\mathfrak{j}$ zwei geeignet gewählte, in dieser Ebene liegende aufeinander senkrechte Einheitsvektoren, x und y die zugehörenden Koordinaten, so können wir schreiben:

$$(I-\mathfrak{n};\mathfrak{n})\cdot(\nabla;\nabla\varsigma)\cdot(I\quad\mathfrak{n};\mathfrak{n}) = \mathfrak{i};\mathfrak{i}\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2} + \mathfrak{j};\mathfrak{j}\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2}. \tag{358}$$

Bezeichnen wir noch den Winkel, welchen die jeweils betrachtete Einheitstangente $\mathfrak{t}'$ mit der $\mathfrak{i}$-Richtung bildet, durch ε, so erhalten wir:

$$\mathfrak{t}'\cdot(\nabla;\nabla\varsigma)\cdot\mathfrak{t}' = \cos^2\varepsilon\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2} + \sin^2\varepsilon\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2} \tag{359}$$

$$\frac{d\mathfrak{t}'}{ds} = -\mathfrak{n}\,\frac{1}{N}\left(\cos^2\varepsilon\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2} + \sin^2\varepsilon\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2}\right) = \mathfrak{n}\,\frac{1}{R}. \tag{360}$$

Für die beiden Hauptschnitte folgen die Werte:

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_1} &= \frac{1}{N}\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2}\\ \frac{1}{R_2} &= \frac{1}{N}\frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2}\end{aligned} \tag{361}$$

also für die mittlere Krümmung:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = -\frac{1}{2N}\left(\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2}\right). \tag{362}$$

Die hier des Verständnisses halber entwickelten vektorgeometrischen Sätze finden sich schon bei Gibbs.[1]

[1] Gibbs, Vektoranalysis 1902, p. 419.

Kehren wir nach dieser Vorbereitung zu unserer Spannungsdyade zurück, sie lautet für elektrisch nicht leitende Substanzen nach 342):

$$\theta_a = \sum_{\varkappa} \frac{T F_\varkappa Z'_\varkappa}{B_\varkappa} \{\nabla ; [\eta_\varkappa u_\varkappa \rho_\varkappa \nabla (T \mathrm{P}_\varkappa)] + [\eta_\varkappa u_\varkappa \rho_\varkappa \nabla (T \mathrm{P}_\varkappa)] ; \nabla - 2 I \nabla \cdot [\eta_\varkappa u_\varkappa \rho_\varkappa \nabla (T \mathrm{P}_\varkappa)]\}. \tag{363}$$

Da wir T in der Grenzschicht räumlich konstant nehmen können, werden alle in dieser Formel auftretenden Größen im wesentlichen nur noch von den $\rho_\varkappa$ als Variablen abhängen, wir setzen also voraus, daß lediglich Derivationen dieser Variablen auftreten werden und ferner, daß alle Gradienten $\nabla \rho_\varkappa$ untereinander und mit $\mathfrak{n}$ parallel seien. Kämen noch Derivationen anderer Variablen ins Spiel, so gäbe das, wenn auch ihre Gradienten mit $\mathfrak{n}$ parallel angenommen werden dürften, in den folgenden allgemeinen Überlegungen gar keinen Unterschied.

Um die θ_a entsprechenden Spannungskräfte zu berechnen, müssen wir im Sinne der Bewegungsgleichung:

$$\nabla \cdot \theta_a = \mathfrak{K} \tag{364}$$

bilden.

Nun hat θ_a nach 363) die allgemeine Form:

$$\theta_a = \sum \{S [\nabla ; (\varsigma' \nabla \varsigma) - I \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma) + (\varsigma' \nabla \varsigma) ; \nabla - I \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma)]\} \tag{365}$$

somit

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \theta_a = \sum \{ & \nabla S \cdot [\nabla ; (\varsigma' \nabla \varsigma) - I \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma) + (\varsigma' \nabla \varsigma) ; \nabla - I \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma)] \\ & + S [\nabla \cdot \nabla ; (\varsigma' \nabla \varsigma) - \nabla \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma) + \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma) ; \nabla - \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma)]\}. \end{aligned} \tag{366}$$

Es ist aber:

$$\nabla \cdot \nabla ; (\varsigma' \nabla \varsigma) - \nabla \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma) = - \nabla \times \nabla \times (\varsigma' \nabla \varsigma) \tag{367}$$

ferner:

$$\nabla \times (\varsigma' \nabla \varsigma) = \nabla \varsigma' \times \nabla \varsigma = 0, \tag{368}$$

weil voraussetzungsgemäß $\nabla \varsigma' \,||\, \nabla \varsigma$.

Weiters ergibt sich:

$$\nabla \cdot [(\varsigma' \nabla \varsigma) ; \nabla] - \nabla \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma) = \nabla \cdot \nabla (\varsigma' \nabla \varsigma) = 0. \tag{369}$$

Nach 367) bis 369) bleibt

$$\nabla \cdot \theta_a = \sum \{\nabla S \cdot [\nabla ; (\varsigma' \nabla \varsigma) - I \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma) + (\varsigma' \nabla \varsigma) ; \nabla - I \nabla \cdot (\varsigma' \nabla \varsigma)]\}. \tag{370}$$

Entwickeln wir den Klammerausdruck, so bekommt man:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \theta_a = \sum \{ & \nabla S \cdot \nabla \varsigma' \nabla \varsigma + \varsigma' \nabla S \cdot \nabla ; \nabla \varsigma - \nabla S \cdot (\varsigma' \cdot \nabla \varsigma) \nabla - \varsigma' \nabla S \nabla \cdot \nabla \varsigma \\ & + \nabla S \cdot \nabla \varsigma \nabla \varsigma' + \varsigma' \nabla S \cdot (\nabla \varsigma) ; \nabla - \nabla S \nabla \varsigma \cdot \nabla \varsigma' - \varsigma' \nabla S \nabla \cdot \nabla \varsigma\}. \end{aligned} \tag{371}$$

Voraussetzungsgemäß ist $\nabla S \,||\, \nabla \varsigma' \,||\, \nabla \varsigma$ folglich:

$$\begin{aligned} \nabla S \cdot \nabla \varsigma' \nabla \varsigma &= \nabla S \nabla \varsigma' \cdot \nabla \varsigma \\ \nabla S \cdot \nabla \varsigma \nabla \varsigma' &= \nabla S \nabla \varsigma \cdot \nabla \cdot \varsigma', \end{aligned} \tag{372}$$

so daß wir schließlich erhalten:

$$\nabla \cdot \theta_a = 2 \sum \{\varsigma' \nabla S \cdot [\nabla ; \nabla \varsigma - I \nabla \cdot \nabla \varsigma]\}. \tag{373}$$

Nach 358) hat $\nabla;\nabla\varsigma$ die Form: [1]

$$\nabla;\nabla\varsigma = \mathrm{i};\mathrm{i}\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2} + \mathrm{j};\mathrm{j}\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2} + \mathfrak{n};\mathfrak{n}\,\frac{\partial^2\varsigma}{\partial z^2} \tag{374}$$

$$\text{und } I\nabla\cdot\nabla\varsigma = (\mathrm{i};\mathrm{i} + \mathrm{j};\mathrm{j} + \mathfrak{n};\mathfrak{n})\left(\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varsigma}{\partial z^2}\right), \tag{375}$$

da $\nabla S \,||\, \mathfrak{n}$ ist, ergibt sich:

$$\nabla\cdot\theta_\alpha = -2\sum\left\{\varsigma' |\nabla S|\mathfrak{n}\left(\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2}\right)\right\} \tag{376}$$

$|\nabla S|$ soll die Größe ∇S bedeuten.

Nun ist aber, wenn wir $\nabla\varsigma = N\mathfrak{n}$ setzen, nach 362)

$$\left(\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varsigma}{\partial y^2}\right) = N\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{377}$$

$$\cdot\theta_\alpha = \mathfrak{n}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\sum\{2\,\varsigma' |\nabla S| N\}. \tag{378}$$

Setzen wir in 378) aus 363) die speziellen Werte ein, so bekommen wir:

$$\nabla\cdot\theta_\alpha = \mathfrak{n}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\sum_\varkappa\left\{2\,\eta_\varkappa\, u_\varkappa\,\rho_\varkappa\left|\nabla\left(\frac{T F_\varkappa Z'_\varkappa}{B_\varkappa}\right)\right|\cdot\left|\nabla(T\mathrm{P}_\varkappa)\right|\right\}. \tag{379}$$

Halten wir an dem Ansatze fest, daß nur Derivationen der $\rho_\varkappa$ in Frage kommen sollen, spezialisieren wir ihn etwa noch dahin, daß die einzelnen in 379) auftretenden Größen nur von den eigenen $\rho_\varkappa$ abhängen sollen, so können wir diese Relation auf die Form bringen:

$$\nabla\cdot\theta_\alpha = \mathfrak{n}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\sum_\varkappa F'_\varkappa\left(\frac{\partial\rho_\varkappa}{\partial z}\right)^2, \tag{380}$$

wo $F'_\varkappa$ eine durch 379) bestimmte Funktion von T, $\rho_\varkappa$ und eventuell noch von anderen in der Grenzschicht räumlich konstanten Variablen ist.

Die Formel 380) gibt uns die von den $\alpha_\varkappa$ herrührende Kraft pro Volumseinheit, integrieren wir noch diesen Ausdruck zwischen den beiden Randflächen der Grenzschicht, so erhalten wir die Oberflächenspannung pro Flächeneinheit.

Wir haben den Charakter der Oberflächenspannungen richtig wiedergegeben und müssen uns damit hier begnügen. — Eine weitere Spezialisierung hätte erst einen Sinn, wenn man nicht nur auf die Einzelheiten im Gebiete der Oberflächenspannungen, sondern auch auf die, durch die verschiedenen in unserer Formel auftretenden Größen, bedingten Zusammenhänge näher eingehen wollte. Ein solches Unternehmen würde uns aber weit über den Rahmen dieser Arbeit führen.

Wir werden jedoch noch kurz den Fall betrachten, daß auch elektrisch leitende Modifikationen ins Spiel kommen, wobei wir annehmen, daß sich $\mathfrak{e}$ im Sinne der Überlegungen des Artikels 15) in der Form

$$\mathfrak{e} = \varsigma''\nabla\varsigma \tag{381}$$

darstellen läßt.

Setzen wir noch:

$$\eta_\varkappa\, u_\varkappa\,\rho_\varkappa\,(\mp\nu_\varkappa\,\Lambda)\,\varsigma'' = \varsigma', \tag{382}$$

so erhalten wir nach 342) den von $\mathfrak{e}$ herrührenden Teil unserer Spannungsdyade θ'_α wieder in der Form:

$$\theta'_\alpha = \sum S\{\nabla;(\varsigma'\nabla\varsigma) - I\nabla\cdot(\varsigma'\nabla\varsigma) + (\varsigma'\nabla\varsigma);\nabla - I\nabla\cdot(\varsigma'\nabla\varsigma)\}. \tag{383}$$

---

[1] Vorausgesetzt wird, daß $\frac{\partial}{\partial z}\nabla\varsigma \,||\, \mathfrak{n}$ ist, daß also $\nabla\varsigma$ seine Richtung innerhalb der sehr dünnen Grenzschicht nicht ändert.

Nehmen wir an, was praktisch meist erfüllt sein wird, daß auch $\mathfrak{e} \parallel \mathfrak{n}$ ist, so können wir wieder dieselben Schlüsse ziehen und erhalten:

$$\nabla \cdot \theta'_\alpha = \mathfrak{n}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\sum_\varkappa \left\{ \mp \nu_\varkappa \Lambda \eta_{\varkappa\alpha} u_\varkappa \rho_\varkappa \left| \nabla\left(\frac{T F_\varkappa Z'_\varkappa}{B_\varkappa}\right)\right| \cdot |\mathfrak{e}| \right\}. \qquad 384)$$

Es ist damit die Abhängigkeit der Oberflächenspannung vom elektrischen Felde natürlich und ohne jeden Zwang erklärt. Auch hier können wir nicht in Details eingehen, so verlockend es auch wäre. Es sei nur darauf hingewiesen, daß man unter Berücksichtigung des in Artikel 15) über die elektromotorische Kraft von Konzentrationsgefällen Gesagten, nicht nur lineare sondern auch kompliziertere Abhängigkeiten der Oberflächenspannung vom elektrischen Felde richtig zu deuten imstande ist.

Zum Schlusse dieses Abschnittes sei noch bemerkt, daß Jaumann die Oberflächenspannungen in formal ähnlicher Weise aus seinen »Chemischen Schlußgleichungen«, deren wichtigste Funktion die Wiedergabe der Gravitationserscheinungen ist, gewinnt. — Die so enge Verknüpfung jener beiden Erscheinungsgruppen scheint mir in mehrfacher Hinsicht bedenklich. — In erster Linie unter diesen Bedenken steht der prägnant universelle Charakter der Gravitationsgleichungen, tatsächlich verwendet Jaumann in seiner eigentlichen Gravitationstheorie[1] auch nur eine beziehungsweise zwei Gleichungen, während doch die Variablen $\bar{\alpha}_\varkappa$ in ganz natürlicher Weise den einzelnen Stoffen zugeordnet werden.

Zwischen der Gravitation und anderen physikalischen Erscheinungsgruppen besteht überhaupt kein nachweisbarer Zusammenhang, man wird also derzeit gut daran tun, die Gravitationsgleichungen so reinlich als möglich von den übrigen Gleichungen zu scheiden.

Andrerseits scheint mir die enge Beziehung meiner Gleichungsgruppe VIII) zu den Dichtegleichungen, speziell zu den Diffusionsgliedern derselben sehr natürlich und von Vorteil. — Es ergibt sich hiedurch auch von selbst die Abhängigkeit der Oberflächenspannung vom elektrischen Felde, welche sich bei Jaumann nicht findet. — Die Abstimmung auf das Entropieprinzip kann vermöge des analogen Baues der Gleichungen in ganz ähnlicher Weise erfolgen wie bei den Dichtegleichungen. Die durch diese Abstimmung bedingten Wärmeproduktionen, welche allerdings eines eingehenden experimentellen Studiums bedürfen würden, stehen in engstem Zusammenhange mit der Diffusion.

VI. Theorie der Elastizität.

21. Die Elastizitätsgleichung und ihre Integration.

Die elastischen Erscheinungen werden bei unserer Darstellung von einer einzigen, äußerst einfach gebauten Gleichung beherrscht, welche lautet:

$$\text{VI)} \qquad \frac{d\mathfrak{v}}{dt} + \ldots \mathfrak{v} \cdot \mathfrak{v} + \mathfrak{v} \cdot \mathfrak{v}, \quad = 0.$$

Auch G. Jaumann[2], welcher in seiner mehrfach zitierten Arbeit eine Theorie der Elastizität gibt, benützt hiefür eine besondere Gleichung, die allerdings noch für die Erklärung der Elektrolyse und Diffusion benötigt wird; eine Kombination die ich für wenig natürlich halte. Seine Gleichung hat aber auch hievon abgesehen eine prinzipiell andere Form und die aus der Gleichung gezogenen Folgerungen lassen sich nur mühsam und gezwungen mit der Erfahrung in Übereinstimmung bringen. Die oben angeschriebene Gleichung der Elastizität ist ein erster Ansatz, der möglicherweise noch zu ergänzen sein wird, immerhin glaube ich mit ihr im wesentlichen das Richtige getroffen zu haben.

---

[1] G. Jaumann, CXXI, Abt. II*a*, p. 95.

[2] G. Jaumann, Wiener Sitzungsberichte CXX, Abt. II*a*, p. 416.

Indem wir Gleichung VI) unseren bisher behandelten Gleichungen hinzufügen, sind wir beim kompletten Gleichungssysteme angelangt. Was sich an Vernachlässigungen und Vereinfachungen gegenüber dem im zweiten Abschnitte angeschriebenen Systeme in diesen Gleichungen noch vorfindet, betrifft solche Glieder, welche entweder für die elektromagnetische Theorie bewegter Medien oder für die Theorie der Strahlungen von Bedeutung sind; beide Gebiete wurden, wie eingangs zitiert, schon in früheren Abhandlungen ausführlich untersucht und interessieren uns in dieser Arbeit nicht.

In Abschnitt II wurde auch gezeigt, daß das komplette Gleichungssystem dem Energieprinzip gehorcht; daß es auch die Deduktion des Entropieprinzips gestattet, wird im letzten Artikel dieses Abschnittes bewiesen werden.

Wir gehen nun daran, die Gleichung VI) zu integrieren, sie lautet nach 83 *b*) explizit geschrieben:

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{1}{2}[\nabla;\mathfrak{v}+\mathfrak{v};\nabla]\cdot\psi + \psi\cdot\frac{1}{2}[\nabla;\mathfrak{v}+\mathfrak{v};\nabla] = 0. \tag{385}$$

Wie in Artikel 5 angegeben bedeutet:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial t} + \mathfrak{v}\cdot\nabla;\psi - \frac{1}{2}(\mathrm{rot}\,\mathfrak{v})\times\psi + \frac{1}{2}\psi\times(\mathrm{rot}\,\mathfrak{v}). \tag{386}$$

Verstehen wir unter $\frac{d'\psi}{dt}$ eine spezielle Fluxion, welche durch

$$\frac{d'\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{dt} + \mathfrak{v}\cdot\nabla;\psi \tag{387}$$

gegeben ist, so folgt:

$$\frac{d'\psi}{dt} + \frac{1}{2}[\nabla;\mathfrak{v}+\mathfrak{v};\nabla]\cdot\psi + \psi\cdot\frac{1}{2}[\nabla;\mathfrak{v}+\mathfrak{v};\nabla] - \frac{1}{2}(\mathrm{rot}\,\mathfrak{v})\times\psi + \frac{1}{2}\psi\times(\mathrm{rot}\,\mathfrak{v}) = 0. \tag{388}$$

Nun ist:

$$\mathrm{rot}\,\mathfrak{v}\times I = \mathfrak{v};\nabla - \nabla;\mathfrak{v} \tag{389}$$

also

$$\frac{1}{2}[(\mathrm{rot}\,\mathfrak{v})\times\psi - \psi\times(\mathrm{rot}\,\mathfrak{v})] = -\frac{1}{2}[(\mathfrak{v};\nabla - \nabla;\mathfrak{v})\cdot\psi - \psi\cdot(\mathfrak{v};\nabla - \nabla;\mathfrak{v})]. \tag{390}$$

Setzen wir diesen Wert in 388) ein, so erhalten wir:

$$\frac{d'\psi}{dt} + (\nabla;\mathfrak{v})\cdot\psi + \psi\cdot(\mathfrak{v};\nabla) = 0. \tag{391}$$

Wir machen nun den Ansatz:

$$\begin{aligned} \mathfrak{v};\nabla &= \frac{d'\varphi'}{dt}\cdot(I - \varphi')^{-1} \\ \mathfrak{v};\nabla &= (I-\varphi'_0)^{-1}\cdot\frac{d'\varphi'_0}{dt} \end{aligned} \tag{392}$$

und behaupten, daß dann $(I-\varphi')\cdot(I-\varphi'_0)$ ein Integral unserer Gleichung ist. Wie wir zu den Definitionsgleichungen 392) kommen und welche Bedeutung die Dyade φ' hat, werden wir weiter unten zeigen.

Um die aufgestellte Behauptung zu beweisen, brauchen wir nur

$$\psi = (I-\varphi')\cdot(I-\varphi'_0) \tag{393}$$

mit Benützung der Relation 392) in 391) einzusetzen:

$$\frac{d'\psi}{dt} + \frac{d'\varphi'}{dt}\cdot(I-\varphi')^{-1}\cdot(I-\varphi')\cdot I - \varphi'_0) + (I-\varphi')\cdot(I-\varphi'_0)\cdot(I-\varphi'_0)^{-1}\cdot\frac{d'\varphi'_0}{dt} = 0. \tag{394}$$

Das gibt:

$$\frac{d'\psi}{dt} = \frac{d'(I-\varphi')}{dt}\cdot(I-\varphi'_c) + (I-\varphi')\cdot\frac{d'(I-\varphi'_c)}{dt} = \frac{d'(I-\varphi')\cdot(I-\varphi'_c)}{dt} = \frac{d'\psi}{dt}. \tag{395}$$

Der Wert 393, ist also tatsächlich ein Integral unserer Gleichung. Wir wollen nun den Ansatz machen:

$$\psi = (I-\varphi')\cdot\Phi\cdot(I-\varphi'_c), \tag{396}$$

wo Φ eine ganz beliebige Dyade sein soll. In die Form 396) läßt sich, wie man unmittelbar erkennt, jede Dyade ψ bringen, man braucht nur Φ durch die Relation

$$(I-\varphi')^{-1}\cdot\psi\cdot(I-\varphi'_c)^{-1} = \Phi \tag{397}$$

geeignet zu bestimmen.

Setzen wir jetzt diesen Wert in die vorgelegte Gleichung ein, so folgt:

$$\frac{d'\psi}{dt} = \frac{d'(I-\varphi')}{dt}\cdot\Phi\cdot(I-\varphi'_c) + (I-\varphi')\cdot\Phi\cdot\frac{d'(I-\varphi'_c)}{dt} \tag{398}$$

$$\frac{d'\psi}{dt} = \frac{d'(I-\varphi')\cdot\Phi\cdot(I-\varphi'_c)}{dt} - (I-\varphi')\cdot\frac{d'\Phi}{dt}\cdot(I-\varphi'_c) \tag{399}$$

$$(I-\varphi')\cdot\frac{d'\Phi}{dt}\cdot(I-\varphi'_c) = 0. \tag{400}$$

Soll 400) immer und allgemein erfüllt sein, so muß

$$\frac{d'\Phi}{dt} = 0 \tag{401}$$

bleiben, das heißt Φ ist eine Konstante. Setzen wir zum Beispiel

$$\Phi = I, \tag{402}$$

so wird es diesen Wert auch immer beibehalten.

Wir wollen nun nachsehen, welche Bedeutung der Dyade φ zukommt. Betrachten wir einen festen elastischen Körper und in demselben einen bestimmten Punkt 0, die von 0 zu den einzelnen materiellen Punkten des Körpers gezogenen Radienvektoren bezeichnen wir durch $\mathfrak{r}$, in der Anfangslage durch $\mathfrak{r}_0$, in der Endlage durch $\mathfrak{r}_1$; wir setzen $\mathfrak{r}_1 - \mathfrak{r}_0 = \mathfrak{u}'$. — Bedeutet $\mathfrak{v}_0$ die Geschwindigkeit des Punktes 0, so ist die Geschwindigkeit irgend eines Punktes des festen Körpers gegeben durch:

$$\mathfrak{v} = \mathfrak{v}_0 + \frac{d'(\mathfrak{r}_1 - \mathfrak{r}_0)}{dt} = \mathfrak{v}_0 + \frac{d'\mathfrak{u}'}{dt} \tag{403}$$

Daraus folgt weiter:

$$\nabla;\mathfrak{v} = \nabla;\frac{d'\mathfrak{u}'}{dt} = \nabla;\left[\frac{\partial\mathfrak{u}'}{\partial t} + \mathfrak{v}\cdot\nabla;\mathfrak{u}'\right] = \frac{\partial}{\partial t}(\nabla;\mathfrak{u}') + \mathfrak{v}\cdot\nabla;\nabla;\mathfrak{u}' + \nabla;\mathfrak{v}\cdot\nabla;\mathfrak{u}' \tag{404}$$

$$\nabla;\mathfrak{v}\cdot(I-\nabla;\mathfrak{u}') = \frac{d'}{dt}(\nabla;\mathfrak{u}') \tag{405}$$

$$;\mathfrak{v} = \frac{d'}{dt}(\nabla;\mathfrak{u}')\cdot(I-\nabla;\mathfrak{u}')^{-1}$$

$$\mathfrak{v};\nabla = (I-\mathfrak{u}';\nabla)^{-1}\cdot\frac{d'}{dt}(\mathfrak{u}';\nabla). \tag{406}$$

Die Relationen 406) sind mit 392) identisch, wenn wir

$$\varphi' = \nabla;\mathfrak{u}' \tag{407}$$

setzen, was wir tun wollen.

Wenn der Körper außer einer Translation, welche aus der Rechnung schon weggefallen ist und die wir somit einfach gleich Null annehmen können, noch eine Rotation um den Punkt 0 ausführt, so bedeuten die $\mathfrak{u}'$ noch nicht die reine elastische Verschiebung, diese wollen wir durch $\mathfrak{u}$ bezeichnen.

Ist

$$\chi = \mathfrak{i};\mathfrak{i}' + \mathfrak{j};\mathfrak{j}' + \mathfrak{k};\mathfrak{k}' \tag{408}$$

ein Versor, wobei $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{k}$ und $\mathfrak{i}'$, $\mathfrak{j}'$, $\mathfrak{k}'$ je ein Orthogonalsystem von Einheitsvektoren bilden, welcher die fragliche Drehung bewirkt, so ist

$$\mathfrak{r}_1 = \chi \cdot \mathfrak{r}_0 + \mathfrak{u} \tag{409}$$

und weil

$$\chi^{-1} = \chi_c \tag{410}$$

ist, weiter

$$\mathfrak{r}_0 = \chi_c \cdot \mathfrak{r}_1 - \chi_c \cdot \mathfrak{u} \tag{411}$$

$$\mathfrak{r}_1 - \mathfrak{r}_0 = (I - \chi_c) \cdot \mathfrak{r}_1 + \chi_c \cdot \mathfrak{u} \tag{412}$$

$$\nabla ; (\mathfrak{r}_1 - \mathfrak{r}_0) = \nabla ; \mathfrak{u}' = I - \chi + (\nabla ; \mathfrak{u}) \cdot \chi \tag{413}$$

also:

$$\varphi' = I - \chi + (\nabla ; \mathfrak{u}) \cdot \chi$$

$$\varphi'_c = I - \chi_c + \chi_c \cdot (\mathfrak{u} ; \nabla) \tag{414}$$

$$(I - \varphi') \cdot (I - \varphi'_c) = [\chi - (\nabla ; \mathfrak{u}) \cdot \chi] \cdot [\chi_c - \chi_c \cdot (\mathfrak{u} ; \nabla)] \tag{415}$$

und daraus, da nach 410)

$$\chi \cdot \chi_c = I \tag{416}$$

$$(I - \varphi') \cdot (I - \varphi'_c) = I - \nabla ; \mathfrak{u} - \mathfrak{u} ; \nabla + (\nabla ; \mathfrak{u}) \cdot (\mathfrak{u} ; \nabla) = (I - \nabla ; \mathfrak{u}) \cdot (I - \mathfrak{u} ; \nabla). \tag{417}$$

Aus unserem Integral fällt somit auch eine eventuell vorhandene Rotation heraus, setzen wir:

$$\nabla ; \mathfrak{u} = \varphi, \tag{418}$$

so ist:

$$\psi = (I - \varphi) \cdot (I - \varphi_c) \tag{419}$$

die endgültige Form des Integrals der Elastizitätsgleichung, wenn $\Phi = I$ genommen wird. Wir hätten den eben geführten Beweis auch direkt an die Formeln 406) knüpfen können, doch wäre das rechnerisch umständlicher gewesen. — Die durch 418) definierte Dyade φ wollen wir Deformationsdyade nennen.[1]

22. Die elastische Spannungsdyade.

Die elastische Spannungsdyade lautet nach 79)

$$\theta'_\psi = \frac{T}{2} [\mathrm{P}''' \cdot \psi_c + \mathrm{P}''_c \cdot \psi + \psi \cdot \mathrm{P}''_c + \psi_c \cdot \mathrm{P}''] + p_\psi I. \tag{420}$$

Wo P''' nach 53), 56) und analog zu 327) gegeben ist durch

$$\mathrm{P}''' = \frac{\partial W}{\partial \psi} - \int_1^T \frac{1}{T^2} \frac{\partial U}{\partial \psi} \, dT. \tag{421}$$

Um die Rechnung im Einzelnen durchführen zu können, bedürfen wir wieder einer Spezialannahme für U und W.

Setzen wir U und W soweit sie von ψ abhängen gleich:

$$U_\psi = \frac{1}{2} M \psi : \psi \tag{422}$$

$$W_\psi = \frac{1}{2} M' \psi : \psi, \tag{423}$$

wobei M eine beliebige positive Funktion von T und den $\rho_\varkappa$, M' eine beliebige Funktion der $\rho_\varkappa$ sein soll.

[1] Diese Definition entspricht für endliche Deformationen nicht der üblichen, siehe G. Jaumann, Wiener Berichte, CXX, Abt. II*a*, p. 418.

Dann ergibt sich:

$$P'' = M'\psi - \int_1^T \frac{1}{T^2} M\psi \, dT = N\psi, \tag{424}$$

wo der Wert von N durch 424) bestimmt ist und jedenfalls die Eigenschaft hat, mit zunehmender Temperatur abzunehmen.

Aus 329) folgt:

$$L_\psi = \frac{1}{2}\left[\sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial M'}{\partial \rho_\varkappa} - M'\right]\psi : \psi. \tag{425}$$

Aus dieser Relation und 328) erhalten wir:

$$p_\psi = T\frac{1}{2}\left\{\left[\sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial M'}{\partial \rho_\varkappa} - M'\right]\psi : \psi - \int_1^T \frac{1}{T^2}\left[\sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial M}{\partial \rho_\varkappa} - M\right]\psi : \psi \, dT\right\} \tag{426}$$

$$p_\psi = TN'\psi : \psi, \tag{427}$$

wobei sich N' aus 426) bestimmt. — Sind M und M' lineare Funktionen der $\rho_\varkappa$, so hängt p überhaupt nicht von ψ ab. — Führen wir die gewonnenen Werte in 420) ein, so erhalten wir:

$$\theta'_\psi = TN[\psi\cdot\psi_c + \psi_c\cdot\psi] + TN'\psi : \psi I \tag{427}$$

und mit Benützung von 419):

$$\theta'_\psi = T\{2N(I-\varphi)\cdot(I-\varphi_c)\cdot(I-\varphi)\cdot(I-\varphi_c) + IN'[(I-\varphi)\cdot(I-\varphi_c)\cdot(I-\varphi)\cdot(I-\varphi_c)]_c\}. \tag{428}$$

Handelt es sich, wie das praktisch meistens der Fall ist um kleine Deformationen, so daß man höhere Potenzen von φ vernachlässigen kann, so erhalten wir:

$$\theta'_\psi = T\{2N[I-2(\varphi+\varphi_c)] + IN'[3-2(\varphi_s+\varphi_{cs})]\}. \tag{429}$$

Können die Funktionen N und N' praktisch als räumlich konstant angenommen werden, so ergibt sich weiter:

$$\nabla\cdot\theta'_\psi = -4TN\nabla\cdot(\nabla;\mathfrak{u}+\mathfrak{u};\nabla) - 4TN'\nabla(\nabla\cdot\mathfrak{u}). \tag{430}$$

Nachdem

$$\nabla\cdot(\mathfrak{u};\nabla) = \nabla(\nabla\cdot\mathfrak{u}), \tag{431}$$

erhalten wir schließlich:

$$\nabla\cdot\theta'_\psi = -4TN\nabla\cdot\nabla;\mathfrak{u} - 4T(N+N')\nabla\nabla\cdot\mathfrak{u}. \tag{432}$$

N und N' sind die beiden unabhängigen Konstanten (Funktionen) der Elastizität.

$4TN$ entspricht dem Torsionsmodul

$4T\,\frac{N(3N'+2N)}{N+N'}$ dem Young'schen Modul.

Die Poisson'sche Konstante ergibt sich gleich $\frac{N'}{2(N+N')}$,

der Kompressionsmodul gleich $\left(N' + \frac{2}{3}N\right)4T$.

Da N mit steigender Temperatur sicher abnimmt und N' ebenfalls abnehmen kann, so können auch unsere Elastizitätsmoduln trotz des Faktors T mit zunehmender Temperatur abnehmen, wie es die Erfahrung verlangt.[1]

Da bei Deformationen, wenn div $\mathfrak{v}$ von Null verschieden ist, sich vermöge der Kontinuitätsgleichung (siehe Artikel 8) auch die Dichte des Körpers ändert

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}\mathfrak{v} = 0, \tag{433}$$

[1] Die sehr naheliegende Möglichkeit impliziter Temperaturabhängigkeit vermöge der Dichtegleichungen, analog wie dies in Artikel 13) angemerkt wurde, darf auch hier nicht außer acht gelassen werden.

so werden durch die Abhängigkeit der Spannungsdyade von ρ beziehungsweise von den einzelnen $\rho_\varkappa$ auch elastische Spannungsänderungen entstehen.

Jedenfalls hängen die N und N' von den $\rho_\varkappa$ ab, außerdem aber kann natürlich p noch weitere von $\rho_\varkappa$ abhängende Glieder enthalten. Betont sei, daß nach unserer Festsetzung über den Wert der Konstanten Φ, ψ für $\varphi = 0$ gleich I und nicht etwa gleich Null wird.

In dem betrachteten Spezialfall erhalten wir also für $\varphi = 0$

$$\begin{aligned} U_\psi &= \frac{1}{2}\, 3\, M \\ W_\psi &= \frac{1}{2}\, 3\, M' . \end{aligned} \tag{434}$$

Da wir vorausgesetzt haben, daß M eine beliebige positive Funktion von T und den $\rho_\varkappa$ sein soll, braucht die innere Energie nicht notwendigerweise noch weitere, lediglich von T und $\rho_\varkappa$ abhängende Glieder zu besitzen.

Wir können hier den interessanten Zusammenhängen, die sich darbieten, nicht weiter nachgehen. — Erwähnt sei, daß elastische Erscheinungen in kristallinischen Medien ohneweiters in unserer Theorie enthalten sind, wenn wir den Ansatz machen:

$$\begin{aligned} U_\psi &= \psi : \Xi : \psi \\ W_\psi &= \psi : \Xi' : \psi, \end{aligned} \tag{435}$$

wo dann Ξ eine von T und den $\rho_\varkappa$ abhängende positive symmetrische Tetrade und Ξ' eine nur von den $\rho_\varkappa$ abhängende symmetrische Tetrade bedeutet.

Gerade die Anwendung der Theorie auf Kristalle, welche sich hier ohne jede Schwierigkeit, gewissermaßen von selbst erledigt, macht der Jaumann'schen Darstellungsweise wieder besondere Schwierigkeiten.

Wir bemerken noch, daß nun natürlich vermöge der Relationen 53) und 56) durch $\frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}$ und $\frac{\partial W}{\partial \rho_\varkappa}$ auch die $\mathrm{P}_\varkappa$ und durch sie im allgemeinen auch die $\vartheta_{\varkappa\lambda}$, also die Gleichgewichtsfunktionen der chemischen Statik, von den ψ abhängen werden.

Was die durch die Deformation bewirkten Wärmetönungen anbetrifft, so sind sie in dem Gliede $\theta'' : \nabla ; \mathfrak{v}$ der Wärmegleichung enthalten.

θ'' lautet, wenn wir von elektrischen und von Erscheinungen der Oberflächenspannung absehen, nach 80):

$$\begin{aligned} \theta'' = \Big(U + p - \sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}\Big) I + \frac{1}{2} T [\psi \cdot \mathrm{P}_c'' + \psi_c \cdot \mathrm{P}'' + \mathrm{P}'' \cdot \psi_c + \mathrm{P}_c'' \cdot \psi] - \frac{1}{2} \Big[\frac{\partial U}{\partial \psi} \cdot \psi_c + \frac{\partial U}{\partial \psi_c} \cdot \psi + \\ + \psi \cdot \frac{\partial U}{\partial \psi_c} + \psi_c \cdot \frac{\partial U}{\partial \psi} \Big| . \end{aligned} \tag{436}$$

Wie man sieht, verschwindet die durch die beiden anisotropen Glieder bewirkte Wärmeproduktion, wenn

$$T \mathrm{P}'' = \frac{\partial U}{\partial \psi} \tag{437}$$

ist. Nun hatten wir:

$$\mathrm{P}'' = \frac{\partial W}{\partial \psi} - \int_1^T \frac{1}{T^2} \frac{\partial U}{\partial \psi}\, dT, \tag{438}$$

woraus nach 437) folgt:

$$\frac{\partial U}{\partial \psi} = T \Big| \frac{\partial W}{\partial \psi} - \int_1^T \frac{1}{T^2} \frac{\partial U}{\partial \psi}\, dT \Big| \tag{439}$$

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial U}{\partial \psi}\right) = \mathrm{P}'' - \frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \psi} = 0, \tag{440}$$

also $\frac{\partial U}{\partial \psi}$ unabhängig von T, daher weiter:

$$\mathrm{P}'' = \frac{\partial W}{\partial \psi} + \left(\frac{1}{T} - 1\right)\frac{\partial U}{\partial \psi} \tag{441}$$

und daraus nach 437)

$$\frac{\partial W}{\partial \psi} = \frac{\partial U}{\partial \psi}. \tag{442}$$

Bei unserem Ansatze 422), 423) bedeutet das: $M = M'$ und beide unabhängig von T, also auch:

$$p_\psi = \frac{1}{2}\left[\sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial M}{\partial \rho_\varkappa} - M\right]\psi : \psi = TN'\psi : \psi \tag{443}$$

$$T\mathrm{P}'' = TN\psi = \frac{\partial U}{\partial \psi} = M\psi. \tag{444}$$

Das heißt, es ist in diesem Falle sowohl TN' als auch TN und somit auch θ'_ψ von T explizit unabhängig. — Da aber irgend eine Abhängigkeit (durch andere Glieder von U und W) des isotropen Druckes von der Temperatur, schon wegen der stets beobachteten Wärmeausdehnung,[1] jedenfalls vorhanden sein muß, werden unsere elastischen Konstanten, welche ihrerseits wieder von den $\rho_\varkappa$ abhängen, auch in diesem extremen Falle implizit Funktionen der Temperatur sein.

Ganz interessant sind von diesem Gesichtspunkte aus folgende Zahlen:

	Negativer Temperaturkoeffizient des Elastizitätsmoduls in Millionteln nach Wassmuth	Negativer Temperaturkoeffizient der Dichte in Millionteln (Kohlrausch)
Platin	1·07	27
Palladium	2·05	35·7
Stahl	2·64	33
Nickel	3·25	40·5
Kupfer	3·59	51·3
Gold	4·09	44·1
Silber	7·48	58·2
Aluminium	19·98	72·6
Zink	34·9	89·1

Man erkennt ferner aus 438) allgemein:

$$\frac{\partial T\mathrm{P}''}{\partial T} = \mathrm{P}'' - \frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \psi}, \tag{445}$$

wenn also $T\mathrm{P}''$ beziehungsweise bei unserem früheren Ansatze TN mit zunehmender Temperatur abnimmt, so ist:

$$T\mathrm{P}'' < \frac{\partial U}{\partial \psi}. \tag{446}$$

Ebenso folgt aus 328) und 329) allgemein:

$$\frac{\partial p}{\partial T} = \frac{p}{T} - \frac{1}{T}\left[\sum_\varkappa \rho_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} - U\right]. \tag{447}$$

[1] Hier dürften insbesondere auch die Gleichungen der Oberflächenspannung wesentlich mit heranzuziehen sein, doch würde ein näheres Eingehen auf diesen Gedanken eine eigene Arbeit erfordern.

Das heißt, wenn p mit zunehmendem T abnimmt, so muß

$$p < \sum_{\varkappa} \rho_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} - U \tag{448}$$

sein und umgekehrt.

Aus den soeben abgeleiteten Relationen erkennt man aus 436) leicht, wann eine bestimmte Deformation von positiver, wann sie von negativer Wärmetönung begleitet sein wird.

Sind die Deformationen hinreichend klein, so wird für das Vorzeichen der Wärmetönung im allgemeinen nur der isotrope Teil von θ'' maßgebend sein. — Führt man die Überlegung für diesen Fall und den Ansatz 422), 423) durch, so erkennt man, daß für negative Werte von div $\mathfrak{v}$, also für Kompression (siehe 433), nach 436) Wärmeproduktion auftreten wird, wenn:

$$T(2N + 3N') - \frac{1}{2}M - \frac{3}{2}\sum_{\varkappa} \rho_\varkappa \frac{\partial M}{\partial \rho_\varkappa} > 0. \tag{449}$$

Gelten die Relationen 446) und 448) gleichzeitig, so folgt aus ihnen für den gegebenen Spezialansatz gerade die umgekehrte Ungleichung.

Zum Schlusse dieses Artikels bemerken wir noch, daß Derivationen der Geschwindigkeit auch in anderen Gleichungen unseres Systems, so speziell in den dielektrischen und allgemein stofflichen Gleichungen auftreten, welche, wie andernorts gezeigt wurde [1], die von der Deformationsgeschwindigkeit abhängenden Zähigkeitsspannungen bewirken. — Die entsprechende irreversible Wärmeproduktion steckt in den Gliedern $-\bar{\varepsilon} : \varsigma : \bar{\varepsilon}$ u. s. f. der Wärmegleichung. — Eine ganz analoge Funktion hat auch das Derivationsglied der Geschwindigkeit in den Gleichungen der Oberflächenspannung.

23. Die Deduktion des Entropieprinzips aus dem kompletten Gleichungssystem.

Als Schlußstein in dieser Arbeit wollen wir jetzt ganz formal, lediglich aus der Form unserer Differentialgleichungen und den Beziehungen zwischen den einzelnen Größen ohne irgend einen Zusatz, die Entropiegleichung deduzieren. — Wir benützen die Gleichungen, wie sie in Artikel 5 gegeben sind, ohne sie hier noch einmal anzuschreiben.

Die innere Energie U hängt voraussetzungsgemäß explizit von $T, \psi, \rho_\varkappa, \bar{\alpha}_\varkappa$ ab, im Sinne unserer früheren Überlegungen (siehe speziell Artikel 4) haben wir also die Gleichungen V, VI, VII und VIII für die Deduktion der Entropiegleichung heranzuziehen, und zwar haben wir aus denselben zunächst eine partielle Energiegleichung zu bilden, welche lautet:

$$\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt} + \frac{\partial U}{\partial \psi} : \frac{d\psi}{dt} + \sum_{\varkappa} \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}\frac{d\rho_\varkappa}{dt} + \sum_{\varkappa} \frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa} : \frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt} + \frac{T}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\mathfrak{e} \cdot \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{e} + \mathfrak{m} \cdot \frac{\partial \mu_0}{\partial T} \cdot \mathfrak{m}\right] +$$

$$+ U \operatorname{div} \mathfrak{v} + \theta' : \nabla ; \mathfrak{v} + T\left\{\sum_{\varkappa} \mathrm{P}_\varkappa \operatorname{div}(H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r}) + \sum_{\varkappa} \mathrm{P}'_\varkappa : \nabla \times [\eta_\varkappa (H_\varkappa \bar{\gamma}_{\varkappa r} + H'_\varkappa \bar{\xi}_{\varkappa r})] + \right.$$

$$\left. + \operatorname{div} \mathfrak{W}\right\} - \left\{\mathfrak{e} \cdot \gamma_0 \cdot \mathfrak{e} + \bar{\varepsilon} : \varsigma : \bar{\varepsilon} + \bar{\mu} : \varsigma' : \bar{\mu} + \sum_{\varkappa} (\bar{\gamma}_\varkappa : \mathcal{J}_\varkappa : \bar{\gamma}_\varkappa + \bar{\xi}_\varkappa : \mathcal{J}'_\varkappa : \bar{\xi}_\varkappa)\right\} = 0 \cdot \tag{450}$$

Diese partielle Energiegleichung haben wir mit T durchzudividieren und dann von ihr die beziehungsweise mit P'':, $\mathrm{P}_\varkappa$, $\mathrm{P}'_\varkappa$: multiplizierten Gleichungen VI), VII) und VIII) zu subtrahieren, wodurch wir erhalten:

---

[1] E. Lohr, Wiener Berichte CXXII, Abt. II *a*, p. 1505.

$$\frac{1}{T}\left[\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt}+\left(\frac{\partial U}{\partial \psi}-T\mathrm{P}''\right):\frac{d\psi}{dt}+\sum_{\varkappa}\left(\frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}-T\mathrm{P}_\varkappa\right)\frac{d\rho_\varkappa}{dt}+\sum_{\varkappa}\left(\frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa}-T\mathrm{P}'_\varkappa\right):\frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt}\right]+$$

$$\frac{1}{T}\left(U+p-T\sum_{\varkappa}\rho_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa\right)\operatorname{div}\mathfrak{v}+\frac{\delta}{\delta t}\left[\frac{1}{2}\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\frac{1}{2}\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial \mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right]+\operatorname{div}\mathfrak{W}-\frac{1}{T}\Big\{\mathfrak{e}\cdot\gamma_0\cdot\mathfrak{e}+\bar{\mathfrak{s}}:\varsigma:\bar{\mathfrak{s}}+$$

$$+\bar{\mu}:\varsigma':\bar{\mu}+\sum_{\varkappa}(\bar{\gamma}_\varkappa:\gamma_\varkappa:\bar{\gamma}_\varkappa+\bar{\xi}_\varkappa:\gamma'_\varkappa:\bar{\xi}_\varkappa)+T\sum_{\varkappa}\mathrm{P}_\varkappa\left[\pm P_{\varkappa\lambda}(\vartheta_{\varkappa\lambda}\rho_\varkappa\rho_\lambda-\rho_{\varkappa\lambda})\right]+T\sum_{\varkappa}\mathrm{P}'_\varkappa:B_\varkappa\bar{\alpha}_\varkappa\Big\}=0. \qquad 451)$$

Da die $\mathrm{P}_\varkappa$, $\mathrm{P}'_\varkappa$, P'' durch die Relationen 53) und 56), p durch die Relation 65) bestimmt werden, folgt nach den Erörterungen des Artikels 4:

$$\frac{1}{T}\left[\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dt}+\left(\frac{\partial U}{d\psi}-T\mathrm{P}''\right):\frac{d\psi}{\partial t}+\sum_{\varkappa}\left(\frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa}-T\mathrm{P}_\varkappa\right)\frac{d\rho_\varkappa}{dt}+\sum_{\varkappa}\left(\frac{\partial U}{\partial \bar{\alpha}_\varkappa}-T\mathrm{P}'_\varkappa\right):\frac{d\bar{\alpha}_\varkappa}{dt}\right]=\frac{dS'}{dt} \qquad 452)$$

und

$$U+p-T\sum_{\varkappa}\rho_\varkappa \mathrm{P}_\varkappa=TS'. \qquad 453)$$

Wobei S', wie die Größen, aus denen es sich zusammensetzt, eine eindeutige Funktion der Zustandsvariablen T, ψ, $\rho_\varkappa$, $\bar{\alpha}_\varkappa$ sein wird, welche, solange $\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T}$ positiv ist, was immer der Fall sein wird, mit zunehmender Temperatur zunimmt. Auch

$$\frac{1}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial \mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right)$$

ist eine eindeutige Funktion des Zustandes, welche, nach den Erörterungen des Artikels 13 ebenfalls mit steigender Temperatur zunimmt.

Der in der geschweiften Klammer stehende Ausdruck ist nach unseren Festsetzungen über die Materialkonstanten (Materialfunktionen) in Artikel 5, ferner nach den ausführlichen Untersuchungen über den Ausdruck

$$\sum_{\varkappa}\mathrm{P}_\varkappa\left[\pm P_{\varkappa\lambda}(\vartheta_{\varkappa\lambda}\rho_\varkappa\rho_\lambda-\rho_{\varkappa\lambda})\right]$$

in Artikel 9 und den Festsetzungen bezüglich des Gliedes

$$\sum_{\varkappa}\mathrm{P}'_\varkappa:B_\varkappa\bar{\alpha}_\varkappa$$

in Artikel 18 und 19 stets positiv, wir wollen ihn etwa mit $\mathfrak{J}^2$ bezeichnen.

Setzen wir noch

$$S'+\frac{1}{2}\left(\mathfrak{e}\cdot\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{e}+\mathfrak{m}\cdot\frac{\partial \mu_0}{\partial T}\cdot\mathfrak{m}\right)=S \qquad 454)$$

$$\mathfrak{W}=\mathfrak{S}, \qquad 455)$$

so schreibt sich 451) in der Form:

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\operatorname{div}\mathfrak{S}-\frac{\mathfrak{J}^2}{T}=0. \qquad 456)$$

Damit haben wir die Entropiegleichung aus unserem Systeme reinlich und ohne irgendwelche Zusatzannahmen deduziert.

S ist eine eindeutige Funktion des Zustandes, welche mit zunehmender Temperatur zunimmt, die Geschwindigkeit nicht enthält, deren Raumintegral vermöge 456) nur wachsen kann und, da $\mathfrak{J}^2$ bei den in der Natur vor sich gehenden Prozessen niemals exakt gleich Null ist, auch tatsächlich wächst. — Damit

sind alle Bedingungen erfüllt, welche wir in Artikel 2 für die Entropiefunktion aufstellen mußten und aufgestellt haben.

$\mathfrak{Z} = \mathfrak{W}$ ist der gesamte Entropiefluß.

Gleichung 456) entspricht also vollkommen der geforderten Differentialform des Entropieprinzips.

VII. Bemerkungen zur Strahlungsemission und Gravitation vom Standpunkte des Entropieprinzips.

24. Strahlungsemission.

Wie schon in Artikel 5 betont wurde, beherrscht das dieser Arbeit zugrundeliegende Gleichungssystem die Strahlungsemission nicht und es wird noch eines großen Schrittes und grundlegender neuer Gedanken bedürfen, um der Jaumann'schen Theorie auch dieses hochwichtige Gebiet aufzuschließen. — Wohl hat Jaumann gezeigt, daß aus seiner Theorie, unter gewissen Voraussetzungen, eine Strahlungsemission im Prinzip folgt, von der Beherrschung ihrer Gesetze ist die Theorie aber noch weit entfernt.

Es kann natürlich nicht meine Absicht sein, mit den folgenden Bemerkungen eine wirkliche Lösung des Problems herbeizuführen; ich möchte nur in ganz allgemeinen Umrissen andeuten, daß die Strahlungsemission nicht nur überhaupt im Bereiche der Theorie liegt, sondern, daß sie sich prinzipiell auch mit der Differentialform des Entropieprinzips, wie es in dieser Arbeit vorgetragen wurde, in Einklang bringen läßt.

Nehmen wir zunächst an, was den üblichen Ansätzen vollständig korrespondiert, daß eine oder mehrere schwingungsfähige Variable durch irgendwelche Ursachen in einen Schwingungszustand geraten, dann läßt sich das Emissionsproblem, allgemein gefaßt, dahin präzisieren, daß diese Schwingungen auf Kosten irgend welcher Energievorräte, speziell bei der Temperaturstrahlung auf Kosten der Wärme, dauernd verstärkt, daß sie negativ gedämpft werden müssen. — Diese geforderte negative Dämpfung kann auf sehr verschiedene Weise zustandekommen, insbesondere haben wir zu unterscheiden zwischen Dämpfung, im homogenen und im inhomogenen Felde, im ersten Falle werden die Verwandlungsglieder, im zweiten die Derivationsglieder die entscheidende Rolle spielen.

Der nächstliegende Ansatz, welcher sich auch bei Jaumann findet, läßt einfach die bekannten Absorptionsgrößen der Strahlung, also $\varsigma, \varsigma', \chi_\infty, \chi'_\varkappa$ negativ werden, was selbstverständlich eine negative Dämpfung, und zwar auf Kosten der Wärme, zur Folge hat. — Dieser Ansatz verträgt sich aber zunächst mit der Differentialform des Entropieprinzips ganz und gar nicht, da wir ja voraussetzen mußten, daß die Glieder $\bar{\varepsilon} : \varsigma : \bar{\varepsilon}$ usw. der Wärmegleichung stets positiv bleiben. — Man könnte dieser Schwierigkeit dadurch zu begegnen suchen, daß man sich darauf einrichtet, auch die dielektrischen und allgemein stofflichen Gleichungen in ihrer Gesamtheit für die Deduktion der Entropiegleichung mit heranzuziehen. Ein solcher Versuch dürfte aber schon wegen der äußerst engen Koppelung dieser Gleichungen an die elektromagnetischen, auf sehr große Schwierigkeiten stoßen. — So radikal brauchen wir aber auch gar nicht vorzugehen. — Es wurde schon in Artikel 5 betont, daß es sicherlich auch für einen chemisch homogenen Stoff mehrere stoffliche Gleichungspaare gibt. — Nehmen wir an, um den Gedankengang an einem besonders einfachen Beispiele klarzulegen, es gäbe in jeder einem chemisch homogenen Stoffe zugehörigen Gleichungsgruppe neben den vollständigen Gleichungen auch noch solche, bei denen die meisten Materialkonstanten den Wert Null haben, so daß etwa nur das Fluxionsglied, das Absorptionsglied und das Schwingungsglied übrig bleiben und koppeln wir diese Gleichungen an die vollständigen durch neue Verwandlungsglieder. Die ganze so entstehende, formal analoge Gleichungsschar können wir nun ohneweiters zur Deduktion des Entropieprinzips mit heranziehen. — Die stofflichen Gleichungen zerfallen damit in zwei Untergruppen, welche wir etwa so anschreiben können:

$$\text{IV}\,a)\quad g_\varkappa \frac{d\bar{\gamma}_\varkappa}{dt} + y_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa + z_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa + T Y_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + T Y'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa + \text{andere Glieder} = 0$$

$$g'_\varkappa \frac{d\bar{\xi}_\varkappa}{dt} + y'_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa - z_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa + T Z_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + T Z'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa + \text{andere Glieder} = 0$$

$$\text{IV}\,b)\quad \frac{d\bar{\beta}_\varkappa}{dt} + C_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + D_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa + V_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa + V'_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa = 0$$

$$\frac{d\bar{\beta}'_\varkappa}{dt} + C'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa - D'_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + W_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa + W'_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa = 0.$$

Da jetzt die innere Energie U auch von den $\bar{\beta}_\varkappa$, $\bar{\beta}'_\varkappa$ abhängen soll, werden bei der Bildung der Energiegleichung die Gleichungen IV b) mit $\frac{\partial U}{\partial \bar{\beta}_\varkappa}$: beziehungsweise mit $\frac{\partial U}{\partial \bar{\beta}'_\varkappa}$: multipliziert und zu den übrigen addiert. Die Fluxionsglieder treten dann in $\frac{dU}{dt}$ ein, die übrigen Glieder der Gleichungen IV b), sowie die aus den Gleichungen IV a) stammenden neuen Glieder:

$$T[\bar{\gamma}_\varkappa : Y_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + \bar{\gamma}_\varkappa : Y'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa + \bar{\xi}_\varkappa : Z_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + \bar{\xi}_\varkappa : Z'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa]$$

werden energetisch durch entsprechende negative Glieder in der Wärmegleichung kompensiert.

Bei der Deduktion des Entropieprinzips heben sich bei der Bildung der partiellen Energiegleichung zunächst die aus IV b) stammenden Glieder von der Form $\frac{\partial U}{\partial \bar{\beta}_\varkappa} : C_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa$ u. s. f. gegen die entsprechenden negativen der Wärmegleichung weg.

Nun haben wir noch die Gleichungen IV b) mit den ihnen zugehörenden P-Funktionen, nennen wir sie $\mathrm{P}'''_\varkappa$: beziehungsweise $\mathrm{P}''''_\varkappa$:, zu multiplizieren und sie dann von der partiellen Energiegleichung zu subtrahieren. — Für die Fluxionsglieder wird, wenn $\mathrm{P}'''_\varkappa$ und $\mathrm{P}''''_\varkappa$ in der üblichen Weise bestimmt wird, alles in Ordnung sein. — Nehmen wir an, daß $\mathrm{P}'''_\varkappa$ und $\mathrm{P}''''_\varkappa$ in Analogie zu P'' [siehe 422), 423) und 424)] die Form haben:

$$\begin{aligned} \mathrm{P}'''_\varkappa &= A_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa \\ \mathrm{P}''''_\varkappa &= A'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa \end{aligned} \qquad 457)$$

Die in der Entropiegleichung übrigbleibenden neuen Glieder lauten dann:

$$-\frac{\mathfrak{Z}'^2}{T} = -\sum_\varkappa \Big\{ \bar{\gamma}_\varkappa : Y_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + \bar{\gamma}_\varkappa : Y'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa + \bar{\xi}_\varkappa : Z_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + \bar{\xi}_\varkappa : Z'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa + A_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa : C_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + A_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa : D_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa + A_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa : V_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa +$$

$$+ A_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa : V'_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa + A'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa : C'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa - A'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa : D'_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa + A'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa : W_\varkappa \bar{\gamma}_\varkappa + A'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa : W'_\varkappa \bar{\xi}_\varkappa \Big\}. \qquad 458)$$

Wir fordern folgende Konstantenbeziehungen:

$$\begin{gathered} Y_\varkappa = -A_\varkappa V_\varkappa \quad ; \quad Y'_\varkappa = -A'_\varkappa W_\varkappa \quad ; \quad Z_\varkappa = -A_\varkappa V'_\varkappa \quad ; \quad Z'_\varkappa = -A'_\varkappa W'_\varkappa \\ A_\varkappa D_\varkappa = A'_\varkappa D'_\varkappa \quad ; \quad A_\varkappa C_\varkappa > 0 \quad ; \quad A'_\varkappa C'_\varkappa > 0. \end{gathered} \qquad 459)$$

Dann reduziert sich der Ausdruck in der geschweiften Klammer auf:

$$-\frac{\mathfrak{Z}'^2}{T} = -\sum_\varkappa \{ A_\varkappa C_\varkappa \bar{\beta}_\varkappa : \bar{\beta}_\varkappa + A'_\varkappa C'_\varkappa \bar{\beta}'_\varkappa : \bar{\beta}'_\varkappa \}. \qquad 460)$$

Nach den Festsetzungen 459) ist, wie es wegen des Entropieprinzips sein soll, $\mathfrak{Z}'^2$ sicher positiv auch dann, wenn $C_\varkappa$, $C'_\varkappa$ negativ werden, wenn nur $A_\varkappa$ mit $C_\varkappa$ und $A'_\varkappa$ mit $C'_\varkappa$ gleichzeitig durch Null geht, eine Forderung, welche durch geeignete Verfügung über die Konstanten erfüllbar ist.

Die Größen $C_\varkappa$, $C'_\varkappa$ in den Gleichungen IV b) entsprechen aber formal den Absorptionskonstanten $y_\varkappa$, $y'_\varkappa$ in den Gleichungen IV a) und bewirken, wenn sie negative Werte haben, eine Transformation von Wärme in stoffliche Energie.

Damit ist nachgewiesen, daß die aufgetauchte Schwierigkeit jedenfalls hebbar, daß Strahlungsemission und Differentialform des Entropieprinzips sich aufeinander im Prinzip restlos abstimmen lassen.

Einfach und leicht übersehbar sind die tatsächlich eintretenden Erscheinungen wegen der Verkoppelung der Gleichungen IV *a)* und IV *b)* keineswegs; eine ausführliche Durchrechnung können wir uns hier aber umsomehr ersparen, als der ganze Ansatz nichts weiter sein sollte, wie ein Beispiel, um die prinzipielle Gangbarkeit des angedeuteten Weges zu demonstrieren.

Haben wir somit die Zulässigkeit einer negativen Dämpfung überhaupt erkannt, so bleibt doch die Frage nach der Form dieser Dämpfungsfunktion noch vollständig offen. — Wir wissen, daß eine Substanz befähigt ist, bei einer gegebenen Temperatur, einesteils Strahlen von höherer Intensität zu absorbieren, andernteils solche von geringerer Intensität zu emittieren. Diese Tatsache legt den Schluß nahe, daß die Dämpfungsfunktion K im wesentlichen die Form haben muß:

$$K = -F(T) + f(\mathfrak{A}^2) \tag{461}$$

wo $F(T)$ eine mit T zunehmende Funktion der Temperatur und $f(\mathfrak{A}^2)$ eine mit der Intensität der Strahlung, die wir durch $\mathfrak{A}^2$ symbolisieren, zunehmende Funktion ist. Wird $F(T)$ größer wie $f(\mathfrak{A}^2)$, so tritt Emission, im umgekehrten Falle Absorption ein.

In einem nach außen vollkommen abgeschlossenen Hohlraum von gleichförmiger, konstanter Temperatur muß sich nach 461) schließlich ein gleichförmiger Schwingungszustand einstellen, welcher durch

$$F(T) = f(\mathfrak{A}^2) \tag{462}$$

gegeben ist. — Man könnte diese Gedanken noch weiter verfolgen, könnte für F und f bestimmte Ansätze machen, wobei zu beachten wäre, daß die Dämpfungsfunktion selbstverständlich auch von der Schwingungszahl abhängen muß. — Ich will mich jedoch hier mit den gegebenen allgemeinen Bemerkungen begnügen, da ja eine wirklich befriedigende Lösung nur von einer geeigneten Ausgestaltung des ganzen Gleichungssystems zu erhoffen ist.

Die Form unserer Gleichungen gestattet aber, und darüber wollen wir hier noch ein paar Worte sagen, nicht nur eine Emission im homogenen Temperaturfelde, wie sie hier besprochen wurde und den allgemeinen Anschauungen im wesentlichen entspricht, sondern auch eine Emission im inhomogenen Temperaturfelde, also vermöge des Temperaturgefälles.

Wir haben in der elektrischen Gleichung das Glied stehen $f_1 \gamma_0 \nabla T \times \mathfrak{m}$, man überschlägt leicht, daß dieses Glied, wenn $f_1 \gamma_0$ einen negativen Wert hat, eine negative Dämpfung bewirkt für Strahlen, welche von Stellen höherer Temperatur nach solchen tieferer Temperatur verlaufen.

Nun steckt aber in dem Gliede einerseits die metallische Leitfähigkeit γ_0, was unerwünscht ist, andrerseits sind Größe und Vorzeichen von f_1 durch den Ettingshausen-Nernst-Effekt gebunden. Wir können nun aber ohneweiters in die magnetische Gleichung ein Glied von der Form

$$X \nabla T \cdot \zeta$$

einsetzen, welches wir durch T div $(X\zeta . \mathfrak{m})$ in der Wärmegleichung energetisch kompensieren, wobei sich der neue Energiefluß:

$$TX\zeta \cdot \mathfrak{m}$$

und ein neuer die Strahlung begleitender Entropiefluß

$$X\zeta \cdot \mathfrak{m}$$

ergibt. — Das neue Glied ist somit sowohl mit dem Energieprinzip, wie mit dem Entropieprinzip verträglich.

Für hinreichend langsam verlaufende Vorgänge, also für die Elektrodynamik, können wir, wie wir es immer getan haben, im allgemeinen $\zeta = 0$ setzen.[1]

[1] Als Ausnahmefall vergleiche zum Beispiel Artikel 15, Gleichung 296).

Für hohe Schwingungszahlen, und gerade für solche soll es ja wirksam werden, nimmt ζ merkliche Werte an. Die Konstante X haben wir jetzt vollständig in der Hand, bei entsprechender Verfügung über dieselbe tritt im inhomogenen Temperaturfelde negative Dämpfung ein. Da ζ nach 72) die Summe einer großen Anzahl von Gliedern darstellt, können wir auch X durch den einzelnen Gliedern zugehörige $X_\varkappa$ ersetzen, welche natürlich, als sogenannte Materialkonstante, ihrerseits wieder Funktionen der Zustandsvariablen sein können, wodurch unser Ansatz eine sehr weitgehende Anpassungsfähigkeit erlangt.

Sehr wichtig ist ferner,[1] daß gerade die Funktion ζ die Dispersionserscheinungen beherrscht und unter anderem auch die selektive Absorption der Substanzen in der Umgebung ihrer Eigenschwingungen sicherstellt; es folgt daher aus unserem Ansatze ohneweiters, daß ein Körper jene Strahlen, welche er stark absorbiert, unter geänderten Verhältnissen auch besonders stark emittieren wird, somit die selektive Emission. Es ist vielleicht die Vermutung gestattet, daß diese ganz neuartige Emission bei der Entstehung der Linienspektra eine Rolle spielt.

Als sehr interessantes Ergebnis unseres zweiten Ansatzes wollen wir die Auffindung eines Entropieflusses der Strahlung festhalten.

Für den bei der Transversalstrahlung wesentlich in Betracht kommenden Energiefluß haben wir nach 110) und nach den Überlegungen der oben zitierten Arbeit mit Berücksichtigung des neuen Gliedes:

$$\mathfrak{s}' = c_0\, \mathfrak{e} \times \mathfrak{m} + \zeta \cdot \mathfrak{m} + T f_1 (\mathfrak{m} \times \mathfrak{e}) \cdot \gamma_0 + T X \zeta \cdot \mathfrak{m}, \tag{463}$$

diesen Energiefluß begleitet ein gleichgerichteter Entropiefluß, welcher durch:

$$\mathfrak{S}' = -f_1 (\mathfrak{e} \times \mathfrak{m}) \cdot \gamma_0 + X \zeta \cdot \mathfrak{m} \tag{464}$$

gegeben ist.

Es wäre nicht schwer, in formal analoger Weise noch andere ähnliche Glieder einzufügen, vor allem noch solche, welche die Emission von Longitudinalstrahlen bewirken würden.

Interessant ist, daß man im Rahmen unseres zweiten Ansatzes auch über die Lumineszenzerscheinungen Rechenschaft geben kann, indem man die neuen Glieder nicht nur mit der Wärmegleichung, sondern zum Beispiel auch noch mit den Dichtegleichungen verkoppelt. Dies kann etwa in folgender Weise geschehen:

$$\sum_\varkappa X'_\varkappa \nabla (T \mathrm{P}_\varkappa) \cdot \zeta \text{ in der magnetischen Gleichung,}$$

$$\sum_\varkappa T \mathrm{P}_\varkappa \operatorname{div} (X'_\varkappa \zeta \cdot \mathfrak{m}) - \sum_\varkappa \frac{\partial U}{\partial \rho_\varkappa} \operatorname{div} (X'_\varkappa \zeta \cdot \mathfrak{m}) \text{ in der Wärmegleichung,}$$

$$\operatorname{div} (X'_\varkappa \zeta \cdot \mathfrak{m}) \text{ in den Dichtegleichungen.}$$

Durch das Auftreten einer neuen Divergenz in diesen Gleichungen wird, was von großer Wichtigkeit ist, das Gesetz von der Erhaltung des Stoffes nicht gestört.

Diese Ergänzungen geben bei Bildung der Energiegleichung die Divergenz des Energieflusses:

$$\operatorname{div} \cdot \left[\sum_\varkappa (T \mathrm{P}_\varkappa X'_\varkappa \zeta \cdot \mathfrak{m}) \right],$$

bei Bildung der Entropiegleichung heben sich die neuen Glieder gegenseitig auf.

Es wäre selbstredend wieder natürlicher, die $X'_\varkappa$ in die Funktion ζ hineinzuziehen, was keiner Schwierigkeit begegnet; wir haben uns hier, wo es sich ja nur um das Prinzip handelt, lediglich die Schreibarbeit erleichtern wollen.

---

[1] E. Lohr, Wiener Berichte CXXI, Abt. II *a*, p. 649.

Ich glaube in diesem Artikel gezeigt zu haben, daß, wenn die Theorie auch die Strahlungsemission heute noch nicht beherrscht, ihr dieses Problem doch im allgemeinen und speziell vom Standpunkte des Entropiesatzes keine prinzipiellen Schwierigkeiten bereitet.

Vielleicht bietet auch die Leichtigkeit und Eleganz, mit der sich hier die Differentialformen des Energieprinzips und des Entropieprinzips heuristisch verwerten ließen, eine gewisse Anregung, die angedeuteten Wege weiter zu verfolgen.

25. Gravitation.

Im Gegensatze zur Strahlungsemission werden die Erscheinungen der Gravitation gerade von der Jaumann'schen Theorie in weitestgehender Weise beherrscht und es war G. Jaumann[1] überhaupt der erste, welcher ein brauchbares Nahewirkungsgesetz der Gravitation aufstellte. Wenn ich die Gravitationsgleichung aus dem in dieser Arbeit behandelten Gleichungssysteme wegließ, so geschah dies in erster Linie wegen des eigentümlichen, wohl noch nicht ganz geklärten Verhältnisses dieser Gleichung zum Entropieprinzip.

Die Gleichung lautet in der einfachsten von G. Jaumann in seiner Gravitationstheorie verwendeten Form:

$$\rho\alpha\frac{d\chi}{dt}+\beta\chi\,\mathrm{div}\,\rho\mathfrak{v}+\varkappa\rho=\mathrm{div}\,n\nabla\chi, \tag{465}$$

welche Gleichung er später durch die beiden Gleichungen ersetzte:

$$\begin{aligned}\rho\alpha\frac{d\chi}{dt}+\beta\chi\,\mathrm{div}\,\rho\mathfrak{v}+\varkappa\rho&=\mathrm{div}\,n\nabla\chi\\ \rho\alpha'\frac{d\chi'}{dt}+\beta'\chi'\,\mathrm{div}\,\rho\mathfrak{v}-\varkappa'\rho&=\mathrm{div}\,n'\nabla\chi'.\end{aligned} \tag{466}$$

Die hier verwendeten Bezeichnungen sind im allgemeinen unabhängig von den von uns in den früheren Abschnitten benützten. — Es bedeuten: χ und χ' physikalische Variable, welche wir Gravitationspotentiale nennen können; ρ die Dichte, $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit, die übrigen Größen sind positive Konstante beziehungsweise Funktionen.

Die energetische Kompensation der Derivationsglieder der Geschwindigkeit erfolgt durch ein Glied $\rho\nabla(\beta\chi+\beta'\chi')$ in der Bewegungsgleichung, die rechtsstehenden Divergenzen bestimmen den Energiefluß der Gravitation, welcher für die Theorie von größter Wichtigkeit ist (energetische Stabilität des Sonnensystems), aus den Fluxionsgliedern entstehen unter Voraussetzung der Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung körperliche Fluxionen der Gravitationsenergie, die Glieder $\varkappa\rho$ und $-\varkappa'\rho$ endlich werden durch ein Glied $-(\varkappa-\varkappa')\rho$ der Wärmegleichung aufgehoben.

Dieses eine, in der Wärmegleichung auftretende Glied müssen wir also beim Entropiesatz jedenfalls in Rechnung ziehen, auch wenn wir, was sicherlich erlaubt, vielleicht sogar wahrscheinlich ist, annehmen, daß U nicht von χ und χ' abhängt, daß wir also die Gravitationsgleichungen selbst zur Deduktion des Entropieprinzipes nicht heranzuziehen haben.

Nun bestimmt das Glied $\varkappa\rho$ Gravitationsanziehungen, das Glied $-\varkappa'\rho$ Gravitationsabstoßungen, die tatsächlich beobachteten Gravitationsanziehungen zeigen, daß für die ponderablen Körper $\varkappa>\varkappa'$ ist.

Unter dieser Voraussetzung wird das Glied $-(\varkappa-\varkappa')\rho$ der Wärmegleichung sicher stets negativ bleiben und bedeutet spontane, relativ sehr kleine Wärmeproduktionen auf Kosten der Gravitationsenergie, fügt sich demnach der Differentialform des Entropieprinzips vollkommen.

Der Weltäther (im Jaumann'schen Sinne) soll entweder exakt imponderabel, also $\varkappa=\varkappa'$ sein oder aber er soll äußerst geringe Gravitationsabstoßungen bedingen, somit $\varkappa'>\varkappa$. Erst die letztere Annahme

[1] G. Jaumann, Wiener Berichte CXX, Abt. II *a*, 1911, p. 434 und CXXI, Abt. II *a*, 1912, p. 95.

man vergleiche hierüber das letzte Kapitel der oben zitierten Arbeit G. Jaumann's, gestattet es, einen bestimmten Weltraum in jeder Hinsicht, insbesondere energetisch, nach außen abzuschließen.

Das bedeutet aber gleichzeitig, daß im Weltäther spontane Abkühlungen auftreten, daß dort das Glied $-(\varkappa-\varkappa')\rho$ positiv wird, wodurch die Deduktion des Entropieprinzips allein aus der Form der Gleichungen, ohne Voraussetzungen über die Größen der in Frage kommenden Variablen, jedenfalls ausgeschlossen erscheint.

Tatsächlich ist, wie man unmittelbar erkennt, und zwar unabhängig von den über $\varkappa$ und $\varkappa'$ gemachten Annahmen, die aus der Jaumann'schen Gravitationstheorie gefolgerte dauernde energetische Stabilisierung des Sonnensystems, wobei doch jedenfalls der Reibungswiderstand des Weltäthers von den Planeten bei ihrer Bewegung überwunden werden muß, undenkbar, ohne daß das Entropieprinzip irgendwo in der Welt durchbrochen wird.

Die Frage steht also so; unbegrenzte Stabilität oder allgemeinste Gültigkeit des Entropieprinzips, eines von beiden muß aufgegeben werden. Würde es uns gelingen, die Gleichungen so abzuändern, daß das Entropieprinzip überall in Geltung bleibt, so dürfen wir sicherlich nicht erwarten, daß dann aus einem solchen Gleichungssysteme wieder eine vollständige dauernde Stabilisierung des Sonnensystems folge.

Ich glaube, wir können uns hier mit der präzisen Aussage zufrieden geben, daß das Entropieprinzip, und zwar in seiner Differentialform, innerhalb der einzelnen Weltkörper exakt richtig ist. Was im Weltäther geschieht, wollen wir derzeit dahingestellt sein lassen.

Es erübrigt nur noch die Bemerkung, daß die Gleichungen (466), da sie Derivationen zweiter Ordnung enthalten, im Jaumann'schen Sinne noch nicht die eigentlichen Naturgesetze sein können, tatsächlich gewinnt sie Jaumann unter Zuziehung weiterer Gleichungen durch einen Eliminationsprozeß. Es wäre mir, mit Rücksicht auf die schon einmal betonte universelle Natur der Gravitationserscheinungen, am sympathischesten, die Gravitationsgleichungen nicht noch enger an die vorhandenen Gleichungsgruppen zu koppeln, sondern die beiden Gleichungen 466) einfach durch zwei Gleichungspaare zu ersetzen, aus welchen die bewährten Gravitationsgleichungen folgen. Vielleicht wäre es auf diesem Wege auch möglich, die in der Jaumann'schen Gravitationstheorie noch vorhandenen Detailschwierigkeiten zu lösen. Es kann natürlich nicht meine Aufgabe sein, diesem Problem, welches zu dem Entropieprinzip in keiner unmittelbaren Beziehung steht, hier weiter nachzugehen.

Schlußwort.

Der Grundgedanke, welcher mich zu der vorliegenden Arbeit veranlaßt und während derselben stets geleitet hat, ist die Forderung der Differentialform des Entropieprinzips. — Wie ein geschlossenes Gleichungssystem, lediglich vermöge seiner Form und ohne weitere Zusätze, die Deduktion der Differentialform des Energieprinzips gestatten muß, genau so sollte aus ihm auch die Differentialform des Entropieprinzips folgen.

Nachdem ich im ersten Abschnitte die allgemeinen Grundlagen, den Weg, der zu dem angestrebten Ziele führen sollte, festgelegt hatte, wobei ich naturgemäß gezwungen war, manches Altbekannte in etwas geändertem Gewande zu wiederholen, mußte ich den weiteren Untersuchungen ein bestimmtes geschlossenes Gleichungssystem zugrundelegen. Es gibt aber derzeit nur ein, für den hier verfolgten Zweck, hinreichend weit ausgebautes Gleichungssystem und das ist jenes der Jaumann'schen Theorie. — Auch dieses Gleichungssystem mußte aber noch mannigfach und teilweise recht einschneidend abgeändert werden, wobei die Forderung der Differentialform des Entropiesatzes als heuristisches Prinzip diente. Die Abänderungen, zu welchen ich mich mit Rücksicht auf das Entropieprinzip gezwungen sah, bedeuten vielfach auch an und für sich eine ganz entschiedene und wesentliche Verbesserung der Theorie; dies gilt insbesondere für das Gebiet der Elektrolyte und wohl auch für die elastischen Erscheinungen,

Die Gruppe der chemischen Erscheinungen wurde scharf herausgearbeitet und vollständig klargelegt, allerdings mußte gerade hier auch manches Hübsche und Originelle der ursprünglich Jaumann'schen Fassung fallen gelassen werden. Die Behandlung der Oberflächenspannungen gibt, als ein Plus gegenüber der Jaumann'schen, die Beeinflussung der Spannung durch das elektrische Feld. — Große Teile der Theorie konnten ganz ungeändert bleiben. Das so gewonnene Gleichungssystem, welches, was ich ausdrücklich betonen möchte, abgesehen von der Abspaltung der Gravitationsgleichungen, nicht mehr Gleichungsgruppen enthält wie das ursprüngliche Jaumann'sche, habe ich im zweiten Abschnitte an die Spitze des speziellen Teiles der Arbeit gestellt, aus ihm das Energieprinzip deduziert und in den folgenden Abschnitten die wichtigsten, durch die Abänderungen bedingten Folgerungen gezogen. In Artikel 23 wurde dann aus dem kompletten Gleichungssysteme reinlich die Differentialform des Entropieprinzips deduziert, womit das Hauptziel der Arbeit erreicht war.

Eine neuerliche Durchrechnung der Strahlungserscheinungen wurde in dieser Arbeit nicht gegeben, trotzdem die vorgenommenen Abänderungen auch nach dieser Richtung hin nicht ohne Einfluß sind. Sie ist unterblieben, einesteils weil an den wesentlichen Grundlagen der Jaumann'schen Strahlungstheorie nichts geändert wurde, andernteils aber auch, weil die Theorie gerade das mit dem Entropieprinzip so eng verknüpfte Gebiet der Strahlungsemission vorläufig noch nicht beherrscht, eine komplette Durchrechnung des gesamten Gleichungssystems vom strahlungstheoretischen Standpunkte also doch nur ein unvollkommenes Bild hätte geben können.

Es wurde jedoch in Artikel 24 nachgewiesen, daß sich Strahlungsemission und Differentialform des Entropiesatzes aufeinander im Rahmen der Jaumann'schen Theorie prinzipiell sehr gut abstimmen lassen und es wurden einige spezielle, vielleicht nicht ganz uninteressante Ansätze gegeben.

Im letzten Abschnitte habe ich schließlich gezeigt, daß die Jaumann'schen Gravitationsgleichungen zwar die exakte Gültigkeit der Differentialform des Entropieprinzips für die einzelnen Weltkörper nicht beeinträchtigen, jedoch für den Weltäther aufheben, was im engsten Zusammenhange mit der durch die Jaumann'sche Gravitationstheorie gewährleisteten, unbegrenzten Stabilität des Sonnensystems steht.

Auf Einzelheiten, sowie auf die Untersuchung der verschiedenen Materialfunktionen wurde, dem prinzipiellen Charakter dieser Arbeit gemäß, nur beispielsweise oder in kurzen Andeutungen eingegangen und es wurde darum auch das sehr interessante Nernst'sche Wärmetheorem hier nicht mitbehandelt. — Spezialarbeiten wären da sehr erwünscht und könnten das vorliegende Gleichungssystem wesentlich fördern und vervollkommnen.

Ich darf vielleicht zum Schlusse noch die Bemerkung hinzufügen, daß ich bei der Druckfertigmachung dieser Arbeit, deren Anfänge um Jahre zurückreichen, durch meine am 1. Februar 1915 erfolgte neuerliche Einberufung zum Militärdienste unterbrochen wurde. Den ersten etwa nach Jahresfrist erhaltenen kurzen Urlaub benützte ich, um die Arbeit zum Abschlusse zu bringen. Vielleicht wird man es verzeihlich finden, wenn ich unter diesen Umständen an die Ausarbeitung insbesondere der Artikel 16 bis 25 nicht jene Sorgfalt wenden konnte, wie ich das selber gewünscht hätte.

WISSENSCHAFTLICHE ERGEBNISSE DER MIT UNTERSTÜTZUNG DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN WIEN AUS DER ERBSCHAFT TREITL VON F. WERNER UNTERNOMMENEN ZOOLOGISCHEN EXPEDITION NACH DEM ANGLO-ÄGYPTISCHEN SUDAN (KORDOFAN) 1914

I. LEPIDOPTERA

BEARBEITET VON

H. REBEL und H. ZERNY

MIT 3 TEXTFIGUREN, 1 TAFEL UND 1 KARTE

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 11. MAI 1916

Bei der vorliegenden, sehr interessanten Ausbeute an Lepidopteren wurde Herr Prof. Dr. Franz Werner durch seinen Reisebegleiter Herrn Richard Ebner, welchem der Hauptteil der entomologischen Aufsammlungen zufiel, sehr tatkräftig unterstützt.

Die Ausbeute umfaßt einschließlich des gelegentlich in Ägypten gesammelten Materiales 125 Arten, welche sich in nachstehender Weise auf die folgenden Familien verteilen:

Pieridae	13	*Psychidae*	3 (1 Art neu)
Danaididae	1	*Cossidae*	1
Nymphalidae	5	*Pyralidae*	31 (8 Arten u. 1 Gattung neu)
Lycaenidae	6	*Pterophoridae*	1
Hesperiidae	3	*Tortricidae*	3 (1 Art neu)
Sphingidae	1	*Plutellidae*	1
Saturniidae	2	*Gelechiidae*	4 (2 Arten u. 1 Gattung neu)
Lasiocampidae	2	*Tinaegeriidae*	1 (1 Art neu)
Noctuidae	27 (5 Arten und 1 Gattung neu)	*Elachistidae*	4 (3 Arten neu)
Geometridae	11 (2 Arten neu)	*Tineidae*	3 (1 Art neu)
Syntomidae	1	Zusammen 125, davon 24 Arten u. 3 Gattungen neu.	
Arctiidae	1		

Der hohe Prozentsatz an neuen Formen — fast 20% der gesammelten Arten waren unbeschrieben — erklärt sich leicht daraus, daß namentlich auch kleinere Heterocerenformen beim Lichtfang berücksichtigt wurden, bei welchen naturgemäß eine größere Zahl neuer Arten sich ergab.[1]

Was den Faunencharakter des mitgebrachten Lepidopterenmaterials anbelangt, so ist er vorwiegend jener der nordostafrikanischen Baumsteppen (Savannen). Eine Anzahl Arten sind äthiopische Ubiquisten,[2] welche zum Teil bis in das Mediterrangebiet eindringen. Andere sind tropisch ostafrikanische Charaktertiere, welche im Sudan eine Nordgrenze ihrer Verbreitung finden. Noch sind aber die Verbreitungsverhältnisse der meisten kleineren Heterocerenarten zu wenig gekannt, als daß sich eine Sonderung der Faunenelemente mit einiger Sicherheit vornehmen ließe. Jedenfalls stellt die vorliegende Ausbeute einen wertvollen Beitrag zur sudanesischen Lepidopterenfauna dar.

Zur Orientierung über die angeführten Fundorte sei auszugsweise das von Herrn R. Ebner freundlichst zur Verfügung gestellte Reisediarium zum Abdrucke gebracht:

Reise nach Ägypten und dem ägyptischen Sudan im Jahre 1914.

Februar 3. Gizeh, Dorf bei Kairo (Unterägypten), Umgebung der Pyramiden.
» 4. Mokattamwüste bei Kairo.
» 5. Luxor und Theben (Oberägypten).
» 6. Luxor und Karnak.
» 7. Assuan und Shellal.
» 8. Insel Elephantine bei Assuan, Umgebung von Assuan.
» 9. Kitchener-Insel bei Assuan, Umgebung von Assuan (Weg zum Simonskloster).
» 10. Assuan, abends mit dem Dampfer Abfahrt von Shellal nach Wadi Halfa.
» 11. Fahrtunterbrechung in Abu Simbel, wo der Dampfer über Nacht bleibt.
» 12. Wadi Halfa (schon im Sudan).
» 13. Ankunft in Khartum.
» 14. Khartum.
15. Tuti-Insel bei Khartum, zoologischer Garten (in Khartum).
» 16. bis 17. Khartum.
» 18. bis 28. Sennar (am Blauen Nil).

März 1. bis 3. El Obeid (Hauptort der Provinz Kordofan).
» 4. » 6. Ritt von El Obeid nach Bara (60 *km* nach Norden).
» 6. » 8. Bara.
» 8. » 9. Rückkehr von Bara nach El Obeid.
» 10. » 14. El Obeid.
» 15. Aufbruch nach Süden, zu Mittag in Um Ramad.
» 17. Nubbaka.
» 18. Von Nubbaka nach Sungikai.
» 19. Sungikai.
» 19. bis 20. Sungikai bis Dilling.
» 20. » 22. Dilling und Gebel Dilling.
» 22. » 23. Dilling bis Gulfan.
24. Gulfan und Gebel Gulfan.
25. bis 26. Gulfan bis Debri.

---

[1] Keine derselben fällt mit den von Strand in »*Lepidoptera* aus Oberägypten und dem Ägyptischen Sudan« (Arch. f. Naturg., 80. Bd., Abt. A, Heft 10, p. 95 bis 112 (Mai 1915) bekanntgemachten Arten zusammen.

[2] Wie Nr. 2, 13, 14, 16, 23, 25.

März 26. Debri und Gebel Debri; Debri bis Keiga Tummero.
» 27. Keiga Tummero bis Kadugli.
» 28. Umgebung von Kadugli und Vorberge des Gebel Semma bei Kadugli.
» 29. Gebel Semma bei Kadugli, Kadugli.
» 30. Von Kadugli bis Khor El Affin und bis Hamra.
» 31. Hamra bis Lebu, Gebel Lebu (im Gebiet des Gebel Moro), Kororak.

April 1. Kororak bis Talodi (Talodi ist der Hauptort der Provinz Nuba-Berge).
» 2. bis 5. Talodi, Vorberge des Gebel Talodi, Gebel Talodi, Hagar el Nar bei Talodi.
5. Aufbruch von Talodi nach Süden.
6. El Egheibish, Tanguru (am Fuß des Gebel Eliri).
» 7. Tanguru, El Amira.
» 8. El Amira, Bir Joghan, Ragaba.
» 9. Ragaba, Bir Nim bo on (?), Tonga.
» 10. bis 17. Tonga (Ort am Weißen Nil), Khor Lolle bei Tonga.
» 17. » 24. Dampferfahrt von Tonga nach Khartum.
» 18. Holzstation Melut, Kodok.
» 20. Renk, Karshawal.
21. Holzstation vor Kosti und Kosti.
» 22. Dueim.

Reihenfolge der Stationen zwischen Tonga und Khartum:

Tonga, Taufikia, Malakal, Lul, Kodok, Melut, Kaka, Gebel Ahmed Agha, Renk, Gebelein, White Nile Bridge, Kosti, Kawa, Dueim, Geteina, Omdurman, Khartum.

» 24. bis 26. Khartum.
» 27. Atbara, Musmar (zwischen Atbara und Obo).
» 28. Sallom Junction (bei Obo), Port Sudan.
» 29. bis 2. Mai. Port Sudan und Umgebung (Rotes Meer).

Mai 3. Atbara (Ort an der Mündung des Atbara in den Nil).
» 4. Wadi Halfa, dann von hier mit dem Dampfer nach Norden.
» 5. Fahrt bis Shellal.
» 6. bis 7. Shellal, Luxor, Kairo.
» 7. bis 9. Kairo.

Pieridae.

1. *Pieris gidica* var. *abyssinica* Luc. — Auriv.-Seitz, p. 40, Taf. 13*a*.

Mehrere Stücke beiderlei Geschlechtes von Sungikai und Dilling, 19. bis 21. März, und von Talodi, 4. April.

2. *Pieris mesentina* Cr. — Auriv.-Seitz, p. 41.

Mehrere ♂ von Khartum, 15. Februar, Sennar, 19. Februar, Khor El Affin, 30. März, und Talodi, 4. April.

3. *Pieris orbona* Hg. var. *vidua* Butl. Pr. Z. S. 1899, p. 972, not. Pl. 70, Fig. 8, 9. — Auriv.-Seitz, p. 46, T. 14*d*, *e*.

Zwei geflogene ♂ von Khor El Affin, 30. März, und Talodi, 4. April, weichen von den Angaben bei Butler und Aurivillius durch geringere Größe (Vorderflügellänge 19 *mm*, Expansion 32 *mm*), sowie auf der Unterseite durch das Vorhandensein eines feinen schwarzen Mittelpunktes auf allen Flügeln ab. Die Vorderflügelspitze und die Hinterflügel sind auf der Unterseite nur sehr schwach gelblich. Die sonstige Zeichnung letzterer ist sehr undeutlich.

Die beiden Fundorte bezeichnen das bisher nördlichste Vorkommen der Art.

4. *Calopieris eulimene* Klug. — Auriv.-Seitz, p. 49, Taf. 16*a*.
Nur ein frisches ♂ dieser seltenen Art von Dilling, 22. März.

5. *Teracolus protomedia* Klug. — Auriv.-Seitz, p. 62, Taf. 16*c*.
Nur ein ♀ von Khor El Affin, 30. März.

6. *Teracolus pleione* Klug. — Auriv.-Seitz, p. 53.
Nur 3 ♂ von El Obeid, 14. März, Port Sudan, 30. April, und Atbara, 3. Mai.

7. *Teracolus eris* Klug. — Auriv.-Seitz, p. 53.
3 ♂ und 1 ♀ von El Obeid, 13. und 14. März.

8. *Teracolus eupompe* Klug. — Auriv.-Seitz, p. 56.
Eine Serie von Stücken beiderlei Geschlechtes von nachstehenden Fundorten: Sennar, 20. Februar, El Obeid, 4. März, Gebel Dilling, 21. März, Gulfan und Debri, 26. März, El Amira, 8. April, und Port Sudan, 30. April.

Während die ♂ keine bedeutende Variabilität aufweisen, gehören die vorliegenden ♀ drei Formen an, deren Extreme bereits in Seitz, Pal., Taf. 23*e*, abgebildet erscheinen. Bei der lichtesten weiblichen Form zeigt auch die Ausfüllung des Apikalfleckes nur die weißlichgelbe Flügelgrundfarbe.

9. *Teracolus daira* Klug. — Auriv.-Seitz, p. 58.
Es liegt eine größere Serie von Stücken vor.

1 ♂ von Sennar, 20. Februar, und 1 solches von Kadugli, 28. März, gehören der (von Aurivillius, l. c., wohl irrig als dritte Sommerform bezeichneten) var. *yerburyi* Swinh. an. Der Prachtfleck der Vorderflügel ist auch nach innen schwarz begrenzt, von dem Innenrandstreifen der Vorderflügel ist nur ein Fleck in Zelle 1*b* erhalten, die Saumbinde der Hinterflügel ist in Flecken aufgelöst. Vorderflügellänge 16 bis 18 *mm*.

2 ♀ von Khor el Affin, 30. März, gehören der Form *flavus* Auriv. (Taf. 19*a*) an, zeigen aber nur eine Vorderflügellänge von 15 *mm*.

Weitere 7 ♂ und 5 ♀ gehören wohl dem engeren Formenkreis von *evagore* Klug an und stammen von nachstehenden Lokalitäten: Sennar, 19. Februar, Kadugli, 28. März, Khor el Affin, 30. März, Tonga, 12 bis 17. April, Renk, 20. April.

Unter den vorhandenen 5 ♀ ist besonders jenes von Sennar auffallend, bei welchen der rote Prachtfleck nur schwach angedeutet, wogegen dessen schwarze Einfassung sehr breit auftritt.

10. *Teracolus evarne* Klug. — Auriv.-Seitz, p. 60.
Eine Anzahl Stücke beiderlei Geschlechtes von Sennar, 21. Februar, El Amira, 8. April, und Port Sudan, 30. April.

Sämtliche Stücke gehören der Form *citreus* Butl. an.

11. *Terias floricola* B. var. *ceres* Butl. — Auriv.-Seitz, p. 64.
Nur 2 in der Größe stark verschiedene ♂ von Sennar, 19. Februar.

12. *Colias croceus* Geoffr. (*edusa* F.).
Nur 1 frisches ♂ von Shellal, 7. Februar.

13. *Catopsilia florella* F. — Auriv.-Seitz, p. 63.
Nur 1 ♂ von Talodi (3. April).

Danaididae.

14. *Danaida chrysippus* L. — Auriv.-Seitz, p. 71.

Ein Pärchen von Sennar, 22. Februar, weitere Stücke von Tonga, 17. April, und ein ♀ der ab. *alcippus* Cr. von Lebu, 31. März. — Raupen der Art liegen noch vor von Abu Simbel, wo sie auf *Calotropis procera* fraßen.

Nymphalidae.

15. *Precis clelia* Cr. — Auriv.-Seitz, p. 226.

Eine Anzahl Stücke von Sennar, 19. Februar.

16. *Precis oenone* var. *cebrene* Trim. — Auriv.-Seitz, p. 226.

1 ♂ von Bir Joghan, 8. April (beim Wasser) und ein ♀ von Tonga, 17. April.

17. *Byblia ilithyia* Drury. — Auriv.-Seitz, p. 207.

Drei ♂ auf der Strecke Keiga Tummero bis Kadugli am 27. März erbeutet, gehören der Form *polinice* Cr. an.

18. *Charaxes etheocles* Cr. ab. *picta* Rothsch. — Auriv.-Seitz, p. 135.

Nur ein ♂ von Gebel Dilling, am 21. März erbeutet. Ein neuer nördlicher Fundort. Fliegt nur um die höheren Berggipfel.

19. *Ypthima asterope* Klug. — Auriv.-Seitz, p. 115.

Nur ein beschädigtes ♂ von Lebu, 31. März.

Lycaenidae.

20. *Lycaena theophrastus* F. — Auriv., Rhop. Aeth., p. 363.

Eine große Serie von Stücken beiderlei Geschlechtes von nachstehenden Fundorten: Khartum 16. Februar, Sennar, 19. bis 27. Februar, Bara, 7. März, El Obeid, 11. bis 13. März, Tonga, 10 bis 17 April.

Die Stücke letzteren Fundortes (Tonga), 2 voneinander in der Größe sehr differierende ♂, zeigen oberseits eine schwarze breite Saumeinfassung aller Flügel, unterseits ist der Antemarginalstreifen hier in eine Fleckenreihe aufgelöst.

21. *Lycaena telicanus* var. *plinius* F. — Auriv., Rhop. Aeth., p. 364.

Nur ein ♀ von Shellal, 7. Februar.

22. *Lycaena ubaldus* Cr. (*thebana* Stgr.). — Auriv., Rhop. Aeth., p. 366.

Nur 1 ♂ von der Holzstation Melut, 19. April.

23. *Lycaena baeticus* L. — Auriv., Rhop. Aeth., p. 367.

Eine Anzahl Stücke von Shellal, 7. Februar, Kitchener-Insel, 9. Februar, und El Obeid, 13. März.

24. *Lycaena eleusis* Demais. — Auriv., Rhop. Aeth., p. 375. — Stgr. Rbl., Cat. Nr. 536. — Warr. et Rothsch., Nov. Zool., XII, p. 22, T. 4, Fig. 15, 16.

Mehrere Stücke beiderlei Geschlechtes von Shellal, 7. Februar, Sennar, 19. Februar, und El Obeid, 14. März.

25. *Lycaena lysimon* var. *knysna* Trim. — Auriv., Rhop. Aeth., p. 379.

Mehrere Stücke von El Obeid, 14. März, Khor El Affin, 30. März, Renk, 20. April, Port Sudan, 30. April, und Atbara, 3. Mai.

Hesperiidae.

26. *Sarangesa eliminata* Holl. var. *deserticola* Rbl. Denkschr. Akad. Wiss., Wien, math.-naturw. Kl., Bd. 71, p. 75, Taf. 1, Fig. 8.

Eine Serie von Stücken beiderlei Geschlechtes von Nubbaka, 17. März. Stimmt mit den Originalen Kotschy's von Sennar (M. C.). In einem hohlen, liegenden Stamm vom Affenbrotbraum (*Adansonia*).

27. *Hesperia galba* var. *adenensis* Butl. — Rbl., l. c., p. 76.

Zwei ♂ von El Obeid, 13. März, und Port Sudan, 1. Mai.

28. *Parnara nostrodamus karsana* Moore. — Rbl., l. c., p. 79.

Nur 1 ♀ von Bara, 6. März.

Sphingidae.

29. *Celerio lineata* var. *livornica* Esp.

Nur die Flügelfragmente eines Stückes von Abu Simbel, 11. Februar. In einer kleinen, von Fledermäusen bewohnten Höhle gefunden.

Saturniidae.

30. *Epiphora atbarina* Butl.

Aus einer Anzahl von Bara (8. März) mitgebrachten Kokons entwickelte sich anfangs Juni ein Pärchen (♂♀). Die weißen glatten Kokons sind viel gestreckter (kürbisförmig) als jene der nachfolgenden Art.

E. schultzei Aur. dürfte von *E. atbarina* nicht zu trennen sein.

31. *Epiphora bauhiniae* Guer.

Mehrere Kokons von El Amira (8. April) ergaben keinen Falter.

Der mehr eirunde, viel weniger glatte Kokon stimmt mit der Abbildung, bei Aurivillius (Ark. f. Zool., II, Nr. 12, T. 1, Fig. 3).[1]

Lasiocampidae.

32. *Anadiasa obsoleta* Klug. Symb. Phys., Taf. 20, Fig. 8 *a* bis *f*. — Taf., Fig. 22 (♂).

Einige ♂ und ein stark geflogenes ♀ von Kosti, durch Lichtfang am Schiff am 21. April erbeutet, gehören nach ihrer geringen Größe (Vorderflügellänge ♂ 10 *mm*, ♀ 14 *mm*, Expansion ♂ 20 *mm*, ♀ 26 *mm*), der vorherrschend grauen Färbung der Vorderflügel und dem bindenartig verdunkelten Saum der Hinterflügel dieser Art (und nicht der mehr bräunlich gefärbten, größeren *A. undata* Klug) an.

Die Unterseite des ♂ ist dunkelgrau, die Vorderflügel längs des Innenrandes, die Hinterflügel an der Basis und nach der Mitte bindenartig weißlich aufgehellt.

Odontocheilopteryx griseata Warr. et N. Ch. Rothsch. Nov. Zool., XII, p. 22, ebenfalls aus dem Sudan, soll größer sein (♂ 24 *mm*, ♀ 35 *mm* Expansion), im männlichen Geschlechte bleich gelblichgraue

---

[1] Eine große schwarzbraune weibliche Saturniidenpuppe wurde am 4. April in Talodi am Grunde eines alten Baumstammes freiliegend gefunden, gelangte aber leider nicht zur Entwicklung.

Der Cephalothorax zeigt vorne einen in der Mitte ausgeschnittenen kammartigen Fortsatz, an seiner hinteren Grenze liegt seitlich je eine große, von wulstigen Rändern umgebenen Öffnung. Der stielförmige Kremaster zeigt oben an der Wurzel 2 tiefe Furchen.

Der aus der Puppe geschälte tote Falter zeigt auf den rehbraunen Vorderflügeln je ein sehr großes schwarzes, rot und hell gesäumtes Auge, ohne hyalinen Kern. Die weiblichen Fühler sind sehr stark sägezahnig. Wahrscheinlich handelt es sich um eine *Bunaea*- oder *Gonimbrasia*-Art, deren weitere Flügelzeichnung erst beim Schlüpfen der Imago zur Ausbildung gelangt wäre.

Hinterflügel besitzen und auf der Unterseite den Außenteil aller Flügel bleich grau zeigen, welcher hier bindenartig dunkelgrau erscheint.

Möglicherweise liegt nur eine, veränderliche Art vor.

33. *Taragama aegyptiaca* B. – Haas, Iris, XIX, p. 130.

Eine Anzahl von einem Eingebornen in Kadugli am 28. März gefundener Puppen, welche jedoch nicht zur Entwicklung gelangten; der aus der Puppenhülle geschälte Falter läßt die Zeichnung deutlich erkennen.

Noctuidae.

34. *Heliothis nubigera* HS. — Hamps., Cat. IV, p. 43.

Nur 1 kleines, geflogenes ♂ von Port Sudan, am 28. April erbeutet.

35. *Agrotis* (*Euxoa*) *spinifera* Hb. — Hamps., Cat. IV, p. 177, Fig. 60.

1 ♀ von Abu Simbel (11. Februar) und eine Serie von Stücken beiderlei Geschlechtes von Bara (6. bis 8. März) auf Zwiebelblüten.

36. *Agrotis* (*Euxoa*) *segetum* Schiff. — Hamps., Cat. IV, p. 167, Fig. 59 (*segetis*).

Mehrere Stücke (♂ ♀) von Bara (7. März). Abends in einem Garten auf Zwiebelblüten.

37. *Agrotis ypsilon* Rott. — Hamps., Cat. IV, p. 368, Fig. 71.

Eine Anzahl Stücke von Shellal, Khartum (10. bis 11. Februar) und Bara (7. März).

38. *Prodenia litura* F. — Hamps., Cat. VIII, p. 245.

Nur 1 ♂ von Kosti, 21. April.

39. *Spodoptera abyssinia* Gn. — Hamps., Cat. VIII, p. 254, Fig. 64.

1 ♂ von Dilling, 20. März, und 2 ♂ von Tonga, 14. April.

40. *Laphygma exempta* Wlk. — Hamps., Cat. VIII, p. 261, Pl. 128, Fig. 24.

Eine Serie von Stücken beiderlei Geschlechtes von nachstehenden Fundorten: Shellal, 10. Februar, Dilling, 20. März, Kadugli, 28. März, Tonga, 14. April, und Kodok, 18. April.

Die durchschnittlich größeren ♀ erinnern durch ihre fast einfärbig braungrauen Vorderflügel an die folgende Art. Schon die lang ausgezogene, bräunliche Rundmakel gibt jedoch einen leicht erkennbaren Unterschied.

41. *Laphygma exigua* Hb. — Hamps., Cat. VIII, p. 265, Fig. 68.

Nur wenige Stücke von Luxor, 6. Februar, El Obeid, 2. März, Bara, 6. März, und Shellal, 5. Mai.

42. *Catamecia minima* Swinh. — Hamps., Cat. VIII, p. 543, Pl. 136, Fig. 29.

2 männliche Stücke von Port Sudan vom 28. April gehören wahrscheinlich dieser Art an, welche auch von Aden und aus Palästina bekannt wurde.

Die Stücke zeigen nur eine Flügelspannung von 17 *mm*.

43. *Eublemma albivestalis* Hamps. — Cat. X, p. 191, Pl. 154, Fig. 25.

2 sehr kleine weibliche Stücke (Expansion 12 und 14 *mm*) von Khartum, 24. April, und Port Sudan, 29. April, unterscheiden sich von ägyptischen Stücken (Rbl., Iris 28, p. 259) nur durch ihre geringe Größe.

44. *Eublemma caniceps* Rbl. n. sp. (♂). — Taf., Fig. 15.

1 einzelnes ♂ von El Obeid, am 4. März erbeutet, nötigt trotz seines geflogenen Zustandes zur Aufstellung einer neuen Art.

Die hellbräunlichen, kurz gewimperten Fühler reichen über $^1/_2$ der Vorderrandslänge. Die breit dreieckig beschuppten Palpen, mit verborgenem Endglied, sind sowie der übrige Kopf und der Halskragen in charakteristischer Weise aschgrau bestäubt. Der sonstige Körper sowie die gestreckten Vorderflügel sind hellgelb gefärbt. Am unteren Schluß der Mittelzelle liegt ein feiner schwarzer Punkt. Vor dem Saum tritt eine diesem parallele bräunliche Fleckenbinde auf. Zwischen den Adern liegen am Saume selbst feine schwärzliche Punkte. Hinterflügel und Unterseite sind sehr hell gelbgrau gefärbt. Vorderflügellänge 8·5 *mm*, Expansion 17 *mm*.

45. *Eublemma scituloides* Rbl. n. sp. (♀). — Taf., Fig. 16.

2 weibliche Stücke, in Port Sudan am 1. Mai erbeutet, stehen der *Eubl. scitula* Rbr., welche Art ebenfalls aus dem Sudan von Warren und N. Ch. Rothschild (Nov. Zool. XII, p. 25, Taf. 4, Fig. 29 ♂) angegeben wird, sehr nahe, so daß die Hervorhebung der unterscheidenden Merkmale zu ihrer Kenntlichmachung genügt.

Auf den Vorderflügeln ist die veilgraue, braun gemischte Mittelbinde viel schwächer als bei *Eubl. scitula*, bei welcher die Konturen derselben auch bei ♂ mit fast einfärbig weißen Vorderflügeln erkennbar bleiben. Dagegen zeigt der Vorderrand hier von der Basis aus eine ziemlich breite veilgraue Längsstrieme. Der bei *scitula* so stark hervortretende tiefschwarze Mittelstrich, welcher die innere Begrenzung der Mittelmakel bildet, fehlt, nur am unteren Rand derselben liegen einige schwarze Schuppen. Ferner fehlt die bei *scitula* stets vorhandene rostrote Färbung der Saumlinie unterhalb der Vorderflügelspitze vollständig. Die Fransen erscheinen auch um die Flügelspitze herum reiner weiß. Die Größe ist eine geringere: Vorderflügellänge nicht ganz 7 *mm*, Expansion 13 *mm*.

46. *Eulocastra sudanensis* Rbl. n. sp. (♀). — Taf., Fig. 19.

1 einzelnes, sehr gut erhaltenes ♀ von Kadugli, am 29. März erbeutet, gehört einer neuen sehr charakteristisch gezeichneten Art an.

Die bis $^1/_2$ des Vorderrandes reichenden Fühler sind schwärzlichbraun. Der Kopf samt Palpen wie die ganze Oberseite des übrigen Körpers sind gelblichbraun gefärbt. Der Hinterleib ist am Rücken dunkler, die ganze Hinterleibspitze breit rostgelblich. Brust und Bauchseite sind gelblichweiß, desgleichen die Beine, deren Schienen und Tarsen jedoch auf ihrer Außenseite schwarzbraun, gelblichweiß gefleckt erscheinen.

Die gelbbraunen Vorderflügel sind schwarzbraun gezeichnet. Das gelbbraune Wurzelfeld erstreckt sich über $^1/_4$ der Flügellänge und ist am Vorderrande schwarz gefleckt. In der Flügelmitte liegt eine gegen den Innenrand sich erweiternde, vorwiegend schwarz gefärbte Mittelbinde, deren Innenrand schwach gezackt erscheint, wogegen ihr Außenrand unterhalb des Vorderrandes einen stumpfen Vorsprung bildet. Das Innere der Mittelbinde erscheint ober dem Innenrand und in der Mitte braun aufgehellt. Am Vorderrand liegt vor der gelb bleibenden Spitze ein großer, flacher, schwärzlicher Fleck. Das Saumfeld ist in breiter Ausdehnung schwärzlich gewölkt und zeigt grobe, schwarze, zum Teil strichartige Saumpunkte, von welchen die beiden ersten in der gelben Flügelspitze liegen. Die breiten Fransen sind einfärbig schwärzlichbraun.

Die Hinterflügel dunkelbraungrau mit lichterer (gelblicher) Basallinie der gleichgefärbten Fransen. Die Unterseite einfärbig bräunlichgrau. Vorderflügellänge 7 *mm*, Expansion 14 *mm*.

47. *Metapioplasta insocia* Wlk. — Hamps., Cat. X, p. 720, Fig. 206.

Nur 1 frisches ♂ von Kororak, 1. April.

48. *Earias insulana* B. — Hamps., Cat. XI, p. 502.

1 normal gezeichnetes Stück von Sennar, 20. Februar, und 1 kleineres Stück mit fast einfärbig grünen Vorderflügeln von Port Sudan, 29. April.

49. *Hypotacha ochribasalis* Hmps. — Cat. XII, p. 246.

1 frisches ♂ von Talodi, 1. April, dieser aus der Umgebung Adens bekannten Art.

50. *Crypsotidia mesosema* Hmps. — Cat. XII, p. 247, Fig. 30.
Nur 1 ♀ von Khartum, 15. Februar.

51. *Crypsotidia wollastoni* N. Ch. Rothsch. — Hamps., Cat. XII, p. 248, Fig. 31.
Eine Serie von Stücken von Sennar, 22. Februar, El Obeid, 5. März, und Bara, 6. März. Bei einigen, sonst schwach gezeichneten Stücken tritt ein dunkler Anteapikalfleck der Vorderflügel stark hervor.

52. *Parallelia algira* L. — Hmps., Cat. XII, p. 596, Fig. 133.
Nur 1 kleines Stück von Tonga, 16. April.

53. *Chalciope hyppasia* Cr. — Hmps., Cat. XIII, p. 27.
3 Stücke von Sennar, 27. Februar.

54. *Pseudophia heliothis* Rbl. n. sp. (♂). — Taf., Fig. 18.
Ein einzelnes ♂, in Talodi am 2. April erbeutet, gehört einer neuen, sehr charakteristischen Art an, welche zu den kleinsten *Pseudophia*-Arten zählt.

Die Allgemeinfärbung ist ein lichtes Ockergelb. Die Fühler sind dunkelbräunlich; Palpen und Vorderbrust weiß, erstere von der Endhälfte des Mittelgliedes ab bis zur Spitze des gerade vorstehenden Endgliedes (über $^1/_3$ des Mittelgliedes lang) dunkelgrau bestäubt. Die Beine sind hell ockergelblichgrau, die Schienen und Tarsen der Vorder- und Mittelbeine auf ihrer Außenseite schwarzbraun, weiß gefleckt. Der Hinterleib (wie der übrige Körper) ockergelblich, vor dem lichteren Hinterrand jedes Segmentes eine tief ockergelbe Querlinie, die Bauchseite einfärbig weißgrau.

Die Vorderflügel ockergelblich mit undeutlichem, bräunlichen Querfleck am Schluß der Mittelzelle, einem kleinen, tief schwarzbraunen, dreieckigen Kostalfleck bei $^3/_5$ des Vorderrandes, einem etwas lichteren, nach Innen hellgerandeten solchen Apikalfleck und einwärts desselben mit einem nur gegen den Innenrand zu deutlicheren, geschwungenen, schwärzlichen Antemarginalstreifen. Der Saum zwischen den Adern mit schwarzen Punkten. Die Fransen bräunlich.

Die Hinterflügel etwas tiefer und reiner ockergelb als die Vorderflügel mit gegen die Spitze breiter werdender schwärzlichbrauner Saumbinde. Gegen den Innenwinkel zu bleibt der Saum vor den Fransen ockergelb.

Die Unterseite aller Flügel einfärbig licht ockergelb mit scharf hervortretender schwarzbrauner Saumbinde. Vorderflügellänge 15 *mm*, Expansion 30 *mm*.

Die Art erinnert etwas an *Heliothis*-Arten aus der *Peltigera*-Gruppe.

55. *Acantholipes circumdata* Wlk. — Rbl. Denkschr. Ak. Wiss., Wien, math.-naturw. Kl. Bd. 71, p. 63, Taf. 1, Fig. 14 (♀).
Eine kleine Anzahl Stücke (♂ ♀) von Sennar, 20. bis 27. Februar.

56. *Polydesma collutrix* H. G. Zutr. Fig. 885—886. — Hamps., Ann. South Afr. Mus. II, p. 358.
P. umbricola B. Faun. Mad., p. 108, Taf. 13, Fig. 5.
1 einzelnes weibliches Stück von Melut, 19. April, dieser in Afrika und Indien weit verbreiteten Art.

57. *Gnamptonyx vilis* Wlk. — Hmps., Cat. XIII, p. 286, Fig. 70.
Eine Anzahl Stücke von Bara, 7. März, Gebel Semma, 29. März, Talodi, 2. April, und Tanguru, 6. April, zeigt die nicht unbedeutende Variabilität dieser Art.

58. *Pandesma quenavadi* Gn.
2 Stücke von Bara, 7. März.

59. *Sphingomorpha chlorea* Cr.
Nur 1 ♂ von Tonga, vom 17. April.

60. *Pyralomorpha inscripta* Rbl. n. g. et n. sp. (♂ ♀). — Taf., Fig. 21 (♀).

Diagnose der Gattung.

Die Fühler in beiden Geschlechtern fadenförmig, sehr kurz bewimpert, beim ♂ schwach verdickt Die Beschuppung der Stirne ragt nach unten etwas vor. Die Palpen kurz, nur von 2 Augendurchmesserlänge, das gerade vorstehende Mittelglied breit beschuppt, das sehr schwach aufgebogene Endglied nur $^1/_3$ des Mittelgliedes lang, schwach beschuppt, pfriemenförmig. Thorax, Hinterleib und Beine anliegend beschuppt, auch die Hinterschienen ohne Haarbesatz.

Die Vorderflügel gestreckt mit deutlicher Spitze, alle Flügel mit schwach gewelltem Saum. Auf den Vorderflügeln findet sich eine lange Anhangszelle, aus deren Vorderrand Ader R_2 und aus deren Spitze Ader R_3 und R_4 entspringen.

Auf den Hinterflügeln ist der Saum vor dem Innenwinkel schwach ausgeschnitten, Ader R und M_1 sind kurz gestielt, Ader M_2 entspringt näher an M_3 als an M_1, Ader Cu_1 aus dem unteren Zellenwinkel.

Fig. 1.

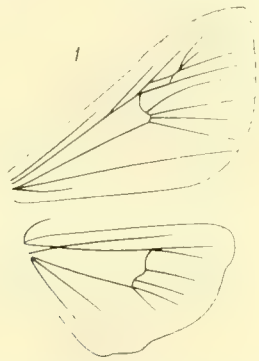


Fig. 2.

Die kleine, charakteristisch gezeichnete Art, welche den Typus dieser neuen Gattung bildet, ist durch die kurzen, gerade vorstehenden Palpen ausgezeichnet und erinnert im Habitus an Pyralinen.

Diagnose der Art.

Allgemeinfärbung braungrau. Die Fühler einfärbig. Das Palpenendglied an der Basis und Spitze weißlich. Der Halskragen viel dunkler braun als der Thorax. Der Hinterleib sehr schlank, beim ♀ kürzer aber sehr spitz endigend, mit weißlichen Segmenträndern und gelblichen Afterbüschel des ♂. Die Beine gelbgrau, außen schwach braunstaubig, die Tarsen, namentlich der Vorderbeine, dunkelbraun, hellgefleckt.

Die Vorderflügel mit zwei schwarzbraunen, am Vorderrand fleck-, beziehungsweise schrägstreifenartig beginnenden Querstreifen, von denen der erste bei $^1/_4$ der Flügellänge schwach gebogen und sehr undeutlich erscheint, wogegen der äußere, stark gebrochene unter dem Vorderrand einen auf Ader M_3 endigenden starken Vorsprung bildet, hierauf stark basalwärts zurücktritt und in seinem schräg verlaufenden Innenrandsteil beim ♂ eine fleckartig schwarze Erweiterung zeigt. In der Flügelspitze liegt ein auffallender schwarzer, hellgesäumter Augenpunkt. Zwischen ihm und den Beginn des äußeren Querstreifens finden sich 3 weißliche Vorderrandsstriche.

Die große Rund- und Nierenmakel sind gegen den Vorderrand zu unbezeichnet (offen), auf allen anderen Seiten aber weiß und schwarz begrenzt, was eine sehr charakteristische Zeichnung bildet. Auch die kleine Zapfenmakel ist nach unten weiß umzogen. Das Saumfeld läßt keine deutliche Zeichnung erkennen.

Auf die Hinterflügel setzt sich der äußere Querstreifen fort, in der Mittelzelle liegen 2 weiße, schwarz gerandete Querstriche. Die breite schwarzbraune Saumlinie ist auf den Adern hell unterbrochen. Die Fransen sind schwärzlich gescheckt.

Die Unterseite hellbraun, dunkler bestäubt mit der weißen, schwarzgesäumten Mittelzeichnung der Oberseite. Vorderflügellänge 8 bis 8·5 *mm*, Expansion 17 *mm*. Ein Pärchen von Kosti vom 20. April.

Geometridae.

61. *Microloxia herbaria* Hb. — Stgr. et Rbl., Cat. Nr. 2898.

Eine Anzahl Stücke beiderlei Geschlechts von Port Sudan, 28. April, durch Lichtfang erbeutet, läßt sich nicht von mediterranen *M. herbaria* trennen. Einzelne ♀ zeigen nur ganz verloschene Spuren der lichten Querstreifen. Vielleicht bezieht sich auf solche Stücke die Angabe von Warren et Rothschild (Nov. Zool. XII, p. 27) für *Microloxia ruficornis* Warr. aus dem Sudan.

62. *Oar pratana* F. — Stgr. et Rbl., Cat. Nr. 3994.
2 ♂ von Port Sudan vom 1. Mai.

63. *Acidalia ochroleucata* HS. — Stgr. et Rbl., Cat. Nr. 3008.
Nur 1 ♀ von Khartum, 9. Februar.

64. *Ptychopoda microptera* Warr. et Rothsch. — Nov. Zool. XII, p. 27, Pl. 4, Fig. 37 (♀).
Nur ein ♂ von Talodi vom 4. April.

65. *Ptychopoda granulosa* Warr. et Rothsch. — Nov. Zool., XII, p. 28, Pl. 4, Fig. 38.
Ein mit der Abbildung bis auf die hier viel dichtere Bestäubung übereinstimmendes weibliches Stück liegt von Sennar vom 20. Februar vor. Etwas fraglich gehört dazu ein geflogenes ♂ von Port Sudan vom 1. Mai.

66. *Cosymbia marcida* Warr. et Rothsch. — Nov. Zool., XII, p. 27, Pl. 4, Fig. 28 (♂).
Ein Pärchen von Port Sudan, 29. April bis 1. Mai.
Wahrscheinlich fällt die Art mit *C. rufistrigata* Hamps. (Pr. Z. S. Lond. 1896, p. 267, Pl. 10, Fig. 3) zusammen.

67. *Stegania sennarensis* Rbl. n. sp. (♂). — Taf., Fig. 9.
Ein einzelnes frisches ♂, in Sennar am 19. Februar erbeutet, läßt sich mit keiner der äthiopischen *Stegania*-Arten vereinen.

Die nicht bis $^1/_2$ des Vorderrandes reichenden gelben, an der Basis rostbraunen Fühler sind nur sägezähnig und sehr lang bewimpert. Die Palpen sehr klein und kurz, wie die Stirne rostgelb. Der Körper ist strohgelb, der hintere Rand des Halskragens tief rostbraun. Die Beine gelb, die Vorderhüften und Schenkel außen rostgelb bestäubt, die Innenseite der Vorderschienen an ihrer Basis mit einem Schuppenbüschel. Der gedrungene Hinterleib reicht nur bis $^2/_3$ der Innenrandslänge der Hinterflügel.

Die kurz gestalteten Flügel sind strohgelb, von einzelnen in Querreihen stehenden rostbraunen Schuppen durchsetzt und mit nachstehender rostbrauner Zeichnung: eine kurze Vorderrandsstrieme der Vorderflügel nahe der Basis und 2 Querstreifen vor $^1/_2$ und bei $^4/_5$ der Flügellänge, welche am Vorderrand der Vorderflügel fleckartig beginnen. Der erste Querstreifen ist sehr fein, fast gerade, auf den Vorderflügeln zum Teil unterbrochen. Der zweite Querstreifen ist auf den Vorderflügeln viel breiter und bildet auf Ader M_2 nach außen einen kurzen, zahnartigen Vorsprung, welcher bis in die Mitte des Saumfeldes reicht. Auf den Hinterflügeln verläuft er fast gerade. Am Saume liegen rostbraune Schuppen. Die Fransen sind gelb, auf den Vorderflügeln zwischen Ader M_1 und M_3 sind sie fleckartig rostbräunlich verdunkelt, desgleichen weniger deutlich am Innenwinkel der Vorderflügel. Die Unterseite aller Flügel bleichgelb, schwach rostbraun gezeichnet, auch die Basalhälfte der Vorderflügel gegen den Vorderrand rostbräunlich bestäubt, der zahnartige Vorsprung der äußeren Querlinie hier sehr breit. Vorderflügellänge 9·5 *mm*, Expansion 21 *mm*.

Die ähnlichsten Arten scheinen zu sein:

Stegania indularia Gn. X, p. 46, aus Abyssinien, welche aber einen dunklen Mittelpunkt besitzt und die äußere Querlinie der Vorderflügel unterbrochen zeigt.

Stegania diagramma Hmps. (Pr. Z. S. Lond. 1910, p. 466, Pl. 39, Fig. 13) aus Rhodesia ist viel dichter rostbraun bestäubt, besitzt deutliche Mittelpunkte und zeigt die äußere Querlinie auch auf den Hinterflügeln gebrochen.

68. *Boarmia Werneri* Rbl. n. sp. (♀). — Taf., Fig. 24.

1 einzelnes, sehr gut erhaltenes ♀ von Sennar, am 19. Februar erbeutet, gehört einer sehr interessanten neuen, Herrn Prof. Dr. Franz Werner gewidmeten Art an, welche in der Zeichnung der Flügeloberseite Ähnlichkeit mit der palaearktischen *B. gemmaria* Brahm besitzt, durch gestrecktere Flügelform, viel dunklere Grundfarbe und ganz verschiedene Flügelunterseite aber weit davon abweicht.

Die schwärzlichen Fühler zeigen hier eine viel undeutlichere helle Fleckung. Der Körper ist hier wie die Flügelgrundfarbe schwärzlichgrau, fein und kaum merklich rostgelb gemischt, nur der Halskragen ist heller weißgrau. Die Schulterdecken am Ende schwarz. Die auf der Außenseite schwärzlich bestäubten Beine sind (im Gegensatz zu den scharf weißgefleckten Beinen von *B. gemmaria*) fast einfärbig dunkel. Der Hinterleib endet sehr spitz und ist unterseits hellgrau.

Die Flügel mit schwärzlichgrauer, etwas lichter (schwach rostgelblich) gemischter Grundfarbe und tiefschwarzen Querstreifen. Die gestreckten Vorderflügel zeigen die beiden Querstreifen wie bei *B. gemmaria* geformt, doch bleibt das Mittelfeld schmäler und wird von einem noch kräftigeren Mittel(schatten)streifen durchzogen, der mit der schwarzen Mittelmakel und am Innenrand mit dem äußeren Querstreifen zusammenfließt. Die sehr undeutlich gezackte helle Wellenlinie wird nach innen scharf schwarz begrenzt. Die ebenfalls schmäleren Hinterflügel werden von den beiden schwarzen Querstreifen und der streifenartigen schwarzen Begrenzung der Wellenlinie durchzogen. Dem ersten Querstreifen liegt saumwärts die ovale, schwarz umzogene Mittelmakel an. Alle Flügel mit schwarzen Randmonden an dem tiefer als bei *B. gemmaria* wellenförmig ausgeschnittenem Saum. Die dunklen Fransen mit weißlichen Schuppen gemischt.

Die fast einfärbig aschgraue Unterseite zeigt auf allen Flügeln sehr große tiefschwarze Mittelpunkte und auf den Hinterflügeln verwaschen auch die beiden Mittelquerstreifen. Der Apikalteil der Vorderflügel ist im Gegensatz zu *B. gemmaria* nicht hellgefleckt und weist nur am Vorderrand vor der Spitze ein dunkles Fleckchen auf. Vorderflügellänge 19 *mm*, Expansion 33 *mm*.

69. *Tephrina disputaria* Gn. — Stgr. et Rbl., Cat. Nr. 4046. — Warr. et Rothsch., Nov. Zool. XII, p. 28, Pl. 4, Fig. 20, 25.

Einige weibliche Stücke von Sennar, 20. bis 27. Februar.

70. *Tephrina arcifera* Hmps. — Pr. Z. S. 1910, p. 469, Pl. 39, Fig. 3 (♂).

1 einzelnes beschädigtes weibliches Stück von Sennar, 23. Februar, stimmt bis auf die etwas bedeutendere Größe gut mit der Abbildung der von Rhodesia beschriebenen Art. Vorderflügellänge 30 *mm*.

71. *Peridela* (*Tephrina*) *sudanata* Warr. et Rothsch. — Nov. Zool. XII, p. 28, Pl. 4, Fig. 27 (♂).

Eine Anzahl Stücke beiderlei Geschlechts ebenfalls von Sennar vom 25. bis 27. Februar.

Manche Stücke gleichen der vorigen Art, welch letztere durch die lichtere, weniger gezeichnete Basalhälfte aller Flügel und die gleichmäßig breite, dunkle Saumbinde jedoch leicht zu unterscheiden ist.

Syntomidae.

72. *Syntomis shoa* Hmps. — Cat. I, p. 70, Pl. 2, Fig. 25.

1 einzelnes ♂ dieser kleinen Art von Debri, am 25. März im Flug erbeutet.

Arctiidae.

73. *Utetheisa pulchella* L. — Hmps., Cat. III, p. 483, Fig. 217.

1 ♀ von Port Sudan, 30. April.

Psychidae.

74. *Amicta lutea* Stgr. — Stgr. et Rbl., Cat. Nr. 4456.

Eine kleine Anzahl männlicher Stücke wurde an Licht in nachfolgenden Stationen erbeutet: Dilling, Gulfan und Debri, 19. bis 26. März, und Talodi, 2. April.

Die Stücke variieren an Größe von 11 bis 13 *mm* Vorderflügellänge und auch im Geäder, namentlich insofern, als Ader M_2 und M_3 (Ader 5 und 4) auf Vorderflügeln und Hinterflügeln zumeist aus einem Punkt, zuweilen aber auch getrennt oder selbst kurz gestielt entspringen.

Die Flügelform ist im allgemeinen etwas kürzer, weniger gestreckt als bei typischen *Lutea*-Stücken, der Vorderrand der Vorderflügel dunkler, direkt schwarzbraun. Die Färbung des ganzen Körpers und der Flügel ist lehmbraun.

Offenbar bildet *Amicta lutea* in Nord- und auch in Ostafrika einen reichen Formenkreis.

Stücke aus Britisch-Ostafrika (Athi plains, Steppe, 5000′ über d. M. 13. IX. 1903, leg. Thomas, 3 ♂ M. C.) sind kaum von *lutea* zu trennen, zeigen aber, wie die vorliegenden Stücke aus dem Sudan, einen schwärzlichen Vorderrand der Vorderflügel.

75. *Amicta Ebneri* Rbl. n. sp. (♂).

1 einzelnes frisches ♂, am Gebel Semma am 29. März erbeutet, nötigt trotz seiner Zugehörigkeit zum *Lutea*-Formenkreis doch zur Annahme einer davon verschiedenen Art.

Das Stück ist bedeutend kleiner und zeigt nur 8·5 *mm* Vorderflügellänge, beziehungsweise 17 *mm* Expansion. Es besitzt viel längere, schlankere Fühler, welche $^3/_4$ der Vorderrandslänge erreichen. Seine Allgemeinfärbung ist nicht lehmbraun, sondern matt russigbraun, was namentlich auf den dünn beschuppten Flügeln sehr auffällt. Der Vorderrand der Vorderflügel ist schmal schwärzlich.

Ader M_2 und M_3 entspringen auf den Vorderflügeln aus einem Punkt, sind aber auf den Hinterflügeln ziemlich lang gestielt. Ader M_1 ist auf den Hinterflügeln rückgebildet, beziehungsweise fehlt.

Auch die Fransen und die Körperbehaarung ist viel dunkler als bei *Lutea*, nur Halskragen, Stirne und Vorderbrust sind weißlich lehmgrau gefärbt.

Herrn Richard Ebner freundlichst gewidmet. [1]

76. *Auchmophila kordofensis* Rbl. — Sitzb. Ak. Wiss., Wien (math.-naturw. Kl.), Bd. 115 (1906), p. 493, Taf.

---

[1] In der Ausbeute fanden sich noch folgende Psychiden-Säcke vor:

a) Zwei Säcke von Talodi und Raghaba-Tonga, 4. bis 9. April, sind 44 *mm* lang. Der eine männliche Sack zeigt in der vorderen Hälfte eine konische, schwärzlichbraune Röhre, in der hinteren Hälfte ist der Sack unregelmäßig mit trockenen Blatteilen bekleidet. Letztere Bekleidung bedeckt den anderen wohl weiblichen Sack bis auf ein ganz kurzes, davon freibleibendes Stück der Röhre.

b) Ein ähnlich gebauter Sack von Gulfan, 24. März, ist viel kleiner, nur 30 *mm* lang und, abgesehen von der 12 *mm* langen Röhre, nur mit Detritus und kleinen trockenen Blattstückchen bekleidet. Möglicherweise gehört er derselben Art wie Sack *a)* an.

c) Eine Anzahl Säcke von Gebel Gulfan und Kadugli, vom 24. bis 28. März, weist einen sehr merkwürdigen Bekleidungstypus auf.

Die Säcke haben die Form einer konischen Röhre in der Länge von 15 bis 24 *mm* und sind mit dichten Querlagen von Pappus und Grasgrannen bekleidet, was den Säcken ein eigentümliches filziges Aussehen verschafft. Die größte Breite der Bekleidung beträgt etwa 14 *mm*. Ihre Färbung ist hell gelbgrau, gegen das Hinterende des Sackes hellbraun. Gegen das vordere, weißliche Sackende wird die Bekleidung beträchtlich kürzer, doch kann von keinem nackten Röhrenende gesprochen werden.

Bei El Obeid (14. März) wurden auf *Acacia Verek* zahlreiche Säcke der Art gesammelt (leg. O. v. Wettstein), welche im Juni eine Anzahl Falter ergaben. Die Säcke sind lokal sehr häufig und leicht zu finden. Weitere Säcke liegen beispielsweise noch von Sennar (19. bis 24. Februar), Nubbaka (17. März), Dilling und Gulfan (20. bis 24. März) vor.

Fig. 3.

Akazienbusch mit Säcken von *Auchmophila kordofensis* Rbl., aufgenommen von F. Werner in der Umgebung des Gebel Araschkol, N. O. Kordofan, April 1905.

Cossidae.

77. *Cossus? henleyi* Warr. et N. Ch. Rothsch. — Nov. Zool. XII, p. 23, Pl. 4, Fig. 14 (♂).

1 einzelnes ganz frisches ♀, in Kosti am 21. April am Dampfer durch Lichtfang erbeutet, gehört vielleicht zu dieser nur im männlichen Geschlechte beschriebenen Art, welche von *C. terebroides* Feld. (Nov. Taf. 82, Fig. 6 ♂, Cap) wahrscheinlich nicht zu trennen sein dürfte.

Die Vorderflügel sind fast einfärbig dunkelschwarzgrau, die zerrissenen Querlinien vor der Spitze lassen keine Gabelung wie bei *terebroides* und *henleyi* erkennen. Auch die Hinterflügel sind einfärbig dunkelgrau, lichter als die Vorderflügel. Die sehr kurzen Fühler sind fadenförmig. Vorderflügellänge 18 *mm*, Expansion 37 *mm*.

Pyralidae.

78. *Galleria melonella* L. — Rbl., Cat. Nr. 11.

Mehrere Stücke schlüpften in Wien aus Teilen eines Bienenstockes, die bei Bir Joghan am 8. April von einem Eingeborenen gebracht wurden.

79. *Corcyra cephalonica* Stt. — Rbl., Cat. Nr. 2.

Ein ♀ von Tonga, 15. April.

80. *Lamoria anella* Schiff. — Rbl., Cat. Nr. 15.

Mehrere ♀ von Sennar, 18. bis 28. Februar, und von Dilling, 20. März.

81. *Eromene ocellea* Hw. — Rbl., Cat. Nr. 157.

Eine große Serie von Stücken (darunter nur 2 ♀) von Assuan, 9. Februar, Shellal, 10. Februar, Wadi Halfa, 12. Februar, Dilling 22. März, Gebel Semma, 29. März, und Port Sudan, 29. April. Die meisten Exemplare wurden am Licht gefangen.

82. *Anerastia flaveolella* Rag. — Rbl., Cat. Nr. 204.

1 ♂, 3 ♀ von El Obeid, 14. März, und Debri, 25. März.

83. *Anerastia lavatella* Zerny n. sp. (♂ ♀). — Taf., Fig. 11 (♂).

Ein Pärchen, das ♂ von Bara, 6. März, das ♀ von Sennar, 18. bis 28. Februar, steht der *A. lotella* Hb. sehr nahe, besitzt aber einen scharf zugespitzten Stirnvorsprung und nähert sich dadurch der indischen *spinifrontella* Rag. (von Karachi), deren Stirnvorsprung aber aus zwei übereinanderliegenden Spitzen besteht; überdies zeigt diese Art einen scharf abgesetzten weißen Kostalstreif der Vorderflügel.

Vorderflügel licht strohgelb, etwas glänzend, auf den Adern, besonders im Saumfelde mit sehr spärlichen bräunlichen Schuppen bestreut, in der Mittelzelle ein wenig deutlicher rötlichgelber Längswisch, am Zellschluß zwei undeutliche bräunliche Punkte; Fransen von der Färbung der Flügel, unbezeichnet. Hinterflügel kaum lichter als die Vorderflügel, ebenso glänzend wie diese, mit gleichfarbigen Fransen. Unterseite der Vorderflügel bräunlich, ebenso das Kostalfeld der Hinterflügel, der übrige Teil der Hinterflügel licht strohgelb.

Im Bau der Fühler und Palpen mit *lotella* übereinstimmend. Dieselben wie alle übrigen Körperteile licht strohgelb.

Vorderflügellänge $11^1/_2$ *mm*.

84. *Maliarpha validella* Zerny n. sp. (♂). — Taf., Fig. 14.

Mit der Type der Gattung *separatella* Rag. aus Kamerun morphologisch vollständig übereinstimmend, jedoch bedeutend größer, ohne deutlich abgesetzten Kostalstreifen der Vorderflügel und mit lichteren Hinterflügeln.

Vorderflügel rötlich-ockergelb, mit zerstreuten, teilweise in Längsreihen angeordneten dunkelbraunen Schuppen bestreut, gegen den Innenrand etwas lichter, die Aderzwischenräume im Saumfelde schwach aufgehellt; Fransen unbezeichnet. Hinterflügel durchscheinend gelblichweiß, glänzend, gegen den Vorderrand etwas dunkler, die Fransen an der Flügelspitze rötlich-ockergelb. Unterseite der Vorderflügel und Kostalfeld der Hinterflügel ockergelb, das letztere dunkler bestäubt, der übrige Teil der Hinterflügel gelblichweiß.

Kopf und alle übrigen Körperteile ockerfarben.

Vorderflügellänge 16 *mm*, Expansion 34 *mm*.

1 ♂ von Sennar, 27. Februar.

85. *Ephestia cautella* Wlk. — Rbl., Cat. Nr. 271.

Je ein Stück von Shellal, 10. Februar, Kosti, 21. April, und Renk, 19. April, das letztere mit auffallend ockergelblich getönten Vorderflügeln.

86. *Syria pilosella* Z. — Rbl., Cat. Nr. 314.

1 ♀ von Port Sudan, 29. April.

87. *Heterographis faustinella* Z. — Rbl., Cat. Nr. 344.

1 ♀ von Kosti, 21. April.

88. *Heterographis hollella* D. Lucas. — Bull. Soc. Ent. France 1909, p. 231.

2 Stück dieser bisher nur aus Tunis bekannten Art von Port Sudan, 29. April.

89. *Heterographis aegyptiacella* Rag. — Monogr. Phyc. II, p. 160, t. 30, Fig. 19.

Ein etwas fragliches Stück dieser aus Oberägypten (Kosseir am Roten Meer) beschriebenen Art von Port Sudan, 29. April.

90. *Rhynchopselaphus* (n. g.) *porrigens* Zerny n. sp. ♂ — Taf., Fig. 23.

Eine durch die Länge der schnabelartig vorstehenden Palpen höchst auffällige Gattung, die am besten bei *Etiella* Z. und *Hypochalcia* Hb. eingereiht wird, von denen sie jedoch außer durch die ganz verschiedene, an *Euzophera*-Arten erinnernde Zeichnungsanlage durch einfache Fühler, Fehlen des Rüssels und bedeutend längere Zelle der Hinterflügel abweicht.

Fühler (♂) schwach pubeszent, ohne jede Auszeichnung, die Geißelglieder rundlich, an den Enden etwas vortretend. Labialpalpen von doppeltem Augendurchmesser, eng aneinanderliegend, gerade vorgestreckt, grob, aber kurz, beschuppt, das Endglied halb so lang als das lang dreieckige Mittelglied, sehr dünn und spitz. Maxillarpalpen nicht erkennbar. Der Rüssel scheint zu fehlen. Stirne abgerundet.

Ader R_2 der Vorderflügel aus der Zelle entspringend, aber dem Stiele von R_{3-4} sehr genähert, M_2 und M_3 sehr kurz gestielt. Zelle der Hinterflügel von $^2/_3$ Länge des Flügels, Ader *Sc* mit *R* anastomosierend, Ader M_2 und M_3 lang gestielt, C_1 aus dem Zellwinkel, C_2 weit davon entfernt entspringend.

Die Gattung hat auch einige Ähnlichkeit mit *Lambaesia* Rbl. (Iris XVI, p. 1) und stimmt mit ihr namentlich in dem (scheinbaren?) Fehlen von Rüssel und Maxillarpalpen, dem robusten Bau und der schmalen Flügelform überein, unterscheidet sich von ihr jedoch leicht durch die nur schwach pubeszenten Fühler (bei *Lambaesia* lang gewimpert), viel längere Zelle der Hinterflügel und die kurz gestielten Adern M_2 und M_3 der Vorderflügel (bei *Lambaesia* getrennt).

Vorderflügel nach außen stark erweitert, mit scharfer Spitze und schwach konvexem Saum, bräunlichgrau, mit zerstreuten dunkleren Schuppen bestreut, die Querlinien wenig deutlich, nur wenig lichter als der Grund, beiderseits dunkler eingefaßt. Die erste läuft von $^2/_5$ des Vorderrandes schräg zur Mitte des Innenrandes und ist nur schwach gewellt. Die zweite beginnt am Vorderrande, wo sie am deutlichsten ist, bei $^4/_5$ und erreicht den Innenrand nahe dem Analwinkel. Sie bildet in der Mitte einen stumpfen Vorsprung saumwärts und in der Falte einen spitzen wurzelwärts. Der Raum zwischen den beiden Querlinien ist in der Kostalhälfte des Flügels weißlich aufgehellt. Am Zellschluß liegt ein schwarzer Mondfleck. Zwischen diesen und dem Innenrande liegt ein undeutlicher dunkler Mittelschatten. Die dunklen Fransen zeigen eine dunklere Teilungslinie nahe der Basis.

Hinterflügel beinahe dreieckig, mit scharfer Spitze, durchscheinend bräunlichweiß, das Kostalfeld und eine schmale Saumbinde graubraun. Die Fransen wie die der Vorderflügel.

Unterseite der Vorderflügel graubraun mit weißlichem Kostalrand, die der Hinterflügel wie ihre Oberseite, die dunkle Saumbinde aber noch etwas schmäler.

Fühler gelblich, Kopf, Palpen und Thorax graubraun, Abdomen gelblichweiß und graubraun gemischt, Beine gelblichweiß und graubraun gefleckt.

Vorderflügellänge $7^1/_2$ *mm*, Körperlänge (samt Palpen) $10^1/_2$ *mm*.

Ein ♂ von Kosti, 21. April.

91. »*Epischnia*« *cinerosalis* Warr. et N. Ch. Rothsch. — Nov. Zool. XII, p. 31, t. 4, Fig. 2 (1905).

2 Pärchen von Sennar, 18. bis 28. April. Den beiden Autoren war nur das ♀ bekannt; das ♂ besitzt einen deutlichen Schuppenwulst in der Ausrandung der schwach pubeszenten Fühler, weshalb die Art nicht zu *Epischnia* gehören kann. Sie wird wohl am besten bei *Nephopteryx* eingereiht. Die Palpen des ♂ sind schief nach oben gerichtet mit vorgestrecktem Endgliede.

92. *Oligochroa Gayneri* N. Ch. Rothsch. — Nov. Zool. VIII, p. 434 (1901); XII, t. 4, Fig. 1 (1905).

Ein ♂ von El Obeid, 11. März, ein ♀ von Assuan, 9. Februar.

93. *Nephopteryx serratella* Hamps. in Forbes, Nat. Hist. Sokotra, p. 335 (1903); Rbl., Denkschr. kais. Akad., Wien, math.-naturw. Kl., Bd. 71 (2), p. 107 (1907) (?nec *Myrlaea serratella* Rag.). — Taf., Fig. 4 (♀).

1 ♂ von Shellal, 5. Mai, und 2 ♀ von Port Sudan, 29. April, die sehr gut sowohl mit Hampsons Angaben wie auch mit einer großen Serie von Stücken von Sokotra stimmen, aber verschieden sind sowohl von der Abbildung Ragonots als von einem ziemlich gut mit ihr übereinstimmenden ♀ aus Sinai. Es dürfte sich daher wohl bei der vorliegenden um eine von der Ragonots verschiedene Art handeln, die ich jedoch, ohne Ragonots Type gesehen zu haben, nicht neu benennen möchte.

94. *Tarquitia nubicella* Zerny n. sp. ♂♀. — Taf., Fig. 10 (♂).

Vorderflügel licht gelbbräunlich, dunkler bräunlich gemischt, die Querlinien wenig deutlich, kaum lichter als die Grundfläche. Die erste verläuft von $^2/_5$ des Vorderrandes schräg zur Mitte des Innenrandes, ist distal von einer gewellten schwärzlichen Linie, proximal von einer rötlichbraunen Querbinde eingefaßt. In der Mitte dieser Binde liegt ein rundliches, etwas lichteres, rötlichgelbes, ringsum schwarz eingefaßtes Fleckchen. Die äußere Querlinie ist sehr undeutlich, liegt bei $^4/_5$ der Flügellänge, tritt distal von der Zelle in der Form eines spitzen Zahnes wurzelwärts zurück, verläuft von Ader M_2 an dem Saume parallel und nur schwach gewellt zur Falte, wo sie wieder etwas wurzelwärts zurücktritt und

schließlich mit dem Saume etwas konvergierend zum Innenrande. Am Zellschluß liegt ein sehr undeutlicher rötlichbrauner Querfleck, der Saum ist durch eine Reihe brauner Punkte bezeichnet. Fransen von der Grundfarbe der Flügel, unbezeichnet.

Hinterflügel durchscheinend weißlich, rötlich irisierend, das Kostalfeld, die Spitze und eine verwaschene Saumlinie bräunlich. Fransen weißlich, an der Basis gelblich. Auf Ader A_2 liegt nahe der Basis beim ♂ ein gelber Haarpinsel.

Unterseite der Vorderflügel bräunlich, der Kostalrand und eine Fleckenreihe vor dem Saume weißlich. Unterseite der Hinterflügel wie ihre Oberseite.

Fühler des ♂ doppelreihig gewimpert, ohne weitere Auszeichnung, die Wimpern so lang als der Durchmesser der schwach komprimierten Geißelglieder, das Basalglied stark verdickt. Palpen schief nach aufwärts gerichtet, den Scheitel kaum überragend, dünn, glatt beschuppt, das Endglied halb so lang als das Mittelglied. Maxillarpalpen lang dreieckig, oben abgeflacht. Stirne glatt, ohne Schuppenkegel. Färbung aller Körperteile licht gelbbräunlich, die Beine etwas lichter, die Tarsen undeutlich dunkler geringelt.

Vorderflügellänge 7 *mm*.

2 ♂ von El Obeid, 1. und 13. März, 1 ♀ von Khartum, 24. April.

95. *Cavipalpia phoenicocraspis* Hmps. — Monogr. Phyc. II, p. 526, t. 55, Fig. 23.

1 ♂ von Port Sudan, 29. April, dieser bisher nur von Aden bekannten Art.

96. *Salebria* (?) *epithalassiella* Zerny n. sp. ♀. — Taf., Fig. 12.

Vorderflügel nach außen wenig erweitert, grob beschuppt, licht gelbbräunlich, die Grundfarbe aber großenteils durch gelblichweiße und schwarzgraue Bestäubung verdeckt und nur in der Mitte des Mittelfeldes in einem größeren Flecke erhalten. Die beiden Querlinien gelblichweiß, wenig deutlich. Die erste verläuft, anfangs kaum erkennbar, von $^2/_5$ des Vorderrandes bis zur Diskalfalte, tritt hier in nahezu rechtem Winkel wurzelwärts zurück bis Ader A_2, ist hier wieder in spitzem Winkel nach außen geknickt und erreicht den Innenrand in dessen Mitte. Basalwärts von ihr liegt eine breite schwarzgraue, unscharf begrenzte Querbinde. Die zweite Querlinie liegt bei $^4/_5$ der Flügellänge, ist beiderseits, besonders deutlich wurzelwärts, schwarzgrau eingefaßt und bildet sowohl distal von der Zelle wie in der Falte einen stumpfen Vorsprung wurzelwärts. Am Zellschlusse liegen schräg übereinander zwei schwarzgraue Punkte. Der Saum ist durch eine an den Adernenden unterbrochene, dicke schwarzgraue Linie bezeichnet. Die Fransen gelblichgrau, an den Spitzen weißlich, von drei wenig auffallenden dunkleren Teilungslinien durchzogen.

Hinterflügel durchscheinend gelblichweiß, irisierend, die Spitze und eine gegen den Analwinkel sich allmählich verschmälernde Saumlinie graubraun. Fransen weißlich, mit sehr deutlicher graubrauner Teilungslinie nahe der Basis.

Unterseite der Vorderflügel licht gelbgrau, die äußere Querlinie in ihrer Kostalhälfte schwach durchscheinend; Unterseite der Hinterflügel weißlich, ohne deutliche Saumlinie.

Kopf, Palpen und Oberseite des Thorax graugelblich und schwarzgrau gemischt. Oberseite des Abdomens an der Basis weißlich, sonst strohgelb mit grauen Querflecken an der Basis jedes Segments. Afterbusch goldgelb. Unterseite von Thorax und Abdomen glänzend gelblichweiß, die Beine weißlich und grau gemischt, die Tarsen ebenso geringelt.

Vorderflügellänge 8 *mm*.

1 ♀ von Port Sudan, 29. April.

Die Art, die ich in Unkenntnis des männlichen Geschlechts nur mit Vorbehalt zu *Salebria* stelle, ist am besten bei *Komaroffi* Rag. einzureihen, von der sie sich unter andern leicht durch viel geringere Größe, lichtere Gesamtfärbung und besonders lichtere Hinterflügel, das Fehlen der aufgeworfenen Schuppen vor der ersten Querlinie und die getrennten Diskoidalpunkte der Vorderflügel unterscheidet.

97. *Aglossa exigualis* Chrét. — Ann. Soc. Ent. France 1910, p. 519; Rbl., Iris 28, p. 264.

1 ♀ von Port Sudan, 29. April. Die Art war bisher nur aus Tunis und Unterägypten bekannt.

98. *Hypsopygia mauritialis* B. — Faune Madag., p. 119, t. 16, Fig. 8; Hmps., Moths Ind. IV, p. 148, Fig. 86.

1 ♀ von Sennar, 18. bis 28. Februar.

99. *Tyndis proteanalis* Hmps. — Ann. and Mag. Nat. Hist. (7) XVII, p. 357 (1906).

1 ♂ von Melut, 18. April, das bis auf geringere Größe (Expansion 22 *mm*) gut mit Hampsons Beschreibung stimmt. Die Art war nur aus Britisch-Ostafrika und Mashonaland bekannt.

100. *Zinckenia fascialis* Cr. — Rbl., Cat. Nr. 982.

1 ♂ von Tonga, 15. April.

101. *Hellula undalis* F. — Rbl., Cat. Nr. 1003.

1 ♂ von Kosti, 21. April, 1 ♀ von Port Sudan, 29. April.

102. *Nomophila noctuella* Schiff. — Rbl., Cat. Nr. 1039.

2 ♂ von Shellal, 10. Februar, am Licht, 1 ♀ von Sennar, 27. Februar.

103. *Noorda atripalpalis* Zerny n. sp. ♂. — Taf., Fig. 17.

Gehört in die Gruppe von *fessalis* Swinh. und steht dieser Art sowie *rubricostalis* Hmps. (Pr. Z. S. 1910, p. 504, t. 41, Fig. 8) sehr nahe.

Vorderflügel licht strohgelb mit einem rostroten, an der Flügelspitze zugespitzten Kostalstreifen; die Costa selbst in ihrer Basalhälfte graubraun. Das Saumfeld bis auf den von dem rostroten Kostalstreifen eingenommenen Teil violettgrau, basalwärts von einer schwärzlichen, gleichmäßig geschwungenen Linie begrenzt, die bis zu dem Kostalstreifen reicht und in der Diskalfalte und zwischen Ader C_1 und C_2 schwach basalwärts geeckt ist. Fransen licht gelbbräunlich, an der Spitze grau.

Hinterflügel durchscheinend perlweiß, mit einer schmalen, grauen, verwaschenen Saumbinde, die, sich allmählich verschmälernd, von der Flügelspitze bis zur Ader C_2 reicht. Basalwärts von ihr liegt eine schwärzliche, teilweise unterbrochene Querlinie, die in der Diskalfalte beginnt und, mit der Saumbinde konvergierend, ebenfalls bis zur Mündung von Ader C_2 verläuft. Die weißlichen Fransen sind zwischen der Flügelspitze und Ader C_2 von einer dicken braunen Teilungslinie durchzogen.

Unterseite aller Flügel gelblichweiß, die Saumbinden aller Flügel durchscheinend.

Fühler lang gewimpert, gelbbräunlich; Kopf strohgelb, der Clipeus beiderseits von einer reinweißen Linie gesäumt. Labialpalpen schwarzbraun, an der Basis unten und an der Spitze oben weiß; Maxillarpalpen schwarzbraun, oben weiß gerandet. Thorax und Abdomen strohgelb; von den Augen läuft zur Flügelwurzel beiderseits eine dunkelbraune Binde. Vorderbeine gelblichweiß, ihre Schienen in der Distalhälfte schwarzbraun (die übrigen Beine fehlen).

Vorderflügellänge $6^1/_2$ *mm*.

1 ♂ von Gebel Lebu, 31. März.

Die Art unterscheidet sich von *fessalis* Swinh. und *rubricostalis* Hmps. hauptsächlich durch die größtenteils schwarzbraunen Labialpalpen und den weißgerandeten Clipeus; von letzterer Art auch noch durch bedeutend geringere Größe.

104. *Cybolomia pentadalis* Ld. — Rbl., Cat. Nr. 1079.

1 ♂ von Kosti, 21. April.

105. *Endolophia sudanalis* Zerny n. sp. ♂ ♀. — Taf., Fig. 7, 8 (♂ ♀)

Eine große Serie untereinander sehr variierender Stücke stimmt in den strukturellen Merkmalen sehr gut mit Hampsons Diagnose der Gattung *Endolophia*, von der bisher nur eine Art aus Mexiko bekannt war.

Vorderflügel schmal dreieckig, ihre Grundfarbe schwankt von licht isabellfarben bis dunkelbraun. Bei einer Form ist die Grundfarbe licht isabellfarben, das Mittelfeld der Flügel wird von einer dunkelbraunen, am Vorderrande sehr breiten, von $^1/_3$ bis $^3/_4$ desselben reichenden, gegen den Innenrand sich aber sehr verschmälernden und viel lichter werdenden Querbinde eingenommen. Die innere Begrenzung dieser Querbinde bildet einen ziemlich gleichmäßigen, wurzelwärts offenen Bogen; ihre äußere Begrenzung bildet eine weißliche Linie, die distal von der Zelle einen gleichmäßigen, wurzelwärts offenen Bogen bildet und dann nur leicht geschwungen zum Innenrand bei $^2/_3$ zieht.

Bei einer zweiten Form kontrastiert die Färbung der Mittelbinde viel weniger mit der des übrigen Flügelgrundes, ist kaum dunkler als dieser und nur durch die distal sie begrenzende weißliche Linie erkennbar; am Zellschluß liegt ein undeutliches dunkles Querfleckchen. Eine dritte Form ist nahezu vollkommen zeichnungslos, dunkel graubraun und bei einer vierten, nur in einem ♂ vertretenen, sind die Färbungsverhältnisse geradezu umgekehrt wie bei der zuerst beschriebenen Form, indem Wurzel- und Saumfeld schwarzbraun, die, wie bei jener Form gegen den Innenrand sich stark verschmälernde, Mittelbinde weißlich, jedoch sehr unscharf begrenzt erscheint.

Der Saum ist bei den Formen mit lichtem Saumfeld zum Teile schmal dunkelbraun beraucht; die Fransen graubraun, in der Basalhälfte dunkler, bei einigen lichten Stücken mit weißlicher Basallinie. Der bei $^1/_3$ des Innenrandes gelegene Schuppenzahn besteht aus dunkelbraunen Schuppen.

Die Hinterflügel durchscheinend gelblich- bis bräunlichweiß, gegen die Spitze und dem Saum zu dunkel beraucht. Die Fransen licht gelblichgrau, mit dunkler Teilungslinie nahe der Basis.

Unterseite der Vorderflügel gelblichgrau bis graubraun mit lichterem Innenrandsteil, die der Hinterflügel gelblichweiß, der Saum weniger deutlich und schmäler verdunkelt als auf der Oberseite.

Fühler des ♂ bewimpert, die Wimpern etwa halb so lang als der Durchmesser der Geißelglieder beträgt. Kopf gelbbraun bis graubraun, der Clipeus beiderseits von einer erhabenen weißen Linie gesäumt, Stirnvorsprung mit stumpfer Spitze, dorsoventral etwas abgeflacht. Palpen gerade vorgestreckt oder etwas nach abwärts geneigt, den Stirnvorsprung um $^3/_4$ der Augendurchmesserlänge überragend, mit scharf zugespitztem Endgliede, graubraun bis gelbbraun. Maxillarpalpen dreieckig, graubraun bis gelbbraun, oben weiß gerandet. Rüssel gut entwickelt. Thorax gelbbraun bis graubraun, Abdomen gelbbraun. Beine gelblichweiß bis gelbgrau, die Tarsen undeutlich dunkel geringelt. Das Geäder mit Hampsons Abbildung (Pr. Z. S. 1899, p. 233, Fig. 141) vollkommen stimmend.

Vorderflügellänge 6 bis $6^1/_2$ *mm*.

Zahlreiche Stücke beiderlei Geschlechts von El Obeid, 14. März, Kosti, 21. April, und Port Sudan, 29. April.

106. *Endolophia aequifascialis* Zerny n. sp. ♂. — Taf., Fig. 13.

Steht der vorigen Art nahe, unterscheidet sich unter anderem leicht durch länger gewimperte Fühler und gleichbreite Mittelbinde der Vorderflügel.

Vorderflügel beinfarben, mit breiter gelbbrauner Mittelbinde, die beiderseits von einer aus zerstreuten schwarzen Schuppen bestehenden Linie begrenzt wird. Die innere Begrenzung der Mittelbinde zieht von $^1/_3$ des Vorderrandes schräg nach außen bis in die Zelle, tritt hier in spitzem Winkel basalwärts zurück und zieht in geradem Verlaufe zu $^1/_3$ des Innenrandes. Die äußere Begrenzung der Mittelbinde beginnt bei $^4/_5$ des Vorderrandes, tritt unter der Costa etwas wurzelwärts zurück, bildet distal von der Zelle einen Bogen saumwärts und verläuft weiterhin nur schwach geschwungen zum Innenrand bei $^4/_5$. Am Zellschluß liegt ein schwärzlicher Querfleck. Distal liegt der Mittelbinde eine weißliche Querlinie an. Das Saumfeld ist gelbbräunlich. Die Fransen sind in ihrer Basalhälfte gelblichweiß, in ihrer Distalhälfte graubraun. Der unmittelbar vor der Mittelbinde am Innenrande liegende Schuppenzahn besteht aus gelbbraunen Schuppen.

Hinterflügel durchscheinend grauweiß, die Adern im Saumfelde, die Spitze und der Saum selbst graubraun beraucht. Die Fransen weißlich, mit graubrauner Teilungslinie nahe der Basis.

Unterseite der Vorderflügel gelblichgraubraun mit lichterem Innenrandsteil, die der Hinterflügel weißlich, gegen den Saum weniger deutlich verdunkelt als ihre Oberseite.

Bewimperung der Fühler etwas länger als der Durchmesser der Geißelglieder beträgt. Kopf gelblichweiß, mit gleichgefärbten (nicht reinweißen) Seitenlinien des Clipeus, der Stirnvorsprung wie bei der vorigen Art. Labial- und Maxillarpalpen gelbbraun, strukturell mit denen der vorigen Art übereinstimmend, oben weißlich. Thorax weißlich und gelbbraun gemischt, Abdomen gelbbraun, Beine gelblichweiß, die Tarsen undeutlich dunkel geringelt.

Vorderflügellänge $6^1/_2$ *mm.*

1 ♂ von Kosti, 21. April.

107. *Metasia ustrinalis* Chr.—Rbl., Cat. Nr. 1059.—Zerny, Ann. nat. Hofmus. Wien 28, p. 331 (1914).

2 ♂ von Port Sudan, 28. April.

108. *Noctuelia floralis* Hb. — Rbl., Cat. Nr. 1291.

1 Pärchen von Port Sudan, 29. April.

Pterophoridae.

109. *Agdistis tamaricis* Z. — Rbl., Cat. Nr. 1428.

Nur 1 verflogenes ♂ von Port Sudan am Licht, 29. April.

Tortricidae.

110. *Cnephasia virginiana* Kenn. — Rbl., Cat. Nr. 1610.

1 stark geflogenes ♀ von Port Sudan, 29. April.

Die Art ist beits aus Unterägypten bekannt (Rbl., Iris XXVIII, p. 267, Nr. 36).

111. *Bactra lanceolana* Hb. — Rbl., Cat. Nr. 2017.

Eine Anzahl Stücke von Sungikai, 19. März, Debri, 25. März, Kororak, 31. März, und Kosti, 21. April.

Die weiblichen Stücke sind auch im Sudan lichter und schwächer gezeichnet als die männlichen.

112. *Grapholitha* (*Laspeyresia*) *quadrangulana* Rbl. n. sp. (♂). — Taf., Fig. 6.

Eine hellbräunlichgraue, reich gezeichnete Art aus der Verwandtschaft der *Gr. oxycedrana* Mill.

Die enggeringten, weißlichen Fühler reichen nur bis $^1/_2$ des Vorderrandes. Kopf und Palpen sind bleich gelbgrau, letztere mit sehr kurzem freien Endglied. Der Thorax und der sehr robuste Hinterleib hellbräunlichgrau. Die Beine hellgelbgrau mit undeutlich dunkelgefleckten Tarsen.

Die Vorderflügel mit abgerundeter Spitze und sehr steilem Saum zeigen eine hellbräunlichgraue Grundfarbe. Das fast bis $^1/_3$ der Flügellänge reichende Wurzelfeld ist hellgewässert und wird durch einen braunen, unterhalb des Vorderrandes stumpf nach außen gerundeten Querstreifen begrenzt. Hierauf folgen im Mittelfelde 4, unterhalb des Vorderrandes (in $^2/_3$ der Flügelhöhe) spitz nach außen gebrochene, glanzlose, weiße Querstreifen, die schmal braun voneinander getrennt erscheinen und in ihrem spitz vortretenden Winkel 2 scharfe braune Längslinien zeigen. Hierauf folgt in der Innenrandshälfte ein sich nach unten erweiternder schmaler Querfleck der braunen Grundfarbe. Im Saumfelde liegen am Vorderrande 4 weiße Häkchen, von welchen die beiden ersten undeutlich geteilt erscheinen und das äußerste stärkste, schwach silberglänzende, die Flügelspitze abschneidet und in dem weißen Augenpunkt der Fransen endet. Der weiße Spiegel enthält 3 tiefschwarze kurze Längsstriche und setzt sich gegen den Innenrand in einen braun geteilten Sockel fort; nach außen ist er durch einen kurzen Silberstreifen begrenzt. Die am Augenpunkt und am unteren Teil des Spiegels weiß unterbrochene, breite Saumlinie ist schwarz. Die Fransen sind bräunlich.

Die unterhalb der runden Spitze am Saume schwach eingezogenen Hinterflügel sind hellbräunlichgrau mit weißlichen Fransen.

Unterseite der Vorderflügel bräunlich mit dunklen Vorderrandshäkchen und schmal weißlichem Saum. Jene der Hinterflügel hellbräunlichgrau mit schwach weißlicher Spitze.

Vorderflügellänge 5 *mm*, Expansion 11 *mm*.

1 frisches ♂ in Dueim am 22. April erbeutet.

Plutellidae.

113. *Plutella maculipennis* Curt. — Rbl., Cat. Nr. 2447.

Mehrere Stücke von Sennar, 28. Februar, und Bara, 7. März.

Gelechiidae.

114. *Anacampsis polychromella* Rbl. — Iris XV, p. 109.

Nur 1 ♂ von El Obeid, 14. März, dieser aus Syrien beschriebenen Art, welche zweifellos auch in Ägypten vorkommen dürfte.

115. *Lecithocera marginata* Wlsghm. — Tr. Ent. Soc. Lond. 1891, p. 104, Pl. 5, Fig. 39.

2 weibliche Stücke von Sennar, 18. bis 28. Februar.

116. *Lecithocera pauperella* Rbl. n. sp. (♂).

1 gut erhaltsnes ♂ von Kadugli, am 28. März erbeutet, zeichnet sich durch sehr geringe Größe und bräunliche, zeichnungslose Vorderflügel aus.

Der Kopf ist gelbgrau. Die bis $^4/_5$ des Vorderrandes reichenden dicken Fühler sind bleichgelb. Die Palpen mit schwach verdicktem, bräunlichem Mittelglied und ebenso langem, spitzem, aufgebogenem, gelbem Endglied. Der Thorax bräunlich, der Hinterleib heller grau.

Die Vorderflügel mit vor der stumpfen Spitze gebogenem Vorderrand und sehr schrägem Saum sind samt den langen, grob beschuppten Fransen zeichnungslos braungrau. Die gleichbreiten, spitzeren Hinterflügel hellgrau mit schwach gebräunten Fransen.

Vorderflügellänge 4·5 *mm*, Expansion 9·5 *mm*.

117. *Epidiopteryx bipunctella* Rbl. n. g. et n. sp. (♂). — Taf., Fig. 3.

Eine kleine *Gelechiide* (♂) von *Cryptolechia*-artigen Habitus, in Gulfan, 24. März, erbeutet, steht offenbar der Gattung *Idiopteryx* Wlsghm. (Tr., Ent. Soc. London 1891, p. 104, Pl. 7, Fig. 81) nahe, ist aber durch die sämtlich aus der Mittelzelle entspringenden Adern der Vorderflügel und das unterseits etwas abstehend rauh (nicht anliegend glatt) beschuppte Palpenmittelglied gewiß generisch davon zu trennen. Auch ist die Bewimperung der männlichen Fühler hier ausnehmend lang und erreicht gegen die Basis zu fast die dreifache Geißelbreite. Die sonstigen Merkmale, namentlich der lange Stiel von Ader *R* und M_1 der Hinterflügel stimmen mit *Idiopteryx*, beziehungsweise auch mit *Odites* Wlsghm. (l. c.) überein.

Allgemeinfärbung sehr bleich rötlichgrau. Die bis $^4/_5$ der Vorderrandslänge reichenden Fühler zeigen ein schlankes, glattes Basalglied und eine sehr lang bewimperte Geißel (vgl. oben). Die schlanken langen Palpen von 3 Kopfdurchmesserlängen besitzen ein auf der unteren Schneide gegen die Spitze etwas abstehend dunkelbräunlich beschupptes Mittelglied und ein ebenso langes spitz aufgebogenes glattes Endglied. Körper und Beine einfärbig bleich rötlichgrau. Ebenso gefärbt sind die Vorderflügel, deren Spitze stumpf gerundet erscheint. In der Falte, bei $^1/_2$ der Flügellänge, und am Schluß der Mittelzelle liegt je ein scharfer schwarzer Punkt. Die kurzen Fransen sind einfärbig.

Die Hinterflügel zeigen fast die doppelte Breite der Vorderflügel und sind hellgrau gefärbt mit einem schwachen rötlichen Stich gegen die Ränder zu. Unterseite der Vorderflügel bräunlichgrau, zeichnungslos, jene der Hinterflügel lichter.

Vorderflügellänge 6 *mm*, Expansion 13 *mm*.

Tinaegeriidae.

118. *Eretmocera levicornella* Rbl. n. sp. (♂). — Taf., Fig. 20.

3 in Sennar gegen Ende Februar und 1 in El Obeid am 14. März erbeutete männliche Stücke gehören einer neuen Art bei *E. scatospila* Z. an.

Die über $^1/_2$ der Vorderrandslänge reichenden schwärzlichbraunen Fühler erscheinen glatt, gegen die Basis schwach verdickt, ohne abstehende filzige Beschuppung. Unter stärkerer Vergrößerung erscheinen sie fein sägezähnig. Kopf und Thorax sind schwach glänzend erzbraun. Der Kopf ist unten gelblichweiß gerandet. Gleiche Färbung haben Basal- und Mittelglied der schwach aufgebogenen Palpen, wogegen das spitze Endglied, welches beiläufig $^3/_4$ des Mittelgliedes lang ist, erzbraun verdunkelt erscheint. Brust und Beine sind gelblich, Schienen und Tarsen erzbraun, hell gefleckt. Der sehr schlanke Hinterleib ist am Rücken einfärbig rot, auf der scharf abgeschnittenen Bauchseite weißlich gelb, der lange spitze Afterbüschel gelbrot, an den Seiten schwarz.

Die Flügel sind sehr schmal und spitz. Die Vorderflügel erzbraun, in der Falte schwach gelblich beschuppt, welch letztere Färbung sich im Innenwinkel fleckartig verbreitert. Am Vorderrand liegt viel weiter auswärts, knapp vor der Spitze, ein größerer deutlicher gelber Fleck. Die Fransen einfärbig erzbraun.

Die Hinterflügel hellrot, ebenso deren breite Fransen am Innenwinkel und Vorderrand, wogegen letztere gegen die Flügelspitze allmählich schwärzlichbraun werden. Unterseits sind die Vorderflügel schwarzbraun mit gelben Rändern, wogegen die Hinterflügel wie oben gefärbt erscheinen. Vorderflügel 6 *mm*, Expansion 12 *mm*.

Von der zunächst stehenden *E. scatospila* durch geringere Größe, glatte Fühler und einfärbig roten Hinterleibsrücken sofort zu unterscheiden.

Die mediterrane *E. medinella* Stgr. bleibt kleiner und besitzt dunkle Hinterflügel. Die Fühler sind jedoch auch hier beim ♂ fast glatt.

Elachistidae.

119. *Laverna bifractella* Rbl. n. sp. (♀).

1 einzelnes ♀ von Dilling, 22. März, zeigt trotz seines minder guten Erhaltungszustandes eine so charakteristische Zeichnung der Vorderflügel, daß ein Wiedererkennen der Art auch nach der folgenden kurzen Diagnose zu erwarten steht.

Allgemeinfärbung glanzlos aschgrau. Die Fühler einfärbig bräunlich. Die Palpen mit weißlicher Spitze des Endgliedes. Die grauen Beine mit schwarzen, scharf weiß gefleckten Tarsen. Der spitz endende Hinterleib bräunlichgrau.

Die aschgrauen Vorderflügel mit 2 undeutlichen, feinen, schwarzen, oben weiß gerandeten Schrägstrichen im Wurzeldrittel des Vorderrandes. Ein paralleler schwarzer, oben weiß gerandeter Schrägstrich zieht von $^1/_3$ des Innenrandes gegen die Flügelmitte und findet stumpf gebrochen seine Fortsetzung in einer weißen Schräglinie von der Flügelmitte bis gegen den Innenwinkel, wo er rechtwinklig gebrochen ist und dann gegen die Flügelspitze zieht. Diese doppelt gebrochene, den ganzen Flügel durchziehende weiße Linie ist sehr charakteristisch. Am Schlusse der Mittelzelle ein feiner schwarzer Punkt. Die Fransen grau. Hinterflügel kaum halb so breit als die Vorderflügel samt den Fransen bräunlichgrau. Desgleichen die Unterseite aller Flügel. Vorderflügellänge 5 *mm*, Expansion 10 *mm*.

120. *Scythris monochreella* Rag. — Bull. Soc. Ent. Fr. 1895, p. 108.

1 einzelnes gut erhaltenes ♂ von El Obeid, 1. März, stimmt so gut mit der von Ragonot aus dem südlichen Taurusgebiet beschriebenen *Sc. monochreella*, daß ich nicht die Aufstellung einer neuen Art wage.

Der wesentlichste Unterschied gegenüber der Beschreibung Ragonot's besteht nur darin, daß ich an dem langen, stark verdickten Wurzelglied der bräunlichen Fühler nicht die kammartige Behaarung wahr-

nehmen kann. Die spitzen Vorderflügel sind, wie der Körper, einfärbig licht ockergelb. Die gleich breiten, sehr spitzen Hinterflügel sind grau mit rötlich ockergelben Fransen. Auf der Unterseite erscheinen die Vorderflügel in der Vorderrandshälfte gebräunt. Die schlanken, spitzen, aufgebogenen Palpen reichen bis zur Scheitelhöhe und sind einfärbig ockergelblich. Der sehr schlanke Hinterleib mit langem, ockergelbem Analbüschel. Die Unterseite des Körpers ist gelblichweiß. Auch die Beine sind hell, nur das letzte Tarsenglied ist verdunkelt.

Vorderflügellänge 8 *mm*, Expansion 16 *mm*. Größte Breite der Vorderflügel 1·5 *mm*.

Es scheint, daß im äthiopischen Faunengebiet sich noch mehrfach *Scythris*-Arten mit einfärbig ockergelben Vorderflügeln finden, wie *Sc. ochrantha* und *Sc. pelochyta* Meyr. (Ann. Transv. Mus. II, p. 22, Pl. 7, Fig. 4, 5), aus Natal und Pretoria, von welchen die erstgenannte der vorliegenden Art ebenfalls nahe kommen dürfte.

121. *Coleophora sudanella* Rbl. n. sp. (♂). — Taf., Fig. 2.

1 sehr gut erhaltenes ♂ von Port Sudan, 29. April, nötigt zur Aufstellung einer neuen Art.

Unter Mittelgröße, von vorherrschend weißer Färbung. Die Fühler reichen fast bis zur Flügelspitze und sind weiß, oberseits schwärzlich geringt. Ihr Wurzelglied durch unten schwach abstehende Beschuppung (welche durchaus keinen Busch bildet) nur schwach verdickt. Die Palpen sehr kurz (nur von $1^1/_4$ Augendurchmesserlänge), fadenförmig, weiß. Der weit hervortretende Kopf und Thorax weiß beschuppt. Auch die Beine einfärbig weißlich-lehmgelb. Der gestutzte Hinterleib weißgrau.

Die Vorderflügel zeigen eine lehmgelbliche Grundfarbe, welche von den breit weißbeschuppten Adern stark eingeschränkt wird. Fransen weißlich. Hinterflügel $^2/_3$ so breit als die Vorderflügel lanzettlich, samt den Fransen weißgrau. Unterseits sind die Vorderflügel lehmgrau, die Hinterflügel weißlich.

Vorderflügellänge 6 *mm*, Expansion 12 *mm*.

122. *Elachista leucomelanella* Rbl. n. sp. (♂). — Taf., Fig. 1.

Eine Serie von Stücken, in Kadugli durch Lichtfang am 28. März erbeutet gehört einer neuen Art mit schwarzen, scharf weißgebänderten Vorderflügeln an.

Die schwärzlichen Fühler reichen kaum bis $^1/_2$ des Vorderrandes und zeigen ein langes verdicktes Wurzelglied und gegen die Spitze schwach vortretende Gliederenden. Kopf und Thorax sind schwarz, das ganze Gesicht glänzend gelblichweiß. Die gleichmäßig aufgebogenen Palpen von fast doppelter Kopfdurchmesserlänge besitzen ein gelblichweißes Mittelglied und ein schwarzes Endglied. Die Beine sind gelblichweiß, Schienen und Tarsen der Vorder- und Mittelbeine außen schwarzbraun, hellgefleckt. Der Hinterleib oberseits dunkelgrau, unterseits gelblichweiß, der Afterbüschel gelblich.

Auf den gegen die Spitze allmählig verjüngten Vorderflügeln tritt die schwarzbraune Grundfarbe in einem sehr kleinen Schulterfleck, in einer sehr breiten Mittelquerbinde und in dem ganz dunkel gefärbten Apikalviertel auf. Den Rest des Flügels nehmen 2 gelblichweiße Querbinden ein, von denen die erste breitere (zirka $^1/_5$ der Flügellänge einnehmende) von der Basis anfängt und gegen das breite, schwarze Mittelfeld fast gerade oder schwach gewellt begrenzt erscheint. Die äußere weißgelbe, viel schmälere Querbinde liegt bei $^3/_4$ der Flügellänge. Die Fransen sind dunkelgrau; die sehr schmalen Hinterflügel sind hellgrau, mit etwas helleren Fransen. Unterseite grau.

Vorderflügellänge 3 *mm*, Expansion 6 *mm*.

Tineidae.

123. *Penestoglossa pygmaea* Rbl. n. sp. (♂.) — Taf., Fig. 5.

1 gut erhaltenes ♂, in Debri am 25. März erbeutet, gehört einer neuen Art an, welche sich durch sehr geringe Größe, sehr kurze Kammzähne der männlichen Fühler und eine weißliche Grundfarbe der Vorderflügel auszeichnet.

Der Kopf ist mit groben weißen Haarschuppen bedeckt. Die bräunlichen Fühler reichen nur bis $^1/_3$ der Vorderrandslänge und besitzen sehr kurze Kammzähne, welche die Geißelbreite nur wenig an Länge übertreffen. Der Thorax ist weiß. Die Beine außen bräunlich, mit hellgefleckten Gliederenden. Der Hinterleib wie bei den verwandten Arten hellgrau.

Die sehr schmalen Vorderflügel sind weiß, mit einzelnen braunen Schuppen gemischt, welche sich beiläufig in der Flügelmitte zu einem bräunlichen Querfleck verdichten. Der Vorderrand ist in größerer Ausdehnung gebräunt. Die Fransen bleiben weiß.

Die Hinterflügel hellgrau. Unterseits sind die Vorderflügel braungrau, die Hinterflügel etwas lichter bräunlich.

Vorderflügellänge 5·6 *mm*, Expansion 12 *mm*.

Von der zunächst stehenden *P. latiorella* Mn. sogleich durch schmälere Flügel und kürzere Fühlerkammzähne des ♂ zu unterscheiden.

124. *Trichophaga swinhoei* Butl. — Pr. Z. S. 1884, p. 502. — *Tr. coprobiella* Rag. Ann. Soc. Ent. Fr. 1894, p. 120, Fig.

Nur 1 geflogenes ♂ von Renk, 19. April.

125. *Perissomastix nigriceps* Warr. et Rothsch. — Nov. Zool. XII (1905), p. 33, Pl. 4, Fig. 9 (♂).

Eine kleine Anzahl Stücke von Port Sudan, 29. April. Die Gattung dürfte von *Tineola* HS. schwer zu trennen sein.

Tafelerklärung.

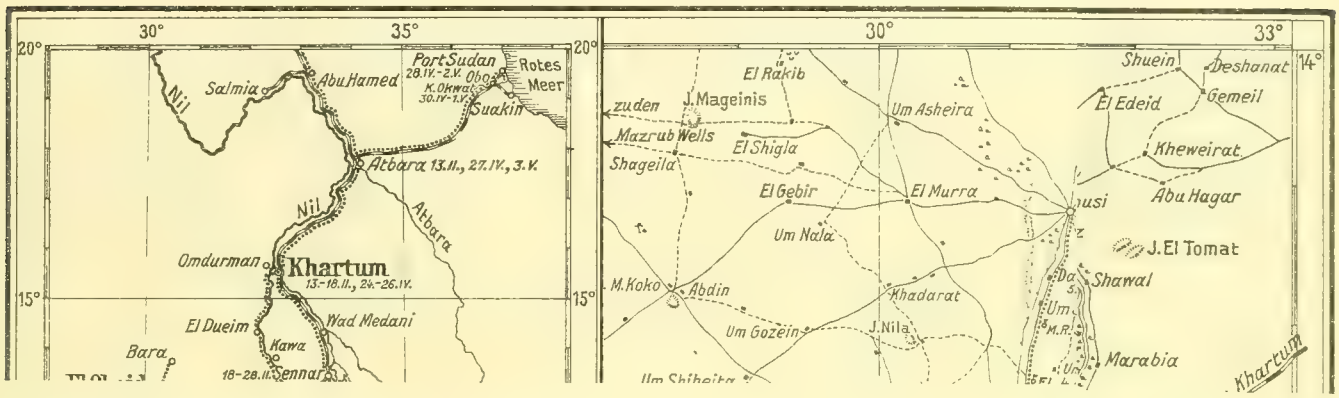
Fig. 1. *Elachista leucomelanella* Rbl. 23
» 2. *Coleophora sudanella* Rbl. 23
» 3. *Epidiopteryx bipunctella* Rbl. 21
» 4. *Nephopteryx serratella* Hmps. ♀ 16
» 5. *Penestoglossa pygmaea* Rbl. 23
» 6. *Grapholitha quadrangulana* Rbl. 20
» 7. *Endolophia sudanalis* Zerny ♀ 18
» 8. — — — ♂ 18
» 9. *Stegania sennarensis* Rbl. 11
» 10. *Tarquitia nubicella* Zerny ♂ 16
» 11. *Anerastia lavatella* Zerny ♂ 14
» 12. *Salebria epithalassiella* Zerny 17
Fig. 13. *Endolophia aequifascialis* Zerny 19
» 14. *Maliarpha validella* Zerny 15
» 15. *Eublemma caniceps* Rbl. 7
» 16. — *scituloides* Rbl. 8
» 17. *Noorda atripalpalis* Zerny 18
» 18. *Pseudophia heliothis* Rbl. 9
» 19. *Eulocastra sudanensis* Rbl. 8
» 20. *Eretmocera levicornella* Rbl. 22
» 21. *Pyralomorpha inscripta* Rbl. ♀ 10
» 22. *Anadiasa obsoleta* Klug. ♂ 6
» 23. *Rhynchopselaphus porrigens* Zerny . . 15
» 24. *Boarmia Werneri* Rbl. 12

Jos. Fleischmann, n. d. Nat.

Vierfarbenätzung von Max Jaffé, Wien.

Druck von Friedrich Jasper in Wien.

Beilage zu den wissenschaftlichen Ergebnissen der mit Unterstützung der Kai.



Karte von Kordofan.

Beilage zu den wissenschaftlichen Ergebnissen der mit Unterstützung der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien aus der Erbschaft Treitl unternommenen Expedition nach Kordofan 1914.

Nach den vom Survey Office in Khartoum herausgegebenen Spezialkarten 1 : 250.000 und Ergänzungen der Reisenden zusammengestellt und gezeichnet von A. Löber, Wien 1916.

DIE VERTEILUNG DES LUFTDRUCKS ÜBER DEM NORD-ATLANTISCHEN OZEAN UND DEN ANLIEGENDEN TEILEN DER KONTINENTE AUF GRUND DER BEOBACHTUNGSERGEBNISSE DER 25-JÄHRIGEN PERIODE 1881 BIS 1905

VON

DR. ALBERT DEFANT

MIT 10 TEXTFIGUREN UND 13 TAFELN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 3. FEBRUAR 1916

Nach den Untersuchungen v. Hann's, Teisserenc de Bord's, Brückner's, Meinardus' u. a. hängen die Witterungsverhältnisse längerer Zeiträume in Europa von den Schwankungen der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre über dem nordatlantischen Ozean ab, die sich am deutlichsten in den Intensitäts- und Lageänderungen der großen nordatlantischen Aktionszentren, des isländischen Tiefdruckgebietes und des Azorenmaximums wiederspiegeln. Die Untersuchung dieser Schwankungen stößt auf größere Schwierigkeiten, da die Beschaffung des notwendigen Beobachtungsmaterials im allgemeinen nicht leicht ist und dasselbe den Anforderungen betreffs seiner Güte nicht immer in befriedigender Weise entspricht. Außerdem beschränken sich die zur Verfügung stehenden Beobachtungen auf die Beobachtungsergebnisse einiger weniger Stationen auf den an sich nicht zahlreichen Inseln des nördlichen atlantischen Ozeans.

Die von der Deutschen Seewarte in Hamburg und dem Dänischen Institute in Kopenhagen herausgegebenen täglichen synoptischen Wetterkarten des nördlichen atlantischen Ozeans, die sich vorzüglich auf Schiffsbeobachtungen stützen, bieten demgegenüber ein ausgezeichnetes Material für die Untersuchung der unperiodischen Druckänderungen im Gebiete des nordatlantischen Ozeans und Europas. Bevor jedoch an eine eingehende diesbezügliche Untersuchung geschritten werden konnte, war die Kenntnis der mittleren Luftdruckverhältnisse über dem nordatlantischen Ozean und den angrenzenden Ländern eine selbstverständliche Voraussetzung. In folgender Abhandlung werden neue Monatskarten der Luftdruckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den angrenzenden Ländern auf Grund der Beobachtungen der 25-jährigen Periode 1881 bis 1905 mitgeteilt; die Abhandlung enthält auch eine Untersuchung über den jährlichen Gang der Luftdruckmittel, über die mittlere Veränderlichkeit der Monatswerte des Luftdrucks, sowie über die wahrscheinlichen Fehler derselben und über ihren Einfluß auf die Genauigkeit der Luftdruckverteilung im betrachteten Gebiet. Die Art der Untersuchung sowie die angewendeten Methoden schließen sich an eine ähnliche Untersuchung J. Hann's »Über die Verteilung des Luftdrucks über Mittel- und Südeuropa, auf Grund der 30-jährigen Monats- und Jahresmittel 1851 bis 1880« [1] an.

[1] Geogr. Abhandlungen II. Bd., Heft 2, Wien, E. Hölzel 1887.

Die vorliegende Abhandlung ist als Grundlage gedacht für folgende Untersuchungen über die unperiodischen Änderungen der Luftdruckverteilung über dem nordatlantischen Ozean, die in enger Beziehung zu den Schwankungen der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre in diesen Teilen der Erde stehen.

1. Einleitung, Arbeitsplan und Material der Untersuchung.

Den von der Deutschen Seewarte und dem Dänischen meteorologischen Institute herausgegebenen täglichen synoptischen Wetterkarten für den atlantischen Ozean und die anliegenden Teile der Kontinente sind auch Monatsisobaren mitgegeben, die für die einzelnen Monate die mittlere Luftdruckverteilung für das betrachtete Gebiet des nordatlantischen Ozeans enthalten.[1] Sie beginnen mit dem meteorologischen Jahre 1881 (also ab Dezember 1880) und bilden in ihrer völlig ununterbrochenen Fortsetzung bis zum laufenden Jahre ein ausgezeichnetes Material für Untersuchungen der Luftdruckverhältnisse des nordatlantischen Ozeans, der periodischen und unperiodischen Schwankungen der Luftdruckverteilung, also auch der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre in diesen Gebieten. Nur für das sogenannte »Polarjahr 1883«, das ist für den Zeitraum vom 1. Dezember 1882 bis 30. November 1883 fehlen in dieser Ausgabe die täglichen synoptischen Wetterkarten und damit auch die Monatsisobarenkarten dieses Jahres.

Die zahlreichen meteorologischen Beobachtungen, die während dieses Jahres ausgeführt und in großer Ausführlichkeit veröffentlicht wurden, können zur Ausfüllung dieser Lücke herangezogen werden. Im Hauptwerke des Weather Bureaus der Vereinigten Staaten Nordamerikas über die meteorologischen Beobachtungen des Polarjahres[2] finden sich, allerdings in einem etwas kleinen Maßstabe, Monatsisobarenkarten für die nördliche Erdhälfte, die zur Ausfüllung der erwähnten Lücke herangezogen wurden. S. B. Erhart[3] hat außerdem in einer Inanguraldissertation der Universität Erlangen die Luftdruckverteilung auf der Erdoberfläche im Polarjahre 1882/83 zum Gegenstande einer besonderen Untersuchung gemacht und auch einzelne Monatskarten des Luftdrucks für das betreffende Jahr veröffentlicht. Der Vergleich der Luftdruckkarten beider Untersuchungen ergab eine genügende Übereinstimmung zwischen beiden Darstellungen, so daß es fast gleichgültig ist, welche derselben man zur Ausfüllung der Lücke wählt.

Der vorliegenden Untersuchung wurde der 25-jährige Zeitraum 1881 bis 1905 zugrunde gelegt. Zu Beginn der Bearbeitung lag gerade das Jahr 1905 der synoptischen Wetterkarten gedruckt vor, so daß mit diesem Jahre die Reihe abgebrochen werden mußte; außerdem wurde eine 25-jährige Reihe als lang genug erachtet, um gute, von unperiodischen Schwankungen einigermaßen freie Mittelwerte des Luftdrucks zu erhalten und um eine den normalen Verhältnissen schon ziemlich nahekommende Luftdruckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den angrenzenden Ländern geben zu können. Inwieweit dies der Fall ist, wird sich im Laufe der Untersuchung erst zeigen.

Eine teilweise Bearbeitung der »täglichen synoptischen Wetterkarten, herausgegeben vom Dänischen Meteorologischen Institute und der Deutschen Seewarte« lag bereits vor. C. Rung[4] hat aus diesen Karten für den neunjährigen Zeitraum vom Dezember 1880 bis November 1889 die Jahres- und Monatsmittel des Luftdrucks für 80 größtenteils auf dem Meere, zum Teil aber auf Labrador, Kanada und Grönland gelegenen Schnittpunkte von 5 Grad Koordinaten berechnet und diese Werte den Luftdruckdaten einer großen Anzahl Küstenstationen angeschlossen. Sämtliche Beobachtungen wurden hiebei durch Differenzenbildung der Beobachtungen beider Perioden an den Küsten- und Inselstationen des Ozeans auf die

---

[1] Tägliche synoptische Wetterkarten für den nordatlantischen Ozean und die anliegenden Teile der Kontinente, herausgegeben von dem Dänischen Meteor. Institut und der Deutschen Seewarte. Kopenhagen und Hamburg 1881 bis 1905.

[2] International simultaneous meteorological Observations, including a monthly summary with daily bulletins and accompanying charts. War-Departements; office of the chief officer of the army of the united states. Washington D. C. 1881/82.

[3] S. B. Erhart. Die Verteilung der Temperatur und des Luftdrucks auf der Erdoberfläche im Polarjahre 1882/83. Dissertation der Universität Erlangen. Stuttgart 1902.

[4] C. Rung. Répartition de la pression atmosphérique sur l'océan atlantique septentrional d'après les observations de 1870 à 1889 avec la direction moyenne du vent sur littoraux. Copenhague 1894. Gr. Folio, 6 Seiten, 13 Karten, 1 Tafel.

20-jährige Periode 1870 bis 1889 und schließlich noch auf das Tagesmittel reduziert. Leider hat Rung nur die von ihm auf die Periode 1870 bis 1889 reduzierten Luftdruckwerte mitgeteilt und nicht auch die unreduzierten der neunjährigen Periode 1881 bis 1889, was zur Beurteilung des Reduktionsverfahrens erwünscht gewesen wäre, worauf schon Meinardus[1] bei der Besprechung C. Rung's Abhandlung hingewiesen hat. Umsomehr wäre dies erwünscht gewesen, da ja Brückner in seinen Klimaschwankungen[2] nachgewiesen hat, daß eine Art Kompensationsverhältnis zwischen den Druckanomalien in Europa und auf dem nördlichen atlantischen Ozeans besteht, ein Kompensationsverhältnis, das eine Reduktion auf eine längere Periode, ohne die Luftdruckwerte einer größeren Anzahl von Stationen auf Inseln des Ozeans zu besitzen, bedenklich erscheinen läßt. Aus diesem Grunde wurde von der Rung'schen Darstellung zunächst ganz abgesehen und neue Karten der mittleren Luftdruckverteilung für die einzelnen Monate und für das Jahr berechnet.

Das Gebiet, für welches die mittlere Druckverteilung ermittelt wurde, erstreckt sich von 80° W v. Gr. bis 40° E v. Gr., umfaßt also 120 Längengrade, oder ein Drittel des Erdumfanges; es reicht weiters von 75° nördl. Br. bis 10° nördl. Br.; umfaßt also 65 Breitengrade. Für die nord-südliche Erstreckung des Gebietes waren die vorhandenen Beobachtungen, das heißt die Ausdehnung der von der Deutschen Seewarte und dem Dänischen Institute gezeichneten Monatskarten der Druckverteilung maßgebend; hiebei mußte wegen der Unsicherheit der Darstellung, die durch den Mangel an Beobachtungen bedingt ist, auf eine Darstellung der Luftdruckverhältnisse über dem nordafrikanischen Kontinent verzichtet werden. Das Gebiet südlich des 30. nördlichen Breitenkreises und östlich des 10. Längenkreises westlich von Gr. blieb deshalb unberücksichtigt. Die angeführten Luftdruckwerte für die Grenzen dieses Gebietes erheben natürlich auch nicht Anspruch auf allzugroße Genauigkeit; dort, wo die Monatskarten für die Grenzgebiete überhaupt keine Darstellung aufwiesen, wurde versucht, um keine Lücken in den Zahlenreihen aufzunehmen, die Darstellung durch graphische Extrapolation unter Anlehnung an die meist bekannten Grundzüge der Druckverteilung in den betreffenden Gegenden für jeden einzelnen Fall zu vervollständigen. Dies war außer bei den bereits erwähnten Küstengebieten Nord- und Westafrikas, auch oft im hohen Norden, besonders im Innern Grönlands und westlich, weniger oft auch östlich davon der Fall; ebenso ist die Südwestecke unseres Gebietes oft unsicher, namentlich das Gebiet des nördlichen Südamerikas und Westindiens, wo die Beobachtungen nicht so weit zurückreichen; deshalb wurde auch hier ein kleines Gebiet unberücksichtigt gelassen.

Das betrachtete Gebiet umfaßt demnach den ganzen nordatlantischen Ozean, nördlich der mittleren Lage des thermischen Äquators; in 10° nördl. Breite fällt im Jahresdurchschnitte auch der niedrigste Druck im äquatorialen Gürtel niedrigen Druckes; im Westen wird noch der östliche Teil Nordamerikas mitgenommen, im Osten ganz West-, Mittel- und Nordeuropa und ein großer Teil Osteuropas. Zur Untersuchung der Beziehungen der Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean zu jener über Europa war es notwendig, im Osten die Grenze bis mindestens 40° östl. Länge v. Gr. hinauszuschieben. Ein Hinzunehmen weiterer Gebiete Osteuropas wäre möglich gewesen; doch werden die Karten, die der Untersuchung zugrunde liegen, im Norden und Süden immer unzuverlässiger. Noch einen Grund gab es im Osten und Westen die angenommenen Grenzen nicht zu überschreiten. In das betrachtete Gebiet fallen die für Europa wichtigsten Aktionszentren der Atmosphäre, das isländische Minimum und das Azorenmaximum; im Westen enthält unser Gebiet noch den Grenzübergang zur winterlichen Antizyklone Nordamerikas, im Osten dagegen das ganz große Grenzgebiet zwischen den beiden nordatlantischen Luftdruckgebilden und dem russisch-asiatischen Aktionszentrum (Antizyklone im Winter, Zyklone im Sommer) ohne aber diese Luftdruckgebiete selbst zu umfassen. Eine Untersuchung der Beziehungen des russisch-asiatischen Aktionszentrums zu jenen westlich davon, lag aber nicht im Rahmen der vorliegenden Arbeit.

[1] Meteorologische Zeitschrift 12, 1895. Jänner Literaturbericht, p. 3.

[2] Brückner, Klimaschwankungen, p. 194 u. ff.

Der Zweck der Arbeit war zunächst ein rein statistischer: Die Ableitung neuer Mittelwerte des Luftdrucks für den nordatlantischen Ozean und für die angrenzenden Länder. Diese sollten sodann als Grundlage dienen zu einer näheren Bearbeitung der Luftdruckveränderungen über dem nordatlantischen Ozean, zur Untersuchung der Schwankungen der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre über diesen Teil der Erdoberfläche.

Für jeden Monat der 25 Jahre wurde gemäß den von W. Meinardus[1] dargelegten Methoden zur Bearbeitung von maritimen Beobachtungen den Monatsisobarenkarten, in denen die Isobaren von 2 zu 2 *mm* gezeichnet sind und eine Interpolation auf Zehntelmillimeter leicht gestatten, die Luftdruckwerte für die Schnittpunkte der 5 Grad Koordinaten durch Interpolation entnommen; man erhält so für das betrachtete Gebiet in jedem Monat insgesamt 302 Luftdruckwerte; je 25 entsprechende Monate wurden sodann zu einem Mittelwerte vereinigt. Dadurch ergab sich die mittlere Druckverteilung im betreffenden Monat; sie beruht auf 7550 Einzelbeobachtungen, das Jahresmittel selbst aber auf 90.600 Einzelwerte.

Es mag hervorgehoben werden, daß an die Luftdruckwerte in den von der Deutschen Seewarte und dem Dänischen meteorologischen Institute herausgegebenen synoptischen Wetterkarten für den nordatlantischen Ozean, sowie in den Monatsisobarenkarten eine Schwerekorrektion zur Reduktion auf die Normalschwere in 45° Breite nicht angebracht ist, so daß für eine richtige Darstellung eine solche noch angebracht werden mußte. An allen im folgenden mitgeteilten Luftdruckwerten ist die Schwerekorrektion stets angebracht.

Die folgenden Tabellen 1 bis 13 (p. 6 [452] bis 18 [464]) enthalten zahlenmäßig die mittlere Verteilung des Luftdrucks in den einzelnen Monaten und im Jahresmittel für die Periode 1881 bis 1905. Nach diesen Tabellen wurden Monatsisobarenkarten für die einzelnen Monate und eine Jahresisobarenkarte entworfen, die im Anhang (Tafel 1 bis 13) reproduziert sind. Die Isobaren sind von Millimeter zu Millimeter gezeichnet; die 760 *mm* Isobare ist etwas kräftiger ausgezogen, die Isobaren unter 760 *mm* sind gestrichelt. Die zahlreichen Beobachtungswerte, die zum Entwerfen dieser Karten zur Verfügung stehen, lassen für das Ziehen der Isobaren keinen großen Spielraum, sodaß die Phantasie in engen Grenzen gehalten wird.

Bevor auf die Besprechung dieser Karten näher eingegangen wird, möchte ich darauf hinweisen, daß wir im allgemeinen aus dem Verlaufe der Isobaren auch auf die allgemeinen Luftströmungen schließen können. Da das Buys-Ballot'sche Gesetz auch für die vorherrschenden Winde in deren Abhängigkeit von der mittleren Druckverteilung in der Regel gilt, so steht dieser Schlußweise nichts im Wege. Natürlich wäre es von großem Interesse, die beobachteten mittleren Windrichtungen mit den aus der Druckverteilung abgeleiteten, zu vergleichen. Dazu wäre es erforderlich, die in den täglichen synoptischen Wetterkarten des nordatlantischen Ozeans angegebenen Windrichtungen einer besonderen Untersuchung zu unterziehen; die Schwierigkeiten nach geeigneten Methoden die mittleren Windverhältnisse für ein so großes Gebiet zu ermitteln, dürften jedoch ziemlich groß sein.[2] Dies könnte wohl auch nur der Gegenstand einer selbständigen Arbeit sein. Hier genügt es wohl, die nach dem Buys-Ballot'schen Gesetze sich ergebenden Luftströmungen als annähernd richtig anzunehmen und von den Abweichungen davon, die überdies auf dem Ozean nur sehr klein sein können, gänzlich abzusehen.

2. Die Monatsisobaren.

Dezember. Den nördlichen Teil des atlantischen Ozean umfaßt eine kräftig ausgebildete Zyklone, die ihr Zentrum mit einem Luftdruck von 748·0 *mm* südwestlich von Island aufweist; ein zweites, kleines sekundäres Minimum lagert an der Südwestküste des südlichen Grönlands, in der Dävisstraße, wohin sich die Isobaren vom Hauptzentrum aus bogenförmig ausdehnen. In nordöstlicher Richtung, über Island hinaus, erstreckt sich in das europäische Nordmeer ein weites, barometrisches Tal; auf dem 70. Breitengrad findet

[1] W. Meinardus. Über die Methoden der Verarbeitung von meteorologischen Beobachtungen zur See. Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde. Berlin 1894, 29, p. 90.

[2] Siehe W. Meinardus, l. c.

man noch einen Luftdruck von 751 *mm*. Nördlich dieser barometrischen Mulde nimmt der Druck gegen die höheren Breiten zu. Über dem grönländischen Kontinent sind die Isobaren gegen Süden zu ausgebaucht; darin äußert sich wohl die Einwirkung des kalten Festlandes auf die Druckverteilung in den untersten Luftdruckschichten, indem relativ höherer Luftdruck gegenüber der wärmeren Umgebung zur Ausbildung gelangt. Die 760 Isobare geht an der nördlichen Hudson-Bai über Labrador und Neufundland, ziemlich weit südlich, bis zum 43. Breitenkreis, herab, biegt hier gegen Osten um und steigt nun sanft gegen Nordosten an, durchquert Südengland, die südliche Nordsee, die Ostsee und den Finnischen Meerbusen; ganz Nordeuropa liegt demnach im Bereich des isländischen Minimums, das im Monat Dezember besonders entwickelt ist.

Den ganzen südlichen Teil des atlantischen Ozeans beherrscht das zweite Aktionszentrum, das sogenannte Azorenmaximum. Ein breiter Rücken hohen Druckes zieht sich vom südlichen Nordamerika über den ganzen atlantischen Ozean bis Spanien und Nordafrika hin; innerhalb dieses subtropischen Gürtels hohen Druckes, der ostwärts über dem europäischen Festlande mit der winterlichen Antizyklone Asiens in Verbindung steht, liegt im östlicheren Teile des Ozeans, ein in sich abgeschlossenes Barometermaximum; der höchste Druck mit 766·8 *mm* wird auf dem 25. Breitenkreis zwischen den Azoren und Madeira erreicht.

Im westlichen Teile des Ozeans wird der Gürtel hohen Druckes von Norden her durch eine starke Einbuchtung der Isobaren, die zum Teil noch zu dem isländischen Minimum in Beziehung steht, eingeschnürt. Die muldenförmige Ausdehnung des niedrigen Druckes gegen Süden zu auf der Westseite des nordatlantischen Ozeans, die die Einschnürung des Hochdruckgürtels verursacht, tritt in allen Wintermonaten deutlich auf und steht wohl in Verbindung mit der durch den Golfstrom bedingten höheren Wassertemperatur dieser Meeresteile. Westlich dieser Einschnürung gewinnt der Gürtel hohen Druckes wieder an Breite und geht allmählich in die winterliche Antizyklone des südlichen Nordamerikas über.

Südlich des subtropischen Gürtels hohen Druckes nimmt der Luftdruck gegen den Äquator wiede ab. Der 10. Breitenkreis hat im zentralen Teil des Ozeans wieder einen Druck von rund 760 *mm*; in den Küstengebieten westlich und östlich davon ist der Luftdruck etwas niedriger. Der niedrigste Druck wird im Winter in der Äquatorialregion, südlich des geographischen Äquators erreicht. Der Druckabfall setzt sich also noch über unsere Karte südwärts bis ungefähr 5° südlicher Breite fort.

Die Druckverteilung über Europa, besonders über Mitteleuropa wollen wir hier und im folgenden nur in großen Zügen kurz skizzieren und verweisen des näheren auf die ausführliche Darstellung darüber in Hann's[1] Verteilung des Luftdrucks über Mittel- und Südeuropa.

Von dem Rücken hohen Druckes, welcher das ganze Festland, von Spanien bis Südrußland, durchzieht und über den Alpen, dann über Ostungarn, Siebenbürgen und Rumänien inselförmige Druckmaxima aufweist, nimmt der Luftdruck gegen Norden wie gegen Süden hin ab. Flache barometrische Mulden zwischen diesen kleinen Barometermaxima, die bei der Erklärung lokaler Witterungserscheinungen eine wichtige Rolle spielen, bilden die Verbindung zwischen dem großen Depressionsgebiet im Norden und der abgeschlossenen Depression des Mittelmeeres. Hier liegt das Hauptminimum im westlichen Mittelmeerbecken, im thyrrenischen Meere; eine Zunge niedrigen Druckes erstreckt sich auch über das Adriatische Meer und bedingt gegenüber dem weit höheren Luftdruck auf dem Festlande, genau so wie an der ligurischen Küste, bedeutende Druckgradienten, die sich in heftigen Luftströmungen (Bora und Mistral) auszugleichen suchen. Das Barometerminimum des östlichen Mittelmeerbeckens ist nicht so kräftig ausgebildet; auch über dem Schwarzen Meere zeigen die Isobaren die Tendenz zur Ausbildung eines sekundären Minimums.

Der Druckgradient über dem nordatlantischen Ozean ist im Dezember groß; zwischen dem 35. und 60. Breitenkreise besteht genau in nordsüdlicher Richtung ein Druckunterschied von 18·5 *mm*, das ist

---

[1] J. Hann. Die Verteilung des Luftdruckes über Mittel- und Südeuropa in Penk's Geogr. Abhandlungen, II. Bd., Heft 2. Die Darstellung beruht auf den 30-jährigen Monats- und Jahresmitteln der Periode 1851/80.

Tabelle 1.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +....) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	56·8	56·3	56·0	56·2	56·9	57·7	58·0	57·9	57·5	57·0
70	57·4	55·9	54·4	53·0	52·1	52·3	52·6	54·4	54·6	54·2	53·6	53·1
65	58·1	56·4	54·5	52·6	51·2	49·8	50·4	50·9	50·3	49·1	*48·0*	*48·0*
60	60·1	58·6	56·5	54·6	52·3	50·6	49·4	49·1	48·7	*48·0*	*48·0*	48·7
55	61·9	61·0	59·4	57·6	55·5	53·4	52·2	51·8	51·7	51·7	52·1	52·6
50	62·5	62·3	61·4	60·3	58·0	56·5	56·1	55·9	55·7	56·1	56·9	57·9
45	63·1	63·3	62·6	61·5	60·1	59·3	59·2	59·6	60·1	60·8	61·7	62·5
40	65·2	64·8	63·3	62·1	61·4	61·4	61·9	62·6	63·4	64·3	65·2	65·9
35	65·9	65·2	64·1	63·5	63·2	63·5	64·0	64·6	65·3	66·0	66·5	**66·8**
30	65·7	64·7	64·5	64·4	64·5	64·8	65·1	65·5	66·0	66·3	66·4	66·5
25	63·8	63·5	63·4	63·5	63·9	64·2	64·5	64·8	65·0	65·1	65·0	65·0
20	—	62·0	61·8	61·9	62·3	62·7	63·0	63·3	63·4	63·4	63·3	63·1
15	—	—	60·3	60·3	60·7	61·1	61·5	61·6	61·6	61·5	61·5	61·2
10	—	—	—	58·9	59·3	59·9	60·1	60·1	59·9	59·9	59·8	59·5

Tabelle 2.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +....) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	57·2	56·6	56·4	56·6	57·2	57·9	58·6	58·5	58·0	57·2
70	58·0	56·4	54·9	53·7	52·9	53·0	54·0	55·0	55·3	54·8	54·0	53·2
65	58·4	56·9	55·0	53·2	51·4	50·6	50·9	51·6	51·0	49·9	48·9	48·9
60	60·9	59·3	57·5	55·3	52·9	50·8	49·7	49·5	49·0	*48·7*	49·0	49·7
55	63·0	62·1	60·2	58·4	56·3	54·1	52·7	52·2	52·1	52·5	53·4	54·5
50	63·2	62·7	61·7	60·1	58·4	56·8	56·0	55·6	55·9	56·7	57·6	58·8
45	63·4	63·6	62·3	61·5	60·7	59·4	59·1	59·5	59·8	60·6	61·6	62·6
40	65·0	64·5	63·2	62·2	61·9	61·8	62·1	62·5	63·0	63·6	64·6	65·3
35	65·6	64·9	64·0	63·6	63·7	63·9	64·2	64·7	65·1	65·5	66·0	66·2
30	65·5	65·2	65·0	65·0	65·2	65·4	65·5	65·6	65·8	65·9	65·9	66·0
25	64·5	64·3	64·5	64·7	65·0	65·2	65·2	65·3	65·2	65·1	64·9	64·7
20	—	62·7	62·9	63·2	63·5	63·7	63·9	63·8	63·8	63·8	63·6	63·2
15	—	—	61·2	61·3	61·7	62·0	62·3	62·2	62·1	62·0	61·8	61·4
10	—	—	—	60·1	60·3	60·7	60·8	60·7	60·4	60·2	60·1	59·8

Tabelle 3.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +....) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	60·6	59·5	59·3	59·5	60·0	60·6	61·0	61·1	60·7	60·1
70	60·5	59·0	57·7	56·6	56·1	56·2	57·0	57·7	57·8	57·5	57·0	56·5
65	60·7	59·6	57·7	56·0	54·3	53·4	53·6	54·5	53·8	52·5	51·7	51·7
60	62·7	61·3	59·5	57·3	54·9	52·8	51·8	51·7	51·3	*50·7*	50·9	51·6
55	63·8	63·0	61·7	59·4	57·1	54·9	53·5	53·1	52·7	52·8	53·4	54·6
50	63·8	63·1	61·7	60·1	58·2	56·8	55·6	55·0	54·7	55·2	56·1	57·6
45	63·7	63·3	62·2	60·8	59·4	58·2	57·5	57·2	57·3	57·5	59·2	60·8
40	64·9	64·2	62·6	61·2	60·4	60·2	60·0	60·2	60·7	61·6	62·5	63·6
35	65·2	64·4	63·7	63·0	62·7	62·7	62·8	63·2	63·4	63·8	64·5	65·2
30	64·8	64·6	64·7	64·8	64·8	64·9	64·9	65·1	65·2	65·3	65·4	65·5
25	64·3	64·4	64·7	64·9	65·1	65·2	65·3	**65·3**	65·3	65·2	65·0	64·7
20	—	63·0	63·2	63·5	63·8	64·2	64·2	64·2	64·1	64·0	63·8	63·1
15	—	—	61·6	61·8	62·2	62·5	62·6	62·4	62·3	62·2	62·0	61·5
10	—	—	—	60·5	60·8	61·2	61·1	60·8	60·7	60·5	60·4	59·8

angrenzenden Ländern im Monate **Dezember** (25-jähriges Mittel [1880 bis 1904]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
56·2	55·5	54·7	54·0	53·4	53·1	52·7	52·4	52·3	52·4	52·7	53·2	53·9	75°
52·6	52·1	51·4	50·7	50·4	50·6	51·1	52·1	53·3	54·1	54·7	55·0	55·5	70
48·9	49·6	49·8	50·0	50·7	52·0	53·8	56·0	56·7	57·5	58·2	58·7	59·1	65
49·8	51·1	52·1	53·1	54·5	56·2	58·1	58·5	58·3	59·4	60·4	61·4	62·4	60
54·1	55·3	56·5	57·4	57·9	58·7	59·7	60·2	60·8	62·0	63·0	63·9	64·8	55
58·9	59·7	60·5	60·9	61·9	62·8	63·4	63·6	63·6	64·2	64·9	65·7	66·5	50
63·1	63·4	63·6	63·9	64·8	64·0	63·0	63·3	64·5	65·2	64·8	64·8	65·6	45
65·9	65·6	65·5	65·9	64·3	62·2	65·6	61·9	62·4	63·8	63·9	64·0	64·8	40
66·8	66·3	65·4	65·2	64·5	64·2	63·5	62·4	62·1	62·2	62·4	62·9	64·8	35
66·2	65·6	65·2	64·8	64·9	64·9	64·4	63·7	63·3	63·2	63·3	63·4	64·7	30
64·5	64·0	63·7											25
62·6	62·1	61·8											20
60·7	60·1	59·9											15
59·0	58·6	58·2											10

angrenzenden Ländern im Monate **Jänner** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
56·4	55·5	54·6	53·7	52·8	51·9	51·4	51·0	50·9	50·9	51·2	51·9	52·5	75°
52·6	52·0	51·4	51·0	50·4	50·4	50·7	51·5	52·5	53·1	53·4	53·7	54·1	70
49·9	50·3	50·8	51·2	52·0	53·2	54·8	56·2	57·2	57·3	57·9	58·2	58·5	65
51·4	52·9	54·1	55·1	56·1	58·2	59·8	59·8	59·7	60·1	60·9	61·8	62·4	60
55·8	57·3	58·8	59·9	60·4	61·2	61·8	62·3	62·7	63·4	64·1	64·6	65·2	55
60·0	61·0	62·1	63·0	64·0	64·8	65·2	65·5	65·6	65·8	65·9	66·2	66·8	50
63·4	64·1	64·6	55·1	65·5	65·1	64·2	64·6	65·7	66·2	65·4	65·2	66·0	45
65·7	65·9	66·0	66·3	65·0	63·3	62·3	62·5	63·1	64·5	64·4	64·7	65·0	40
66·4	66·1	65·8	65·7	65·2	64·9	64·1	62·9	62·7	62·8	62·6	63·1	65·2	35
65·9	65·6	65·3	65·2	65·2	64·9	64·6	64·1	63·7	63·6	63·6	63·8	64·7	30
64·4	64·2	64·1											25
63·1	62·5	62·2											20
60·8	60·5	60·4											15
59·2	58·9	58·7											10

angrenzenden Ländern im Monate **Februar** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
59·4	58·6	57·7	56·7	55·8	54·9	54·2	53·5	53·2	53·1	53·1	53·5	53·8	75°
56·0	55·4	54·6	54·0	53·3	53·1	53·0	53·5	53·9	54·7	54·8	54·9	55·3	70
52·6	53·4	53·7	53·7	54·3	55·1	56·4	58·0	58·8	58·6	58·8	59·0	59·1	65
52·8	54·4	55·6	56·6	57·6	59·2	60·4	60·3	60·1	60·4	60·9	61·8	62·5	60
55·9	57·5	58·6	59·8	60·6	60·9	61·4	61·8	62·0	62·8	63·4	64·0	64·5	55
59·1	60·6	61·6	62·4	63·2	63·7	64·0	64·4	64·3	64·5	65·2	65·3	66·1	50
62·2	63·0	63·2	63·8	64·4	64·0	63·3	63·7	64·7	64·9	64·5	64·2	64·9	45
64·4	64·7	64·4	64·7	64·0	62·5	62·0	62·2	62·7	63·7	63·4	63·9	64·2	40
65·4	65·2	64·9	64·8	64·4	64·1	63·6	62·6	62·3	62·4	62·2	62·3	63·7	35
25·2	64·9	64·8	64·9	64·9	64·6	64·1	63·5	63·3	63·1	62·8	62·8	63·5	30
64·1	63·7	63·5											25
62·4	61·8	61·5											20
60·5	59·9	59·6											15
59·0	58·6	58·3											10

Tabelle 4.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +. . . .) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	62·2	61·6	61·4	61·4	61·8	62·4	63·0	63·2	62·9	62·1
70	62·9	61·3	59·9	58·9	58·2	58·2	58·9	59·9	60·2	60·0	59·4	58·6
65	62·7	61·2	59·5	57·9	56·4	55·7	55·9	56·7	56·5	55·4	54·1	53·6
60	63·8	62·4	60·9	59·0	56·9	54·9	54·3	54·3	54·1	53·2	*52·4*	52·6
55	64·2	63·1	61·6	60·1	58·4	56·7	55·6	55·4	55·3	55·2	55·3	55·6
50	63·3	62·3	61·1	59·8	58·8	57·9	57·3	57·1	57·4	57·9	58·5	59·3
45	62·9	62·2	61·1	60·2	59·5	58·9	58·7	59·0	59·6	60·5	61·5	62·3
40	63·3	62·8	61·5	60·5	60·3	60·3	60·6	61·2	61·9	62·7	63·6	64·1
35	63·3	63·1	62·2	61·8	61·7	62·0	62·5	62·9	63·5	64·1	64·8	64·8
30	63·7	63·6	63·4	63·4	63·4	63·5	63·9	64·2	64·6	65·0	**65·2**	64·9
25	63·3	63·4	63·5	63·7	63·8	64·0	64·2	64·4	64·6	64·8	64·6	64·1
20	—	62·3	62·4	62·6	63·0	63·3	63·4	63·5	63·6	63·6	63·4	62·7
15	—	—	61·0	61·1	61·5	61·9	62·1	62·2	62·1	62·0	61·8	61·0
10	—	—	—	60·1	60·3	60·7	60·8	60·8	60·6	60·5	60·1	59·5

Tabelle 5.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +. . . .) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	63·6	63·3	63·1	63·1	63·3	63·8	64·3	64·6	64·6	64·4
70	63·6	62·7	61·7	60·9	60·4	60·2	60·8	61·3	61·7	61·9	61·7	61·4
65	63·8	62·6	61·3	59·9	58·7	58·0	58·2	58·7	58·6	58·0	57·2	57·1
60	64·3	63·2	61·9	60·4	58·7	57·2	56·7	56·6	56·2	55·7	*55·4*	55·5
55	64·4	63·6	62·4	61·1	59·6	58·3	57·4	57·1	57·0	57·0	57·1	57·3
50	63·4	62·6	61·7	60·7	59·6	58·8	58·3	58·3	58·5	59·0	59·4	59·7
45	62·6	62·0	61·1	60·5	59·8	59·6	59·7	60·1	60·7	61·5	62·1	62·3
40	62·7	62·6	61·7	60·9	60·6	60·9	61·7	62·5	63·4	64·3	64·9	64·9
35	63·0	62·8	62·3	62·0	62·3	62·8	63·9	64·7	65·5	66·2	66·5	66·1
30	63·2	63·2	63·2	63·4	63·8	64·3	65·2	65·9	66·4	**66·7**	66·6	65·9
25	62·5	62·7	63·0	63·5	64·0	64·4	65·1	65·7	65·7	65·8	65·5	64·7
20	—	61·6	61·8	62·2	62·9	63·3	64·0	64·2	64·2	64·2	63·8	63·0
15	—	—	60·4	60·7	61·5	62·0	62·4	62·5	62·4	62·4	62·1	61·2
10	—	—	—	59·5	60·1	60·8	61·0	61·1	60·8	60·8	60·4	59·7

Tabelle 6.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +. . . .) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	63·6	63·3	63·2	63·3	63·6	64·0	64·6	65·2	65·6	65·9
70	63·6	62·9	62·2	61·6	61·1	61·1	11·6	62·2	63·1	63·6	63·7	63·7
65	63·3	62·6	61·7	60·8	60·1	59·7	60·0	60·8	61·2	61·2	60·8	60·8
60	63·3	62·6	61·7	60·6	59·6	*58·9*	*58·9*	59·3	59·3	59·1	*58·9*	59·0
55	62·7	62·2	61·7	60·8	60·2	59·6	59·3	59·5	59·6	59·6	59·7	59·9
50	61·5	61·3	61·1	60·8	60·7	60·6	60·5	60·6	60·8	61·0	61·3	61·6
45	61·1	61·0	61·2	61·7	61·9	61·7	61·9	62·2	62·6	62·9	63·2	63·5
40	61·7	61·9	62·0	62·2	62·6	63·0	63·6	64·1	64·5	64·9	65·2	65·2
35	61·9	62·1	62·4	63·0	63·6	64·3	64·6	65·6	66·1	66·4	66·5	66·1
30	61·9	62·3	63·0	63·7	64·5	65·2	65·9	66·4	66·8	**67·0**	66·8	66·1
25	61·4	61·9	62·6	63·2	64·1	64·8	65·4	65·8	66·0	66·0	65·5	64·6
20	—	60·9	61·4	61·9	62·6	63·5	64·0	64·3	64·4	64·3	63·9	63·0
15	—	—	60·1	60·5	61·3	62·0	62·5	62·6	62·6	62·6	62·2	61·4
10	—	—	—	59·6	60·2	61·0	61·1	61·2	61·1	61·1	60·8	60·1

angrenzenden Ländern im Monate **März** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
61·3	60·4	59·5	58·6	57·6	56·6	55·6	54·8	54·4	54·1	54·2	54·5	54·9	75
58·0	57·1	56·2	55·0	53·8	53·2	53·1	53·8	54·5	55·1	55·4	55·7	56·2	70
53·9	54·4	54·0	53·7	53·6	54·1	55·3	56·8	57·9	58·4	58·8	59·2	59·4	65
53·3	54·2	54·9	55·3	55·8	57·0	58·2	58·7	59·1	59·8	60·6	61·5	62·4	60
56·5	57·3	57·8	57·9	58·3	58·5	59·0	59·4	60·1	60·9	62·0	62·9	63·9	55
60·0	60·3	60·4	60·4	60·8	60·9	61·0	61·0	61·0	61·5	62·4	63·2	64·2	50
62·5	62·2	61·7	61·8	61·7	60·8	60·2	60·5	61·0	61·4	61·8	62·2	62·8	45
63·8	63·0	62·2	61·9	61·2	60·0	59·2	60·2	60·5	61·2	61·6	61·7	62·5	40
64·2	63·4	62·5	62·2	61·7	61·5	61·3	60·8	60·6	60·9	60·7	60·7	62·6	35
64·2	63·3	62·7	62·4	62·3	62·1	61·9	61·5	61·3	61·3	61·1	61·0	61·7	30
63·3	62·4	61·7											25
61·7	60·7	60·0											20
60·1	59·1	58·6											15
58·7	57·9	57·3											10

angrenzenden Ländern im Monate **April** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
64·0	63·5	62·7	62·0	61·2	60·4	59·9	59·5	59·3	59·3	59·4	59·6	59·9	75°
61·1	60·8	60·2	59·6	59·1	58·6	58·6	58·9	59·5	59·6	59·1	59·4	60·5	70
57·6	58·1	58·2	58·2	58·4	58·6	59·4	60·3	61·0	61·3	61·7	61·9	62·1	65
56·1	57·0	57·8	58·4	59·1	59·8	60·4	60·7	61·0	61·4	61·9	62·6	63·0	60
57·7	58·2	59·0	59·5	59·7	59·8	60·1	60·5	60·9	61·3	62·1	62·9	63·6	55
60·0	60·2	60·1	60·2	60·4	60·3	60·2	60·3	60·3	60·7	61·6	62·3	63·0	50
62·4	61·9	61·3	61·2	61·0	59·8	59·4	59·5	59·8	60·2	60·9	61·1	61·6	45
64·1	63·0	61·8	61·1	60·4	59·6	59·1	59·2	59·5	60·1	60·4	60·6	61·0	40
65·0	63·6	62·2	61·6	61·0	60·5	60·1	59·6	59·4	59·6	59·4	59·5	60·5	35
64·6	63·4	62·3	61·7	60·9	60·5	60·1	59·9	59·9	60·1	60·0	59·7	60·1	30
63·7	62·5	61·6											25
61·9	60·9	60·0											20
60·2	59·3	58·5											15
58·8	57·8	57·3											10

angrenzenden Ländern im Monate **Mai** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
65·9	65·6	65·3	65·3	64·1	63·4	62·8	62·4	62·1	61·9	61·8	61·8	61·7	75
63·7	63·5	63·0	62·4	61·9	61·2	61·1	60·6	60·8	60·9	61·0	61·5	61·7	70
61·1	61·2	61·1	60·9	60·6	60·4	60·8	61·2	61·1	61·0	61·2	61·3	61·5	65
59·4	59·9	60·4	60·7	60·7	60·8	60·9	61·0	61·2	61·3	61·5	61·6	61·6	60
60·1	60·7	61·0	61·4	61·4	61·2	61·2	61·3	61·4	61·4	61·5	61·7	61·9	55
61·9	62·5	62·4	62·0	62·0	61·8	61·4	61·0	60·8	60·8	61·1	61·3	61·5	50
63·6	63·3	62·6	62·5	62·0	60·9	60·4	60·3	60·1	60·1	60·4	60·7	60·9	45
64·8	63·9	62·5	61·4	61·2	60·7	60·6	60·6	60·1	59·9	60·3	60·3	60·6	40
65·2	64·0	62·7	62·0	61·5	61·2	61·0	60·5	60·0	59·7	59·3	59·2	59·9	35
65·0	63·8	62·8	62·1	61·4	60·8	60·5	60·3	59·9	59·8	59·5	59·3	59·6	30
63·6	62·7	61·9											25
61·9	61·0	60·3											20
60·3	59·2	58·6											15
59·0	58·0	57·4											10

Tabelle 7.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 + ...) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	60·3	60·0	59·8	59·6	59·7	59·9	60·3	60·8	60·9	61·7
70	60·5	60·1	59·3	58·8	58·4	58·2	58·4	58·9	59·4	59·9	60·2	60·6
65	60·6	59·9	59·3	58·3	57·8	57·5	57·5	58·0	58·3	58·5	58·5	58·8
60	60·7	60·1	59·2	58·3	57·5	*57·0*	57·1	57·2	57·2	57·1	57·4	58·1
55	60·7	60·1	59·5	58·7	58·1	57·8	57·7	57·8	57·9	57·9	58·2	59·1
50	60·4	59·8	59·5	59·3	59·2	59·0	59·1	59·3	59·5	59·8	60·3	61·2
45	60·7	60·4	60·4	60·7	60·8	60·8	61·2	61·6	62·2	62·7	63·3	63·9
40	61·6	61·2	61·8	62·1	62·3	62·8	63·5	64·2	64·9	65·5	65·9	66·3
35	62·0	62·3	62·8	63·4	64·1	64·8	65·6	66·4	67·0	67·4	67·5	67·3
30	62·4	63·1	63·7	64·5	65·4	66·1	66·9	67·5	**67·9**	**67·9**	67·6	66·8
25	62·1	62·7	63·6	64·4	65·1	65·8	66·5	66·8	66·9	66·7	66·1	65·2
20	—	61·5	62·2	62·8	63·6	64·3	64·9	65·2	65·1	64·9	64·5	63·5
15	—	—	60·8	61·2	62·0	62·8	63·2	63·4	63·2	63·1	62·6	61·9
10	—	—	—	60·1	60·7	61·5	61·8	61·9	61·7	61·6	61·3	60·5

Tabelle 8.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 + ...) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	59·1	59·0	59·0	59·1	59·4	59·9	60·4	60·8	61·0	61·0
70	58·8	58·4	58·1	57·8	57·7	57·9	58·4	59·1	59·5	59·8	59·8	59·8
65	58·3	57·9	57·4	57·2	57·1	57·2	57·7	58·2	58·4	58·2	57·9	57·8
60	58·2	57·7	57·1	56·7	*56·5*	56·7	57·4	57·8	57·9	57·6	57·3	57·4
55	58·7	58·1	57·4	57·1	57·0	57·4	58·1	58·7	59·1	59·2	59·3	59·4
50	59·2	58·8	58·5	58·3	58·4	58·8	59·6	60·6	61·3	61·7	62·2	62·4
45	60·6	60·3	60·3	60·5	60·9	61·4	62·2	63·3	64·1	64·9	65·4	65·6
40	61·8	61·7	62·0	62·6	63·2	64·0	64·8	65·9	66·7	67·4	67·7	67·7
35	62·5	62·8	63·5	64·3	65·1	66·0	67·0	67·7	68·5	**68·7**	68·5	68·1
30	63·0	63·8	64·6	65·4	66·3	67·1	67·8	68·2	68·3	68·2	67·6	66·6
25	62·0	63·5	64·2	64·9	65·4	66·0	66·6	66·7	66·6	66·2	65·3	64·5
20	—	61·2	62·6	63·2	63·7	64·4	64·7	64·8	64·6	64·2	63·5	62·6
15	—	—	61·0	61·4	61·9	62·6	63·0	63·0	62·9	62·3	61·9	61·2
10	—	—	—	59·9	60·6	61·2	61·5	61·5	61·3	61·0	60·9	59·9

Tabelle 9.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 + ...) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	59·2	58·9	59·0	59·2	59·7	60·2	60·8	61·2	61·5	61·4
70	58·8	58·3	57·8	57·4	57·5	58·0	58·5	59·3	60·0	60·2	60·1	59·9
65	58·6	57·9	57·2	56·8	56·9	57·4	57·7	58·8	59·0	58·4	57·8	57·4
60	58·9	58·2	57·5	56·9	56·5	56·9	57·6	58·1	58·1	57·6	56·9	56·4
55	59·7	59·2	58·3	57·8	57·6	57·8	58·4	58·9	59·0	58·7	58·4	58·4
50	60·7	60·2	59·8	59·4	59·4	59·5	60·1	60·6	60·9	61·0	61·1	61·3
45	61·7	61·4	61·3	61·4	61·5	61·7	62·4	62·9	63·4	63·7	64·0	64·3
40	62·4	62·3	62·2	62·6	63·2	63·6	64·5	65·2	65·8	66·2	66·5	66·7
35	62·4	62·5	62·6	63·6	64·4	65·2	66·0	66·7	67·3	**67·5**	**67·5**	67·0
30	62·3	63·0	63·7	64·3	65·1	65·9	66·5	66·9	67·0	66·9	66·4	65·6
25	61·8	62·4	63·1	63·6	64·2	64·8	65·2	65·3	65·2	64·8	64·3	63·5
20	—	61·3	61·6	62·1	62·7	63·3	63·7	63·6	63·3	63·0	62·4	61·5
15	—	—	60·2	60·5	61·1	61·8	62·2	62·1	61·6	61·3	60·7	59·9
10	—	—	—	58·4	59·9	60·6	60·9	60·7	60·3	60·0	59·6	59·1

angrenzenden Ländern im Monate **Juni** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
62·0	62·2	62·3	62·3	62·2	61·9	61·7	61·5	61·1	60·9	60·9	60·7	60·7	75°
60·9	61·1	61·2	61·3	61·3	61·1	61·0	60·9	60·7	60·5	60·6	60·5	60·6	70
59·4	60·1	60·6	61·1	61·3	61·2	61·0	60·6	60·3	60·0	60·0	60·1	59·7	65
58·9	59·9	60·9	61·5	61·4	60·9	60·3	60·1	60·0	59·6	59·3	59·1	58·8	60
60·0	61·1	61·9	62·3	62·2	61·8	61·4	60·9	60·5	59·8	59·2	58·7	58·4	55
62·0	62·7	63·2	63·1	62·9	62·3	61·7	61·1	60·4	59·6	59·1	59·0	58·6	50
64·3	64·2	63·7	63·4	62·9	61·5	60·7	60·5	60·2	59·7	59·6	59·4	59·2	45
65·9	65·0	63·4	62·0	61·9	61·5	61·2	61·0	60·3	59·8	59·4	59·3	59·4	40
66·4	65·1	63·7	62·5	61·8	61·4	61·4	60·9	60·1	59·2	58·4	58·1	58·5	35
65·8	64·5	63·3	62·2	61·1	60·6	60·4	60·3	60·0	59·6	59·1	58·5	58·4	30
64·2	63·0	61·9											25
62·0	61·4	60·4											20
60·9	59·8	58·9											15
59·6	58·5	57·9											10

angrenzenden Ländern im Monate **Juli** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
61·0	60·7	60·4	60·1	59·7	59·4	59·1	58·8	58·7	58·7	58·6	58·8	59·1	75
59·6	59·4	59·2	59·0	58·7	58·4	58·2	58·1	58·1	58·0	58·2	58·3	58·4	70
57·9	58·1	58·2	58·3	58·3	58·3	58·3	58·0	57·6	57·5	57·7	58·0	58·2	65
57·6	58·2	58·6	58·9	58·8	58·6	58·1	58·0	58·1	58·1	58·2	58·3	58·2	60
59·7	60·0	60·4	60·5	60·4	60·2	60·0	59·8	59·6	59·3	58·9	58·6	58·3	55
62·6	62·7	62·8	62·6	62·4	62·3	61·9	61·3	60·6	60·0	59·4	58·9	58·5	50
65·4	64·9	64·1	63·8	63·3	62·1	61·2	60·8	60·3	59·9	59·3	58·6	58·3	45
67·0	65·6	63·8	62·2	61·9	61·8	61·3	60·8	59·8	59·2	58·4	57·8	57·9	40
66·8	65·2	63·3	62·1	61·6	61·2	61·0	60·5	59·2	57·7	56·2	55·5	56·0	35
65·2	64·0	62·6	61·3	60·4	59·8	59·7	59·6	58·9	58·0	56·8	55·8	55·8	30
63·3	62·2	61·1											25
61·6	60·6	59·8											20
60·3	59·9	58·7											15
59·3	58·4	57·8											10

angrenzenden Ländern im Monate **August** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
61·2	60·8	60·4	59·9	59·4	59·1	58·8	58·7	58·6	58·7	59·1	59·4	59·7	75
59·6	59·1	58·5	57·8	52·1	56·6	56·5	56·8	57·2	57·6	58·0	58·4	58·8	70
57·4	57·4	57·1	56·8	56·5	56·4	56·8	57·1	57·3	57·4	57·8	58·2	58·4	65
56·3	56·6	56·9	57·3	57·5	57·7	57·4	57·5	57·8	58·1	58·4	58·6	58·6	60
58·4	58·7	59·1	59·3	59·4	59·5	59·6	59·7	59·8	59·9	59·7	59·5	59·3	55
61·4	61·5	61·7	61·9	62·0	62·1	62·0	61·8	61·5	61·2	60·8	60·4	60·0	50
64·5	64·2	63·6	63·5	63·0	62·2	61·5	61·2	60·9	60·8	60·5	69·7	59·4	45
66·3	65·3	63·6	63·9	62·1	62·0	61·5	61·1	60·1	59·8	59·1	58·4	58·4	40
66·0	64·8	63·1	62·0	61·5	61·3	61·3	60·7	59·3	58·2	56·8	56·2	57·0	35
64·5	63·0	61·9	61·1	60·5	60·3	60·4	60·2	59·4	57·1	57·3	56·4	56·7	30
62·5	61·5	60·5											25
60·6	60·0	59·1											20
59·2	58·7	58·1											15
58·7	58·0	57·4											10

Tabelle 10.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +....) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	57·8	57·0	57·0	57·2	57·8	58·4	59·2	59·7	59·8	59·5
70	57·6	56·6	55·6	54·8	54·4	54·9	55·7	56·3	57·4	57·5	57·4	57·2
65	57·8	56·8	55·4	54·3	53·6	53·6	54·2	54·9	54·9	54·4	53·9	54·0
60	58·9	58·0	56·8	55·5	54·3	53·7	53·6	53·8	53·7	*53·3*	53·4	53·9
55	60·3	59·9	58·9	57·8	56·8	56·1	56·0	56·1	56·1	56·0	56·3	56·8
50	61·6	61·5	61·2	60·6	59·9	59·5	59·7	59·8	59·8	59·7	59·9	60·3
45	63·2	63·3	63·2	63·2	62·9	62·5	62·6	62·7	62·8	62·9	63·2	63·5
40	64·2	64·3	64·0	63·8	63·8	63·8	64·0	64·6	64·8	65·1	65·4	65·6
35	63·7	63·6	63·7	63·7	64·0	64·4	64·9	65·4	66·0	**66·3**	**66·3**	66·0
30	62·2	62·3	62·7	63·2	63·7	64·4	65·0	65·5	65·8	66·0	65·8	65·4
25	60·8	61·1	61·6	62·1	62·7	63·5	64·1	64·5	64·7	64·6	64·4	63·8
20	—	60·0	60·4	60·9	61·5	62·4	62·9	63·2	63·1	63·0	62·6	62·1
15	—	—	59·2	59·6	60·4	61·2	61·7	61·7	61·6	61·4	61·0	60·5
10	—	—	—	58·7	59·4	60·2	60·5	60·5	60·3	60·0	59·7	59·3

Tabelle 11.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +....) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	58·1	58·2	58·3	58·6	59·3	60·1	60·9	61·4	61·4	61·1
70	58·1	56·9	55·9	55·3	55·3	56·0	57·1	58·4	59·2	59·2	59·0	58·6
65	58·5	57·3	55·9	54·7	*54·0*	54·5	55·6	56·4	56·4	55·8	54·8	54·7
60	59·9	59·0	57·8	56·4	55·1	54·5	54·6	55·1	55·0	54·5	54·3	54·5
55	61·4	61·0	60·0	58·8	57·6	56·9	56·6	56·6	56·7	56·8	56·9	57·1
50	62·4	62·4	61·8	60·5	60·0	59·8	59·3	59·0	58·9	59·2	59·5	59·9
45	63·3	63·5	63·2	62·6	62·0	61·5	61·3	61·5	61·5	61·8	62·0	62·5
40	64·5	64·3	63·5	62·9	62·5	62·6	63·0	63·3	63·6	63·7	63·9	64·0
35	64·2	63·5	62·8	62·5	62·6	63·1	63·8	64·3	64·4	64·5	**64·6**	64·4
30	62·4	61·9	61·8	62·1	62·5	63·1	63·9	64·5	**64·6**	64·5	64·5	64·1
25	60·6	60·5	60·8	61·1	61·7	62·4	63·1	63·5	63·6	63·6	63·4	63·1
20	—	59·3	59·6	60·0	60·6	61·3	62·0	62·3	62·3	62·2	62·1	61·7
15	—	—	58·5	58·8	59·5	60·3	60·8	61·0	60·9	60·8	60·6	60·3
10	—	—	—	58·0	58·6	59·6	59·9	59·8	59·6	59·4	59·3	59·1

Tabelle 12.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +....) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	57·4	56·5	56·8	56·9	57·4	58·0	58·6	58·8	58·6	58·2
70	58·0	56·6	55·1	54·0	53·4	53·8	54·7	55·8	56·5	56·2	55·7	55·1
65	58·6	57·0	55·1	53·3	51·9	51·8	52·6	53·4	53·2	51·9	50·9	*50·6*
60	60·2	59·0	57·7	55·5	53·6	52·2	51·9	52·1	51·6	50·9	*50·6*	50·9
55	61·5	60·8	59·7	58·3	56·8	55·4	54·7	54·5	54·3	54·0	54·1	54·7
50	61·7	61·4	60·8	60·1	59·1	58·3	58·0	58·0	58·0	57·9	58·2	58·8
45	62·8	62·8	62·5	61·7	61·1	60·8	60·8	61·2	61·5	61·9	62·2	62·6
40	64·8	64·3	63·3	62·5	62·3	62·7	63·2	63·4	64·3	64·7	64·9	65·0
35	65·4	64·7	63·8	63·3	63·5	63·9	64·5	65·1	65·3	65·7	**65·8**	65·5
30	64·4	63·7	63·5	63·6	63·8	64·2	64·6	64·9	65·2	65·3	65·3	64·9
25	62·6	62·1	62·3	62·5	62·8	63·2	63·6	63·8	64·0	64·0	63·9	63·6
20	—	60·4	60·4	60·7	60·8	61·8	62·2	62·3	62·3	62·4	62·3	62·0
15	—	—	58·8	58·9	59·6	60·3	60·7	60·7	60·6	60·6	60·6	60·5
10	—	—	—	57·8	58·4	59·2	59·4	59·4	59·2	59·2	59·1	59·0

angrenzenden Ländern im Monate **September** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
59·2	58·7	58·2	57·7	57·1	56·6	56·3	56·0	56·0	55·9	55·8	55·8	55·9	75°
57·0	56·9	56·7	56·4	56·1	56·0	56·1	56·7	56·9	57·1	57·2	57·2	57·2	70
54·7	55·4	55·9	56·2	56·7	57·3	58·1	58·5	58·6	58·7	58·8	58·8	58·8	65
54·9	56·0	57·3	58·1	58·7	59·5	59·9	59·9	60·1	60·3	60·6	60·7	60·5	60
57·7	58·7	59·8	60·6	60·9	61·1	61·5	61·9	62·2	62·4	62·4	62·4	62·2	55
61·0	61·6	61·9	62·5	62·9	63·1	63·3	63·4	63·4	63·5	63·6	63·6	63·3	50
63·7	63·5	63·3	63·5	63·5	62·9	62·3	62·5	62·9	63·1	63·0	62·6	62·5	45
65·2	64·5	63·5	62·7	62·4	61·9	61·9	62·0	61·8	61·7	61·5	61·3	61·3	40
65·4	64·4	63·3	62·4	62·2	61·6	61·7	61·5	61·0	60·2	59·6	59·1	59·9	35
64·6	63·7	62·7	61·9	61·2	60·9	60·9	60·9	60·7	60·2	59·6	58·9	59·2	30
63·1	62·3	61·6											25
61·4	60·8	60·1											20
59·9	59·3	58·8											15
58·9	58·3	57·9											10

angrenzenden Ländern im Monate **Oktober** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40 E°	Länge / Breite
60·7	60·1	59·4	58·6	57·8	57·0	56·2	55·6	55·2	54·9	54·8	54·9	55·2	75°
58·1	57·6	56·7	55·8	54·9	54·3	54·1	54·6	55·2	55·7	55·8	55·9	56·1	70
55·1	55·1	54·9	54·6	54·6	54·9	55·9	57·0	57·5	57·6	58·0	58·3	58·7	65
55·1	55·5	56·0	56·2	56·4	57·3	58·2	58·4	58·7	59·4	60·4	60·9	61·4	60
57·6	58·2	58·7	58·9	58·7	58·8	59·5	59·9	60·7	61·9	62·3	63·2	63·8	55
60·4	60·8	60·8	60·9	61·2	61·6	62·1	62·4	62·7	63·3	64·2	64·8	65·5	50
62·7	62·4	62·1	62·1	62·4	61·8	61·5	61·9	62·6	63·3	63·7	64·0	64·4	45
63·8	63·4	63·0	62·9	62·1	61·3	61·2	61·6	62·1	62·7	63·0	63·1	63·3	40
64·0	63·5	62·9	62·5	62·0	61·8	61·7	61·6	61·8	61·9	61·7	61·4	62·1	35
63·5	68·0	62·7	62·3	62·0	61·6	61·6	61·6	61·7	61·7	61·3	60·8	61·2	30
62·5	62·0	61·6											25
61·2	60·6	60·1											20
59·9	59·2	58·8											15
58·7	58·2	57·8											10

angrenzenden Ländern im Monate **November** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
57·6	57·0	56·3	55·6	54·8	54·0	53·3	52·4	52·0	52·1	52·4	52·5	52·7	75°
54·5	53·8	53·2	52·8	51·7	51·6	51·6	52·5	53·2	53·0	53·7	53·9	53·5	70
51·2	51·7	52·1	52·5	53·3	54·2	55·4	56·5	57·0	57·1	57·4	57·4	57·4	65
51·9	53·1	54·3	55·4	56·4	58·2	59·4	59·6	59·5	59·0	60·5	61·1	61·3	60
55·6	56·7	57·7	58·8	59·5	60·4	61·3	61·9	62·4	63·1	63·7	64·2	64·5	55
59·6	60·3	60·8	62·2	62·2	63·0	63·8	64·5	64·8	65·3	65·8	66·2	66·7	50
62·9	62·9	62·8	63·0	63·5	63·4	63·4	63·6	65·1	65·8	65·7	65·5	66·0	45
64·8	64·1	63·9	64·1	63·3	62·9	61·9	62·5	63·2	64·4	64·2	64·0	64·6	40
64·9	64·4	64·0	63·6	63·3	63·1	62·9	62·7	62·7	62·7	62·6	62·7	63·9	35
64·4	63·9	63·4	63·3	63·4	63·4	63·3	63·1	62·9	63·0	62·8	62·8	63·7	30
63·1	62·6	62·2											25
61·5	60·9	60·6											20
60·0	59·1	58·9											15
58·6	58·1	57·7											10

Tabelle 13.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean und den

(700 +....) *mm*

Breite \ Länge	80°W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
75°	—	—	59·6	59·2	59·1	59·2	59·7	60·2	60·7	61·1	61·0	60·8
70	59·8	58·8	57·7	56·9	56·4	56·7	57·3	58·3	58·7	58·7	58·5	58·1
65	60·0	58·8	57·6	56·3	55·2	54·9	55·4	56·1	56·0	55·3	54·5	54·5
60	61·0	60·0	58·7	57·2	55·8	54·7	54·4	54·5	54·3	53·9	*53·7*	54·0
55	61·9	61·2	60·1	58·8	57·6	56·5	56·1	56·0	56·0	56·0	56·2	56 7
50	62·0	61·5	60·9	60·0	59·1	58·5	58·3	58·3	58·5	58·8	59·3	59·9
45	62·4	62·3	61·9	61·4	60·9	60·5	60·6	60·9	61·3	61·8	62·5	63·0
40	63·5	63·2	62·5	62·1	62·0	62·3	62·7	63·3	63·9	64·5	65·0	65·4
35	63·8	63·5	63·2	63·1	63·4	63·9	64·5	65·1	65·7	66·0	**66·3**	66·1
30	63·5	63·5	62·7	64·0	64·4	64·9	65·4	65·9	66·1	**66·3**	66·1	65·8
25	62·5	63·7	63·4	63·5	64·0	64·5	64·9	65·2	65·2	65·2	64·7	64·3
20	—	61·4	61·7	62·1	62·6	63·2	63·6	63·7	63·7	63·6	63·3	62·6
15	—	—	60·3	60·5	61·1	61·7	62·1	62·1	62·0	61·9	61·6	60·9
10	—	—	—	59·3	59·9	60·5	60·7	60·7	60·5	60·3	60·1	59·7

pro Grad 0·74 *mm*; der stärkste Gradient herrscht zwischen dem 45. und 55. Breitenkreis, wo er 0·96 *mm* beträgt. Auch gegen Nordwest-Europa zu ist der Druckgradient (immer senkrecht auf die Richtung der Isobaren) derselben Größenordnung; zwischen den Faröer-Inseln und Westdeutschland beträgt der Druckunterschied 12 *mm*, was einem Gradienten von 0·85 *mm* entspricht.

Jänner. Die Hauptmerkmale der Luftdruckverteilung sind im Monate Jänner dieselben, wie im Dezember. Der Luftdruck ist über dem atlantischen Ozean in den höheren und niederen Breiten etwas gestiegen, in den mittleren etwas gefallen. Die Druckunterschiede gegen den Vormonat sind aber nur gering und erreichen in 65 bis 70° nördl. Br. kaum einen Millimeter. Die isländische Depression, deren Hauptminimum wieder südwestlich von Island liegt, hat an Ausdehnung nur wenig eingebüßt; in der sich nach Nordosten erstreckenden Mulde niedrigen Druckes ist sogar im Vergleich zum Vormonat eine Verstärkung und weitere Ausbildung gegen das europäische Eismeer hin zu konstatieren. Es kommt schon zur Ausbildung einer eigenen Teildepression, westlich des nördlichen Skandinaviens; das isländische Aktionszentrum zerfällt so bereits in drei Teile: dem Minimum in der Dävisstraße, dem Hauptminimum südwestlich von Island und einem Minimum im europäischen Nordmeere.

Auch in diesem Monat erstreckt sich das Tiefdruckgebiet längs der nordamerikanischen Küste viel weiter gegen Süden als an der europäischen Küste; dadurch wird die Einschnürung des subtropischen Hochdruckgürtels in den westlichen Gebieten des atlantischen Ozeans noch verstärkt. Das Azorenmaximum weist sowohl betreffs seiner Höhe, als auch betreffs seiner Lage ebenfalls nur unbedeutende Änderungen auf; gegen den europäischen und nordafrikanischen Kontinent hat es an Ausdehnung gewonnen, was mit der wesentlichen Verstärkung des über dem europäischen Festland sich hinziehenden Rücken hohen Druckes zusammenhängt. Über der iberischen Halbinsel finden wir die Ausbildung eines sekundären Hochdruckgebietes.

Der Luftdruck ist über ganz Mitteleuropa gestiegen, am stärksten in den mittleren Teilen des Kontinents (1·5 bis 2·5 *mm*), etwas weniger über dem Mittelmeer und der Adria (etwa 1 bis 0·5 *mm*). Die einzelnen Maxima des Dezembers über den Alpen, über Siebenbürgen und der Walachei haben sich zu einem einzigen Maximum, das im Osten mit der Antizyklone über Asien in Verbindung steht, vereinigt. Hann hat gezeigt, daß diese Maximalgebiete über den Ostalpen und in Ostungarn nicht eine Folge der Reduktion der Barometerstände auf das Meeresniveau sind, sondern auch in der Druckverteilung im Niveau von 500 *m* in fast genau demselben Umfang und in derselben Form bestehen.

Die Minima über dem Mittelmeere haben an Tiefe nur wenig eingebüßt und ihre Lage auch nicht geändert; über dem Schwarzen Meere zeigt sich immer deutlicher die Ausbildung einer Teildepression mit kräftigeren Gradienten gegen den Kontinent, wo der Luftdruck wesentlich stärker gestiegen ist als über der Wasserfläche.

angrenzenden Ländern im **Jahresmittel** (25-jähriges Mittel [1881 bis 1905]).

Schwerekorrektion angebracht.

20	15	10	5	0°	5	10	15	20	25	30	35	40° E	Länge / Breite
60·4	59·9	59·3	58·7	58·0	57·3	56·8	56·4	56·2	56·1	56·2	56·4	56·7	75°
57·8	57·4	56·7	56·3	55·7	55·6	55·4	55·8	56·3	56·7	56·8	57·0	57·3	70
55·0	55·4	55·5	55·6	55·9	56·3	57·1	58·0	58·4	58·5	58·7	59·1	59·3	65
54·8	55·7	56·6	57·2	57·8	58·6	58·4	58·5	59·5	59·8	60·3	60·8	61·1	60
57·4	58·3	59·1	59·7	60·0	60·2	60·5	60·8	61·1	61·5	61·9	62·2	62·5	55
60·6	61·2	61·5	61·8	62·2	62·4	62·5	62·5	62·4	62·5	62·8	63·1	63·4	50
63·4	63·3	63·1	63·1	63·2	62·4	61·8	61·9	62·3	62·6	62·5	62·3	62·6	45
65·1	64·5	63·6	63·1	62·5	61·6	61·2	61·3	61·3	61·7	61·6	61·6	62·0	40
65·5	64·7	63·7	63·1	62·6	62·2	62·0	61·4	60·9	60·6	60·2	60·1	61·2	35
64·9	64·1	63·3	62·8	62·4	62·0	61·8	61·6	61·3	60·9	60·8	60·3	60·8	30
63·5	62·8	62·1											25
61·8	61·1	60·5											20
60·2	59·5	59·0											15
58·9	58·3	57·8											10

Die Isobaren verlaufen über Nordeuropa und dem nördlichen Mitteleuropa im Jänner mehr in der Richtung von SW nach NE, während sie im Dezember, wenigstens über Norddeutschland, mehr west-östliche Richtung hatten. Das Druckgefälle hat sich nicht viel verstärkt; zwischen Norddeutschland und dem 65.° nördl. Br. erhält man senkrecht auf die Isobarenrichtung einen Gradienten von 0·91 *mm*. Zwischen dem isländischen Minimum und dem Azoren-Maximum ist der Gradient etwas schwächer geworden (etwa 0·7 *mm* pro Grad) nordwestlich von Island und Schottland jedoch wesentlich stärker indem hier pro Grad 1·04 *mm* zu finden ist.

Gegen die niederen Breiten, gegen den äquatorialen Gürtel niedrigen Druckes ist der Luftdruckabfall im Jänner geringer, indem der mittlere Luftdruck in 10° nördl. Br. meistens 760 *mm* übersteigt, in 30° Breite aber die Druckänderung gegen den Dezember nahezu Null ist.

Februar. Die Luftdruckverteilung über dem atlantischen Ozean zeigt im Monate Februar gegen jene der Vormonate eine geringe Abnahme der Zirkulation; in den äquatorialen Gegenden bis inklusive 20° nördl. Br. ist der Luftdruck gestiegen; der äquatoriale Gürtel niedrigen Druckes hat sich demnach verflacht. In den subtropischen Breiten und etwas nördlich davon, von 25° bis 50° nördl. Br. ist der Luftdruck gefallen; in den noch höheren Breiten ist aber eine Zunahme des Luftdruckes zu verzeichnen. Das Azorenmaximum, wie auch das isländische Minimum haben demnach an Intensität eingebüßt, die Druckgradienten sind geringer geworden. Die Druckänderungen sind im Gebiete des atlantischen Ozeans so gleichförmig, daß man längs der Breitenkreise Mittelwerte bilden kann; man findet folgende Zahlenwerte:

Druckänderungen längs des atlantischen Ozeans (10° bis 65° westl. Länge v. Gr.) von Jänner auf Februar.

Breite:	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°
Millimeter:	+0·2	+0·1	0·0	−0·1	−0·5	−1·2	−1·8*	−1·7	−0·7	+0·5	+1·9	+2·8	**+3·0**	+2·8

Diese Druckänderungen entsprechen ganz jenen Verhältnissen, die eintreten müssen, wenn eine Abschwächung der gesamten atmosphärischen Zirkulation stattfinden würde; Hand in Hand mit einer Verflachung der Zone niedrigen Druckes am Äquator muß eine Intensitätsabnahme des Azorenmaximums, eine Verflachung der nördlichen Depression eintreten, da alle drei Druckgebilde kausal zusammenhängen.

Auch über dem europäischen Festland sind die Druckänderungen ähnlich; im Norden bis inklusivs 60° Breite ist der Luftdruck gestiegen, besonders im Nordwesten, über Mitteleuropa allgemein gesunken, in mittleren Gebieten am stärksten (um 1 bis 1·3 *mm*). Im Mittelmeere ist die Druckänderung gering; die Depressionen sind hier demnach fast unverändert geblieben; der Rücken hohen Druckes über dem Festlande ist aber bedeutend eingeschrumpft und die kleinen Barometermaxima sind zum Teil verschwunden. Die Isobaren verlaufen über Norddeutschland wieder mehr in west-östlicher Richtung. Die vom isländi-

schen Hauptminimum aus nordostwärts gegen das Eismeer vordringende Tiefdruckrinne besteht noch immer und zeigt im hohen Norden eine weitere Ausbildung zu einer sekundären Depression.

Der große Temperaturunterschied zwischen den äquatorialen und polaren Teilen der Erdoberfläche erzeugt in den Wintermonaten die starke atmosphärische Zirkulation, die wohl in den Monaten Dezember und Jänner ihr Maximum erreicht; sie ist in der Druckverteilung besonders charakterisiert durch die intensive Ausbildung der isländischen Depression mit der rinnenähnlichen Fortsetzung des niedrigen Druckes gegen das europäische Nordmeer und durch den verhältnismäßig schmalen Rücken hohen Druckes im subtropischen Teile des Ozeans, der gegen Osten zu sich zum Azorenmaximum erweitert. Die geringe Abnahme im Monate Februar ist wohl bedingt durch die Abnahme des Temperaturunterschiedes zwischen niederen und höheren Breiten, da im Februar in den niederen Breiten das Minimum der Temperatur meistens eintritt.

Die mittlere Druckverteilung längs des atlantischen Ozeans (10° bis 60° westl. L. v. Gr.) in den drei Wintermonaten ist in folgender Zahlenreihe kurz enthalten:

Breite:	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°
Winter, Luftdruck 700 + ..	59·8	61·4	63·2	64·7	**65·5**	64·8	63·3	60·7	57·6	54·2	51·0*	51·1	54·2	57·8

Der mittlere Druckgradient zwischen dem 10. und 30. Breitenkreis beträgt demnach in den Wintermonaten 0·29 *mm*, zwischen dem 30. und 60. Breitenkreis 0·48 *mm*. Der Druckgradient der Passatströmung ist demnach nahezu zweimal kleiner als jener der West-Ostströmung des nördlichen Polarwirbels in mittleren Breiten, im Meeresniveau.

März. Im Monate März beginnt im jährlichen Gange der Temperatur die neuerliche Erwärmung aller Schichten der Atmosphäre. Die Wärmemenge, die dem Erdboden durch die Sonnenstrahlung zukommt nimmt durch Zunahme des Einfallswinkels und durch die rasch zunehmende Tagesdauer ebenfalls rasch zu. Die Erwärmung der niederen Breiten ist bedeutend größer als die der höheren; ebenso werden die unteren Luftschichten über dem festen Erdboden stärker erwärmt als die über dem Ozean. In den niederen Breiten, sowie über den Kontinenten werden die Luftmassen sich ausdehnen und in der Höhe gegen den Ozean und die höheren Breiten hin abschließen. In den niederen Breiten, wie über dem Festland wird demnach im Frühjahr eine Abnahme des Luftdrucks eintreten, während die nördlicheren Teile des Ozeans durch Zufluß von zwei Seiten eine starke Zunahme des Luftdrucks erwarten lassen. Die tatsächlichen Druckänderungen von Februar auf März lassen die Richtigkeit dieser Schlußweise erkennen. Folgende kleine Tabelle gibt im Auszuge den Unterschied der Druckverteilung im März gegen jene im Februar wieder.

Druckänderungen in Millimeter von Februar auf März; Nordatlantischer Ozean und Europa.

φ	λ	80°	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40°
75°		—	+1·6	+2·1	+1·8	+2·0	+2·2	+1·9	+1·8	+1·8	+1·4	+1·2	+1·1	+1·1
65		+2·0	+1·8	+2·1	+2·3	+2·7	+2·4	+1·3	+0·3	−0·7	−1·1	−0·9	0·0	+0·3
55		+0·4	−0·1	+1·3	+2·1	+2·6	+1·9	+0·6	−0·8	−2·3	−2·4	−1·9	−1·4	−0·6
45		−0·8	−1·1	+0·1	+1·2	+2·3	+2·3	+0·3	−1·5	−2·7	−3·1	−3·7	−2·7	−2·1
35		−1·9	−1·5	−1·0	−0·3	+0·1	+0·3	−1·2	−2·4	−2·7	−2·3	−1·7	−1·5	−1·1
25		−1·0	−1·2	−1·3	−1·1	−0·7	−0·4	−0·8	−1·8					
15		—	−0·6	−0·7	−0·5	−0·2	−0·2	−0·4	−1·0					
10		—	—	−0·5	−0·3	−0·1	−0·3	−0·3	−1·0					

In der subtropischen Zone bis rund 35° nördl. Br. ist der Luftdruck gefallen; das Gebiet der Druckabnahme hängt nordwestlich mit einem stärkeren über den südlichen Teilen Nordamerikas zusammen, nordöstlich mit den noch stärkeren, über dem Festlande von Europa. Die Grenze zwischen den Fall-

gebieten über den Kontinenten und dem ausgebreiteten Steiggebiet über dem nördlichen atlantischen Ozean, also die Nullinie, wo der Luftdruck keine Änderung erfahren hat, verläuft nahezu parallel mit den Küsten.

Durch den Druckfall südlich des 35. Breitenkreises ist das Druckgefälle gegen den äquatorialen Gürtel niedrigen Druckes etwas schwächer geworden, ebenso hat auch der subtropische Rücken hohen Druckes im allgemeinen an Höhe etwas eingebüßt. Gegen Norden zu hat aber das Azorenmaximum an Ausdehnung gewonnen und beginnt bereits die isländische Depression etwas nordwärts zu verdrängen.

Die letzte geschlossene Isobare der Depression hat nunmehr einen Luftdruck von 753 *mm*. Seit Dezember ist in diesen Gebieten eine Druckzunahme von rund 5 *mm* erfolgt. Noch sehr kräftig entwickelt ist die Rinne niedrigen Druckes westlich Skandinaviens, die jetzt durch die allmähliche Verflachung des isländischen Minimums fast zur Hauptdepression wird. Von Norden drängt sich über den grönländischen Kontinent höherer Druck gegen Süden vor; der hohe Druck greift aber nur allmählich auch westlich davon, auf den Ozean über.

In Europa ist die Intensitätsabnahme des Rückens hohen Druckes über dem Kontinent besonders charakteristisch und das fast gänzliche Verschwinden der kleinen, mitteleuropäischen Teil-Maxima. Die Depressionen des Mittelmeeres sind tiefer geworden. Der Luftdruck ist über dem westlichen Mittelmeerbecken und über der Adria unter 760 *mm* gesunken. Durch den starken Druckfall am Kontinent haben sich aber die im Winter starken Druckgradienten in den Küstenländern nicht verstärkt, sondern erheblich abgeschwächt. Osteuropa steht noch unter dem Einflusse der südosteuropäischen-asiatischen Antizyklone die im Frühjahr allmählich an Höhe abnimmt.

Der mittlere Druckgradient über dem nordatlantischen Ozean in nord-südlicher Richtung beträgt im März 0·33 *mm* gegen 0·42 im Vormonat und 0·51 im Monate Jänner.

April. Über den ganzen atlantischen Ozean ist der Luftdruck gestiegen, am stärksten in den höheren Breiten, von 60° nördl. Breite angefangen, besonders in der Nordmeerregion, das ist im Gebiete zwischen Grönland und Skandinavien. Das Azorenmaximum hat an Ausdehnung wesentlich zugenommen; namentlich gegen Norden hin schieben sich die Isobaren immer weiter vor. Auch die Einbuchtung der Isobaren längs der Küste des nordamerikanischen Kontinents gegen Süden läßt nach. Das isländische Minimum schrumpft immer mehr zusammen, da sich auch von Norden her über Grönland und westlich davon hoher Druck gegen Süden vorschiebt. Die letzte geschlossene Isobare hat nunmehr einen Druck von 756 *mm*. Der rasche Anstieg des Luftdruckes in der Nordmeerregion verursachte das völlige Verschwinden des in den Wintermonaten hier lagernden sekundären Minimums, das noch im Monate März kräftig ausgebildet war. Das Zurückgehen der Einbuchtung der Isobaren gegen Süden an der Ostküste Nordamerikas geht Hand in Hand mit dem Verschwinden des Vorstosses niedrigen Druckes im Norden gegen das europäische Eismeer. Beide Erscheinungen sind, wie es scheint, die Wirkung des in den Wintermonaten besonders kräftigen Golfstromes.

Über Europa sind die Druckänderungen nicht so gleichförmig. Südlich des 55. Breitenkreises finden wir meistens eine Luftdruckabnahme, besonders im östlichen Mittelmeere, über dem Balkan und Schwarzen Meere. Nördlich des 55. Breitenkreises ist der Luftdruck gestiegen, an der Nordseeküste um ungefähr 1 bis 1·5 *mm*, über Nordskandinavien und Finnland bis zu 5 *mm*. Vom atlantischen Ozean drängt hoher Druck als Ausläufer des Azorenmaximums über Frankreich vor und hängt durch einen Rücken höheren Druckes, der nördlicher liegt als jener im Winter, mit dem ausgebreiteten Hochdruckgebiet im Osten zusammen. Er dehnt sich nunmehr auch über Nord- und Nordosteuropa aus.

Die Depressionen im Süden umfassen nun ganz Südeuropa, dehnen sich auch über die Balkanhalbinsel, Kleinasien und Syrien aus. Die sekundäre Depression des Schwarzen Meeres hat sich aufgelöst.

Der Druckgradient über dem atlantischen Ozean in nordsüdlicher Richtung ist auf 0·28 *mm* zurückgegangen; jener gegen Nordwest-Europa ist im Vergleich zu jenem in den Wintermonaten ganz minimal; zwischen den Farörinseln und Westdeutschland beträgt der Druckunterschied nur mehr 2·5 *mm*, gegen 12 *mm* im Monate Dezember.

Mai. Die Druckverteilung über dem atlantischen Ozean zeigt in diesem Monat eine weitere Abschwächung der Druckgradienten und der Zirkulation. Der Einfluß der nordatlantischen Depression ist auf ein Minimum gesunken. Nur ein kleines Tiefdruckgebiet zeigt sich südwestlich von Island, das nicht einmal den niedrigsten Druck in seinem Zentrum aufweist; vielmehr dürfte dieser in einem sekundären Minimum am Eingang in die Baffin-Bai, südwestlich Grönlands zu finden sein.

Das atlantische Hochdruckgebiet in den Subtropen hat sich dagegen weiter ausgebildet und erreicht im zentralen Teil bereits einen Druck von 767 *mm*. Aus dem Rücken hohen Druckes über den subtropischen Gebieten des nordatlantischen Ozeans, das im Winter nur in den östlichen Teilen sich zu einem kleineren Maximum erweiterte, hat sich nun eine weitausgedehnte Antizyklone entwickelt, die von Westindien bis Westeuropa reicht. Der hohe Druck über der Nordmeerregion und Westgrönland hat sich ebenfalls weiter verstärkt und südwärts vorgehoben. Zwischen beiden Hochdruckgebieten liegt das kleine isländische Minimum wie ein fast nebensächliches Druckgebilde.

Über Europa sind die Druckunterschiede im Monate Mai gering. Der Luftdruck ist im Osten und Südosten, im Gebiete des Hochdruckgebietes über Osteuropa gefallen, im Westen, Südwesten und Nordwesten gestiegen. Das Hauptminimum lagert über dem östlichen Mittelmeer und zeigt Teildrepressionen über der Balkanhalbinsel und über Nord- und Mittelitalien. Ganz Mittel-Nordeuropa und auch Osteuropa, wo der hohe Druck ganz verschwunden ist, haben eine äußerst gleichförmige Druckverteilung, die für den Monat Mai besonders charakteristisch ist. Über Westeuropa drängt sich hoher Druck vom Azorenmaximum in zungenförmigen Isobaren gegen Westdeutschland vor und bedingt nördliche und nordöstliche Luftströmungen über Frankreich, Deutschland und Westösterreich, die bei rascher Erwärmung der Atmosphäre Veranlassung zu Kälterückfällen und Spätfrösten geben.

Die Umstände, daß das isländische Minimum im Mai die geringste Ausdehnung und Tiefe hat und daß das Azorenmaximum aber noch nicht seine größte Ausdehnung und Maximalhöhe erreicht hat, bewirken, daß der Monat Mai die geringsten Druckgradienten in nordsüdlicher, sowie südöstlicher Richtung aufweist. Die Isobaren sind in keinem Monate soweit von einander entfernt, wie im Monate Mai. Die Luftzirkulation ist demnach in diesem Monat am kleinsten. Die West- und Südwestwinde nehmen von Jänner bis Mai an Häufigkeit und Intensität ab. April und Mai sind deshalb in Nordwesteuropa die trockensten Monate und jene, welche die größte Häufigkeit östlicher Winde aufweisen. In einer später mitgeteilten Übersicht ersehen wir, wie der mittlere Druckgradient über dem nordatlantischen Ozean, zwischen dem 35. und 60. Breitenkreise vom Dezember bis Mai regelmäßig von 0·62 *mm* auf 0·23 *mm* im Monate Mai, abnimmt. Die Abnahme der tatsächlichen Druckgradienten in den mittleren Teilen des Ozeans ist noch viel stärker. Auch gegen Nordwesteuropa erreicht der Druckgradient in diesem Monat den geringsten Wert. Der Druckunterschied zwischen Faröer und Nordwestdeutschland, der im Dezember 12 *mm* betrug, ist auf 0·7 *mm* herabgegangen. Der Einfluß der nördlichen Depression auf die Witterungsverhältnisse West- und Nordeuropas ist in diesem Monate auf ein Minimum gesunken.

Die mittleren Druckänderungen im Gebiete des atlantischen Ozeans (10° bis 65° westl. L. v. Gr.) während des Frühlings (von Februar bis Mai) sind in folgender kleinen Tabelle zusammengefaßt:

Druckänderungen über dem atlantischen Ozean von Februar bis Mai.

Breite:	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°
Millimeter:	−0·1	−0·2	−0·5	−0·3	+0·2	+1·0	+1·8	+2·8	+3·8	+4·8	+6·7	**+7·3**	+6·0	+4·9

Die größte Drucksteigerung ist also in der Breite von 65° erfolgt; der Luftdruck ist hier im Mai im Durchschnitt um 7·3 *mm* höher als im Februar. In den niederen Breiten ist er etwas zurückgegangen. Diese negativen Zahlen rühren von der Druckänderung Februar—März her, wo in der Subtropenzone noch eine Abnahme des Luftdrucks erfolgt ist. In den folgenden zwei Monaten sind die Druckänderungen auch hier positiv, zusammen aber kleiner als die frühere Druckabnahme. Über dem ganzen nordatlantischen Ozean erfolgt demnach im Frühling eine enorme Anhäufung von Luft; sie ist wohl zum größten Teil auf den Abfluß der Luft in der Höhe über den sich allmählich erwärmenden Kontinenten gegen den kühleren

Ozean zurückzuführen, zum kleineren Teil wohl auch auf den Übertritt von Luft von der Südhemisphäre, die dem Winter entgegengeht.

Da die Druckänderung in den subtropischen Breiten nur gering ist, ist die Abnahme der Druckgradienten zum allergrößten Teil auf die Intensitätsabnahme der isländischen Depression zurückzuführen. Die Zirkulation der Atmosphäre wird geringer durch die Anhäufung von Luft in höheren Breiten, die einen teilweisen Ausgleich des Druckgefälles bewirkt.

Juni. Der Monat Juni bringt eine neuerliche Verstärkung des Hochdruckgebietes im Süden; besonders auffällig ist die Ausdehnung desselben gegen Osten hin, wo nunmehr ganz Westeuropa und zum Teil auch das westliche Mitteleuropa in seinem Bereich liegt. In Form zungenförmiger Isobaren rückt der hohe Druck auf den Breitenkreisen von 47 bis 52°, vornehmlich aber nördlich der Alpenkette, gegen Mitteleuropa vor. Die Druckzunahme, die sich über dem zentralen atlantischen Ozean nordwärts bis inklusive 35° Breite erstreckt, dehnt sich auf der Ostseite desselben über Westeuropa bis 70° weiter aus. Dadurch entsteht über England, der Nordsee und über dem europäischen Nordmeer in Form eines Rücken hohen Druckes eine Verbindung mit dem Hochdruckgebiete im hohen Norden, die für den Juni besonders charakteristisch ist. Dieser Rücken trennt den niedrigsten Druck über Osteuropa, der zur großen sommerlichen Zyklone Asiens gehört, und das isländische Minimum, das sich in der nordwestlichen Ecke des atlantischen Ozeans am Ausgange der Dävisstraße und südlich von Grönland allmählich wieder verstärkt, von einander. Das isländische Minimum hat noch lange nicht die Tiefe und Ausdehnung erreicht, die es im April besaß.

Für Europa besonders typisch ist im Juni der nordsüdliche Verlauf der Isobaren. Über dem westlichen Mittelmeere, über Italien und der Adria ist der Luftdruck gestiegen, im Osten aber gefallen; über dem östlichen Mittelmeere und über Syrien lagert eine tiefe Depression. Die Druckverteilung über Europa läßt erkennen, daß die Witterung in diesen Gebieten ganz von dem mehr oder weniger kräftigen Vorstoß hohen Druckes von Westen gegen Westeuropa abhängt.

Juli. Die Juliisobaren zeigen eine weitere Ausbildung der Luftdruckverteilung im Juni. Das Azorenmaximum hat sich noch weiter verstärkt und dadurch seinen höchsten Stand erreicht. Im Zentrum finden wir einen Luftdruck von 768·7 *mm* gegen 765·2 *mm* im Monate März. Die Isobaren verlaufen im mittleren Teile des atlantischen Ozeans fast genau von West gegen Ost. Im Norden, nördlich des 55. Breitenkreises, ist der Luftdruck gefallen; das Hauptminimum liegt aber noch in der Dävisstraße; aber mehr östlich davon beginnt sich der niedere Druck zu einem größeren Minimum zu entwickeln. Der hohe Druck über dem europäischen Nordmeer ist stark zurückgegangen und beginnt sich über dem grönländischen Kontinent wieder zurückzuziehen. Die mittlere Druckänderung im Gebiete des atlantischen Ozeans von Juni bis Juli ist folgende:

Breite:	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°
Millimeter:	−0·6	−0·7	−0·8*	−0·6	−0·1	+0·6	+1·1	**+1·2**	+0·9	+0·3	−0·3	−0·4	−0·3	−0·3

Sie entspricht einer kleinen Verstärkung des Druckgefälles und der Zirkulation in den mittleren Breiten des nordatlantischen Ozeans.

Über Europa ist der Luftdruck meist gefallen, im Norden, Osten und Südosten wesentlich mehr, als im Westen und Südwesten, wo er fast unverändert blieb. Die Isobaren dehnen sich zuerst, west-östlich verlaufend, weit über Mitteleuropa aus, biegen dann gegen Südosten und Süden um; südlich der Alpen ist ein Barometerminimum angedeutet, ebenso ein sekundäres Minimum über der iberischen Halbinsel. Im Südosten ist der Luftdruck besonders tief; das Tiefdruckgebiet über dem östlichen Mittelmeer und Syrien ist das tiefste im Bereiche der ganzen Karte. Ein ausgedehntes Gebiet niedrigen Druckes lagert auch über Skandinavien und Finnland; es steht im Zusammenhange mit dem niedrigen Druck im nördlichen Teile des atlantischen Ozeans.

August. Der Typus der Isobaren ist im August ähnlich wie im Juli, doch ist im Norden die Entwicklung des isländischen Minimums weiter fortgeschritten; es zeigt sich bereits eine kleinere Depression

südlich von Island mit einer Tiefe von 756 *mm*, ebenso bildet sich wieder die Rinne niedrigen Druckes aus, die der Westküste Skandinaviens vorgelagert ist. Das Minimum westlich von Grönland ist an Ausdehnung noch das größte, an Tiefe gewinnt aber das westliche allmählich die Oberhand.

Gegen Norden zu hat das subtropische Hochdruckgebiet am meisten an Ausdehnung eingebüßt, auch in diesem Monat verlaufen die Isobaren fast in west-östlicher Richtung weit nach Europa hinein und biegen nach Süden um und nach Südwesten zurück.

Die Druckverteilung im Monate August zeigt wohl den größten Einfluß des atlantischen Ozeans auf die Witterungsverhältnisse des Sommers in Mitteleuropa. Dadurch, daß im Westen und Südwesten der Luftdruck gefallen ist, im Osten und Südosten überall gestiegen, sind die Druckdifferenzen in west-östlicher Richtung über Europa auf ein Minimum gesunken. Kräftiger ausgebildet ist noch das Tiefdruckgebiet über dem östlichen Mittelmeer und Syrien, das wohl mit einem ausgedehnteren Tiefdruckgebiete im Osten zusammenhängt.

Der mittlere Druckunterschied über dem atlantischen Ozean zwischen 35 und 60° Breite beträgt 8·9 *mm*, was einem Druckgradienten von 0·36 *mm* entspricht; er ist ungefähr gleich groß wie im März; nur ist dort das isländische Minimum weit stärker entwickelt als im August; dafür ist aber das Azorenmaximum wesentlich schwächer; auch sonst ist die Luftdruckverteilung im März ganz anders. Von Mai an ist eine Verstärkung der west-östlichen Zirkulation deutlich bemerkbar; sie ist bedingt durch die Vertiefung des tiefen Druckes im Norden, die viel rascher vor sich geht als die gleichzeitige Abnahme der Intensität des Azorenmaximums im Süden. Dadurch werden die Gradienten verstärkt.

September. In den höheren Breiten des atlantischen Ozeans ist der Luftdruck stark gefallen, wesentlich stärker, als in den mittleren und südlicheren Breiten; die nördliche Depression gewinnt immer mehr an Ausdehnung und Tiefe; schon in diesem Monat tritt die Dreiteilung des ausgedehnten Tiefdruckgebietes wieder auf; am tiefsten ist der Teil südwestlich von Island; auch die Rinne niedrigen Druckes gegen das europäische Nordmeer bildet sich weiter aus.

Das Azorenmaximum hat an Intensität etwas eingebüßt und sich auch etwas südlicher verlagert; zum erstenmale macht sich wieder die Einschnürung des Hochdruckrückens im westlichen Teil und eine neuerliche Steigerung des Luftdruck westlich davon, über dem nordamerikanischen Kontinent bemerkbar. Folgende Zahlen geben die mittleren Druckänderungen von August auf September für die einzelnen Breiten:

Breite:	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°
Millimeter:	−1·9	−2·7	−3·2*	−2·6	−1·4	−0·4	−0·1	−0·4	−0·8*	−0·7	−0·3	−0·1	0·0	0·0

Im Gebiete des europäischen Festlandes hat sich die Druckverteilung seit August wesentlich geändert. Der Luftdruck ist überall, besonders in den mittleren Breiten und im Osten gestiegen, der Einfluß des südwestlichen Hochdruckgebietes hat aufgehört und damit zugleich auch der ozeanische Einfluß auf die Witterungsverhältnisse Mittel- und Westeuropas. Von Westen nach Osten, quer durch den ganzen Kontinent, zieht sich ein ziemlich breiter Rücken hohen Druckes, innerhalb dessen die Druckverteilung sehr gleichförmig ist; über dem nördlichen Frankreich, Norddeutschland, England und ganz Nordeuropa verlaufen die Isobaren von Westen nach Osten mit einer schwachen Neigung gegen ENE.

Während sich durch die starke Drucksteigerung im Osten und den dadurch bedingten Ausgleich der Druckdifferenzen in west-östlicher Richtung die Wetterlage für Mitteleuropa gebessert hat, sind die Druckgradienten in nordwestlicher und nördlicher Richtung über Nordwest- und Nordeuropa größer geworden; für diese Teile Europas hat sich demnach die Wetterlage verschlechtert. Auch im Süden sind die Druckgradienten durch die Drucksteigerung im Osten, wodurch eine merkbare Verflachung der sommerlichen Depression über dem östlichen Mittelmeere und Syrien eintrat, kleiner geworden; es zeigt sich aber neuerdings die Tendenz zur Ausbildung von Tiefdruckgebieten über dem westlichen Mittelmeere und der Adria. Die Druckänderungen sind hier sehr ungleichförmig; im allgemeinen ist aber der Druck gestiegen.

Oktober. Das isländische Minimum zeigt in diesem Monat die Dreiteilung in auffallendster Weise; alle drei Minima sind ungefähr gleich tief. Seit September haben sich die Depressionen in der Dävisstraße und südwestlich Islands etwas verflacht, indem der Luftdruck in ihrem Bereiche überall gestiegen ist; dafür hat sich aber in der Rinne niedrigen Druckes gegen NE westlich von Skandinavien ein drittes Minimum ausgebildet, das den anderen an Tiefe und Ausdehnung gleichwertig ist.

Das Azorenmaximum hat noch weiter an Intensität und Ausdehnung abgenommen. Die Drucksteigerung im Norden und der Druckfall im Süden führen zu einer kleinen, vorübergehenden Abnahme des nord-südlichen Druckgradienten, der seit dem Monate Mai in ständiger Zunahme war. In folgender kleinen Tabelle sind die mittleren Druckänderungen längs des nordatlantischen Ozeans gegeben:

Breite:	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°
Millimeter:	+1·5	+1·2	+0·8	+0·6	+0·4	−0·5	−1·1	−1·2	−1·4*	−1·1	−0·8	−0·6	−0·5	−0·5

Gerade in der Breite des Azorenmaximums tritt der stärkste Druckfall ein; gegen Norden und Süden ist die Luftdruckabnahme geringer; dadurch bildet sich im zentralen Teil des Hochdruckgebietes eine sehr gleichförmige Druckverteilung aus.

Über dem westlichen und nördlichen Europa ist der Luftdruck ebenfalls stark gefallen. Das isländische Minimum dehnt sich weit über England, der Nordsee und gegen Nordeuropa aus. Der Rücken hohen Druckes über dem Kontinent ist etwas schmäler geworden; die Drucksteigerung im Südosten hat aber zur Ausbildung einer Antizyklone über Südosteuropa beigetragen, die sich nun mit zungenförmigen Isobaren in westlicher Richtung bis Ungarn herein erstreckt.

Über dem westlichen Mittelmeere lagert ein ausgedehntes Barometerminimum mit dem Zentrum in der Nähe von Corsika; ein sekundäres Tiefdruckgebiet lagert wohl auch über dem adriatischen Meere. Südwesteuropa steht unter dem Einfluß des Azorenmaximums.

November. Der Monat November bringt nun wieder eine Vergrößerung der Druckdifferenzen zwischen Nord und Süd. Der Luftdruck ist bis ungefähr 45° Breite herab stark gefallen. Im zentralen Teil des isländischen Minimums um 3·5 bis 4 *mm*, im Süden aber, nördlich des 20. Breitenkreises, gestiegen, im zentralen Teil des Azorenmaximums um 1 bis 1·5 *mm*. Die Druckgradienten sind deshalb stärker als im Oktober und September. Die Luftzirkulation hat neuerlich zugenommen und nähert sich ihrem maximalen Werte im Dezember. Die mittleren Druckänderungen von Oktober auf November sind folgende:

Breite:	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°
Millimeter:	−2·4	−2·8	−3·1*	−2·7	−1·8	−0·9	−0·1	0·5	**+0·9**	**+0·9**	+0·6	+0·3	0·0	−0·2

Im Norden hat sich besonders das zentrale Minimum der großen, nördlichen Depression vertieft; auch das Minimum in der Dävisstraße hat sich weiter ausgedehnt. An der Ostküste Nordamerikas beginnen sich die Isobaren gegen Süden furchenartig auszubiegen und jene bedeutende Einschnürung des subtropischen Hochdruckgebietes hervorzurufen, die für die winterliche Druckverteilung besonders charakteristisch ist. Gegen Nordwesten dehnt sich im November das isländische Minimum besonders weit aus; es umfaßt ganz Nordwest- und Nordeuropa, in welchem Gebiete die Isobaren von SW nach NE verlaufen; das Druckgefälle in nordöstlicher Richtung hat überaus schnell an Stärke zugenommen. Zwischen der deutschen Küste der Nordsee und den Faroerinseln betrug der Druckunterschied im Oktober 4 *mm*; im November ist er auf 8 *mm* gestiegen. Zur Verstärkung dieser Gradienten hat neben dem Druckfall im NW auch die Zunahme des Luftdrucks über dem europäischen Kontinent viel beigetragen. Der Luftdruck ist überall stark gestiegen, besonders auf der kontinentalen Achse von Südfrankreich, über Süddeutschland, Österreich, Ungarn, Rumänien nach Südrußland.

Das südöstliche Hochdruckgebiet hat sich verstärkt und dehnt sich noch weiter zungenförmig gegen Westen aus. Das Druckgefälle gegen die dalmatinische Küste, gegen Mazedonien und Kleinasien hat sich ebenfalls verstärkt. Über dem Schwarzen Meere zeigen Einbuchtungen der Isobaren die Tendenz zur Ausbildung eines sekundären Minimums. Die Minima im westlichen Mittelmeer und nördlich von Alexandrien haben sich zwar nicht vertieft, aber dadurch verstärkt, daß der Luftdruck in den kontinentalen

Nachbargebieten, im Süden besonders über Algerien, Tripolitanien und Bengasi gestiegen ist. Dadurch haben sie noch mehr an Bedeutung gewonnen und sind wohl die Ursache des schlechten Wetters und der winterlichen Regenzeit im südlichen Teil des Mittelmeeres.

Die Herbstisobaren über Europa stellen für Mitteleuropa das Maximum des kontinentalen Einflusses dar und stehen im direkten Gegensatz zu dem Typus der Sommerisobaren mit dem ausgebreiteten Hochdruckgebiet im Westen.

Mit **Dezember** beginnt nun wieder der Wintertypus mit der weiteren Zunahme der Druckgradienten und der Zirkulation. Von November auf Dezember ist eine starke Barometerstandabnahme im nördlicheren Teil des atlantischen Ozeans eingetreten; südlich des 40. Breitenkreises ist der Luftdruck gestiegen und zwar hinab bis 10° Breite. Auch über Nordwest- und Mitteleuropa ist eine Abnahme des Luftdrucks zu verzeichnen, doch bleibt der Typus der Druckverteilung über Europa fast unverändert. Über Westeuropa ist der Luftdruck etwas gestiegen; das subtropische Barometermaximum gewinnt wieder Einfluß auf das Klima Westeuropas. Die Depressionen über dem Mittelmeere haben neuerlich an Bedeutung gewonnen.

Die starke Steigerung der Zirkulation über dem nordatlantischen Ozean während der Herbstmonate erkennt man am deutlichsten aus den Druckänderungen von September bis Dezember:

Mittlere Druckänderungen von September bis Dezember längs des nordatlantischen Ozeans (10° bis 65° westl. L.).

Breite:	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°
Millimeter:	−3·7	−6·1	−7·7*	−7·1	−4·7	−3·0	−1·9	−1·0	−0·8	+0·1	**−0·7**	+0·7	+0·4	0·0

Der Druckunterschied zwischen dem 25. und 65° Breitenkreis hat sich demnach im Durchschnitt um 8·4 *mm* vergrößert; er hat sich in der Zeitspanne von ungefähr 3 Monaten dadurch fast verdoppelt!

Jahr. In der mittleren jährlichen Druckverteilung zeigt die nördliche Depression das Hauptminimum südwestlich von Island, ein sekundäres am Eingang in die Dävisstraße und eine weit nach NE sich vorschiebende Furche niedrigen Druckes gegen das europäische Nordmeer.

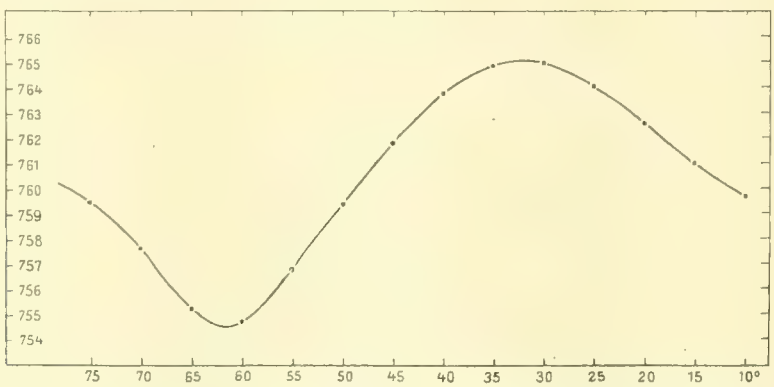
Das Azorenmaximum ist auch im Jahresmittel gut ausgebildet; es umfaßt im Osten auch einen Teil von Südwesteuropa; über dem europäischen Kontinent setzt sich der hohe Druck in Form eines Rücken hohen Druckes fort und geht in das östliche Hochdruckgebiet, von dem noch über dem südlichen Rußland ein Teil zu sehen ist, über.

Über den Alpen lagert innerhalb dieses Rücken hohen Druckes ein kleines, selbständiges Maximum, das durch barometrische Täler im Westen und Osten von den anderen Hochdruckgebieten getrennt ist. Über dem Mittelmeer sehen wir selbständige Minima über dem thyrrenischen Meere und dem Golf von Genua, dann über der Adria und über dem östlichen Teile des östlichen Mittelmeerbeckens.

Die Jahreskarte der Druckverteilung gleicht in ihren Hauptzügen am ehesten noch der Luftdruckverteilung im Monate September.

Längs des nordatlantischen Ozeans (10° bis 60° westl. L. v. Gr.) erhält man im Jahresdurchschnitte folgende Druckverteilung (siehe Fig. 1):

Fig. 1.



Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean (10° bis 60° westl. L. v. Gr. im Jahresdurchschnitte).

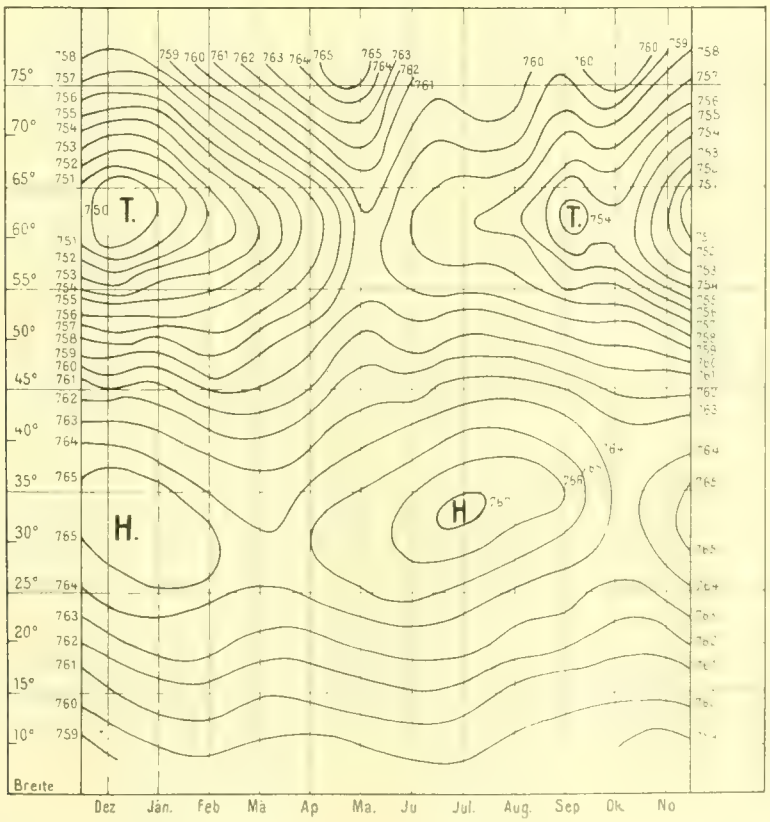
Breite:	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°
Millimeter:	759·5	57·7	55·3	54·8*	56·9	59·5	61·9	63·9	65·0	**65·1**	64·2	62·7	61·1	59·8

Das Maximum fällt auf die Breite von 30°, das Minimum auf jene von 60°; der Druckunterschied beträgt 10·3 *mm*, was einem Druckgradienten von 0·41 *mm* entspricht.

3. Überblick über die mittlere Luftdruckverteilung über dem atlantischen Ozean; das Verhalten der Aktionszentren im Jahresverlaufe und die Beziehungen der Druckverteilung zu den klimatischen Verhältnissen der einzelnen Teile des nordatlantischen Ozeans.

Betrachtet man das Gebiet zwischen den 10. und 60° Längenkreis westl. v. Gr. als Gebiet des nordatlantischen Ozeans, so kann man Mittelwerte des Luftdrucks für die einzelnen Breitenkreise berechnen, die einen raschen Überblick über die jahreszeitlichen Druckänderungen in diesen Teilen der Erdoberfläche gestatten. Bis ungefähr 65° Breite fällt das oben erwähnte Gebiet mit dem tatsächlichen Gebiete des atlantischen Ozeans zusammen; in den höheren Breiten berücksichtigen wir aber bei der Mittelbildung der Druckwerte zwischen 10 und 60° westl. L. v. Gr. den Nordostausläufer des atlantischen Ozeans in das europäische Nordmeer und ins nördliche Polarmeer nicht, dagegen aber die Druckverteilung über Grönland, die stets höheren Druck aufweist, als der östlich davon gelegene Tiefdruckausläufer nach NE. Die Druckzunahme, die sich nach Überschreibung des niedrigsten Druckes in der Breitenlage von Island gegen Norden hin in unseren Zahlenwerten ergeben wird, wird demnach stärker ausfallen als bei Hinzunahme auch der östlichen Längenkreise, die auch noch zum nordatlantischen Ozean gehören würden. Da aber die Mittelbildung über ein Gebiet zwischen nicht immer denselben Längenkreisen unpraktisch wäre, wurde davon abgesehen und im folgenden stets das Gebiet zwischen dem 10. und 60. Längenkreis als Gebiet des nordatlantischen Ozeans angesehen. In folgender Tabelle sind für die einzelnen Breiten die mittleren Luftdruckwerte dieses Gebietes gegeben und auf Grund dieser Zahlen wurden die Isoplethen der Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean in Fig 2 entworfen.

Fig. 2.



Mittlere Druckverteilung über dem atlantischen Ozean (60 bis 10° westl. L. v. Gr.) im Jahresverlauf.

Tabelle 14.

Mittlere Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean (10° bis 60° westl. L. v. Gr.).

Breite	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Jahr
75° 700 +	56·7	56·9	59·8	61·8	63·8	64·8	60·8	60·3	60·5	58·6	60·1	57·7	59·5
70°	53·0	53·5	56·5	58·6	61·0	62·7	59·8	59·1	59·2	56·5	57·7	54·8	57·7
65°	49·7*	50·5*	53·1	55·2	57·0	60·7	58·6	57·9	57·6	54·5	55·2	53·0	55·3
60°	49·8	50·7	52·6*	54·1*	56·6*	59·3*	58·0*	57·5*	57·1*	54·3*	54·9*	52·1*	54·8*
55°	53·3	54·5	54·9	56·3	57·8	59·9	58·9	58·9	58·5	57·0	57·2	55·3	56·9
50°	57·5	58·1	57·3	58·6	59·3	61·3	60·5	61·2	60·8	60·3	59·8	58·8	59·5
45°	61·2	61·4	59·6	60·6	61·0	62·7	62·6	63·8	63·3	63·1	61·9	61·9	61·9
40°	63·9	63·9	62·1	62·2	62·9	64·0	64·5	65·8	65·4	64·6	63·3	63·9	63·9
35°	65·3	65·2	64·0	63·3	64·4	65·0	65·9	**66·8**	**66·0**	**66·0**	**63·8**	**64·8**	65·0
30°	**65·7**	**65·7**	**65·1**	**64·1**	**65·0**	**65·5**	**66·3**	66·6	65·5	64·8	63·7	64·5	**65·1**
25°	64·5	64·8	64·8	63·8	64·4	64·8	65·3	64·9	63·8	63·6	62·8	63·3	64·2
20°	62·8	63·4	63·4	62·6	62·9	63·0	63·6	63·2	62·1	62·1	61·5	61·7	62·7
15°	61·0	61·6	61·6	61·1	61·3	61·4	61·9	61·6	60·6	60·7	60·2	60·1	61·1
10°	59·4	60·0	60·1	59·7	59·9	60·0	60·6	60·3	59·5	59·5	59·1	58·8	59·8

Aus dieser Tabelle und ihrer graphischen Darstellung können wir manche Erscheinungen direkt entnehmen. Vor allem ersehen wir, daß das nördliche Minimum, das fast durchwegs in einer Breite von 60° zu finden ist, einer kräftigen jahreszeitlichen Änderung unterliegt. Am stärksten entwickelt ist die Depression in den Wintermonaten; speziell der Dezember zeigt die größte Intensitätsentfaltung; gegen das Frühjahr verflacht sie sich immer mehr und mehr und in den Monaten Mai und Juni tritt ihr Einfluß in auffallendster Weise zurück. Die Amplitude der Druckschwankung beträgt in 65° Breite 11·0 *mm*; das Minimum fällt auf den Dezember, das Maximum auf den Mai. In den Sommer- und Herbstmonaten tritt eine langsame Vertiefung der Depression ein, die sich im Monate September etwas beschleunigt, der aber rasch im Oktober eine vorübergehende Verflachung folgt; im November setzt erst der rasche Entwicklungsprozess zur sehr tiefen Depression der Wintermonate ein. Im großen ganzen ist der jahreszeitliche Gang in den Breiten von 55° aufwärts ein einfacher mit einem Minimum im Dezember und einem Maximum im Mai. Die Unterbrechung im Druckfall in den Herbstmonaten ist aber für alle höheren Breiten charakteristisch und tritt jedes Jahr, entweder im Oktober oder November auf. Sie ist eine bemerkenswerte Erscheinung, die noch einer Erklärung bedarf.

Im Gegensatze zum einfachen Druckgange in den nördlicheren Breiten, zeigt die Jahresschwankung im Gebiete des Azorenmaximum zwei gut entwickelte Maxima und zwei Minima. Das Hauptmaximum fällt auf den Sommer, speziell auf Juni und Juli, das zweite Maximum auf die Wintermonate Dezember und Jänner. Die Minima treten im März und Oktober ein; in den Breiten von 40° und 35° ist das erstere Minimum das tiefere, in den niederen Breiten das zweite. Während man also sagen kann, das isländische Minimum ist hauptsächlich eine Erscheinung der Wintermonate, kann man nicht gut behaupten, daß das subtropische Hochdruckgebiet eine bloße Erscheinung der Sommermonate ist, da es im Winter auch gut ausgebildet ist. Es ist ein beständigeres Druckgebilde als die nördliche Depression.

Diese doppelte Jahresschwankung tritt auch in den niederen Breiten, im Gebiete des NE-Passats auf. Nur verschiebt sich das Hauptmaximum auf den Juni, das Hauptminimum auf den November; gleichzeitig sinkt aber die Amplitude auf 1·8 *mm*.

Aus der Tabelle kann man auch leicht die Druckunterschiede zwischen den zwei Aktionszentren berechnen. Zwischen 60° und 35° nördl. Br. ergeben sich pro Grad folgende Druckgradienten:

	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Jahr
Gradient zwischen 60° und 35° nördl. Br. in Millim.	**0·62**	0·58	0·46	0·37	0·31	0·23*	0·32	0·37	0·36	0·47	0·36	0·51	0·41
Gradient zwischen 30° und 10° nördl. Br. in Millim.	**0·31**	0·29	0·25	0·22*	0·26	0·27	0·29	**0·32**	0·30	0·26	0·23*	0·29	0·27

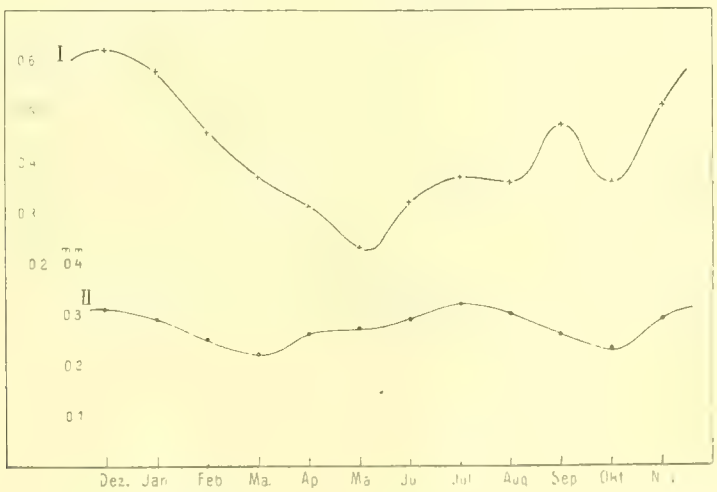
Der größte Druckgradient tritt im Dezember ein, der kleinste im Mai; der Anstieg zu den Winterwerten ist unregelmäßig; ein sekundäres Minimum zeigt sich im Oktober. Die Amplitude der Jahresschwankung ist sehr groß; sie beträgt 0·39 *mm*, das ist 95 Prozent des Jahresmittelwertes. Der Druckgradient verkleinert sich von Dezember bis Mai um das 2·7 fache.

Die Druckschwankungen in den Breiten von 65° und 60° haben den größten Einfluß auf den Druckgradienten; weniger wichtig sind die Schwankungen in den Subtropen; dies ersieht man in Verbindung mit obigen Zahlen am deutlichsten aus der graphischen Darstellung der Luftdruckwerte in Fig. 2.

Die Druckunterschiede zwischen 30° und 10° nördl. Br. sind für den NE-Passat von besonderem Interesse; die entsprechenden Gradienten sind in obiger Zusammenstellung gegeben. Sie zeigen im Jahresverlaufe fast eine reine Doppelwelle mit Maxima im Dezember und Juli und Minima im März und Oktober.

Die Amplitude der Schwankung ist 0·10 *mm*, das ist 37 Prozent des Jahresmittels von 0·27 *mm* (siehe Fig. 3).

Fig. 3.



Jährlicher Gang der Druckgradienten.

I zwischen 60 bis 35° nördl. Br.
II » 30 » 10° »

Aus Tabelle 14 ersehen wir nicht die Lageverschiebungen der Aktionszentren im Jahresverlaufe; nur über die Intensitätsschwankungen dieser Druckgebilde gibt die Tabelle näheren Aufschluß. Um erstere zu überblicken, müssen wir auf die Hauptkarten zurückgreifen. Aus ihnen entnehmen wir folgende Zusammenstellung:

	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Jahr
Zentrum des isländischen Minimums westl. L. v. Gr.	30°	28°	32°	26°*	29°	30°	**34°**	29°	17°*	32°	29°	28°	29°
nördl. Br. .	**63**	**63**	61	61	60	60	59*	62	62	62	62	62	61
Zentrum des Azorenmaximums westl. L. v. Gr. . .	26	22*	24	31	34	34	**36**	35	34	33	35	33	33
nördl. Br. .	34	34	31	30*	31	32	32	34	**35**	34	33	34	32

Die Schwankungen der Lage des Zentrums der beständigen Druckgebilden über dem atlantischen Ozean sind nicht groß. Am westlichsten und nördlichsten liegt das isländische Minimum im Juni, Europa am nächsten dagegen im März und April; am nördlichsten aber in den Wintermonaten Dezember und Jänner. Die Lageverschiebung beträgt in der Länge 17° in der Breite bloß 4°. Auch beim Azorenmaximum findet man ähnliche Lageänderungen. Am westlichsten liegt es im Juni, genau so wie das isländische Minimum, am östlichsten im Jänner, am nördlichsten im August, am südlichsten im März. Auch hier sind die Verschiebungen klein, 14° in der Länge und 5° in der Breite. Von einander am meisten entfernt sind die Aktionszentren im Februar und März, einander am nächsten in den Sommermonaten.

Im allgemeinen sind also die Druckgebilde des nordatlantischen Ozeans im Jahresverlaufe, was die Lage des Zentrums betrifft, recht stationäre Erscheinungen. Die Intensitätsschwankungen sind bedeutend größer, demnach wichtiger besonders bei der nördlichen Depression. Als niedrigsten Druck im Zentrum der Depression und als höchsten Druck im Zentrum des subtropischen Maximums entnehmen wir den Tabellen folgende Werte:

	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Jahr	Schwankung in Millim.
Luftdruck im Zentrum des isländischen Minimums 700+. . .	48·0*	48·7	50·7	52·4	55·4	**58·9**	57·0	56·5	56·3	53·3	54·0	50·6	53·7	10·9
des Azorenmaximums .	**66·8**	66·4	65·3	65·2*	66·7	67·0	67·9	**68·7**	67·5	66·3	64·6*	65·8	66·3	4·1

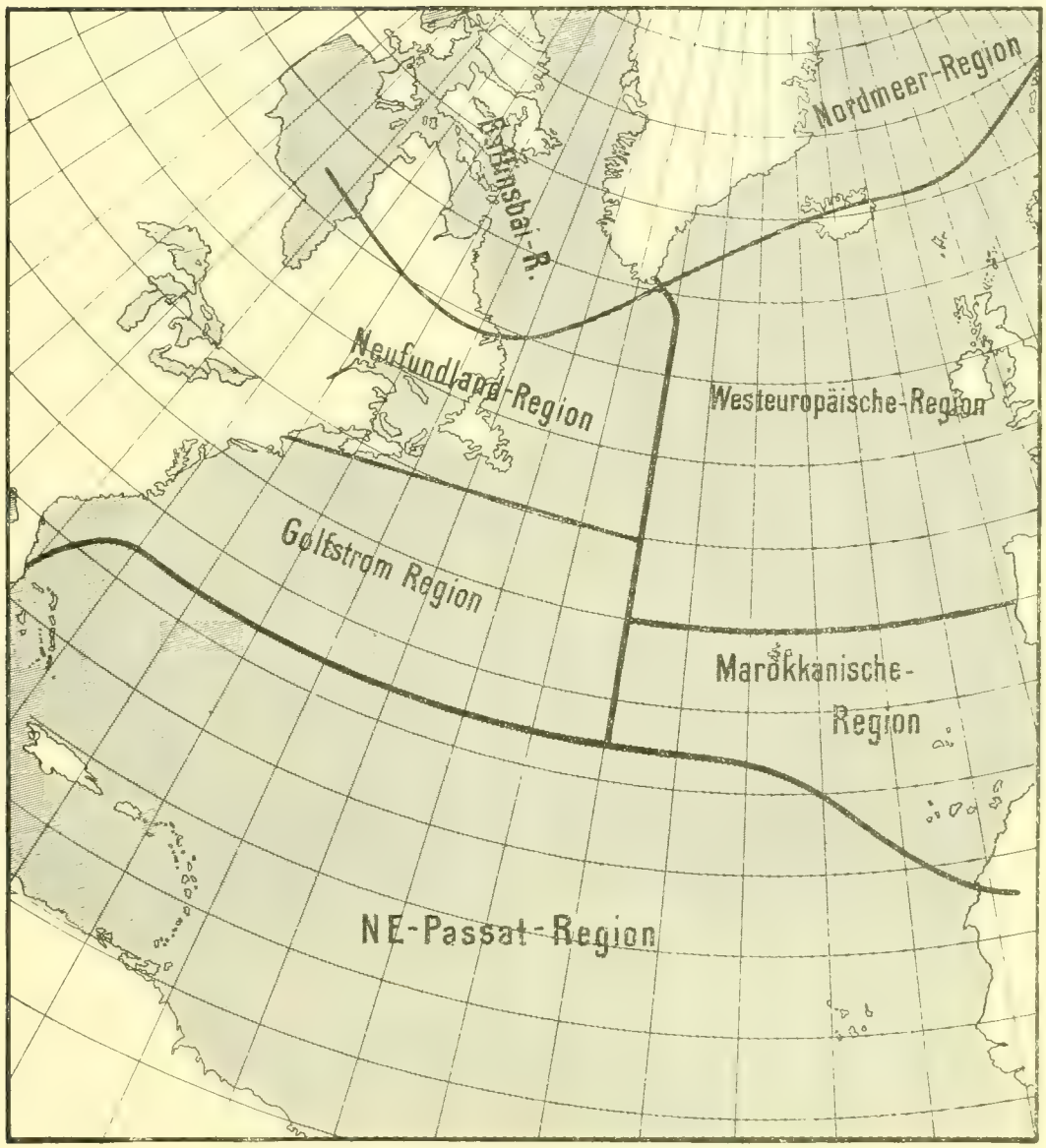
Klimagebiete des nordatlantischen Ozeans; die Änderungen der Druckverteilung und des Windverhältnisses in ihnen.

G. Schott hat in seinem Werke »Geographie des atlantischen Ozeans« [1] den nordatlantischen Ozean unter Abwägung der jedesmaligen Bedeutung der meteorologischen Erscheinungen in acht Klimaregionen eingeteilt. Von diesen liegen sieben zum größten Teil in dem von uns untersuchten Gebiete. Von der Region des SW-Monsums liegt nur ein so kleiner Teil im Bereich unserer Karte, daß wir dieses Klimagebiet nicht berücksichtigen können.

Es ist sicher interessant, die Änderungen der Druckverteilung in den einzelnen Klimagebieten im Zusammenhange mit den von ihr abhängenden Wind- und anderen klimatischen Verhältnissen im Jahresverlaufe zu verfolgen. Folgendes Kärtchen enthält die Grenzen der einzelnen Regionen, denen nach Schott folgende Flächeninhalte zukommen (Fig. 4):

[1] Verlag von C. Boysen, Hamburg 1912.

Fig. 4.



Areal in 1000 km^2

1. Die Region des NE-Passats	16.816	gehört zur tropischen Klimazone	
2. » Golfstromregion	5.272	gehören zur nördlichen gemäßigten Zone	
3. » Marokkanische Region	4.092		
4. » Neufundland-Region	1.818		
5. » westeuropäische Region	6.545		
6. » Baffin-Bai Region	1.727	gehören zur nordpolaren Klimazone.	
7. » Region des europäischen Nordmeeres	4.000		

5 und 6 kann man zusammenfassen in die »Zone zwischen New York und dem Englischen Kanal.«

1. Die Region des NE-Passats.

Die Druckverteilung ist das ganze Jahr hindurch in diesem Gebiete fast immer dieselbe. Von der Rinne niedrigen Luftdruckes in den äquatorialen Breiten ausgehend, nimmt der Luftdruck in der ganzen Region, die den größten Teil des atlantischen Ozeans umfaßt, ziemlich regelmäßig gegen Norden hin zu. Die geringe jahreszeitliche Änderung des Druckgradienten, dessen Richtung im zentralen Teile des Ozeans fast genau nord-südlich ist, haben wir schon früher mitgeteilt; ein Maximum fällt auf den Dezember, das zweite auf den Juli, die Minima auf den März und Oktober. Die harmonische Analyse dieser Zahlen liefert folgende Reihe:

$$0{\cdot}274 + 0{\cdot}015 \,(\sin 229{\cdot}2 + x) + 0{\cdot}035 \sin (122{\cdot}6 + 2x).$$

Die Amplitude der halbjährigen Schwankung ist demnach mehr als zweimal so groß als die der einjährigen. Die Minima der Halbjahrswelle fallen auf die Zeit der Äquinoktien, die Maxima auf die Zeit der Solstizien.

Die geringe Jahresschwankung der Gradienten, die stets fast gleichbleibende Richtung derselben, bedingen einen aus nahezu unveränderter Richtung wehenden Wind, den NE-Passat.

Die Gleichmäßigkeit und Beständigkeit von Wind und Wetter sind typisch für die ganze Region; sie sind eine Folge der fast keinerlei Schwankungen und Störungen unterliegenden Luftdruckverteilung.

Die mittlere Richtung des NE-Passats ist N 30° E. Die aus fünfjährigen Beobachtungen abgeleiteten Windstärken weisen ein Maximum im April, ein Minimum im Oktober auf. Sie zeigen demnach, wie es scheint, keinen Zusammenhang mit den Schwankungen des Gradienten, was einigermaßen auffällig ist; wahrscheinlich hängen sie von der jährlichen Wanderung des Stillen Gürtels (Deldrum) ab.[1] Im April, bei der südlichsten Lage desselben (5° N), ist der nördliche Passat am stärksten, im September, bei der nördlichsten Lage (10° N) ist der südliche Passat am stärksten, der nördliche am schwächsten. Die harmonische Analyse der Geschwindigkeitswerte des NE-Passats ergibt folgende Reihe:

$$m/\text{sec} \qquad 4{\cdot}7 + 1{\cdot}06 \sin (25{\cdot}1 + x) + 0{\cdot}16 \sin (142{\cdot}4 + 2x).$$

Das zweite Glied hat nahezu dieselbe Phase wie jene der Reihe der Luftdruckgradienten, hat aber eine bedeutend kleinere Amplitude als das erste Glied, dessen Phase gerade um fast 180° verschieden ist.

2. Die Golfstromregion.

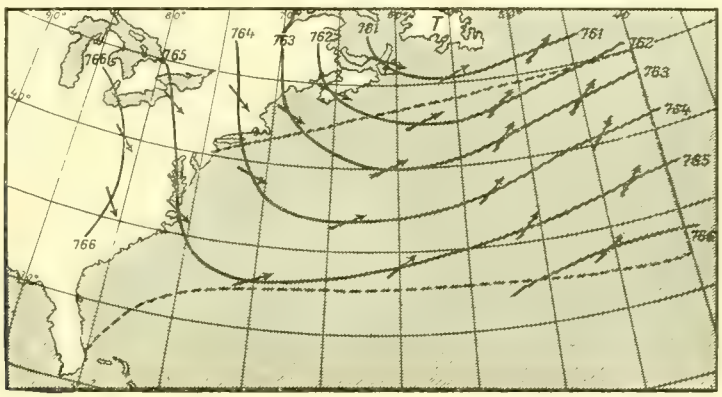
Besonders bemerkenswert sind die Änderungen der Druckverteilung in dieser Region; sie umfaßt größtenteils jenes Gebiet im westlichen Teil des atlantischen Ozeans, in dem in den Winter- und Frühlingsmonaten das subtropische Hochdruckgebiet eine Einschnürung von Norden her durch das Eindrängen der tieferen Isobaren, die noch zur nördlichen Depression gehören, erfährt. Die prächtige Entwicklung des subtropischen Hochdruckgebiets in den Sommermonaten hebt dieselbe erst wieder auf und bedingt dadurch Richtungsänderungen in den allgemeinen Luftströmungen, die für das Klima der Region von besonderer Wichtigkeit sind. Der starke Gegensatz der Druckverteilung in den Winter- und Sommermonaten tritt in folgenden zwei Kärtchen besonders deutlich hervor.

In den Wintermonaten fällt die Umkehrung der Isobaren fast in die Mitte des betrachteten Gebietes; im westlicheren Teil überwiegen die NW-Winde, die umso häufiger werden, je näher wir uns dem Festlande nähern, im östlicheren dagegen die SW-Winde. Die NW-Winde sind im Winter kalt; sie führen kalte Luftmassen weit gegen Süden, im Gebiete, wo sonst warme, fast tropische Witterungsverhältnisse herrschen; dadurch kommt es häufig zu Hagel- und Graupelböen, die noch am Kap Natteras, in einer Breite von Neapel, nicht selten sind. Starke Temperaturrückfälle, in den nördlicheren Teilen auch Schneefälle, sind nicht ungewöhnliches.

[1] Siehe Hann, Lehrbuch der Meteorologie, III. Aufl., p. 462.

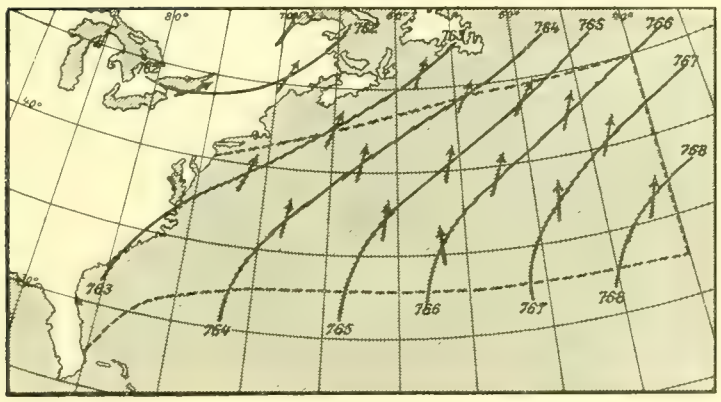
Im Sommer liegt die ganze Gegend im Bereich des subtropischen Hochdruckgebiets; der Verlauf der Isobaren läßt auf südwestliche, südliche bis südöstliche Winde schließen. Es herrscht dann eine »lähmende feuchte Hitze«; es weht hier kein erfrischender Passat. Die Temperaturen steigen im Sommer

Fig. 5.



Luftdruckverteilung im Winter in der Golfstromregion.

Fig. 6.



Luftdruckverteilung in den Sommermonaten.

hoch, wodurch die Jahresschwankung der Temperatur sich bedeutend vergrößert. Im Sommer fallen auch die meisten Niederschläge.

Die Golfstromregion ist ein Gebiet der stärksten Gegensätze. In der Rinne niedrigen Druckes, die sich im Herbst wieder zwischen den Hochdruckgebieten über dem Festland und dem mittleren Ozean einstellt und im Winter weiter verstärkt, entwickeln sich Zyklonen; sie wirkt auch anziehend auf die von Westen kommenden Depressionen; dadurch wird diese Zone, besonders das Gebiet zwischen Bermudas und dem amerikanischen Kontinent im Herbst und Winter sehr reich an Stürmen.

3. Die Marokkanische Region.

Das Gebiet umfaßt dieselben Breitengrade, wie die eben betrachtete Golfstromregion, liegt aber auf der europäisch-afrikanischen Seite des atlantischen Ozeans. Die klimatischen Verhältnisse sind jenen der Golfregion recht unähnlich. Das ganze Gebiet liegt das ganze Jahr hindurch im Bereiche des subtropischen Hochdruckgebiets, insbesondere seiner Ostseite. Aus der Lage zu diesem Aktionszentrum können alle herrschenden Klimaverhältnisse leicht erklärt werden, besonders die große Trockenheit, dann die fast das ganze Jahr hindurch anhaltenden nördlichen bis nordöstlichen Winde, die sich dem Verlaufe der Isobaren

sehr gut anpassen, die Gleichmäßigkeit der Temperaturen und die geringe Jahresschwankung derselben. Der südliche Teil der Region wird im Sommer durch das etwas nach Norden sich vorschiebende Hochdruckgebiet in die Passatregion einbezogen. Die NE-Winde sind dann am häufigsten und beständigsten; im Winter und Herbst, wenn sich der Passat zurückzieht und das Gebiet zum Teil auf die Nordseite des subtropischen Hochdruckgebietes tritt, sind südlichere Winde besonders in den nördlicheren Teilen, nicht selten.

Im Vergleich zu den gegensatzreichen Verhältnissen der Golfstromregion sind hier die geringen jahreszeitlichen und örtlichen Verschiedenheiten der Temperatur besonders auffallend. Die Niederschläge, die dort das ganze Jahr mit einem Maximum im Sommer fallen, zeigen hier einen ausgesprochenen jährlichen Gang: außerordentliche Regenarmut, solange das Gebiet ganz unter den Einfluß des Hochdruckgebietes steht, im Sommer und ein Regenmaximum im Winter.

Die Zone zwischen dem Englischen Kanal und New York.

Dieses Gebiet umfaßt den ganzen Südteil der ausgedehnten nördlichen Depression. Die Nordgrenze fällt zusammen mit der Rinne niedrigsten Luftdruckes, die von der Dävisstraße um Kap Farvel herum über Island bis zum Nordkap verläuft. Sie bildet auch die Grenze zwischen der gemäßigten und kalten Zone des nordatlantischen Ozeans. Im ganzen Gebiete überwiegen Winde westlicher Richtung, in den westlichen Teilen mit einer Komponente aus Nord, in den östlichen mit einer Komponente aus Süd. Diese Verschiedenheit der Komponenten im Westen und Osten bedingen einen kräftigen klimatischen Unterschied; die Westseite ist kälter und reicher an Gegensätzen, die Ostseite abnorm mild und in den Wärmeverhältnissen ziemlich beständig. Die Grenze zwischen beiden Gebieten liegt bei 40° westl. L.; es ist jene Länge, in der die Isobaren in fast allen Breitengraden die südlichste Lage erreichen, dort, wo also die NW-Winde in W und SW-Winde umbiegen. Besonders scharf zeigt sich der klimatische Gegensatz beider Regionen in der jahreszeitlichen Verteilung der Wasser- und Lufttemperatur, wie G. Schott in zwei Isoplethendiagrammen [1] in auffallender Weise veranschaulicht hat.

4. Die Neufundland-Region

steht unter dem Einfluß der kalten Labradorströmung und des aus dem St. Lorenz-Golf kommenden kalten Küstenwassers; im südlicheren Teil herrscht aber bereits der Golfstrom vor. Je nach dem weiteren Vordringen der einen oder der anderen Strömung bilden sich hier auf sehr kurzen Strecken die größten Gegensätze zwischen Wasser- und Lufttemperatur aus (Nebelbildungen!). Bei überwiegenden NW-Winden, die aus den kalten nördlichen Teilen Nordamerikas kommen, sind die Winter abnormal kalt. Im Sommer, wo die Isobaren mehr eine west-östliche Richtung aufweisen, wehen SE, SSW und S-Winde, die außerordentlich warm und drückend schwül sind. Die Druckgradienten haben auch in den Wintermonaten eine Richtung gegen NE hin, im Sommer mehr gegen Nord. Folgende Tabelle enthält eine Übersicht über die in dieser Region herrschenden Luftdruckgradienten; sie sind den Monatskarten der Druckverteilung entnommen.

Druckgradienten von Neuschottland aus in der Richtung gegen NE (senkrecht auf die Richtung der Isobaren).

	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.
Richtung des Gradienten	N 40° E	N 35° E	N 45° E	N 45° E	N 45° E	N 35° E	N 15° E	N 5° E	N	N 20° E	N 30° E	N 35° E
Stärke in Millimetern	**0·65**	0·61	0·47	0·31	0·21	0·18*	0·26	0·33	0·35	0·61	0·48	0·59

[1] Siehe G. Schott, Geographie des atlantischen Ozeans, Fig. 76 und 77, p. 242 und 243.

Die lebhaftesten Winde aus NW wehen demnach in den Wintermonaten; die Druckgradienten sind im Mai am schwächsten, werden aber erst bei neuerlicher Zunahme im Monat August solche nördlicher Richtung.

5. Die westeuropäische Region

ist in jeder Beziehung weniger extrem wie das westliche Gebiet in gleicher Breite; schon in der Beziehung unterscheidet sie sich von der Neufundland-Region, daß hier die Winde stets ohne große Richtungsänderung aus den Südwestquadranten wehen. Die Temperaturschwankungen werden dadurch bedeutend geringer. Die Temperaturen sind in den Wintermonaten abnorm hoch, in den Sommermonaten etwas niedriger als normal; beides führt zu einer Verflachung der Extreme. Die Ursache der vorwiegenden SW-Winde in allen Jahreszeiten liegt in dem nur geringen Schwankungen unterworfenen Verlauf der Isobaren in diesem Gebiete. Die Richtung und Größe der mittleren Druckgradienten (senkrecht auf die Richtung der Isobaren) von der NW-Küste Frankreichs aus gegen NW sind in folgender Tabelle enthalten.

	Dez.	Jänner	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Schw.
Richtung der Druckgradienten	W65° N	W60° N	W60° N	W75° N	W50° N	W70° N	W50° N	N	N	W65° N	W80° N	W65° N	
Größe der Druckgradienten in Millim.	0·84	**0·91**	0·67	0·53	0·32	0·20*	0·32	0·38	0·40	0·55	0·45	0·74	0·71

Der Verlauf der mittleren Isobaren ist demnach meistens von SW nach NE gerichtet, nur in den Sommermonaten sind sie mehr west-östlicher Richtung, immer aber vom atlantischen Ozean gegen den Kontinent gerichtet. Durch die in allen Breiten dieser ausgedehnten Region in den Wintermonaten stets vorherrschenden SW-Winde, werden warme, feuchte ozeanische Luftmassen weit nach West- und NW-Europa, sowie gegen Nordeuropa hereingetragen und bedingen die außerordentliche thermische Begünstigung dieser Gebiete. Besonders wichtig für diese Erscheinung ist die kräftige Ausbildung der vom inländischen Hauptminimum gegen NE sich hinziehenden Rinne niedrigen Druckes, infolge welcher die durch sie bedingten SW-Winde die warme Luft südlicher Breiten weit nach Norden, ins europäische Nordmeer hineintragen.

Neben dem mächtigen Einfluß des Golfstromes gebührt sicherlich der in den Wintermonaten über der westeuropäischen Region herrschenden Luftdruckverteilung der größte Anteil beim Hervorbringen der großen klimatischen Begünstigung, die den Westküsten Europas zuteil wird.

Die Zone zwischen New York und dem englischen Kanal, in der sich fast der gesamte transatlantische Verkehr abspielt, enthält zugleich die Zone größter Häufigkeit der Sturmbahnen im nordatlantischen Ozean. Depressionen auf Depressionen ziehen, von Westen kommend, in dieser Zone quer über den atlantischen Ozean gegen Europa; dadurch wird dieses Gebiet in der Winterszeit zu der sturmreichsten Gegend des ganzen nordatlantischen Ozeans. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Tiefdruckgebiete steht in einer engen Beziehung zu den monatlichen Druckgradienten in diesem Gebiete; sie ist am größten im Winter, am kleinsten im Sommer und scheint wie letztere im Herbst einer Störung zu unterliegen.

6. Die Baffin-Bai Region und die Nordmeerregion

gehören schon zu dem polaren Klimagebiet des atlantischen Ozeans; sie liegen nördlich der Rinne niedrigsten Druckes der nördlichen Depression. Der Luftdruck nimmt also hier von Süden nach Norden zu. Die vorherrschenden Winde sind die nördlichen, nordwestlichen und nordöstlichen. Trotz dieser polaren Winde sind die Temperaturverhältnisse für diese hohen Breiten nicht übermäßig extrem; nur die Baffin-

Bai hat mehr kontinentaleres Klima. Durch die Ausläufer der atlantischen Warmwassertrift sind die südlicheren Teile der Nordmeerregion, die Gewässer um Island besonders, noch thermisch stark begünstigt. Weiter gegen Norden zu, an der Ostküste Grönlands, Jan Mayen und Spitzbergen nehmen die Winde schon mehr polaren Charakter an; die Ostseite der ganzen Nordmeerregion ist aber wieder vor der Westhälfte, wo sehr kalte polare Meeresströmungen auftreten, erheblich begünstigt.

4. Der jährliche Gang der Monatsmittel des Luftdrucks im Gebiete des nordatlantischen Ozeans.

Mittels der früher mitgeteilten Tabellen sind wir auch in der Lage über den jährlichen Gang des Luftdrucks im Gebiete des nordatlantischen Ozeans uns eine Übersicht zu verschaffen. Für jeden Schnittpunkt der 5 Grad-Koordinaten kann man Monat für Monat den entsprechenden Monatswert entnehmen und erhält so für eine außerordentlich große Zahl von Punkten den jährlichen Gang dieses wichtigen meteorologischen Elementes. Wir wollen hier nicht in extenso diese Tabellen, die ja aus denselben Zahlen wie die früheren bestehen, wiedergeben; nur ein kleiner Auszug diene als Beleg für die folgenden Ausführungen:

Tabelle 15.

Jährlicher Gang des Luftdrucks in Abweichungen vom Jahresmittel (1881 bis 1905).

Länge	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Ampl.
	Breite 70° N												
80° W	−2·4*	−1·8	+0·7	+3·1	+ **3·8**	+ **3·8**	+ 0·7	− 1·0	− 1·0	− 2·2	− 1·7	−1·8	6·2
60	−4·3*	−3·5	−0·3	+1·8	+ 4·0	+ **4·7**	+ 2·0	+ 1·3	+ 1·1	− 2·0	− 1·1	−3·0	9·0
40	−4·1*	−3·4	−0·9	+1·5	+ 3·0	+ **4·4**	+ 0·7	+ 0·8	+ 1·3	− 1·3	+ 0·5	−2·2	8·5
20	−5·2*	−5·2	−1·8	+0·2	+ 2·3	+ **5·9**	+ 3·1	+ 1·8	+ 1·8	− 0·8	+ 0·3	−3·3	11·1
0	−5·3*	−5·3	−2·4	−1·9	+ 3·4	+ **6·2**	+ 5·6	+ 3·0	+ 1·4	+ 0·4	− 0·8	−4·0	11·5
20 E	−3·0	−3·8*	−2·4	−1·8	+ 3·2	+ **4·5**	+ 4·4	+ 1·8	+ 0·9	+ 0·6	− 1·1	−3·1	8·3
40	−1·8	−3·2*	−2·0	−1·1	+ 3·2	+ **4·4**	+ 3·3	+ 1·1	+ 1·5	− 0·1	− 1·2	−3·8*	8·2
	Breite 60° N												
80° W	−0·9	− 0·1	+ 1·7	+ 2·8	+ **3·3**	+ 2·3	− 0·3	−2·8*	−2·1	− 2·1	− 1·1	− 0·8	6·1
60	−3·5*	− 2·9	− 0·9	+ 1·1	+ 2·9	+ **3·8**	+ 1·7	+0·7	+0·7	− 1·5	− 0·7	− 2·2	7·3
40	−5·6*	− 5·3	− 3·0	− 0·2	+ 1·9	+ **5·0**	+ 2·9	+3·6	+3·8	− 0·6	+ 0·7	− 2·7	10·6
20	−5·0*	− 3·4	− 2·0	− 1·5	+ 1·3	+ **4·6**	+ 4·1	+2·8	+1·5	+ 0·1	+ 0·3	− 2·9	9·6
0	−3·3*	− 1·7	− 0·2	− 2·0	+ 1·2	+ 2·9	+ **3·6**	+1·0	−0·3	+ 0·9	− 1·4	− 1·4	6·9
20 E	−1·2	+ 0·2	+ 0·6	− 0·4	+ 1·5	+ **1·7**	+ 0·5	−0·6	−1·7*	+ 0·6	− 0·8	0·0	3·4
40	+1·3	+ 1·3	+ 1·4	+ 1·3	+ **1·9**	+ 0·5	− 2·3	−2·9*	−2·5	− 0·6	+ 0·3	+ 0·2	4·8
	Breite 50° N												
80° W	+0·5	+ 1·2	+**1·8**	+ 1·3	+1·4	− 0·5	− 1·6	−2·8*	− 1·3	− 0·4	+0·4	− 0·3	4·6
60	−1·1*	− 0·7	−0·9	− 0·3	+0·5	+ **1·6**	+ 0·1	−0·7	+ 0·3	+ 0·8	+**0·9**	0·0	2·5
40	−2·8	− 2·6	−3·8*	− 1·1	0·0	+ 2·3	+ 1·0	+**2·8**	+ 2·4	+ 1·3	+0·4	− 0·5	6·6
20	−1·7*	− 0·6	−1·5	− 0·6	−0·6	+ 1·3	+ 1·4	+**2·0**	+ 0·8	+ 0·4	−0·2	− 1·0	3·7
0	−0·3	+ **1·8**	+1·0	− 1·4	−1·8*	− 0·2	+ **0·7**	+0·2	− 0·2	+ 0·7	−1·0*	0·0	3·6
20 E	+1·2	+ **3·2**	+1·9	− 1·4	−2·1*	− 1·6	− 2·0	−1·8	− 0·9	+ 3·0	+0·3	+ 2·4	5·3
40	+3·1	+ **3·4**	+2·7	+ 0·8	−0·4	− 1·9	− 4·8	−4·9*	− 3·4	− 1·0	+2·1	+ 3·3	8·3

Länge	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Ampl.
	Breite 40° N												
80° W	+ **1·7**	+ 1·5	+1·4	−0·2	−0·8	− 1·8	−1·9*	−1·7	− 0·9	+ 0·7	+1·0	+ 1·3	3·6
60	− 0·6	− 0·1	−1·6	−1·7*	−1·4	+ 0·6	+0·3	+1·2	+ 1·2	+ **1·8**	+0·5	+ 0·3	3·5
40	− 0·5	− 0·9	−3·2*	−2·0	−0·5	+ 0·6	+1·0	+**2·8**	+ 1·9	+ 0·9	−0·3	+ 0·4	6·0
20	+ **0·8**	+ 0·6	−0·7	−1·3*	−1·0	− 0·3	+0·8	+**1·9**	+ 1·2	+ 0·1	−1·3*	− 0·3	3·2
0	+ 1·8	+ **2·5**	+1·5	−1·3	−2·1*	− 1·3	−0·6	−0·6	− 0·4	− 0·1	−0·4	+ 0·6	4·6
20 E	+ 1·1	+ 1·8	+1·4	−0·8	−1·8*	− 1·2	−1·0	−1·5	− 1·2	+ 0·5	+0·8	+ **1·9**	3·7
40	+ 2·8	+ **3·9**	+2·2	+0·5	−1·0	− 1·4	−2·6	−4·1*	− 3·6	− 0·7	+1·3	+ 2·6	8·0
	Breite 30° N												
80° W	+ 2·2	+ 2·0	+ 1·3	+0·2	− 0·3	−1·6*	− 1·1	−0·5	− 1·2	− 1·3	−1·1	+ 0·9	3·8
60	+ 0·1	+ **0·8**	+ 0·4	−1·0*	− 0·6	+0·1	+ 1·0	+**1·9**	+ 0·7	− 0·7	−1·9*	− 0·6	3·8
40	− 0·1	− 0·3	− 0·9	−1·5*	+ 0·3	+0·7	+ 1·8	+**2·2**	+ 0·9	− 0·3	−1·5	− 0·9	3·7
20	+ **1·3**	+ 1·0	+ 0·3	−0·7*	− 0·3	+0·1	+ **0·9**	+0·3	− 0·4	− 0·3	−1·4	− 0·5	2·7
0	+ 2·5	+ **2·8**	+ 2·5	−0·1	− 1·5	−1·0	− 1·3	−2·0*	− 1·9	− 1·2	−0·4	+ 1·0	4·8
20 E	+ 2·0	+ **2·4**	+ 2·0	−0·0	− 1·4	−1·4	− 1·3	−2·4*	− 1·9	− 0·6	+0·4	+ 1·6	4·8
40	+ **3·9**	+ **3·9**	+ 2·7	+0·9	− 0·7	−1·2	− 2·4	−5·0*	− 4·1	− 1·6	+0·4	+ 2·9	8·9
	Breite 20° N												
70° W	+ 0·1	+ 1·2	+ **1·5**	+ 0·7	+ 0·1	−0·3*	+ 0·5	+ **0·9**	−0·1	− 1·3	−2·1*	−1·3	3·6
60	− 0·3	+ 0·9	+ **1·2**	+ 0·4	+ 0·3	0·0*	+ 1·0	+ **1·1**	+0·1	− 1·1	−2·0*	−1·8	3·2
40	− 0·3	+ 0·1	+ 0·4	− 0·1	+ 0·5	+0·7	+ **1·4**	+ 0·9	−0·4	− 0·6	−1·4*	−1·4*	2·8
20	+ 0·8	+ **1·3**	+ 0·6	− 0·1	+ 0·1	+0·1	+ **0·2**	− 0·2	−1·2*	− 0·4	−0·6	−0·3	2·5
	Breite 10° N												
60° E	− 0·6	+ 0·4	+ **0·9**	+ 0·4	+0·2	+ 0·3	+ **0·8**	+ 0·7	0·0	− 0·5	− 1·3	−1·5*	2·4
40	− 0·7	− 0·1	+ 0·2	+ 0·1	+0·3*	+ 0·6	+ **1·2**	+ 0·8	− 0·2	− 0·2	− 0·9	−1·3*	2·5
20	0·0	+ 0·3	+ 0·1	− 0·2	−0·1	+ 0·1	+ **0·7**	+ 0·4	− 0·2	0·0	− 0·2	−0·3*	1·0

Der jährliche Gang des Luftdrucks ist im Gebiete des nordatlantischen Ozeans sehr verschiedenartig. Beginnen wir im Norden, so finden wir bis ungefähr 55° Breite herab über dem ganzen atlantischen Ozean im jährlichen Verlaufe des Luftdrucks ein Maximum im Monate Mai, ein Minimum im Dezember; ein sekundäres Maximum fällt meistens auf den Oktober. Auch Skandinavien, Schottland und Irland gehören zu diesem Gebiete, doch verschiebt sich das Maximum hier meistens auf den Juni, das Minimum besonders in den nördlicheren Gebieten auf den Jänner. Die Amplitude (Unterschied zwischen dem höchsten und niedrigsten Wert) ist hier außerordentlich groß und in den mittleren Teilen des Ozeans 11 *mm*.

Westlich und östlich dieses ausgedehnten Gebietes, im nordöstlichen Nordamerika, in Finnland und im nördlichsten Russland, schließen sich Gebiete an, in denen sich das Maximum auf den April verschiebt. Das Minimum aber je nach Lage auf den Dezember oder Juli fällt, der jährliche Gang ist hier sehr unregelmäßig, namentlich was die Eintrittszeit des Minimum betrifft.

Im zentralen Teil des atlantischen Ozeans reiht sich gegen Süden zu ein Gebiet an, in dem das Maximum auf den Sommer fällt; der Juli hat meistens den höchsten Luftdruck; den niedrigsten hat fast ausschließlich der Februar; stellenweise fällt das Minimum auch auf den März. In diesen Breiten ist das

sekundäre Maximum im Oktober fast gar nicht ausgesprochen, wenn man auch örtlich Andeutungen davon findet; es tritt umso mehr zurück, je südlicher wir uns begeben.

Südlich dieser Zone, bis ungefähr 30° Breite folgt ein Gebiet, in dem das Hauptmaximum wieder auf den Juni fällt; das Hauptminimum tritt aber hier im Oktober, noch südlicher davon im November ein; ein sekundäres Maximum weist der Winter (Jänner, Februar), ein sekundäres Minimum das Frühjahr (März) auf. Die Jahresschwankung ist hier sehr klein und beträgt bloß 2 bis 3 *mm*.

In der Nähe der Küstengebiete und in diesen sowohl im Osten wie im Westen des zentralen Teiles des atlantischen Ozeans ist der jährliche Gang des Luftdrucks ziemlich unregelmäßig. Die Küstengebiete Nordamerikas haben ein Maximum des Luftdrucks im Winter und ein Minimum im Sommer, ohne daß sich für ein größeres Gebiet ein bestimmter Monat als Eintrittszeit der Extreme angeben ließe. Weiter südlich im Gebiete Westindiens, in den Breiten von 20 und 10° nördl. Br. fällt das Maximum auf den Februar, das Minimum auf den Oktober oder November. Ein sekundäres Maximum tritt im Sommer (Juli) ein.

Noch komplizierter sind die Verhältnisse auf der Ostseite des atlantischen Ozeans, an den Westküsten Europas und in West- und Mitteleuropa selbst. Deutschland, das westliche Österreich und Ungarn, Italien und alle Gebiete Europas, die westlich von diesen liegen, zeigen als allgemeine Erscheinung im jährlichen Gange des Luftdrucks ein Maximum im Jänner, ein sekundäres Maximum in den Herbstmonaten (September oder Oktober). Auch an der Westküste Nordafrikas, die noch in unser Gebiet fällt, tritt das Maximum des Luftdrucks im Jänner ein. Im südlichen Europa (Spanien, Portugal, Süditalien) macht sich aber noch ein Sommermaximum bemerkbar, das meistens auf den Juli fällt. Dieses große Gebiet, in dem der Luftdruck im Winter seinen höchsten Stand erreicht, grenzt im Westen scharf an das zentrale Gebiet des atlantischen Ozeans, in dem, wie wir bereits wissen, das Maximum in den Sommermonaten (Juni oder Juli) auftritt. Das Grenzgebiet ist aber, wie später gezeigt wird und worauf wir noch näher zu sprechen kommen werden, auch ein Gebiet kleinster jährlicher Druckschwankung. Die Eintrittszeit des Luftdruckminimums unterliegt viel größeren östlichen Unterschieden als die des Maximums. Im nördlichen Mitteleuropa (Ost- und Nordseegebiet) hat der März den niedrigsten Druck, in den östlicheren Teilen fällt das Minimum auf den Mai; der größte Teil des Gebietes weist aber ein entschiedenes Aprilminimum auf. Zwischen dem herbstlichen sekundären Maximum und dem Hauptmaximum im Jänner liegt ein sekundäres Minimum, das örtlich ziemlich tief ausfallen kann.

An dieses Gebiet schließt sich im Osten ein Gebiet mit bereits ausgesprochen kontinentalem Typus des jährlichen Luftdruckganges an: Hauptmaximum Jänner (örtlich auch November[1]), Hauptminimum im Juli.

Die hier mitgeteilten allgemeinen Erscheinungen im jährlichen Gange des Luftdrucks in Mittel- und Südeuropa decken sich im allgemeinen und auch in den Details mit jenen, die Hann aus den Jahresreihen 1851 bis 1880 für eine größere Anzahl Stationen in Mittel- und Südeuropa abgeleitet hat.[2] Durch die Einflußnahme verschiedener Faktoren zeigt, wie Hann näher nachweist, der jährliche Gang des Luftdrucks in Mittel- und Südeuropa einen unentschiedenen Charakter. Die östlichen Gebiete stehen mehr unter dem Einfluß des kontinentalen Typus Osteuropas, die westlichen Gebiete dagegen mehr unter dem Einfluß des ozeanischen Typus. Der Einfluß zeigt sich stärker auf das Verhalten des Minimums, während das Maximum ziemlich einheitlich auf den Jänner fällt. Von Osten gegen Westen nimmt aber die jährliche Druckschwankung ab.

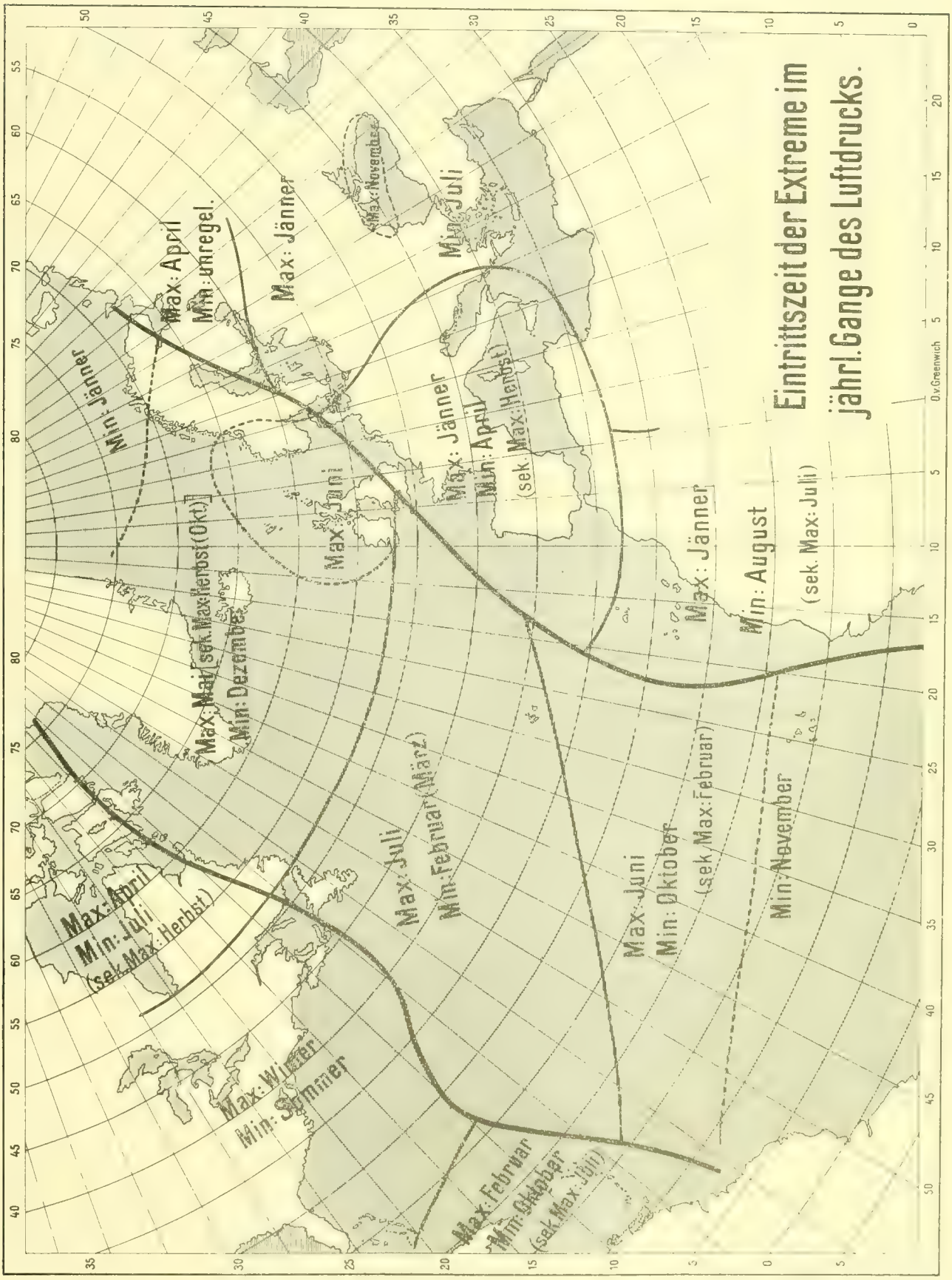
Fig. 7 gibt einen Überblick über die Eintrittszeiten der Maxima und Minima im atlantischen Ozean. Die Grenzen der einzelnen Gebiete sind nicht als schroffe Übergänge gemeint; besonders in nord-südlicher Richtung sind die Übergänge nur allmählich; viel rascher vollziehen sie sich, besonders was die Maxima betrifft, in west-östlicher Richtung; das hängt mit einer anderen Erscheinung zusammen, auf die wir nun zu sprechen kommen.

---

[1] An der Nord- und Ostküste des Schwarzen Meeres ist das Novembermaximum das stärkere.

[2] Siehe Hann, l. c., p. 51 u. ff.

Fig. 7.


Eintrittszeit der Extreme im jährl. Gange des Luftdrucks.
Max: April
Min: unregel.
Max: Jänner
Min: Juli
Min: Jänner
Max: Mai (sek. Max: Herbst (Okt.))
Min: Dezember
Max: Juni
Max: Jänner
Min: April
(sek. Max: Herbst)
Max: April
Min: Juli
(sek. Max: Herbst)
Max: Juli
Min: Februar (März)
Max: Juni
Min: Oktober
(sek. Max: Februar)
Max: Jänner
Min: August
(sek. Max: Juli)
Max: Winter
Min: Sommer
Max: Februar
Min: Oktober
(sek. Max: Juli)
Min: November
0 v. Greenwich

Für jeden Querschnitt der 5 Grad-Koordinaten ist nach den früheren Tabellen der jährliche Gang des Luftdrucks gegeben; diesen Werten können wir nun für jeden Punkt die Amplitude der Jahresschwankung ohne Rücksicht auf die Eintrittszeit der Extreme entnehmen. Der Unterschied zwischen dem höchsten und niedrigsten Luftdruckwerte gibt wohl sicherlich ein Maß für die Größe der Jahresschwankung. Ihre Verteilung im Gebiete des atlantischen Ozeans ist der Untersuchung wert; sie ist in folgender Tabelle 16 für das ganze Gebiet gegeben. Fig. 8 enthält Linien gleicher Jahresschwankung von 1 zu 1 *mm*.

Tabelle 16.

Amplitude der jährlichen Druckschwankung in Millimeter (Hauptmaximum — Hauptminimum).

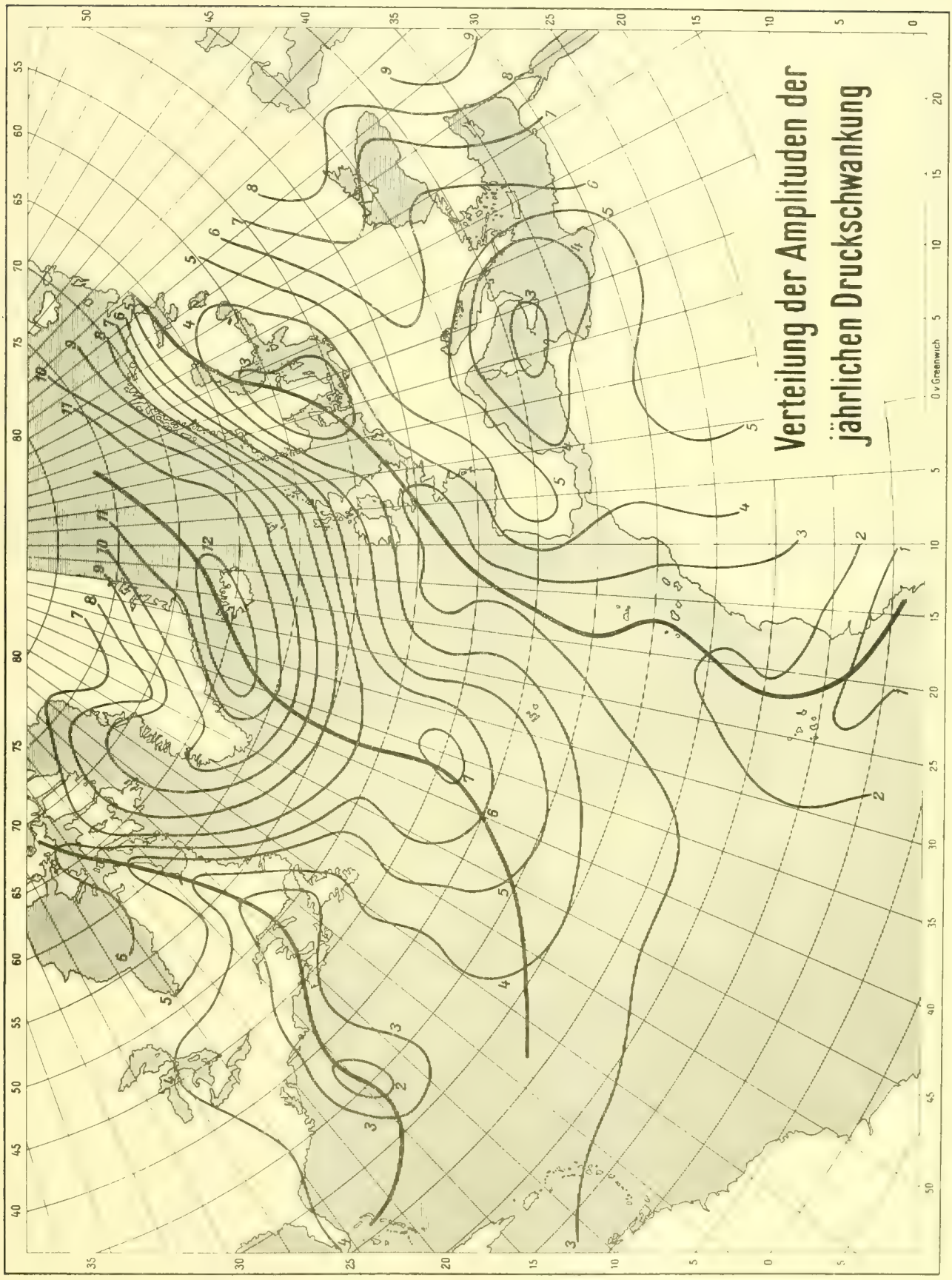
Breite \ Länge	80° W	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25°W
75°	—	—	6·8*	7·0	**7·2**	7·1	6·7	6·3*	7·0	7·3	8·1	8·9
70	6·2*	7·0	7·8	8·6	**9·0**	8·8	9·0	7·8*	8·5	9·4	10·1	10·6
65	5·7*	6·2	7·2	8·2	8·9	**9·9**	9·6*	9·9	10·9	12·1	**12·8**	**12·8**
60	6·1	5·5	4·4*	6·0	7·3	8·3	9·5	10·2	10·6	**11·1**	10·9	10·3
55	5·7	5·5	5·0	4·0*	4·7	6·2	7·1	7·7	**7·9**	**7·9**	7·6	7·3
50	4·6	4·3	3·2	2·5	2·5*	4·1	4·9	5·6	**6·6**	6·5	6·1	4·8
45	3·1	3·3	2·9*	3·0	3·5	4·3	5·1	6·1	6·8	**7·4**	6·2	4·8
40	3·6	3·6	2·5*	3·3	3·5	3·8	4·8	5·7	**6·0**	5·8	5·2	4·1
35	4·0	3·1	1·9*	2·5	3·4	4·0	4·5	4·8	**5·1**	4·9	4·0	3·7
30	3·8	3·3	3·2*	3·3	3·8	4·0	3·9	**4·0**	3·7	3·7	3·1	2·7
25	3·9	3·9	3·9	3·8	3·7	3·6	3·5	3·3	3·3	3·1	2·7	2·1
20	—	3·7	3·6	3·5	3·2	3·1	2·9	2·9	2·8	2·7	2·4	2·0*
15	—	—	3·1	3·0	2·7	2·5	2·5	**2·7**	2·6	2·5	2·0	1·2
10	—	—	—	2·7	2·4	2·3	2·4	**2·5**	**2·5**	2·4	2·2	1·5

Breite \ Länge	20°W	15	10	5	0	5	10	15	20	25	30	35	40° E
75°	9·7	10·1	10·7	**11·6**	11·3	11·5	11·4	11·4	11·2	11·0	10·6	9·9	9·2
70	11·1	11·5	11·6	**11·7**	11·5	10·8	10·4	9·4	8·3	7·8	7·6*	7·8	8·2
65	12·2	11·6	11·2	11·1	10·6	9·2	7·2	5·2	4·4	4·2*	4·3	4·5	4·7
60	9·6	8·8	8·8	8·4	6·9	4·7	2·8	2·5*	3·4	3·3	3·7	4·3	4·8
55	6·0	5·8	5·4	4·9	4·3	3·3	2·8*	2·9	3·1	4·1	5·2	6·0	6·9
50	3·7	3·0	3·1	2·9*	3·6	4·5	5·0	5·2	5·3	6·2	6·8	7·3	**8·3**
45	3·2	3·0*	3·3	3·9	4·5	5·3	4·8	5·1	5·9	6·5	6·4	6·9	7·7
40	3·2	2·9*	4·2	**5·2**	4·6	3·7	3·2*	3·3	3·7	5·3	6·0	6·9	8·0
35	2·8*	2·9	3·6	4·1	4·2	**4·4**	4·0	3·3*	3·5	5·1	6·4	7·6	9·2
30	2·7	2·6*	3·4	4·1	4·8	**5·1**	4·9	4·5*	4·8	6·5	6·8	8·0	8·9
25	2·0*	2·7	3·6										
20	2·5	2·5	3·1										
15	1·7	1·8	2·3										
10	1·0	0·8*	1·0										

Die Haupterscheinung ist sicher die Zunahme der Jahresschwankung mit Zunahme der geographischen Breite. Bilden wir Mittelwerte für jeden Breitenkreis, so erhalten wir folgende Zahlen:

Breite N	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°
Druckschwankung in Millimeter	1·9	2·3	2·8	3·3	4·4	4·3	4·5	4·9	4·8	5·5	6·9	8·6	9·2	9·2

Fig. 8.


Verteilung der Amplituden der
jährlichen Druckschwankung
0 v Greenwich

Sehen wir zunächst von dem kleinen Rückgang des Wertes in 35° Breite, der durch die etwas kleineren Werte im Gebiete des westlichen Mittelmeeres bedingt ist, ab, so finden wir eine regelmäßige kräftige Zunahme von 1·9 *mm* in 10° Breite auf 9·2 *mm* in 70 und 75° Breite. Überall ist diese Abnahme gut ausgesprochen, doch ist sie nicht auf allen Längenkreisen gleich groß; am stärksten ist sie wohl im zentralen Teile des atlantischen Ozeans, wo sie von 2·5 *mm* in 10° nördl. Br. bis 12·8 *mm* in 65° Br. zunimmt, dann aber etwas abnimmt. Im Gebiete Europas bildet das mittelländische Meer eine Störung, indem im ganzen Bereiche desselben die jährliche Druckschwankung kleiner ist als an den Küsten und auf den angrenzenden Kontinenten. Wir finden hier einen ausgesprochenen Rückgang der Amplitude mit einem Minimum im Gebiete zwischen Sardinien und Sizilien.

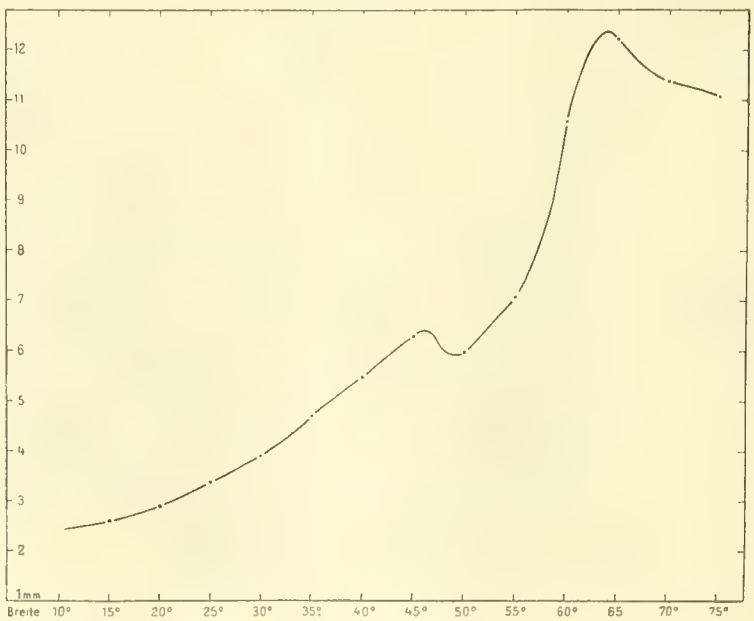
Eine zweite, nicht minder wichtige Erscheinung ist die, daß wir längs aller Breitenkreise im zentralen Teile des atlantischen Ozeans ein Maximum der Druckschwankung finden; mit Annäherung an die Küste nimmt nach beiden Seiten der Betrag der Druckschwankung ab und erreicht nicht unweit von der Küste ein Minimum, um dann landeinwärts mit zunehmender Kontinentalität wieder zuzunehmen. Überall und in jeder Breite ist diese Erscheinung gut ausgesprochen. Verbinden wir alle jene Orte, die das Maximum im zentralen Teil des Ozeans und das Minimum in der Nähe der Küste auf einem Breitenkreise aufweisen, durch eine Linie (siehe Fig. 8), so erhalten wir die herausgezogene Linie in der Mitte des Ozeans und die beiden anderen Linien auf beiden Seiten. Die erste Linie fällt zusammen mit der Achse des atlantischen Ozeans; die beiden anderen folgen in auffallendster Weise den Küsten.

Sie trennen aber auch, wie wir uns durch einen Blick auf die Karte, die die Verteilung der Eintrittszeiten auf den atlantischen Ozean darstellt (Fig. 7), überzeugen können, jene Gebiete, die vorwiegend dem ozeanischen Typus des jährlichen Luftdruckganges angehören, von jenen, die den kontinentalen Typus aufweisen. Aus diesem Grunde sind auch diese Linien tatsächlich meteorologische Grenzen.

Beide Karten (Fig. 7 und 8) weisen aber deutlich auf die Ursachen des jährlichen Luftdruckganges hin; würden keine Kontinente vorhanden sein, wäre der jährliche Luftdruckgang sehr einfach. Es wäre bloß bedingt durch die Jahresschwankung der Ferrel'schen Zirkulation. Die Amplitude der Luftdruckschwankung würde nach einem einfachen Gesetze mit der geographischen Breite zunehmen und am Pole ein Maximum erreichen.

Die Kontinente stören diesen Prozeß; durch die allmähliche Erwärmung der Luftmassen über den Kontinenten in den Frühlings- und Sommermonaten heben sich in der Höhe die Flächen gleichen Druckes

Fig. 9.

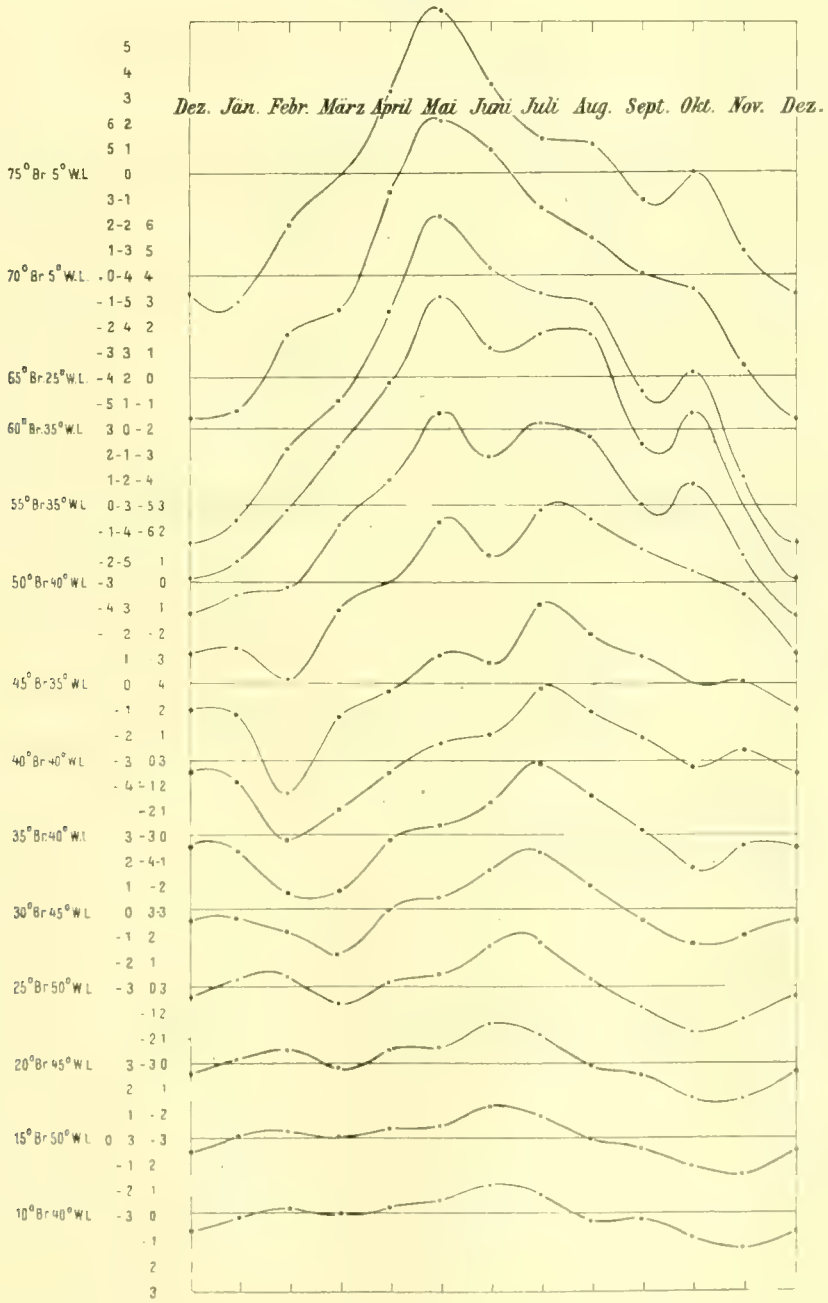


Amplitude der jährlichen Druckschwankung in Millimetern im zentralen Teile des nordatlantischen Ozeans.

und bedingen einen Luftabfluß gegen die kühleren Ozeane. Im Sommer erfolgt demnach eine Ansammlung von Luft über den Meeren, im Winter in umgekehrter Weise über den Kontinenten. Die zentralen Teile der Ozeane und Kontinente müssen deshalb Maxima, die Küstengebiete dagegen Minima der jährlichen Luftdruckschwankung aufweisen. Die Eintrittszeiten der Maxima und Minima sind auf dem Ozean und und Kontinente nahezu entgegengesetzt; hier Maximum, dort Minimum und umgekehrt. Es verhält sich dies alles ungefähr so, wie eine stehende Schwingung mit Jahresperiode, wobei die Knotenlinie auf die Küstengebiete fällt.

Nehmen wir längs der Achse des nordatlantischen Ozeans auf jedem Breitenkreis je zwei Werte östlich und westlich vom Maximum und bilden wir für diese fünf maximalen Werte das Mittel, so erhält man folgende Verteilung der Druckschwankung längs des zentralen Teiles des atlantischen Ozeans, die in Fig. 9 graphisch dargestellt ist.

Fig. 10.



Jährlicher Gang des Luftdrucks in der Mitte des nordatlantischen Ozeans in den einzelnen Breiten von 10° bis 75° nördl. Br.

Breite N	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°
Druckschwankung in Millimeter	2·4	2·6	2·9	3·4	3·9	4·7	5·5	6·3	6·0	7·1	10·6	**12·2**	11·4	11·1

Bis 45° Breite ist die Zunahme regelmäßig und entspricht fast dem Sinus der geographischen Breite; nach einer kleinen Unterbrechung erfolgt dann der Hauptanstieg zum Maximum in 65° Breite.

In Fig. 10 sind für einzelne Punkte längs der Achse größter Druckschwankung der jährliche Gang des Luftdrucks in Abweichungen vom Mittelwerte graphisch wiedergegeben. Die Figur weist deutlich darauf hin, wie die Amplitude mit zunehmender Breite zunimmt und wie sich die Extreme im zentralen Teile des Ozeans allmählich verschieben.

5. Die mittlere Veränderlichkeit der Monatsmittel des Luftdrucks; ihre örtliche Verschiedenheiten und ihr jährlicher Gang im Gebiete des nordatlantischen Ozeans.

Zur Beurteilung, mit welchem Grad von Genauigkeit wir mittels der Luftdruckmittel der 25jährigen Periode 1881 bis 1905 die Luftdruckverteilung über dem atlantischen Ozean in jedem Monat darstellen können, benötigen wir die Kenntnis der mittleren Veränderlichkeit der Monatsmittel des Luftdrucks für die einzelnen Schnittpunkte der 5 Grad-Koordinaten. Diese Größe bietet aber auch ein wissenschaftliches Interesse, indem sie uns über die mittlere Größe der Schwankungen des Luftdrucks Aufschluß gibt und jene Gebiete anzeigt, die als Störungsherde aufzufassen sind. Neben der örtlichen Verteilung dieser Größe wird auch ihre jahreszeitliche Schwankung auf die Ursachen der Unbeständigkeit der Luftdruckmittel hinweisen.

Unter mittlerer Veränderlichkeit der Monatsmittel versteht man den mittleren absoluten Betrag der Abweichungen der einzelnen Mittelwerte von dem entsprechenden Gesamtmittel[1], also das Mittel der Abweichungen ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen. Die Werte dieser Größe, die man für verschiedene Örtlichkeiten berechnet, sind mit einander nur dann vergleichbar, wenn sie alle aus derselben Periode abgeleitet sind, eine Bedingung, die in unserem Falle von selbst erfüllt ist. Es zeigt sich, wie Hann hervorhebt, daß die mittlere Abweichung mit Zunahme der Zahl der Beobachtungsjahre bald einen konstanten Wert annimmt, der also für das betreffende Klimagebiet ein charakteristisches klimatisches Element, eine meteorologische Konstante, ist.

Die Ermittlung der mittleren Veränderlichkeit der Luftdruckmittel für alle Schnittpunkte der 5 Grad-Koordinaten erforderte eine sehr große Rechenarbeit; sie wurde ausgeführt, weil die Ergebnisse der Berechnung auch für eine nähere Untersuchung der unperiodischen Schwankungen der Luftdruckverteilung über dem nordatlantischen Ozean benötigt wurden. Im folgenden wollen wir nur einen Auszug aus den großen Tabellen geben, insoweit er notwendig ist, um die örtliche Verteilung und die jahreszeitlichen Änderungen der mittleren Veränderlichkeit der Luftdruckmittel übersichtlich darzustellen.

Die örtlichen Verschiedenheiten der mittleren Veränderlichkeit der Luftdruckmittel.

Folgende Tabellen 17 bis 28 enthalten die mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel in den einzelnen Monaten für das ganze von uns betrachtete Gebiet, und die Tabelle 29 schließlich noch die durchschnittliche Veränderlichkeit der Monatsmittel; letztere Größe deckt sich nicht mit der Veränderlichkeit der Jahresmittel, die, da die Jahresmittel aus einer zwölfmal längeren Periode abgeleitet sind, im Verhältnis von $\sqrt{12}$, das ist 3·5 mal kleiner ist, als erstere. Hann hat gezeigt, daß für das Gebiet von Mittel- und Südeuropa in der Tat ein angenähertes derartiges Verhältnis besteht. Da für unser Gebiet keine Jahresmittel des Luftdrucks für die ganze 25jährige Periode zur Verfügung standen, konnte die Veränderlichkeit der Jahresmittel nicht berechnet werden; es besteht aber gar kein Zweifel, daß auch hier in großer Annäherung das erwähnte Verhältnis besteht.

[1] Siehe Hann, Die Verteilung des Luftdrucks usw., p. 65.

Tabelle 17.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **Dezember.**

(Periode 1880 bis 1904.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	2·9	3·0	3·0	3·3	3·7	3·6	3·3	2·6	2·4	2·7	3·2	3·6
70	2·8	2·0	3·3	3·3	3·8	4·5	4·1	3·4	2·9	3·1	2·5	3·9	4·3
65	2·9	3·4	3·7	3·8	4·4	**5·1**	4·2	3·0	3·1	3·9	4·1	4·5	4·8
60	2·6	2·4	2·8	3·6	4·1	4·7	3·9	3·1	3·1	3·8	4·5	4·9	**5·0**
55	2·0	1·9	2·2	3·0	3·6	3·9	3·3	3·2	2·9	3·0	3·8	4·4	4·7
50	1·3	1·6	2·0	2·7	2·7	3·1	2·9	3·3	3·0	3·0	3·1	3·4	3·5
45	0·9	1·4	1·9	2·3	2·7	2·6	2·7	3·3	3·3	2·7	2·5	2·3	1·7
40	0·8	0·7	1·9	2·2	2·3	2·1	2·0	2·5	2·4	2·3	2·0	1·8	1·4
35	0·9	1·1	1·6	1·9	2·0	1·8	1·7	2·0	2·0	2·0	1·1	0·9	1·3
30	0·7	0·9	1·2	1·5	1·7	1·6	1·3	1·6	1·7	1·9	1·3	0·6	1·1
25	0·6	0·6	0·8	1·1	1·2	1·1	0·9	1·1					
20	—	0·6	0·6	0·9	1·0	0·8	0·5	1·1					
15	—	0·5	0·6	0·8	0·8	0·7	0·5	1·0					
10	—	—	0·8	0·9	0·9	0·6	0·7	1·0					

Tabelle 18.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **Jänner.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	4·2	4·0	4·0	4·4	5·1	5·0	5·0	4·3	4·1	4·1	4·2	4·3
70	4·0	4·1	4·2	4·3	4·9	5·4	5·2	4·5	3·7	3·7	3·5	3·7	4·1
65	3·8	3·8	4·3	4·8	5·7	**5·9**	5·6	4·5	3·5	3·0	3·1	3·4	4·3
60	3·4	3·2	3·6	4·6	5·6	5·5	4·9	4·3	3·5	3·1	3·0	3·6	4·6
55	2·3	2·4	2·5	3·2	4·5	4·3	4·4	4·3	3·9	3·3	3·3	3·6	4·5
50	1·7	1·8	2·0	2·7	4·0	4·1	3·9	4·1	3·9	3·5	3·1	3·0	3·2
45	1·6	1·3	1·7	2·3	3·2	3·9	3·7	3·6	3·6	3·8	3·2	2·4	1·5
40	1·4	1·6	1·7	2·0	2·4	2·7	2·7	2·9	3·1	3·7	2·9	2·2	1·7
35	1·2	1·2	1·8	1·8	2·0	2·2	2·4	2·3	2·5	2·8	2·6	1·3	1·2
30	1·1	1·4	1·6	1·5	1·8	1·7	1·9	1·6	1·9	2·2	1·7	1·2	1·3
25	0·9	1·0	1·1	1·1	1·2	1·1	1·2	1·1					
20	-	0·7	0·8	0·8	0·8	0·9	0·8	0·9					
15	—	0·8	0·7	0·7	0·5	0·6	0·6	1·0					
10	—	—	0·8	0·7	0·6	*0·4*	0·7	1·1					

Tabelle 19.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **Februar.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	3·7	4·4	4·9	5·1	5·8	6·3	6·2	5·6	5·1	5·1	5·1	5·2
70	3·0	3·3	4·1	4·9	5·4	6·6	6·8	6·4	5·6	4·8	4·7	4·9	5·0
65	2·4	2·8	3·8	4·7	6·5	**7·4**	6·5	5·5	4·9	4·7	4·5	4·9	5·1
60	2·1	2·1	3·1	4·9	6·5	6·6	5·8	5·3	4·9	4·6	4·9	5.0	4·9
55	2·2	2·2	2·8	3·7	5·5	5·3	5·9	5·2	4·7	4·6	4·3	4·6	4·9
50	1·9	2·8	3·0	3·3	4·0	4·7	5·4	5·6	4·6	4·3	4·2	4·0	4·1
45	1·7	2·5	3·2	3·8	4·2	4·3	5·1	5·0	4·1	4·1	3·7	3·6	3·5
40	1·6	2·2	2·8	3·3	3·0	3·5	4·2	4·0	3·6	3·6	3·3	2·7	2·1
35	1·6	2·1	2·5	2·7	2·6	3·3	3·3	3·1	3·1	3·0	2·5	2·1	1·4
30	1·2	1·7	2·0	2·0	1·9	2·3	2·2	2·3	2·6	2·4	1·9	1·3	1·4
25	0·8	1·1	1·4	1·3	1·2	1·4	1·4	1·3					
20	—	0·8	0·9	0·9	0·9	0·9	0·8	1·3					
15	—	0·7	0·7	0·6	0·7	0·7	0·7	1·1					
10	—	—	0·7	0·7	0·6	0·5	0·9	1·0					

Tabelle 20.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **März.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Länge / Breite	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	3·3	3·2	3·2	3·3	3·5	3·7	3·8	3·8	3·6	3·6	3·7	3·9
70	2·8	3·3	3·6	3·8	4·1	4·2	4·2	4·0	3·9	3·6	3·4	3·8	4·2
65	2·5	2·9	3·4	4·3	4·5	5·3	5·4	4·4	4·2	3·2	3·2	3·6	4·0
60	2·2	2·3	2·5	3·9	5·1	**6·0**	5·7	5·6	4·0	3·2	3·2	3·8	4·5
55	1·8	1·8	1·9	2·6	4·1	5·1	5·0	4·3	3·5	2·9	2·9	3·7	4·2
50	1·5	1·9	2·3	2·2	3·3	3·7	3·7	3·0	2·3	2·4	2·2	2·5	3·2
45	1·4	2·0	2·4	2·7	3·4	3·6	2·7	1·9	1·9	1·8	1·6	1·6	1·3
40	1·4	2·3	2·6	2·8	3·1	2·9	2·7	2·1	1·9	1·6	1·1	1·1	1·1
35	1·2	2·0	2·3	2·4	2·7	3·2	2·5	2·2	1·7	1·6	1·2	1·2	1·3
30	1·1	1·4	1·8	2·0	2·6	2·3	1·9	1·7	1·6	1·4	1·3	1·0	1·1
25	0·8	1·0	1·3	1·4	1·8	1·6	1·0	1·2					
20	—	0·7	0·9	0·9	0·9	1·0	0·7	1·0					
15	—	0·8	0·7	0·6	0·6	0·6	**0·5**	1·0					
10	—	—	0·7	0·5	*0·5*	0·5	0·7	0·9					

Tabelle 21.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **April.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Länge / Breite	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	2·6	2·5	2·8	3·1	3·5	3·6	3·2	2·8	2·6	2·9	3·2	3·2
70	2·5	2·6	2·6	2·7	3·1	3·7	3·7	3·1	2·8	2·8	2·9	2·8	3·0
65	2·4	2·4	2·5	2·9	3·5	**3·9**	3·5	2·8	2·6	2·6	3·0	2·9	2·9
60	2·0	2·1	2·3	2·3	2·9	3·0	3·1	2·7	2·5	2·6	2·7	2·7	2·9
55	1·7	2·0	2·2	2·2	2·0	2·2	2·5	2·5	2·2	2·1	2·1	2·0	2·3
50	1·6	2·0	2·2	1·9	2·1	2·3	2·8	2·6	1·9	1·6	1·7	1·6	1·7
45	1·2	1·8	2·1	2·1	2·2	2·3	2·3	2·1	1·7	1·6	1·4	1·6	1·2
40	1·4	1·8	1·9	2·0	2·3	2·4	2·0	1·8	1·4	1·1	1·2	1·5	1·2
35	1·3	1·8	1·7	1·8	1·9	**2·3**	2·1	1·5	1·0	1·0	0·8	0·8	1·0
30	1·3	1·3	1·4	1·3	1·7	1·7	1·3	1·0	1·1	1·2	1·1	0·9	0·9
25	0·8	1·0	0·9	0·9	1·1	1·0	0·9	1·0					
20	—	0·7	0·6	0·7	0·7	0·7	**0·7**	1·1					
15	—	0·7	0·6	0·4	*0·4*	0·4	0·6	1·2					
10	—	—	0·5	0·5	0·5	0·4	0·7	1·1					

Tabelle 22.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **Mai.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Länge / Breite	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	50° E. v. Gr.
75°	—	1·8	1·8	2·0	2·2	2·6	2·7	2·5	2·2	1·8	1·8	2·0	2·2
70	1·8	1·9	2·0	2·0	2·3	2·6	2·3	1·8	1·9	1·8	1·8	1·7	1·9
65	1·8	1·9	2·2	2·4	2·6	2·3	1·8	1·7	2·2	2·3	2·1	1·7	1·6
60	1·4	1·7	2·1	2·3	2·6	2·5	2·1	2·3	2·4	2·0	1·9	2·0	1·8
55	1·4	1·6	1·5	1·5	2·1	2·7	2·5	2·7	2·4	1·8	1·5	1·5	1·5
50	1·3	1·2	1·2	1·4	2·2	**2·8**	2·5	2·5	2·0	1·8	1·5	1·3	1·3
45	1·3	1·1	1·0	1·7	2·0	2·4	2·1	1·9	1·2	1·2	1·3	1·1	0·9
40	1·1	1·0	1·3	1·8	1·8	1·7	1·6	1·1	1·2	1·0	1·0	0·9	0·8
35	1·0	1·1	1·2	1·9	1·7	1·2	1·1	0·6	0·8	1·0	0·9	0·8	0·6
30	0·9	0·8	1·1	1·6	1·4	0·8	0·6	0·6	0·9	1·4	0·9	0·7	0·8
25	0·7	0·7	0·7	0·8	0·7	0·6	0·4	0·7					
20	—	0·7	0·6	0·6	0·6	0·5	0·4	0·9					
15	—	0·7	0·7	0·4	0·5	0·4	0·6	1·1					
10	—	—	0·7	*0·4*	0·5	0·5	0·7	1·2					

Tabelle 23.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **Juni.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	2·2	2·5	2·6	2·7	2·9	2·6	2·4	2·4	2·0	1·8	1·5	1·7
70	1·4	2·3	2·5	2·7	3·1	3·1	2·7	2·3	1·9	1·6	1·5	1·5	1·4
65	1·7	2·3	2·6	3·0	**3·2**	2·9	2·7	2·3	1·9	1·8	1·6	1·5	1·6
60	1·5	1·9	2·4	2·5	2·6	2·2	2·0	1·9	1·7	1·5	1·4	1·5	1·7
55	1·0	1·4	1·7	1·8	1·8	1·8	1·7	1·7	1·4	1·1	1·1	1·4	1·7
50	1·1	1·4	1·5	1·5	2·0	2·1	2·1	1·6	0·9	0·9	0·8	1·2	1·3
45	0·9	1·2	1·4	1·5	2·1	2·2	1·9	1·3	1·1	0·8	0·7	0·9	0·9
40	0·8	1·0	1·3	1·2	1·8	2·0	1·4	0·8	0·8	0·6	0·7	0·8	0·9
35	0·8	1·1	1·1	1·2	1·5	1·6	0·9	0·4	0·7	0·5	0·7	0·6	0·8
30	0·9	1·0	0·9	1·0	1·1	1·0	0·6	0·5	1·1	1·2	0·7	0·3	0·8
25	0·8	0·7	0·5	0·7	0·7	0·7	0·4	0·6					
20	—	0·5	0·6	0·6	0·5	0·5	0·5	0·7					
15	—	0·6	0·5	0·5	0·5	0·4	0·6	1·0					
10	—	—	0·6	0·5	0·4	*0·4*	0·7	0·9					

Tabelle 24.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **Juli.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	1·8	1·9	2·1	2·2	2·3	2·3	**2·4**	2·1	2·0	2·0	2·2	2·4
70	1·5	1·6	1·7	1·7	1·9	2·1	2·0	2·2	2·0	1·9	1·8	1·8	1·7
65	1·6	1·5	1·6	1·7	1·9	2·0	2·0	1·9	1·8	1·9	1·8	2·0	1·9
60	1·5	1·4	1·5	1·8	2·0	2·0	1·9	1·8	2·0	2·0	2·0	1·8	1·8
55	1·2	1·1	1·3	1·4	1·6	2·0	2·0	**2·3**	2·2	1·8	1·5	1·3	1·4
50	0·8	0·8	0·9	1·2	1·2	1·7	2·0	2·1	1·5	1·2	1·0	1·0	0·9
45	0·6	0·9	1·0	1·1	1·3	1·5	1·7	0·9	0·7	0·8	0·6	0·7	0·6
40	0·7	0·9	1·1	1·2	1·3	1·5	0·9	0·5	0·6	0·7	0·6	0·7	0·9
35	0·7	1·0	1·0	1·1	1·4	1·3	0·7	0·6	0·6	0·7	0·6	0·8	0·6
30	0·7	0·8	0·9	0·9	0·9	0·8	0·5	0·7	1·1	1·4	0·8	0·6	1·1
25	1·0	0·7	0·7	0·8	0·7	0·7	0·7	0·9					
20	—	0·6	0·6	0·8	0·7	0·7	0·6	0·9					
15	—	0·7	0·7	0·7	0·7	0·6	0·7	1·0					
10	—	—	0·8	0·7	0·6	*0·6*	0·8	1·2					

Tabelle 25.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **August.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75	—	1·7	1·8	1·6	1·6	1·8	2·0	2·0	1·9	2·1	2·4	2·1	2·1
70	2·0	1·9	1·9	1·8	1·9	2·1	2·3	2·3	2·2	2·2	2·2	2·0	1·9
65	2·0	2·0	1·9	1·7	2·0	2·2	2·4	**2·6**	2·4	2·2	2·2	2·3	1·9
60	1·8	1·4	1·8	1·3	1·5	1·8	2·3	2·3	2·2	2·1	2·2	1·9	1·9
55	1·2	1·2	1·0	0·9	1·2	2·0	2·2	2·0	2·0	1·3	1·5	1·4	1·4
50	0·9	0·9	0·8	1·1	1·3	1·9	1·8	1·5	1·6	1·0	0·9	1·0	1·0
45	0·7	0·8	1·0	1·2	1·5	1·7	1·5	1·0	0·8	0·8	0·7	0·4	0·7
40	0·7	0·7	0·9	1·2	1·4	1·3	1·0	0·7	0·8	0·7	0·5	0·5	0·8
35	0·9	1·0	1·1	1·2	1·1	0·9	0·7	0·6	0·6	0·7	0·6	0·8	0·8
30	1·1	0·9	0·7	0·7	0·7	0·6	0·6	0·6	0·9	1·1	0·8	0·5	1·0
25	0·9	0·8	0·5	0·7	0·7	0·5	0·5	0·6					
20	—	0·6	0·6	0·7	0·7	0·5	0·6	0·8					
15	—	0·5	0·6	0·7	0·7	0·6	0·6	0·7					
10	—	—	0·6	0·7	0·7	0·6	*0·4*	1·0					

Tabelle 26.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **September.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	1·7	1·6	1·5	1·5	1·6	1·9	2·3	2·6	2·9	2·9	2·9	2·9
70	1·9	1·7	1·8	1·6	1·8	2·1	2·0	2·2	2·7	3·0	2·9	2·8	2·8
65	1·8	1·7	1·7	1·9	2·4	2·5	2·7	2·8	3·1	3·1	2·8	2·8	2·8
60	1·8	1·5	1·5	1·9	2·4	2·5	2·7	2·8	**3·2**	3·0	2·5	2·7	2·7
55	1·6	1·3	1·5	1·6	1·8	2·5	2·6	2·7	2·8	2·6	2·3	2·2	2·3
50	1·1	0·9	1·2	1·4	1·7	2·1	2·3	2·2	2·0	1·9	2·0	1·7	1·4
45	0·9	0·8	1·1	1·1	1·4	2·0	1·7	1·3	1·1	1·8	1·6	1·5	1·0
40	0·7	0·7	0·8	0·9	1·4	1·8	1·2	0·7	1·0	1·5	1·2	1·2	1·0
35	0·6	0·6	0·6	0·8	1·0	1·2	0·7	0·5	0·9	0·9	1·0	0·7	0·9
30	0·5	0·6	0·6	0·7	0·7	0·6	0·6	0·4	1·0	1·1	1·0	0·6	1·1
25	0·7	0·6	0·6	0·6	0·6	0·5	0·5	0·5					
20	—	0·6	0·6	0·6	0·5	0·5	0·5	0·7					
15	—	0·7	0·7	0·7	0·6	0·5	0·5	0·8					
10	—	—	0·7	0·7	0·8	0·5	0·4	0·9					

Tabelle 27.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **Oktober.**

(Periode 1881 bis 1905.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	2·8	2·8	2·8	2·8	2·9	3·3	3·6	3·5	3·3	2·9	3·0	3·2
70	2·9	2·8	2·9	3·0	3·0	3·2	3·4	3·4	3·2	3·0	3·0	3·1	3·1
65	2·8	2·8	2·9	3·0	3·7	**3·9**	3·7	3·0	2·9	3·1	3·4	3·4	3·3
60	2·6	2·7	2·5	2·8	3·8	3·8	3·5	2·8	3·0	3·1	3·3	3·3	3·0
55	2·0	2·1	2·0	2·2	3·1	3·4	3·3	3·3	3·1	2·5	2·4	2·5	2·6
50	1·8	1·8	1·8	2·2	3·1	3·4	3·4	3·3	2·9	2·0	1·6	1·7	1·8
45	1·5	1·9	1·9	1·9	2·5	3·5	3·4	2·4	2·4	1·6	1·6	1·4	1·0
40	1·2	1·9	1·8	1·6	2·1	2·5	2·7	1·6	1·7	1·4	1·1	1·0	0·9
35	1·1	1·4	1·1	1·3	1·7	2·0	2·1	1·2	1·1	0·9	0·9	0·6	0·7
30	0·8	0·9	0·7	0·9	1·3	1·5	1·4	1·0	1·0	1·1	1·0	0·5	0·8
25	0·7	0·6	0·6	0·7	0·9	0·9	0·7	0·9					
20	—	0·6	0·5	0·6	0·7	0·7	0·5	0·9					
15	—	0·6	0·5	0·5	0·6	0·5	0·4	1·2					
10	—	—	0·4	0·6	0·6	0·5	0·3	1·1					

Tabelle 28.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Monate **November.**

(Periode 1880 bis 1904.)

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	2·2	2·1	2·3	2·5	2·6	2·8	2·8	2·7	2·5	2·8	3·3	3·5
70	2·3	2·5	2·6	2·7	2·6	3·2	3·3	3·3	2·7	2·4	2·9	3·5	4·4
65	2·1	2·4	2·6	2·8	3·2	3·7	4·1	3·6	2·8	2·6	3·0	3·8	4·5
60	2·0	2·4	2·0	2·4	3·3	4·3	4·5	4·1	3·1	2·9	3·0	3·6	4·0
55	1·8	1·6	1·5	1·4	2·4	4·3	4·5	4·4	3·3	2·8	2·7	2·3	3·1
50	1·3	1·4	1·7	1·7	2·1	3·4	3·9	4·1	3·6	2·9	2·5	2·2	2·2
45	1·0	1·5	1·8	1·9	2·2	2·4	2·7	2·9	2·8	2·6	2·4	1·8	1·3
40	1·0	1·6	1·8	1·9	2·2	2·2	2·1	1·7	2·4	2·2	1·7	1·4	1·1
35	0·9	1·2	1·6	1·7	1·8	1·8	1·8	1·6	1·7	1·7	1·5	1·1	0·7
30	0·9	1·0	1·3	1·4	1·6	1·3	1·2	1·1	1·1	1·3	1·2	0·8	0·9
25	0·7	0·7	0·7	0·9	1·0	0·8	0·8	0·8					
20	—	0·5	0·5	0·7	0·7	0·6	0·6	0·8					
15	—	0·6	0·4	0·6	0·7	0·5	0·6	1·0					
10	—	—	0·5	0·7	0·7	0·5	0·7	1·1					

Tabelle 29.

Durchschnittliche Veränderlichkeit der Monatswerte des Luftdrucks im Jahresmittel.

Periode 1881 bis 1905.

Breite \ Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	2·6	2·6	2·7	2·9	3·1	3·3	3·3	3·0	2·9	2·9	3·0	3·2
70	2·4	2·6	2·8	2·9	3·2	3·6	3·5	3·2	3·0	2·8	2·8	3·0	3·2
65	2·3	2·5	2·8	3·1	3·6	**4·0**	3·7	3·2	2·9	2·9	2·9	3·1	3·2
60	2·1	2·1	2·3	2·9	3·5	3·7	3·5	3·3	3·0	2·8	2·9	3·1	3·2
55	1·7	1·7	1·9	2·1	2·8	3·3	3·3	3·2	2·9	2·5	2·5	2·6	2·9
50	1·4	1·5	1·7	1·9	2·5	2·9	3·1	3·0	2·5	2·2	2·0	2·1	2·1
45	1·2	1·4	1·7	2·0	2·4	2·7	2·6	2·3	2·1	2·0	1·8	1·6	1·3
40	1·1	1·4	1·7	1·8	2·1	2·2	2·0	1·7	1·7	1·7	1·4	1·3	1·2
35	1·0	1·3	1·5	1·6	1·8	1·9	1·7	1·4	1·4	1·4	1·2	1·0	0·9
30	0·9	1·1	1·2	1·3	1·4	1·4	1·2	1·1	1·2	1·3	1·1	0·8	1·0
25	0·8	0·8	0·8	0·9	1·0	0·9	0·8	0·9					
20	—	0·6	0·7	0·7	0·7	0·7	0·6	0·9					
15	—	0·7	0·6	0·6	0·6	0·6	0·6	1·0					
10	—	—	0·6	0·6	0·6	0·5	0·6	1·0					

In jedem Monat finden wir das Maximum der mittleren Veränderlichkeit in dem zentralen Teil des nordatlantischen Ozeans in einer Breite von 60° bis 65° N. Von hier nimmt die Größe der Veränderlichkeit in allen Monaten nach allen Richtungen hin ab, vor allem aber gegen Süden längs der Achse des atlantischen Ozeans. Während sich in der Breite von 60° und 65° N-Werte zwischen 3 und 7 *mm* vorfinden, werden in niederen Breiten die Zahlen immer kleiner. In 10° bis 15° nördl. Breite wird 1 *mm* fast nirgends erreicht. Die Abhängigkeit der mittleren Veränderlichkeit von der geographischen Breite ist eine ausgesprochene. Deutlicher zeigt sie sich in folgender Tabelle 30, in der nach Jahreszeiten geordnet mittlere Werte der Veränderlichkeit einerseits für das Gebiet des atlantischen Ozeans (60° bis 10° westl. L. v. Gr.) andererseits für das Gebiet Europas (0° bis 40° östl. L. v. Gr.) abgeleitet wurden.

Tabelle 30.

Abhängigkeit der mittleren Veränderlichkeit von der geographischen Breite.

Breite	Winter		Frühling		Sommer		Herbst		Jahr	
	Nordatl. Ozean	Europa	Nordatl. Ozean	Europa	Nordatl. Ozean	Europa	Nordatl. Ozean	Europa	Nordatl. Ozean	Europa
75° *mm*	4·4	4·1	3·3	**2·9**	2·2	**2·0**	2·4	3·0	3·0	3·0
70	4·7	4·0	3·1	2·8	2·2	1·8	2·6	3·0	3·2	**3·0**
65	**4·9**	4·1	**3·3**	2·8	**2·2**	1·9	**3·0**	**3·1**	**3·4**	3·0
60	4·6	**4·3**	3·3	2·8	2·0	1·9	2·9	3·1	3·2	3·0
55	3·9	4·0	2·8	2·4	1·7	1·5	2·7	2·6	2·8	2·7
50	3·5	3·6	2·5	1·9	1·6	1·1	2·6	2·2	2·5	2·2
45	3·3	3·0	2·3	1·4	1·4	0·8	2·1	1·7	2·3	1·8
40	2·7	2·6	2·1	1·2	1·3	0·7	1·8	1·4	1·9	1·5
35	2·3	2·0	1·8	1·0	1·3	0·7	1·4	1·0	1·6	1·2
30	1·8	1·6	1·5	1·1	0·8	0·9	1·0	1·0	1·3	1·1
25	1·2		1·0		0·6		0·7		0·9	
20	0·8		0·7		0·6*		0·7		0·7	
15	0·7		0·6*		0·7		0·6*		0·6	
10	0·7*		0·6		0·7		0·7		0·6*	

In den äquatorialen Gegenden ist im Sommer und Winter die mittlere Veränderlichkeit nahezu dieselbe; gegen Norden nimmt sie im Winter mehr als zweimal so rasch zu als im Sommer; im Gebiete des atlantischen Ozeans ist die Zunahme in allen Jahreszeiten sehr regelmäßig; sie erreicht das Maximum in 65° nördl. Br., nimmt dann etwas gegen die höheren Breiten ab. Im Gebiete Europas ist die Zunahme nicht so regelmäßig, was wohl in der Konkurrenz des ozeanischen und kontinentalen Einflusses seine

Erklärung findet. Im Winter und Herbst liegt das Maximum der mittleren Veränderlichkeit in Europa etwa in 60° nördl. Br., im Frühling und Sommer rückt es nordwärts bis auf 75° nördl. Br. Bekanntlich liegt auch die Bahn der Störungsgebiete im Winter meistens viel südlicher als im Frühling und Sommer.

Für die Periode 1851 bis 1880 hat v. Hann für das Gebiet Mittel- und Südeuropas folgende Mittelwerte der mittleren Veränderlichkeit der Luftdruckmittel abgeleitet; sie stehen in folgender Tabelle:

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel in Europa.

Breite	60°	56°	52°	48°	46°	43°	38°	32°	20°
Mittel 1851 bis 1880	3·06	2·92	2·58	2·34	1·95	1·80	1·48	1·00	0·40
Mittel 1881 bis 1905	3·01	2·80	2·42	2·04	1·90	1·68	1·46	1·15	—

Darunter stehen die für die Periode 1881 bis 1905 berechneten; der Unterschied ist minimal; die neuere Reihe zeigt von 40° nördl. Br. an etwas niedrigere Werte; doch ist der Unterschied belanglos.

Die in Tabelle 30 mitgeteilten Mittelwerte der mittleren Veränderlichkeit für den nordatlantischen Ozean und für Europa zeigen auch, daß in allen Breiten von 30° bis 75° N und in allen Jahreszeiten im ersteren Gebiete die mittlere Veränderlichkeit größer ist als in Europa. Nur im Herbst weisen die nördlichsten Gebiete Europas (nördlich von 60° nördl. Br.) einen größeren Wert auf als das entsprechende Gebiet gleicher Breite westlich davon. Schon die Tabellen 17 bis 28 lassen erkennen, daß auch ein wesentlicher Einfluß der Land- und Meerverteilung besteht, indem vom Maximum in 60° oder 65° Breite im zentralen Teile des Ozeans nicht nur gegen Süden, sondern auch sowohl in östlicher wie in westlicher Richtung die mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel abnimmt.

Übrigens findet sich in jeder Breite im zentralen Teil des Ozeans der höchste Wert; gegen Osten und Westen hin nehmen die Zahlen ab. Dem Einfluß der geographischen Breite überlagert ist somit ein Einfluß der Land- und Meerverteilung, der in Tabelle 31 für die Breiten von 45 bis 60° N in übersichtlicher Weise für alle Monate zahlenmäßig niedergelegt ist.

Von 80° westl. L. v. Gr. nimmt die Größe der mittleren Veränderlichkeit mit zunehmender östlicher Länge regelmäßig zu und erreicht in allen Monaten das Maximum im Meridian von 30 bis 20° west. L. v. Gr.

Tabelle 31.

Abhängigkeit der mittleren Veränderlichkeit der Luftdruckmittel von der Land- und Meerverteilung.

(Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel für die Breiten 45 bis 60° N).

Monat	Geogr. Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E
Dez.	*mm*	1·7	1·8	2·2	2·9	3·3	**3·6**	3·2	3·2	3·5*	3·1	3·5	**3·8**	3·7
Jänn.		2·2	2·2	2·5	3·2	4·3	**4·5**	4·2	4·1	3·7	3·4	3·1*	3·2	**3·5**
Febr.		2·0	2·4	3·0	3·9	5·0	5·2	**5·5**	5·2	4·6	4·4	4·3*	4·3	**4·4**
März		1·7	2·0	2·3	2·8	4·0	**4·6**	4·3	3·7	2·9	2·6	2·5*	2·9	3·3
April		1·6	2·0	2·2	2·1	2·3	2·4	**2·7**	2·5	2·1	2·0	1·9*	2·0	2·0
Mai		1·3	1·4	1·5	1·7	2·2	**2·6**	2·3	2·3	2·0	1·7	1·5	1·5	1·4*
Juni		1·1	1·5	1·7	1·8	2·1	**2·1**	1·9	1·6	1·3	1·1	1·0*	1·2	1·4
Juli		1·0	1·1	1·2	1·4	1·5	1·8	**1·9**	1·8	1·6	1·5	1·3	1·2	1·2*
Aug.		1·1	1·1	1·1	1·1	1·3	1·8	**1·9**	1·7	1·7	1·3	1·3	1·2*	1·2
Sept.		1·3	1·1*	1·3	1·5	1·8	2·3	**2·3**	2·2	2·3	2·3	2·1	2·0	1·8*
Okt.		2·0	2·1	2·1	2·3	3·1	**3·5**	3·4	3·2	2·9	2·3	2·2	2·2	2·1*
Nov.		1·5	1·7	1·8	1·9	2·5	3·6	**3·9**	3 9	3·2	2·8	2·7	2·5*	2·7
Jahr		1·6	1·7	1·9	2·2	2·8	**3·1**	**3·1**	3·0	2·6	2·4	2·1*	2·3	2·4

Diese Zunahme ist beträchtlich und beläuft sich meistens auf mehr als 100 Prozent des Wertes in 80° westl. L. v. Gr. Gegen Europa hin nimmt sodann die mittlere Veränderlichkeit regelmäßig wieder ab

und scheint in den Wintermonaten in Mitteleuropa in einer Länge von 20° öst. v. Gr. ein Minimum zu erreichen, um dann gegen Osteuropa hin wieder zuzunehmen.

In den Sommer- und Wintermonaten rückt das Minimum weiter gegen Osten hinaus; die kleinsten Werte fallen in unserer Tabelle auf den Grenzmeridian von 40° östl. L. v. Gr.; das Minimum könnte demnach noch weiter östlich liegen.

Auf dem atlantischen Ozean sind also die Luftdruckschwankungen am größten und nehmen landeinwärts ab. Das Maximum der Veränderlichkeit liegt im Gebiete der großen nordatlantischen Depression. Viel kleiner sind die Schwankungen der Monatsmittel im Gebiete des südlichen Aktionszentrums, des Azorenmaximums, in 35 bis 30° nördl. Br.; doch ist selbst in den Sommermonaten die mittlere Veränderlichkeit in diesen Breiten größer als in einzelnen Teilen Mitteleuropas.

Gegen das dritte, für das Klima Europas ebenso wichtige Aktionszentrum über Osteuropa und Asien scheint nach Tabelle 31 wenigstens im Winterhalbjahr die mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel neuerdings zuzunehmen. Dieser Tatsache gemäß kann man wenigstens dem nördlichen und westlichen Teile des kontinentalen Luftdruckmaximums über Nordasien nicht jene Stabilität zuschreiben, die ihm oft noch gerne nachgesagt wird. Wir wissen jetzt, daß die Aktionszentren der Atmosphäre untereinander in Wechselbeziehungen stehen, daß zum Beispiel eine Zunahme der Intensität des Azorenmaximums in den meisten Fällen mit einer Vertiefung des isländischen Barometerminimums Hand in Hand geht. Ähnliche Beziehungen bestehen wohl sicherlich auch zwischen den zwei nordatlantischen Aktionszentren und der russisch-asiatischen Antizyklone im Winter. Unperiodische Schwankungen des einen bedingen Schwankungen des anderen Aktionszentrums und umgekehrt. Steht doch sicherlich die Veränderlichkeit der Luftdruckmittel in enger Beziehung zum großen allgemeinen atmosphärischen Kreislauf, auf dem wohl in erster Linie die Ausbildung der Aktionszentren zurückzuführen ist. Ändert sich etwas im allgemeinen atmosphärischen Kreislauf, so ändert sich Lage und Intensität der Aktionszentren und die mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel gibt uns ein Mittel an die Hand, die Wirkungen dieser Änderungen in den einzelnen Teilen der Erdoberfläche zu beurteilen. Die große mittlere Veränderlichkeit über dem nördlichen atlantischen Ozean zeigt, daß hier der Effekt der »Verschiebungen in den Knotenpunkten des atmosphärischen Kreislaufes« viel unregelmäßiger ist und innerhalb weiterer Grenzen liegt als in den angrenzenden Ländern.

Die jährliche Periode der Veränderlichkeit der Luftdruckmittel.

Schon aus der Tabelle 30 ersehen wir, daß eine starke jahreszeitliche Periode der Veränderlichkeit der Luftdruckmittel vorhanden ist. Aus den Tabellen 17 bis 28 können wir für alle Schnittpunkte der 10 Grad-Koordinaten den jährlichen Gang dieser Größe ableiten. Analog der Tabelle 15, welche den jährlichen Gang der Luftdruckmittel enthält, wurde eine Tabelle 32 angelegt, die für dieselben Punkte auch den jährlichen Gang der mittleren Veränderlichkeit der Luftdruckmittel angibt.

In der äquatorialen Gegend bis zu etwa 20° nördl. Br. ist ein sehr unregelmäßiger, jährlicher Gang der Veränderlichkeit vorhanden; das Hauptmaximum scheint im Spätwinter aufzutreten, das Hauptminimum im Sommer (Juni). September und Oktober weisen ein sekundäres Maximum auf. Die Amplitude der Schwankung ist sehr klein und beträgt im Durchschnitt bloß 0·4 *mm*.

Nördlich von 20° nördl. Br. ist die jährliche Periode der Veränderlichkeit überall sehr gut ausgeprägt. Fast im ganzen Gebiet des nordatlantischen Ozeans fällt die größte Veränderlichkeit auf den Februar; sie weist aber nebenbei ein sekundäres Maximum im Oktober auf. Nordamerika und der nordöstliche Teil des atlantischen Ozeans haben das Maximum im Jänner. Der Sommer ist überall, wie zu erwarten ist, die Zeit der geringsten Veränderlichkeit. Im hohen Norden fällt das Minimum auf den September, in den mittleren Breiten auf den Juni und Juli, in den niederen Breiten auf den August.

In Nordeuropa, wo ebenfalls wie überall in Europa der Februar ausschließlich die größte Veränderlichkeit aufweist, fällt das Minimum auf den Juni, stellenweise auch auf den Mai. In Mitteleuropa sind Februar und Juni die extremen Monate; südlich von 45° Breite sind aber Juli und August die Monate kleinster Veränderlichkeit.

Tabelle 32.

Jährlicher Gang der Veränderlichkeit der Luftdruckmittel (Periode 1881 bis 1905).

Länge	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Ampl.
	Breite 70° N												
80° W	2·8	**4·0**	3·0	2·8	2·5	1·8	1·4*	1·5	2·0	1·9	2·9	2·3	2·6
60	3·3	**4·2**	4·1	3·6	2·6	2·0	2·5	1·7*	1·9	1·8	2·9	3·3	2·5
40	3·8	4·9	**5·4**	4·1	3·1	2·3	3·1	1·9	1·9	1·8*	**3·0**	2·6	3·6
20	4·1	5·2	**6·8**	4·2	3·7	2·3	2·7	2·0*	2·3	2·0	3·4	3·3	4·8
0	2·9	3·7	**5·6**	3·9	2·8	1·9	1·9*	2·0	2·2	2·7	3·2	2·7	3·7
20 E	2·5	3·5	**4·7**	3·4	2·9	1·8	1·5*	1·8	2·2	2·9	3·0	2·9	3·2
40	4·3	4·1	**5·0**	4·2	3·0	1·9	1·4*	1·7	1·9	2·8	3·1	4·4	3·6
	Breite 60° N												
80° W	2·6	**3·4**	2·1	2·2	2·0	1·4*	1·5	1·5	1·8	1·8	2·6	2·0	2·0
60	2·8	**3·6**	3·1	2·5	2·3	2·1	2·4	1·5*	1·8	1·5	2·5	2·0	2·1
40	4·1	5·6	**6·5**	5·1	2·9	2·6	2·6	2·0	1·5*	2·4	3·8	3·3	5·0
20	3·9	4·9	**5·8**	5·7	3·1	2·1	2·0	1·9*	2·3	2·7	3·5	4·5	3·9
0	3·1	3·5	**4·9**	4·0	2·5	2·4	1·7*	2·0	2·2	3·2	3·0	3·1	3·2
20 E	4·5	3·0	**4·9**	3·2	2·7	1·9	1·4*	2·0	2·2	2·5	3·3	3·0	3·5
40	**5·0**	4·6	4·9	4·5	2·9	1·8	1·7*	1·8	1·9	2·7	3·0	4·0	3·3
	Breite 50° N												
80° W	1·3	1·7	**1·9**	1·5	1·6	1·3	1·1	0·8*	0·9	1·1	1·8	1·3	1·1
60	2·0	2·0	**3·0**	2·3	2·2	1·2	1·5	0·9	0·8*	1·2	1·8	1·7	2·2
40	2·7	4·0	**4·0**	3·3	2·1	2·2	2·0	1·2*	1·3	1·7	3·1	2·1	2·8
20	2·9	3·9	**5·4**	3·7	2·8	2·5	2.1	2·0	1·8*	2·3	3·4	3·9	3·6
0	3·0	3·9	**4·6**	2·3	1·9	2·0	0·9*	1·5	1·6	2·0	2·9	3·6	3·7
20 E	3·1	3·1	**4·2**	2·2	1·7	1·5	0·8*	1·0	0·9	2·0	1·6	2·5	3·4
40	3·5	3·2	**4·1**	3·2	1·7	1·3	1·3	0·9*	1·0	1·4	1·8	2·2	3·2
	Breite 40° N												
80° W	0·8	1·4	**1·6**	1·4	1·4	1·1	0·8	0·7	0·7*	0·7	1·2	1·0	0·9
60	1·9	1·7	**2·8**	2·6	1·9	1·3	1·3	1·1	0·9	0·8*	1·8	1·8	2·0
40	2·3	2·4	3·0	**3·1**	2·3	1·8	1·8	1·3*	1·4	1·4	2·1	2·2	1·8
20	2·0	2·7	**4·2**	2·7	2·0	1·6	1·4	0·9*	1·0	1·2	2·7	2·1	3·3
0	2·4	3·1	**3·6**	1·9	1·4	1·2	0·8	0·6	0·8	1·0	1·7	2·4	3·0
20 E	2·0	2·9	**3·3**	1·1	1·2	1·0	0·7	0·6	0·5*	1·2	1·1	1·7	2·8
40	1·4	1·7	**2·1**	1·1	1·2	0·8	0·9	0·9	0·8*	1·0	0·9	1·1	1·3
	Breite 30° N												
80° W	0·7	1·1	**1·2**	1·1	1·3	0·9	0·9	0·7	1·1	0·5*	0·8	0·9	0·7
60	1·2	1·6	**2·0**	1·8	1·4	1·1	0·9	0·9	0·7	0·6*	0·7	1·3	1·4
40	1·7	1·8	**1·9**	**2·6**	1·7	1·4	1·1	0·9	0·7*	0·7	1·3	1·6	1·9
20	1·3	1·9	**2·2**	1·9	1·3	0·6	0·6	0·5*	0·6	0·6	1·4	1·2	1·7
0	1·7	1·9	**2·6**	1·6	1·1	0·9	1·1	1·1	0·9*	1·1	1·0	1·1	1·7
20 E	1·3	1·7	**1·9**	1·3	1·1	0·9	0·7*	0·8	0·8	1·0	1·0	1·2	1·2
40	1·1	1·3	**9·4**	1·1	0·9	0·8	0·8	1·1	1·0	1·1	0·8	0·9	0·6

Länge	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Ampl.
	Breite 20° N												
70° W	0·6	0·7	**0·8**	0·7	0·7	0·7	0·5*	0·6	0·6	**0·6**	0·6	0·5*	0·3
60	0·6	0·8	**0·9**	0·9	0·6	0·6	0·6	0·6	0·6	0·6	0·5*	0·5	0·4
40	**1·0**	0·8	0·9	0·9	0·7	0·6	0·5*	0·7	0·7	0·5	0·7	0·7	0·5
20	0·5	**0·8**	0·8	0·7	0·7	0·4*	0·5	0·6	**0·6**	0·5	0·5*	0·6	0·4
	Breite 10° N												
60° E	0·8	**0·8**	0·7	0·7	0·5*	0·7	0·6	**0·8**	0·6	0·7	0·4*	0·5	0·4
40	**0·9**	0·6	0·6	0·5	0·5	0·5	0·4*	0·6	0·7	**0·8**	0·6	0·7	0·5
20	1·0	1·1	1·0	0·9	1·1	1·2	0·9	1·2	1·0	0·9	1·1	1·1	0·3

In Tabelle 33 wurde für das Gebiet des nordatlantischen Ozeans (60° bis 10° westl. L. v. Gr.) die mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel zusammengefaßt, aus der wir am deutlichsten den jährlichen Gang dieser Größe für alle Breiten beurteilen können; gleichzeitig gewährt die Tabelle einen Überblick

Tabelle 33.

Mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel im Gebiete des nordatlantischen Ozeans

(60 bis 10° westl. L. v. Gr.).

Breite	Dez.	Jänn,	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Jahr
75° *mm*	3·3	4·6	5·4	3·5	3·1	2·3	2·6	**2·2**	1·8	1·7	3·0	2·5	3·0
70	3·7	4·7	5·7	4·0	3·2	2·2	2·7	1·9	2·0	1·9	3·1	2·9	3 2
65	**4.0**	**5·1**	**5·7**	4·6	**3·2**	2·2	**2·8**	1·8	**2·1**	**2·4**	**3·4**	3·3	**3·4**
60	3·7	4·7	5·4	**4·8**	2·7	**2·3**	2·3	1·8	1·8	2·3	3·1	**3·4**	3·2
55	3·2	3·9	4·7	3·8	2·3	2·2	1·8	1·8	1·6	2·1	2·9	3·1	2·8
50	2·8	3·5	4·3	3·0	2·3	2·1	1·8	1·5	1·4	1·8	2·9	3·0	2·5
45	2·6	3·1	4·3	2·8	2·2	1·8	1·7	1·2	1·3	1·4	2 6	2·3	2·3
40	2·2	2·4	3·5	2·7	2·1	1·6	1·6	1·1	1·1	1·1	2·1	2 2	1·9
35	1·8	2·1	2·9	2·5	1·7	1·3	1·1	1·0	0·9	1·0	1·6	1·7	1·6
30	1·5	1·7	2·1	2·1	1·4	1·0	0·8	0·8	0·7	0·6	1·1	1·3	1·3
25	1·0	1·1	1·4	1·4	1·0	0·7	0·6	0·7	0·6*	0·5*	0·8	0·8	0·9
20	0·8	0·8	0·9	0·9	0·7	0·6*	0·6*	0·7*	0·6	0·6	0·7	0·7	0·7
15	0·7*	0·7*	0·8	0·7	0·6*	0·6	0·6	0·7	0·7	0·6	0·6	0·6*	0·6*
10	0·8	0·7	0·7*	0·6*	0·6	0·7	0·6	0·8	0·7	0·7	0·6*	0·7	0·6

über die Zunahme der Veränderlichkeit mit zunehmender Breite in den einzelnen Monaten und im Jahresmittel.

Tabelle 34 gibt die Verteilung der Amplituden im jährlichen Gange der mittleren Abweichungen. Auch hier zeigt sich wieder, daß die zentralen Teile des atlantischen Ozeans die größten Werte aufweisen; das Hauptmaximum liegt wieder im Bereiche der großen nördlichen Depression; auf der Achse des atlantischen Ozeans ist die mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel nicht nur größer als an den Rändern, auch der jährliche Gang dieser Größe ist hier wesentlich stärker ausgebildet als in den Küstengebieten und in Europa.

Tabelle 34.

Amplituden im jährlichen Gange der mittleren Veränderlichkeit der Luftdruckmittel

(Periode 1881 bis 1905).

Länge \ Breite	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0°	10	20	30	40° E.	60° W. — 10
75°	—	2·5	2·8	3·4	3·6	4·2	**4·4**	4·0	3·7	1·8*	3·3	3·6	3·5	3·7
70	2·6	2·5	2·5	3·3	3·6	4·5	**4·8**	4·2	3·7	3·2*	3·2*	3·4	3·6	3·8
65	2·2	2·3	2·7	3·1	4·6	**5·4**	4·7	3·8	3·1	2·9*	2·9*	3·4	3·6	**4·1**
60	2·0	1·8	2·1	3·6	**5·0**	4·8	3·9	3·8	3·2	3·1*	3·5	3·5	3·3	3·9
55	1·3	1·3	1·8	2·8	**4·3**	3·5	**4·2**	3·6	3·3	3·5	3·2*	3·3	3·5	3·4
50	1·1	2·0	2·2	2·2	2·8	3·0	3·6	**4·1**	3·7	3·4	3·4	3·0	3·2	3·0
45	1·1	1·7	2·2	2·7	2·9	2·8	3·6	**4·1**	3·4	3·3	3·1	3·2	2·9	3·0
40	0·9	1·6	2·0	2·4	1·8	2·2	3·3	**3·5**	3·0	3·0	2·8	2·2	1·3	2·5
35	1·0	1·5	1·9	1·9	1·7	2·4	**2·6**	**2·6**	2·5	2·5	1·9	1·5	0·8	2·2
30	0·7	1·1	1·4	1·3	**1·9**	1·7	1·7	1·8	1·7	1·3	1·2	1·0	0·6	1·6
25	0·4	0·5	0·9	0·8	**1·2**	1·1	1·0	1·2						1·0
20	—	0·3	6·4	0·3	**0·5**	0·5	0·4	0·6						0·5
15	—	0·3	0·3	0·4	**0·4**	0·3	0·3	0·5						0·4
10	—	—	0·4	0·3	**0·5**	0·2	0·4	0·3						0·3

In Mittel- und Nordeuropa zeigt die Veränderlichkeit geradezu ein Minimum der Jahresschwankung; in Südeuropa nimmt die Amplitude aber mit zunehmender östlicher Länge regelmäßig ab, wie folgende Übersicht lehrt:

Amplitude im jährlichen Gange der mittleren Veränderlichkeit (*mm*).

Länge	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40
75° bis 70° nördl. Br.	2·6	2·5	2·6	3·3	3·6	4·3	**4·6**	4·1	3·7	2·5*	3·2	3·5	3·5
65° bis 50° nördl. Br.	1·6	1·9	2·2	2·9	4·2	**4·2**	4·1	3·8	3·3	3·2	3·2*	3·3	3·4
65° bis 30° nördl. Br.	1·3	1·7	2·0	2·5	3·2	**3·3**	**3·3**	3·2	3·0	2·8	2·7	2·6	2·4

Aus allem ersehen wir, daß der nordatlantische Ozean die größten unperiodischen Druckschwankungen in den einzelnen Monaten aufzuweisen hat, daß er auch den größten jahreszeitlichen Änderungen in der Luftdruckverteilung unterworfen ist; besonders das große, nördliche Barometerminimum ist ein sehr unbeständiges Druckgebilde, das den größten Schwankungen unterliegt, die aber für die Witterungsverhältnisse West- und Nord- zum Teil auch Mitteleuropas von allergrößter Wichtigkeit sind. Wollen wir letztere verstehen, so müssen wir die Luftdruckschwankungen des nordatlantischen Ozeans eingehend verfolgen und studieren und dazu bieten die von der Deutschen Seewarte und dem Dänischen Institute herausgegebenen Luftdruckkarten das beste Material.

6. Der wahrscheinliche Fehler der 25 jährigen Luftdruckmittel und ihr Einfluß auf die Darstellung der Luftdruckverteilung über dem atlantischen Ozean.

Aus der mittleren Veränderlichkeit der Luftdruckmittel kann man nach der Wahrscheinlichkeitslehre den wahrscheinlichsten Fehler des Mittels ableiten. Auch die Zahl der Jahre, von denen Beobachtungen vorliegen müssen, um den Mittelwert einen bestimmten Grad von Genauigkeit zu sichern, kann angegeben werden. Die Formel Fechner's ist hiezu am geeignetsten; sie lautet:

$$\text{Wahrscheinlicher Fehler } (v) = \frac{1 \cdot 1955}{\sqrt{2n - 1}} \times \text{mittlere Abweichung (Veränderlichkeit } w'\text{)};$$

n ist die Anzahl der Jahrgänge.

Für $n = 25$ wird der Faktor gleich $0 \cdot 171$, sodaß die Formel die Form annimmt.

1. $v = 0 \cdot 171\ w$.

Da die mittlere Veränderlichkeit mit Zunahme der Zahl der Beobachtungswerte bald einen konstanten Wert annimmt, nimmt der wahrscheinliche Fehler nicht direkt mit zunehmender Zahl der Beobachtungsjahre ab, sondern nur im Verhältnis der Quadratwurzel derselben; ist bei der Zahl der Jahre n der wahrscheinliche Fehler v, bei der Zahl n', beziehungsweise v', so ist $n' = n \frac{v^2}{v'^2}$. Will man den wahrscheinlichen Fehler auf $0 \cdot 1$ *mm* erniedrigen, so ist $v' = 0 \cdot 1$ und die dazu nötige Zahl der Beobachtungsjahre $n' = 100 n v^2$; in unserem Falle, wo es sich um 25-jährige Mittelwerte handelt, ist $n = 25$ also

2. $n' = 2500\ v^2$.

Für v können wir den Wert aus Formel 1 einsetzen.

3. $n' = 72 \cdot 9\ w^2$.

Die Anwendung der Formeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Abweichungen der einzelnen Werte vom Gesamtmittel ist nur dann gestattet, wenn diese Abweichungen den Charakter von zufälligen Fehlern besitzen, also keine Gesetzmäßigkeit in ihrer Aufeinanderfolge, keine Periodizität aufweisen. Wir wissen vorläufig nicht, ob in den Schwankungen der Luftdruckverteilung über dem nordatlantischen Ozean irgendwelche Gesetzmäßigkeiten, irgendwelche Periodizität enthalten ist; erst die weitere Untersuchung dieser Schwankungen wird uns darüber näheren Aufschluß geben; es ist uns aber ebenfalls durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung ein weiteres Mittel an die Hand gegeben, um zu entscheiden, ob den Schwankungen im allgemeinen der Charakter von zufälligen Störungen zukommt, oder ob die einanderfolgenden Unterschiede der Luftdruckverteilung durch einen kausalen Zusammenhang miteinander verbunden sind, eventuell ein periodisches Phänomen enthalten. Berechnet man aus einer Reihe von Mittelwerten, nach Absehen vom Vorzeichen, einerseits die mittlere Differenz d zweier aufeinanderfolgender Werte, andererseits die mittlere Veränderlichkeit (Abweichung) w vom Gesamtmittel, so gibt die Theorie an, daß das Verhältnis dieser Größen $d : w$ konstant sein muß, wenn die Differenzen zweier aufeinander folgender Zahlen absolut unabhängig von einander sind, also den Charakter von zufälligen Fehlern haben. Der Grenzwert des Verhältnisses $d : w$ ist $\sqrt{2} = 1 \cdot 41$. Wenn aber im Gegensatz dazu die aufeinanderfolgenden Differenzen voneinander abhängen oder die Werte kausal zusammenhängen, so ist der Wert des Quotienten $d : w$ bedeutend kleiner.[1] Zum Beispiel ergibt sich für die Relativzahlen der Sonnenflecken, die bekanntlich einer 11-jährigen Periode unterliegen, für den Zeitraum 1851 bis 1900 der Quotient $d : w = 0 \cdot 62$, kleiner als die Hälfte des theoretischen Grenzwertes.

Angot hat dieses Kriterium bereits auf die Luftdruckschwankungen im Gebiete Frankreichs angewendet und für 5 Stationen das Verhältnis $d : w$ im Mittel zu $1 \cdot 43$ erhalten; er schließt daraus, daß es von vornherein illusorisch erscheint, nach irgend einer augenscheinlich reinen Periodizität zu suchen, wenigstens für Perioden, deren Länge im Intervall von zwei oder drei Jahren und wenigstens 40 Jahren enthalten ist. Wenn Perioden solcher Art vorhanden sein sollten, so ist die Amplitude der ihr entsprechenden Variation zu vernachlässigen gegenüber jenen der zufälligen Änderungen. Die Abweichungen besitzen also hier den Charakter der zufälligen Fehler und gegen die Anwendung der Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist nichts einzuwenden.

Gilt dies auch für das Gebiet des atlantischen Ozeans? Es konnte nicht die Rede sein für das gesamte Gebiet des Atlantischen Ozeans und für alle Monate die langwierigen Rechnungen zur Ermittlung der mittleren Differenz zweier aufeinanderfolgenden Werte durchzuführen. Es genügt wohl für einen Ort nachzuweisen, daß den Abweichungen der Charakter zufälliger Fehler zukommt. Als diesen Ort wählte ich am passendsten den Schnittpunkt 65° nördl. Br. und 30° westl. L. v. Gr., der nahezu im Zentrum des großen barometrischen Minimums im Norden liegt und die größten Druckschwankungen aufweist. Wenn es rein periodische Änderungen der Druckverteilung über dem nordatlantischen Ozean überhaupt gibt, so

[1] Compte rend., B. 147 (26. Apr. 1909) p. 1131; siehe auch Meteor. Zeitschr. 1909, *26*, p. 372.

müssen sich diese im Zentrum der isländischen Depression am deutlichsten bemerkbar machen. Aus diesem Grunde wurde für diese Stelle das Verhältnis zwischen mittlerer Differenz zweier aufeinander folgender Werte und mittlerer Abweichung (Veränderlichkeit) für alle Monate berechnet; das Ergebnis steht in folgender Tabelle:

	Dez.	Jän.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Jahr
65° nördl. Br. und 30° westl. L. v. Gr.													
Mittlere Differenz zweier aufeinander folgender Werte	7·6	8·1	9·1	7·3	5·4	3·3	4·1	2·7	3·3	3·4	5·4	5·5	—
Mittlere Abweichung . . .	5·1	5·9	7·4	5·3	3·9	2·3	2·9	2·0	2·2	2·5	3·9	3·7	—
Verhältnis	1·49	1·38	1·23	1·38	1·38	1·44	1·41	1·35	1·50	1·36	1·38	1·49	1·40

In allen Monaten nähert sich das Verhältnis sehr dem Grenzwerte 1·41; die größte Abweichung beträgt kaum 13 Prozent. Im Mittel aller Monate erhält man 1·40 in fast vollkommener Übereinstimmung mit dem von der Theorie verlangten Werte von $\sqrt{2}$.

Damit ist zur Genüge nachgewiesen, daß es gar keinem Bedenken unterliegt, die Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung in diesem Falle anzuweisen und daß von einer reinen Periodizität in den Schwankungen der Luftdruckmittel im Gebiete des atlantischen Ozeans nicht die Rede sein kann.

Mittels der Formeln 1, 2 und 3 und der Tabellen des vorhergehenden Abschnittes, welche die mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel aller Monate enthalten, sind wir in der Lage für jeden Schnittpunkt der 10° Koordinaten den wahrscheinlichen Fehler der Monatsmittel und die Zahl der Jahre anzugeben, die nötig ist, um diesen auf 0·1 *mm* herabzudrücken.

Von der Mitteilung der Tabellen des wahrscheinlichen Fehlers für jeden einzelnen Monat wurde abgesehen. Tabelle 35 enthält bloß den wahrscheinlichen Fehler der 25-jährigen Luftdruckmittel im Durchschnitt aller Monate.

Tabelle 35.

Durchschnittlicher wahrscheinlicher Fehler der 25-jährigen Monatsmittel des Luftdrucks

(Periode 1881 bis 1905.)

Länge / Breite	80° W.	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40° E. v. Gr.
75°	—	0·44	0·44	0·46	0·50	0·53	0·56	0·56	0·51	0·50	0·50	0·51	0·55
70	0·41	0·44	0·49	0·50	0·55	0·62	0·60	0·55	0·51	0·49	0·49	0·51	0·55
65	0·39	0·43	0·49	0·53	0·62	**0·68**	0·63	0·55	0·50	0·49	0·50	0·53	0·55
60	0·36	0·36	0·39	0·50	0·60	0·63	0·60	0·56	0·51	0·49	0·50	0·53	0·55
55	0·29	0·29	0·32	0·36	0·48	0·56	0·56	0·55	0·50	0·43	0·43	0·44	0·50
50	0·24	0·26	0·29	0·32	0·43	0·50	0·53	0·51	0·43	0·38	0·34	0·36	0·36
45	0·21	0·24	0·29	0·34	0·41	0·46	0·44	0·39	0·36	0·34	0·31	0·27	0·22
40	0·19	0·24	0·29	0·31	0·36	0·38	0·34	0·29	0·29	0·29	0·24	0·22	0·21
35	0·17	0·22	0·26	0·27	0·31	0·32	0·29	0·24	0·24	0·24	0·21	0·17	0·15
30	0·15	0·19	0·21	0·22	0·24	0·24	0·21	0·19	0·21	0·22	0·19	0·14	0·17
25	0·14	0·14	0·14	0·15	0·17	0·15	0·14	0·15					
20	—	0·10	0·12	0·12	0·12	0·12	0·10	0·15					
15	—	0·12	0·10	0·10	0·10	0·10	0·10	0·17					
10	—	—	0·10	0·10	0·10	0·09	0·10	0·17					

Sogar im Durchschnitte aller Monate ist der wahrscheinliche Fehler eines Monatsmittel des Luftdrucks noch ziemlich groß; er nimmt, wie die mittlere Veränderlichkeit der Luftdruckmittel von den niederen gegen die höheren Breiten stark zu, derart, daß er in den mittleren Teilen des Ozeans von 50° nördl. Br. an stets größer als $^1/_2$ *mm* ist. In 65° nördl. Br. und 30° westl. L. v. Gr. wird das Maximum mit fast 0·7 *mm* erreicht. Die Verteilung über das betrachtete Gebiet ist natürlich dieselbe wie jene der mittleren Veränderlichkeit, auch über Europa ist die Unsicherheit der Luftdruckmittel noch ziemlich groß; in Südeuropa etwa um $\pm$ 0·25, in Mitteleuropa um $\pm$ 0·5 *mm*.

Diese Werte gelten bloß im Durchschnitt aller Monate. Der wahrscheinliche Fehler unterliegt aber wie die mittlere Veränderlichkeit einem ausgesprochenen jährlichen Gange, mit einem Maximum im Winter und einem Minimum im Sommer. Wir wollen hier nicht das im früheren Abschnitte mitgeteilte wiederholen. Tabelle 36 gibt für das Gebiet des atlantischen Ozeans (60 bis 10° westl. L. v. Gr.) und für die vier Jahreszeiten den wahrscheinlichen Fehler eines Monatsmittels des Luftdrucks, dann auch den entsprechenden maximalen Fehler für den zentralen Teil des atlantischen Ozeans, wo ja, wie aus dem früheren

Tabelle 36.

Wahrscheinlicher Fehler des 25-jährigen Monatsmittel des Luftdrucks in den einzelnen Jahreszeiten und Zahl der Jahre, nötig für einen wahrscheinlichen Fehler von $\pm$ 0·1 *mm*.

Für das Gebiet des nordatlantischen Ozeans (60 bis 10° westl. L. v. Gr.).

Breite	Winter			Frühling			Sommer			Herbst			Jahr (Durchschnitt aller Monate)		
	wahrscheinlicher Fehler		Zahl der Jahre für das Mittel	wahrscheinlicher Fehler		Zahl der Jahre für das Mittel	wahrscheinlicher Fehler		Zahl der Jahre für das Mittel	wahrscheinlicher Fehler		Zahl der Jahre für das Mittel	wahrscheinlicher Fehler		Zahl der Jahre für das Mittel
	Mittel	Maximum im zentralen Teile		Mittel	Maximum im zentralen Teile		Mittel	Maximum im zentralen Teile		Mittel	Maximum im zentralen Teile		Mittel	Maximum im zentralen Teile	
75°	0·75	0·99	1414	0·56	0·65	794	0·38	0·50	349	0·41	0·62	422	0·51	0·56	656
70	0·80	1·16	1611	0·53	0·72	699	0·38	0·53	349	0·44	0·58	495	0·55	0·62	743
65	0·84	1·27	1740	0·56	0·92	794	0·38	0·55	349	0·51	0·70	656	0·58	0·68	845
60	0·79	1·13	1545	0·56	1·03	794	0·34	0·44	290	0·50	0·77	612	0·55	0·63	743
55	0·67	1·01	1108	0·49	0·87	568	0·29	0·31	211	0·46	0·77	532	0·49	0·56	568
50	0·60	0·96	896	0·43	0·63	451	0·27	0·35	189	0·44	0·70	495	0·43	0·53	459
45	0·56	0·87	794	0·39	0·62	386	0 24	0·37	146	0·36	0·60	320	0·39	0·46	386
40	0·46	0·72	532	0·36	0·53	320	0·22	0·34	123	0·31	0·46	233	0·32	0·38	262
35	0·39	0·56	386	0·31	0·55	233	0·22	0·27	123	0·24	0·36	146	0·27	0·32	189
30	0·31	0·39	233	0·26	0·44	167	0·14	0·19	43	0·17	0·26	72	0·22	0·24	123
25	0·21	0·24	102	0·17	0·31	72	0·10	0·12	26	0·12	0·17	36	0·15	0·17	58
20	0·14	0·15	43	0·12	0·17	36	0·10	0·14	26	0·12	0·12	36	5·12	0·12	36
15	0·12	0·12	36	0·10	0·10	26	0·12	0·12	36	0·10	0·12	26	0·10	0·10	26
10	0·12	0·12	36	0·10	0·10	26	0·12	0·12	36	0·12	0·14	36	0·10	0·10	26

bekannt, die größten Schwankungen der Luftdruckwerte erfolgen. Aus dieser Tabelle können wir leicht entnehmen, wie groß die Jahresschwankung des wahrscheinlichen Fehlers in den einzelnen Breiten ist. In einer dritten Kolonne wurde außerdem die Anzahl der Beobachtungsjahre berechnet, die notwendig wäre, um die Monatsmittel des Luftdrucks in den einzelnen Jahreszeiten auf $\pm$ 0·1 *mm* genau angeben zu können. Wenn wir hiebei Zahlen weit größer als 100 Jahre für einzelne Teile des Ozeans finden, so hat dies natürlich keine reelle Bedeutung, sondern die Zahlen sind bloß zu Vergleichen dienlich; wir

wissen ja nicht ob die Luftdruckwerte größeren, sekularen Perioden unterliegen, die obige Berechnungen ganz illusorisch machen.

Aus der Tabelle entnehmen wir, daß in den Wintermonaten in den Breiten nördlich des 60. Breitenkreises die 25-jährigen Monatsmittel noch um mehr als $^2/_3$ *mm* unsicher sind, und daß im zentralen Teil des Ozeans diese Unsicherheit auf fast 1·3 *mm* ansteigt. 1700 Beobachtungsjahre wären in diesen Breiten bei ungeänderten Verhältnissen notwendig, um das Luftdruckmittel eines Wintermonates auf $\pm$ 0·1 *mm* genau angeben zu können. In den Sommermonaten ist die erreichte Genauigkeit wesentlich größer. Die Luftdruckmittel sind nördlich von 60° nördl. Br. um weniger als $\pm$ 0·4 genau; etwa 350 Jahre würden genügen, um die Genauigkeit $\pm$ 0·1 zu erreichen.

Der wahrscheinliche Fehler ist in den Frühlingsmonaten größer als in den Herbstmonaten, gemäß der Tatsache, daß im Frühling die Schwankungen der Luftdruckverteilung stets stärker ausgeprägt sind als im Winter.

Die Unsicherheit der Luftdruckmittel ist in niederen Breiten bedeutend kleiner; südlich des 20. Breitenkreises sind im Durchschnitte die Luftdruckmittel auf etwa $\pm$ 0·12 *mm* genau; hier genügen meistens schon 36 Jahre, um den Fehler auf 0·1 *mm* herabzudrücken.

Wir sind also noch weit davon entfernt, die Luftdruckwerte in höheren Breiten mit der von uns gewünschten Genauigkeit zu kennen; es ist sogar die Frage, ob wir überhaupt dieselben je mit der wünschenswerten Genauigkeit werden angeben können. Genauer bekannt ist die relative Verteilung des Luftdruckes; denn diese hängt von der Veränderlichkeit der Luftdruckdifferenzen ab; diese ist aber, wie schon Hann eingehend für Mittel- und Südeuropa nachgewiesen hat, wesentlich kleiner als die der Luftdruckwerte selbst. Bei der Differenz der Luftdruckwerte Paris—Greenwich wurde der wahrscheinliche Fehler bei 50-jährigen Beobachtungen für das Jahresmittel zu bloß $\pm$ 0·04 *mm*, für den Monat Jänner zu $\pm$ 0·14 *mm* gefunden.

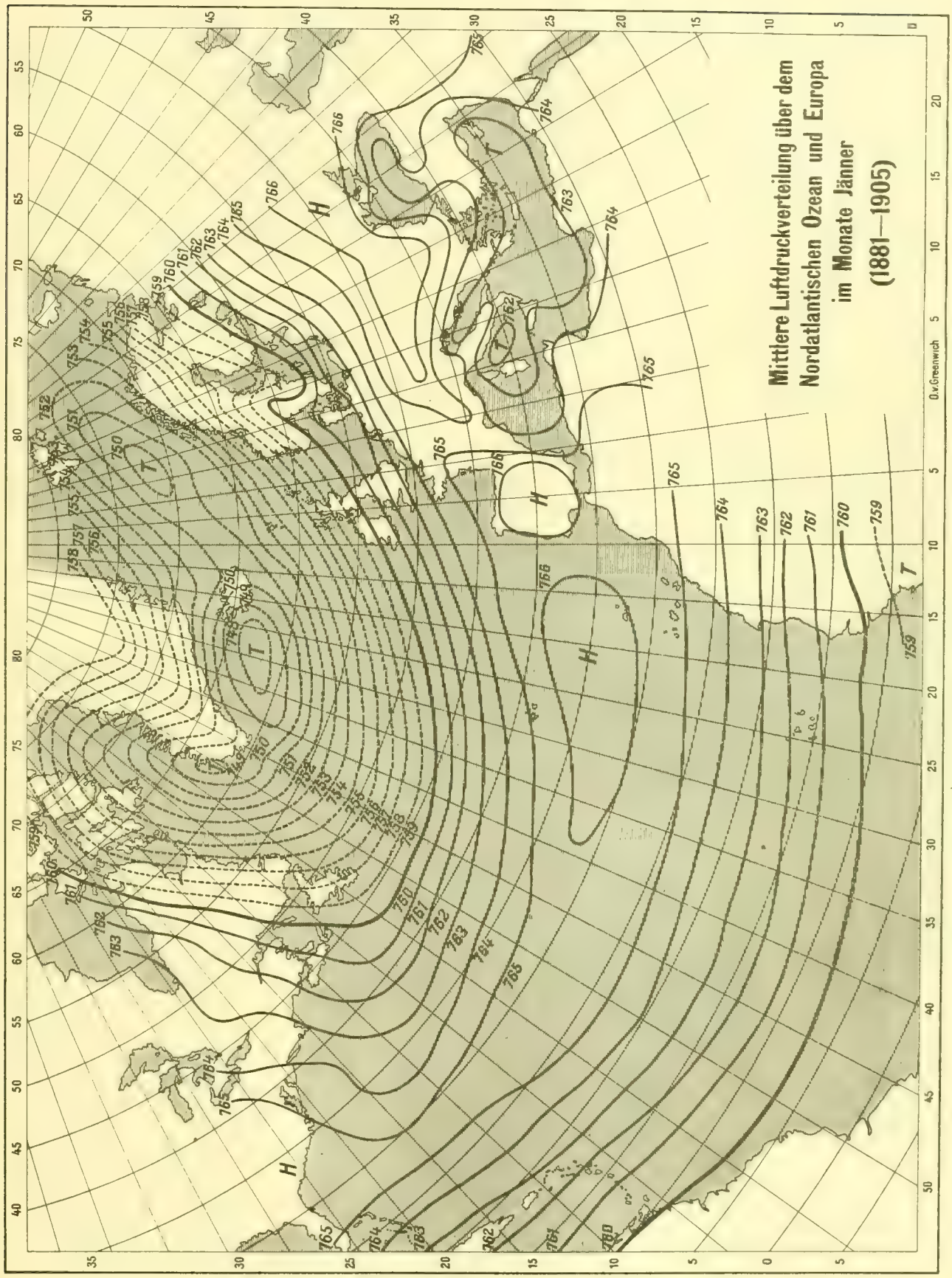
Auf dem atlantischen Ozean ergeben sich längs des Meridians von 30° westl. L. v. Gr. zwischen dem 65° und 30. Breitenkreis, also für eine Entfernung von rund 3900 *km* für die 25-jährige Periode 1881—1905 folgende Zahlenwerte.

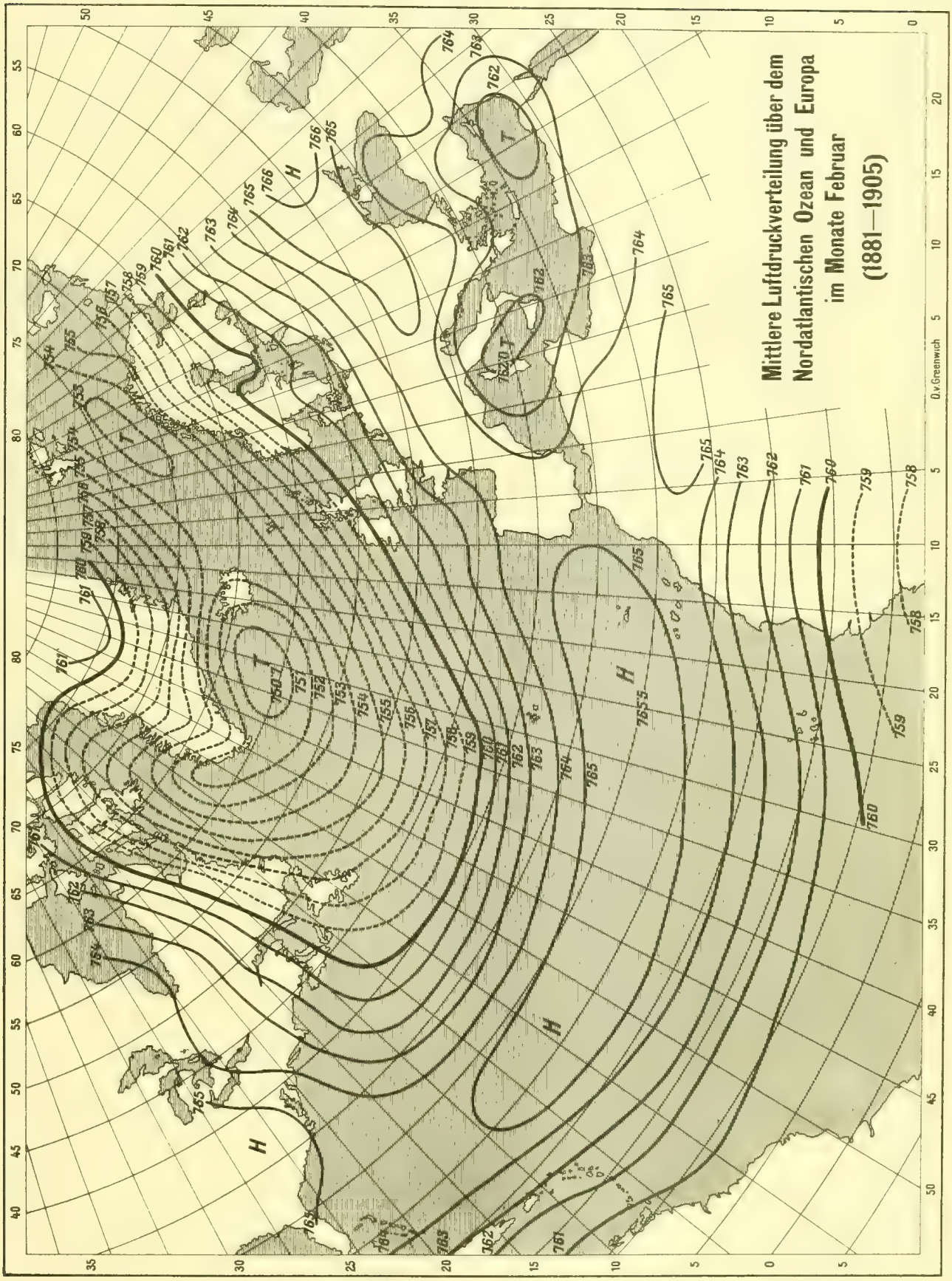
Mittlerer Luftdruckunterschied zwischen 65° und 30° nördl. Breiten in 30° westl. L. v. Gr.

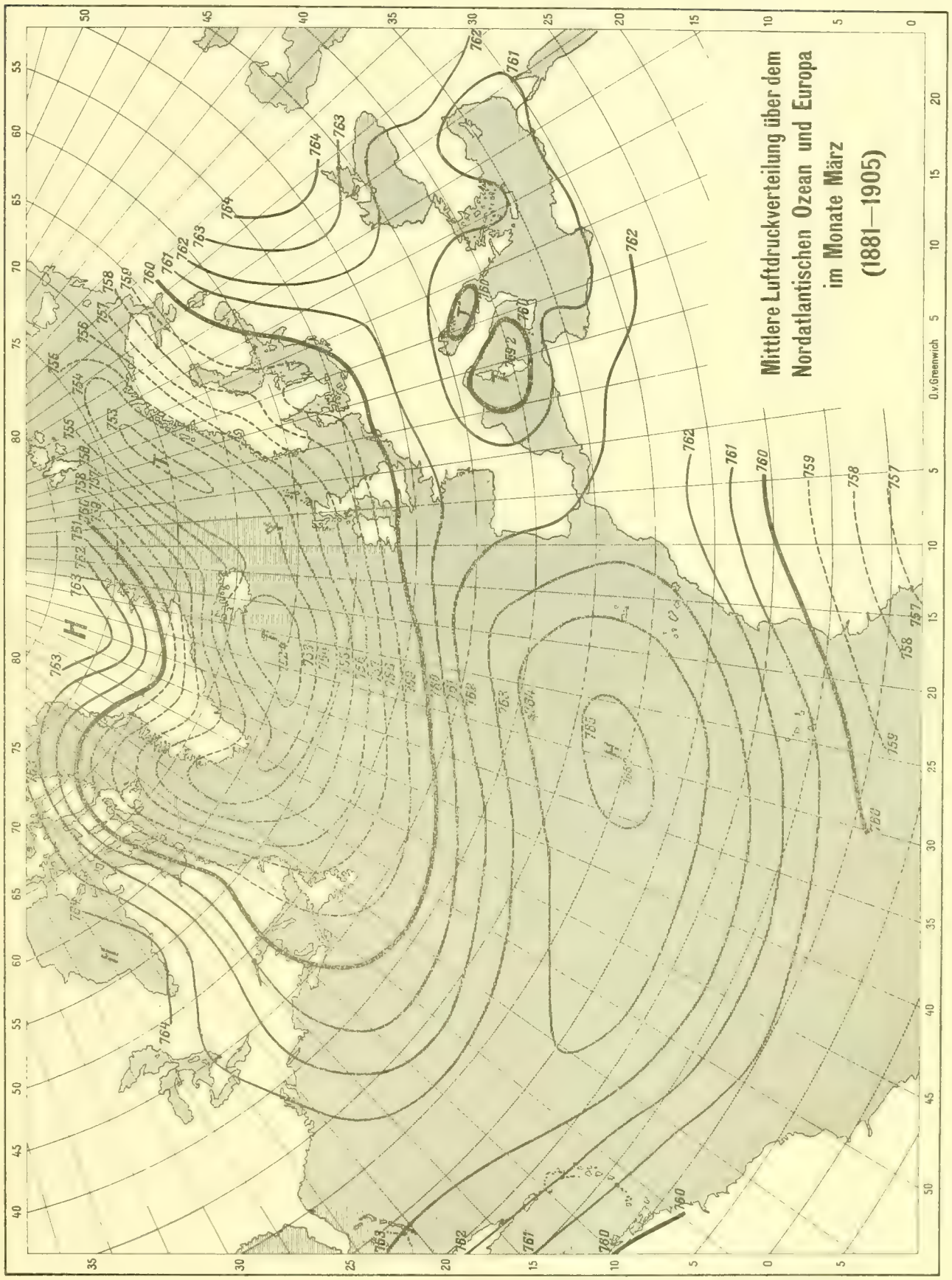
	Mittlere Druckdifferenz	Mittlere Abweichung	Wahrscheinlicher Fehler	Wahrscheinlicher Fehler der Druckdifferenz für 5°	Anzahl der Jahre, die nötig, um für eine Entfernung von 5° die Druckdifferenz auf $\pm$ 0·1 *mm* zu kennen
Jänner	19·3 *mm*	7·00 *mm*	$\pm$ 1·20 *mm*	$\pm$ 0·20 *mm*	100
Juli	12·0	2·46	$\pm$ 0·42	$\pm$ 0·07	12

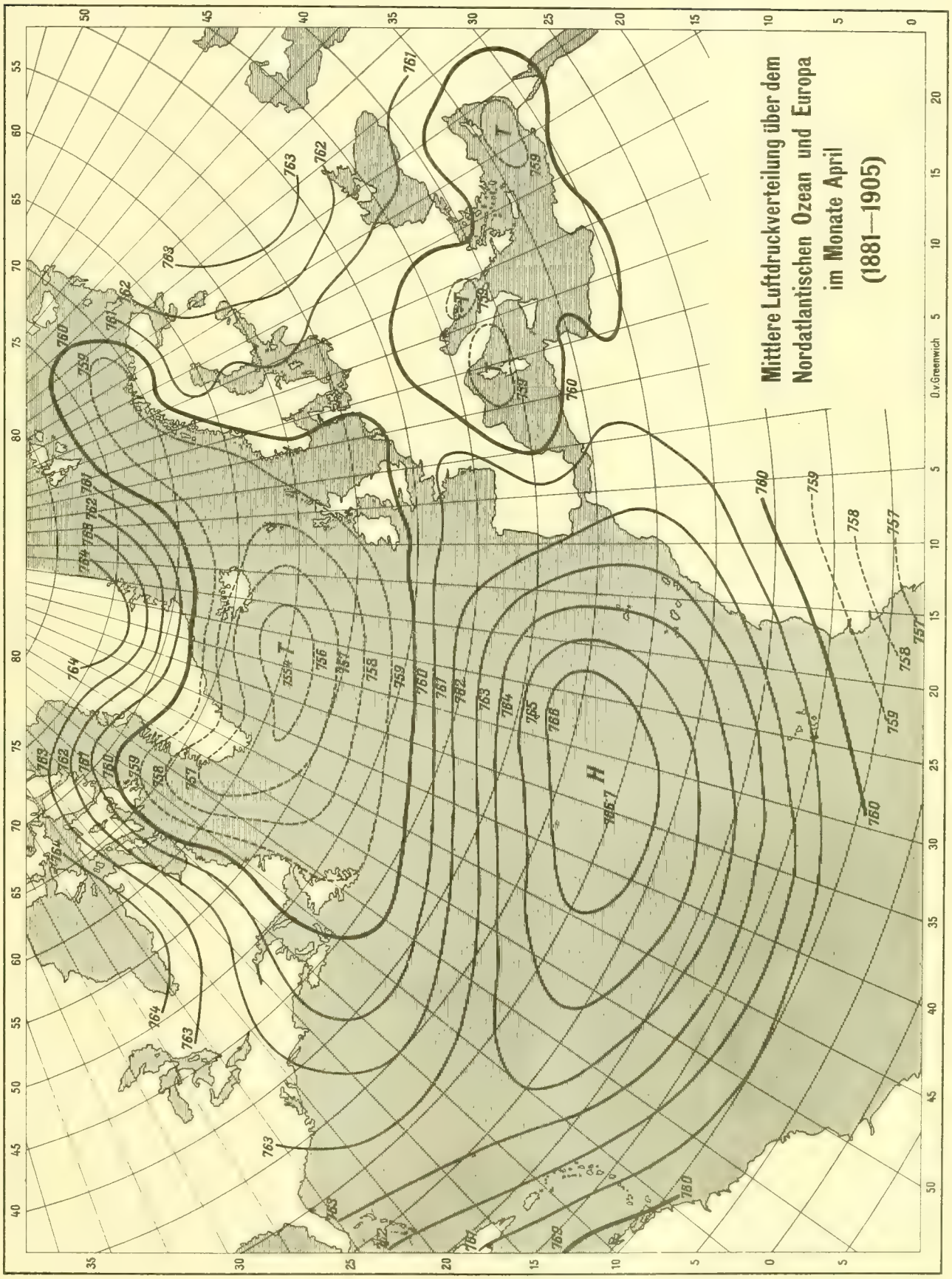
Für die große Entfernung von fast 3900 *km* kennen wir demnach schon im Winter die Druckdifferenz auf rund 1 *mm* genau, im Sommer auf weniger als $^1/_2$ *mm*. Bloß 100 Jahre sind notwendig, um im Winter die Luftdruckdifferenz auf eine Entfernung von 5° auf $\pm$ 0·1 *mm* genau zu kennen; im Juli genügen schon 12 Jahre. Die relative Verteilung des Luftdrucks, die in erster Linie ja nur von den Druckdifferenzen abhängt, ist also durch eine 25-jährige Beobachtungsperiode fast in allen Monaten mit einer befriedigenden Genauigkeit bekannt.

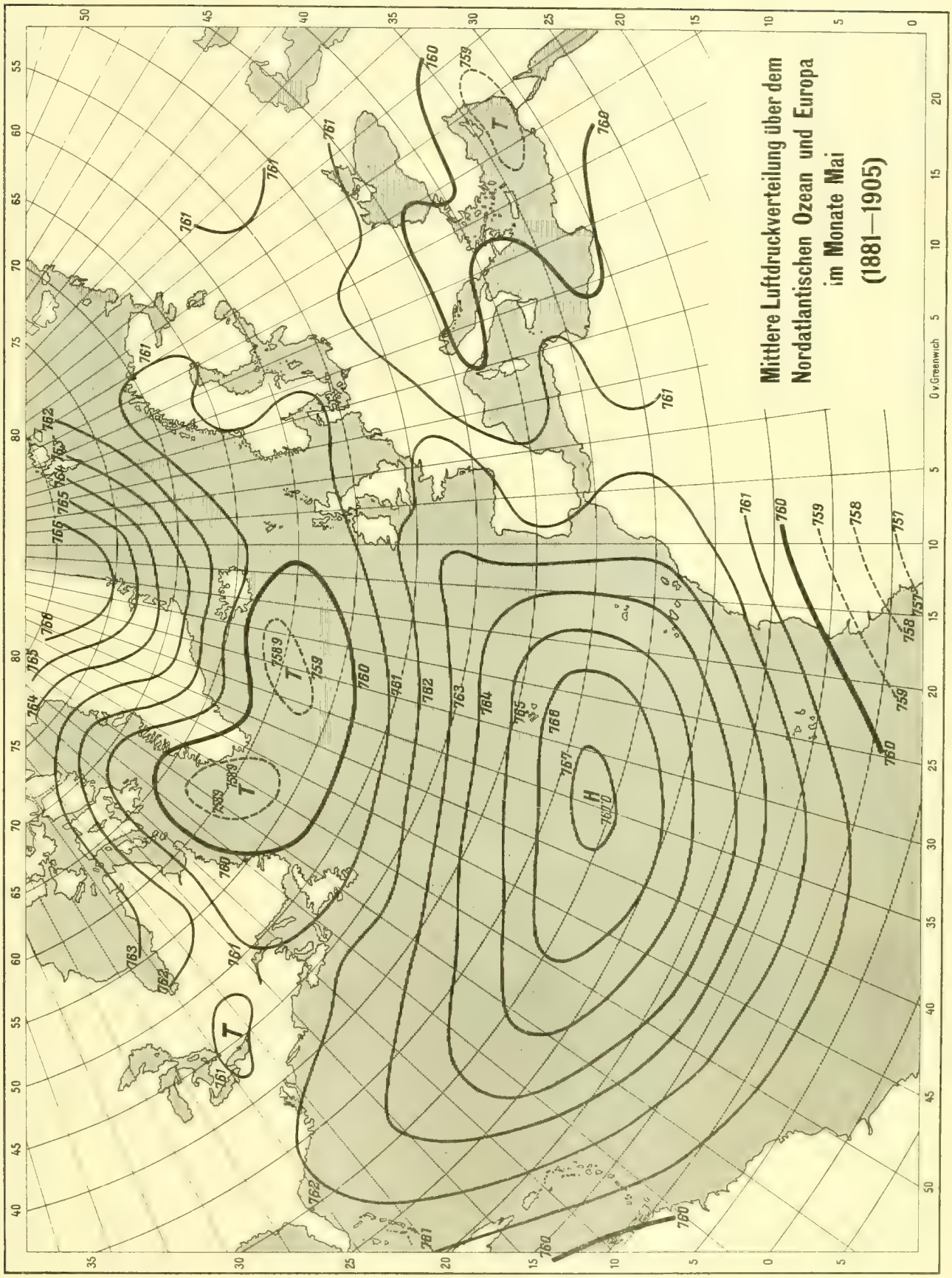
Stehen später einmal Beobachtungen zur Verfügung, die sich über eine längere Zeitspanne erstrecken, so werden sich vielleicht die absoluten Werte etwas ändern, das Bild der Luftdruckverteilung, die Form der Isobaren wird jedoch nicht merklich anders ausfallen.

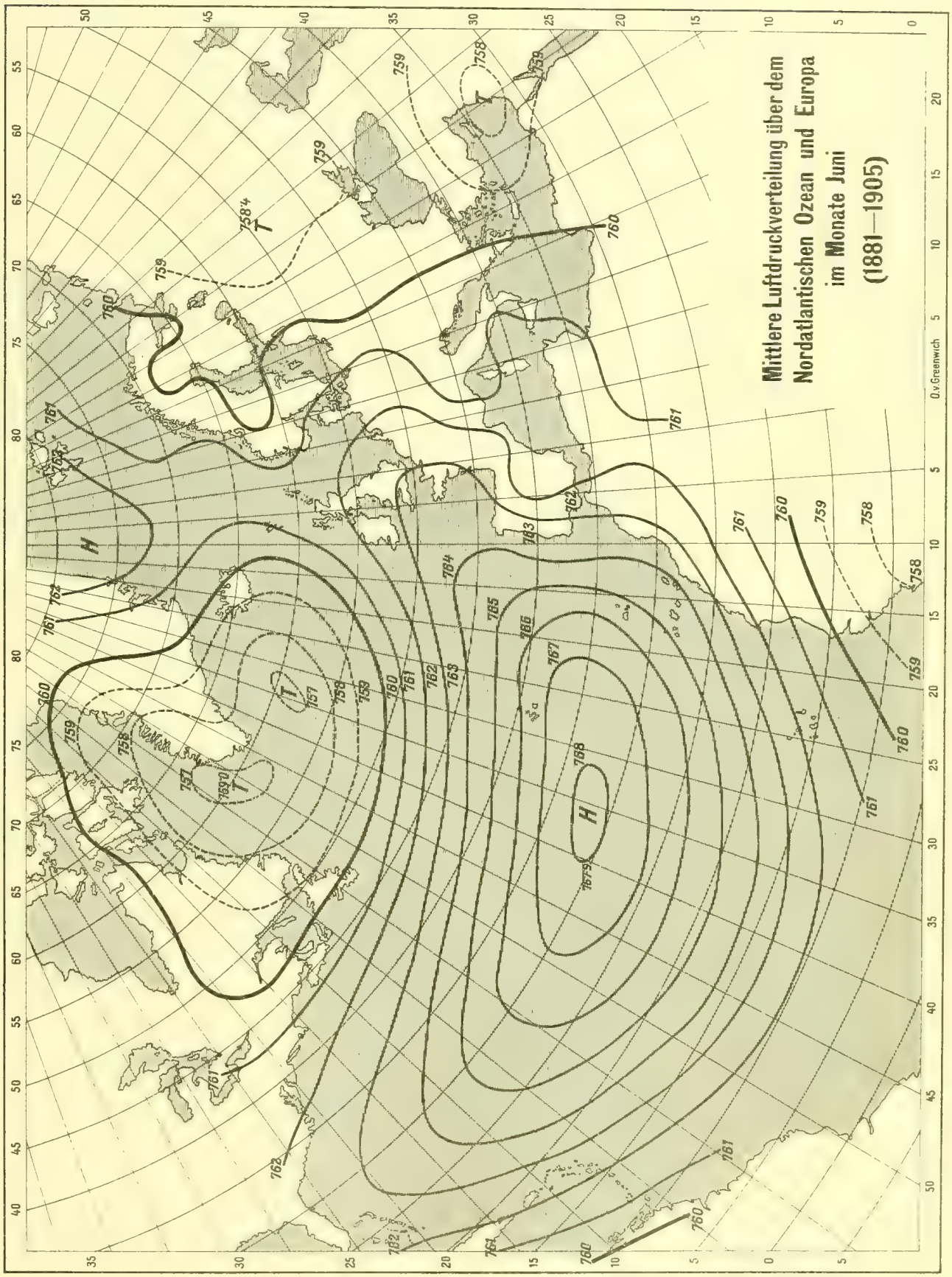

Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate Jänner
(1881—1905)
O v. Greenwich
H
T

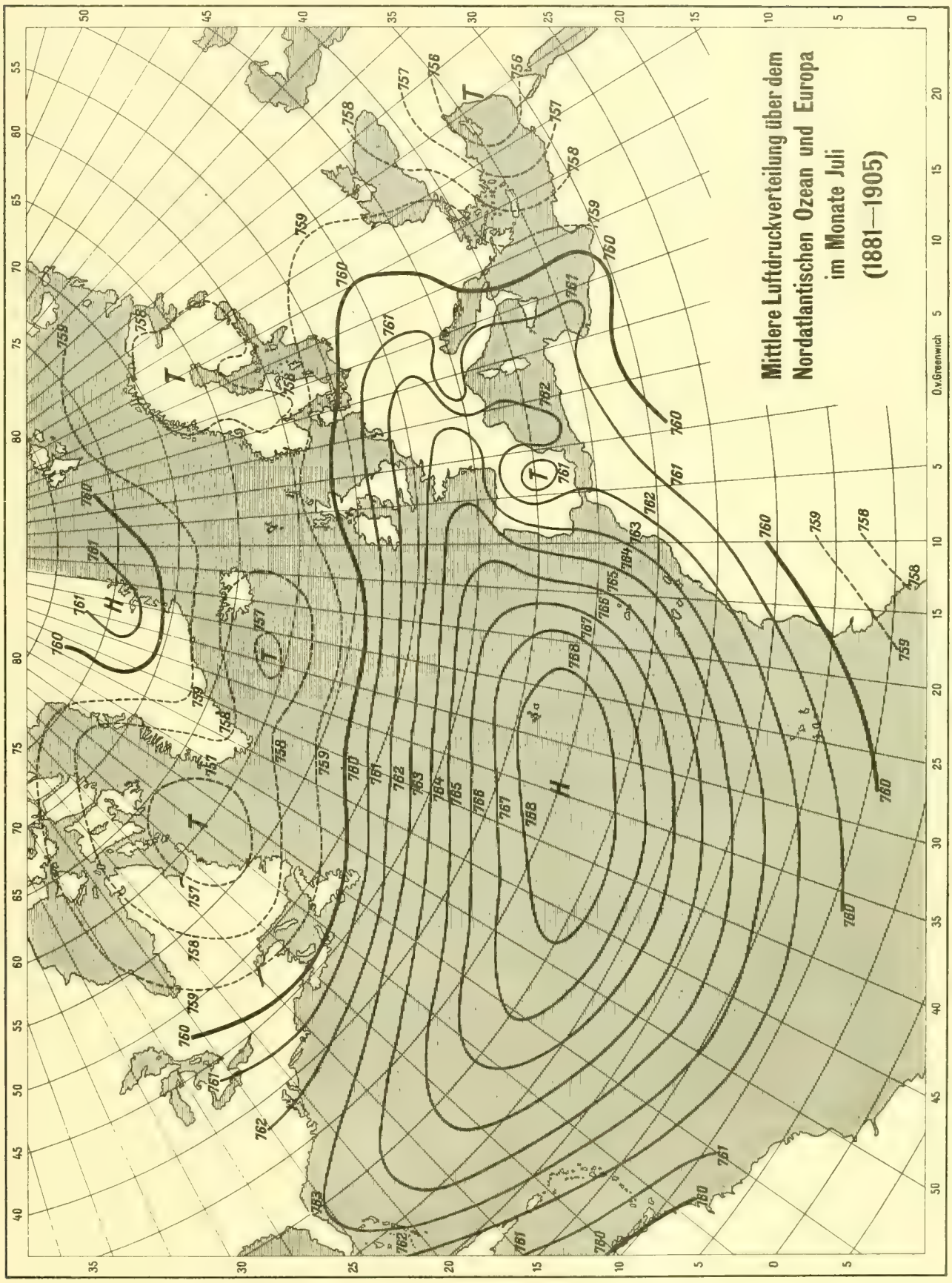

Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate Februar
(1881—1905)
O.v.Greenwich

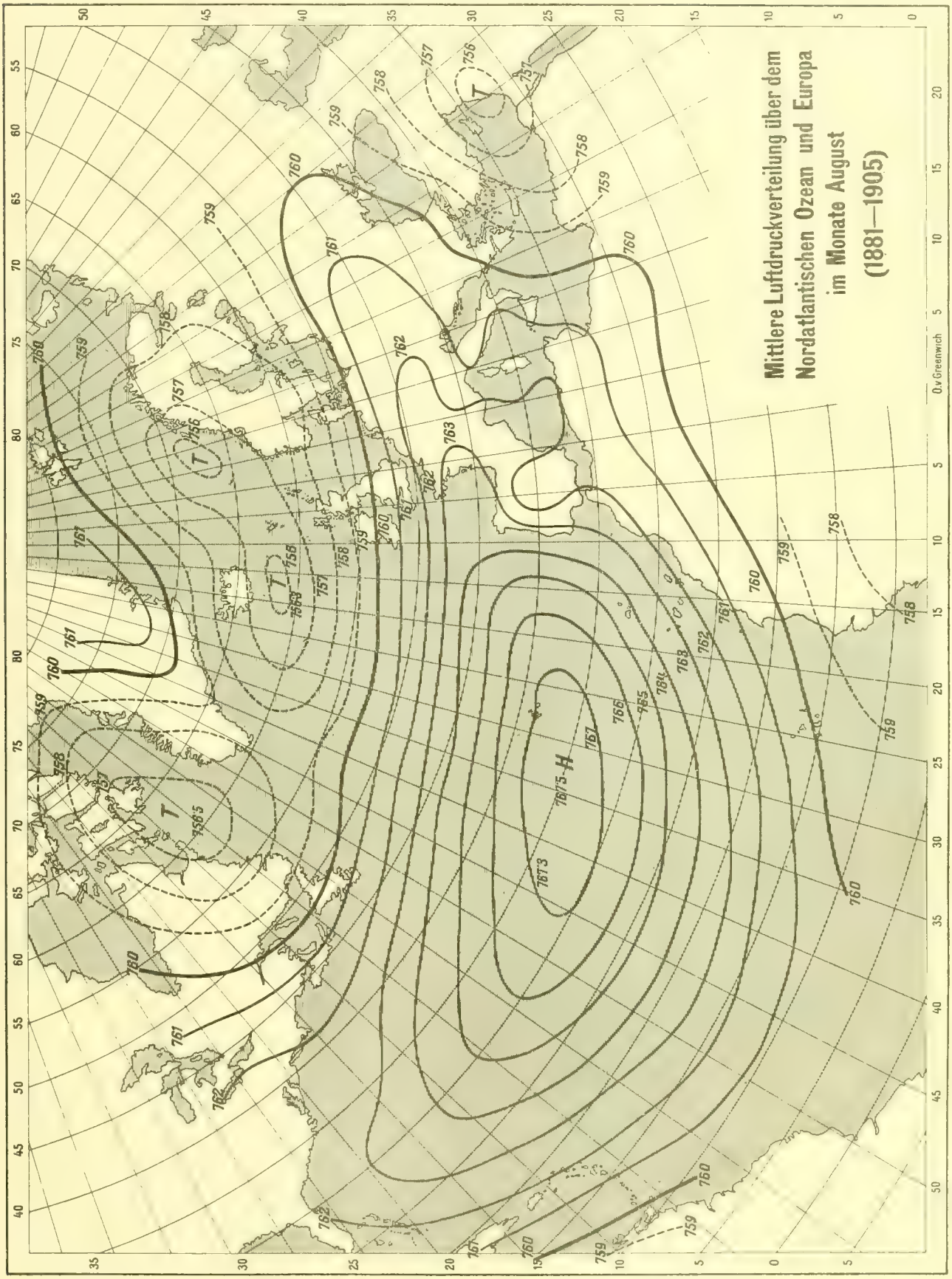

Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate März
(1881—1905)
O.v.Greenwich
H
T

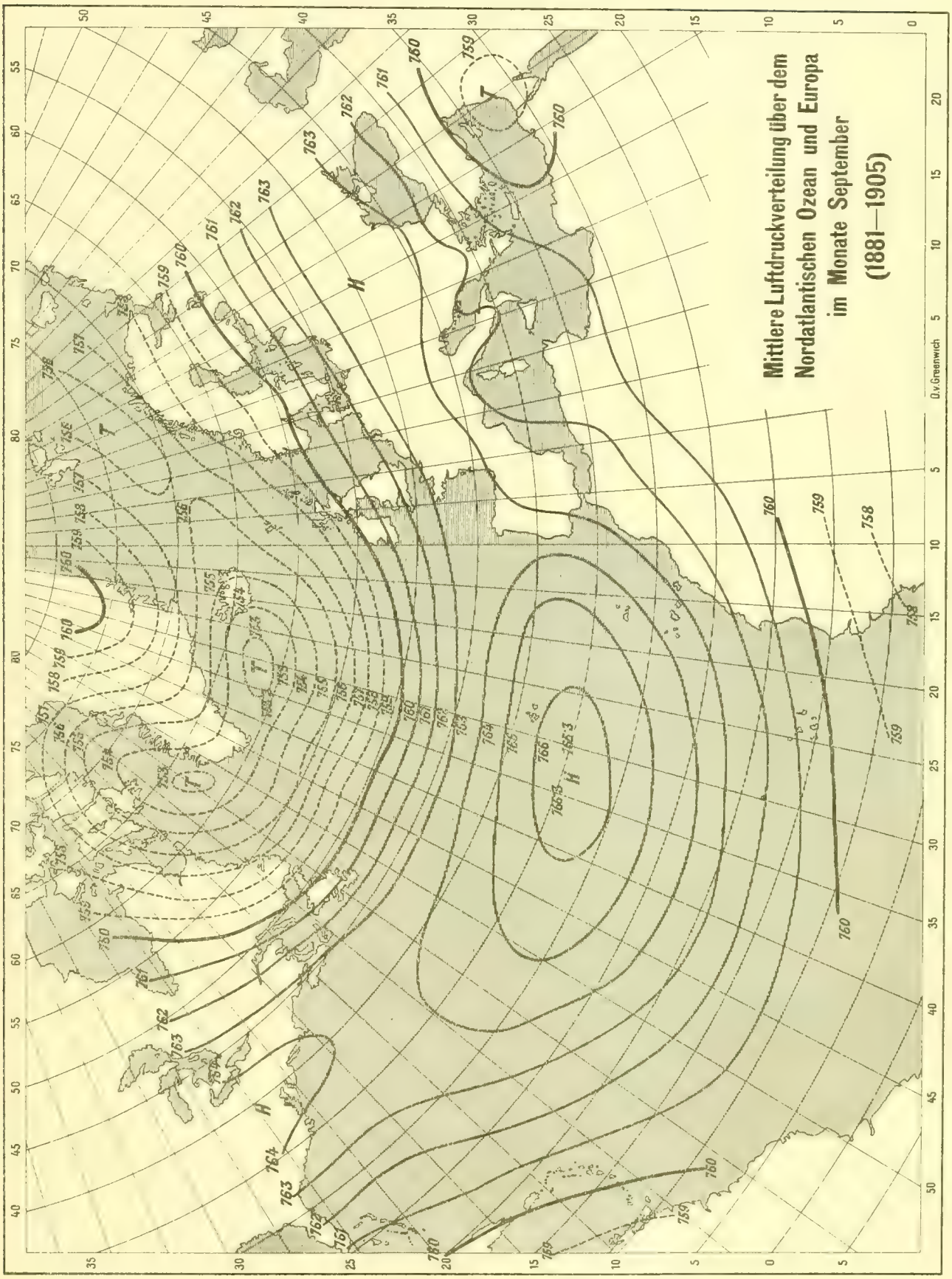

Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate April
(1881—1905)
O.v.Greenwich
H
T

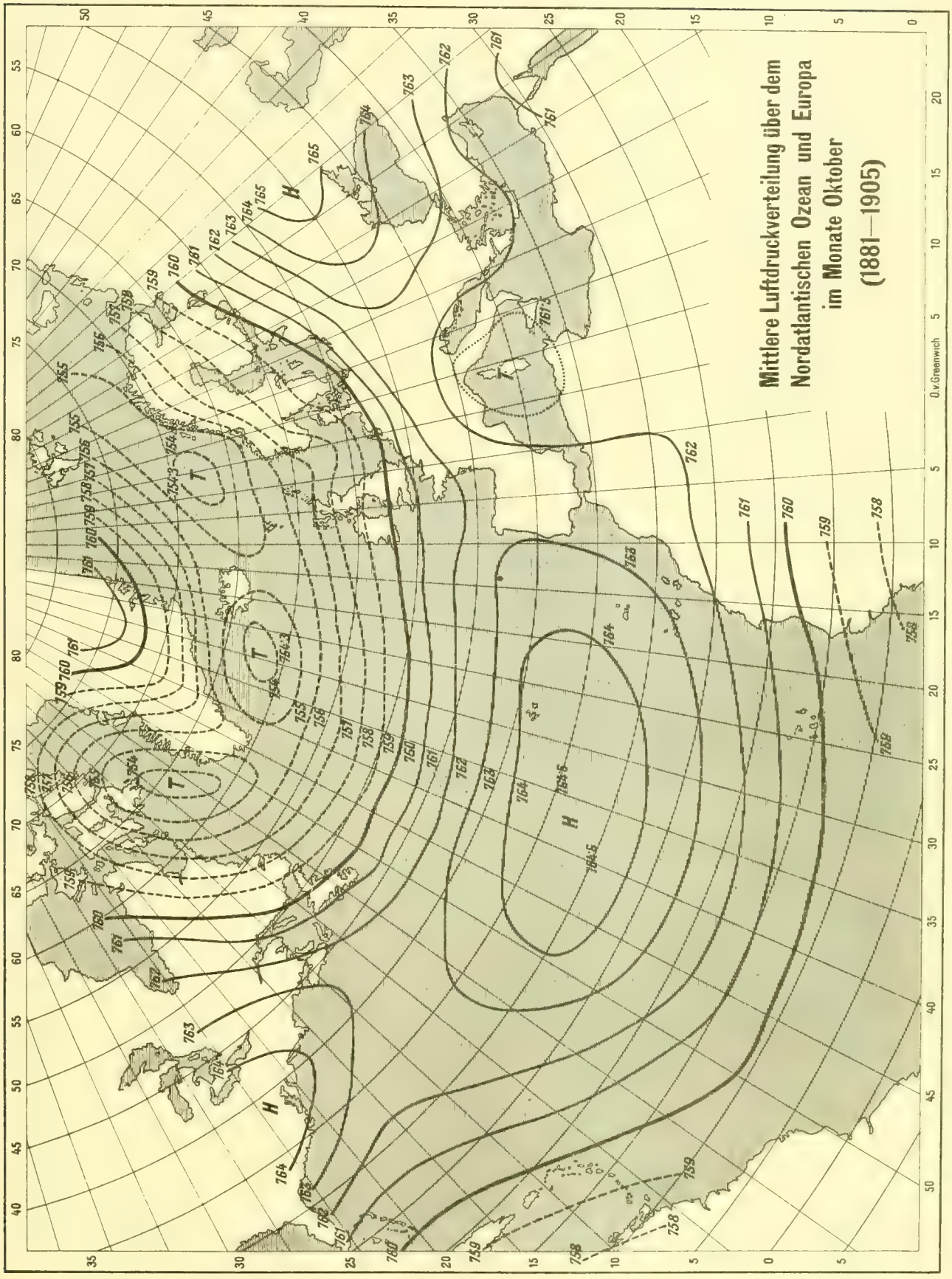

Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate Mai
(1881—1905)
0 v Greenwich
H
T

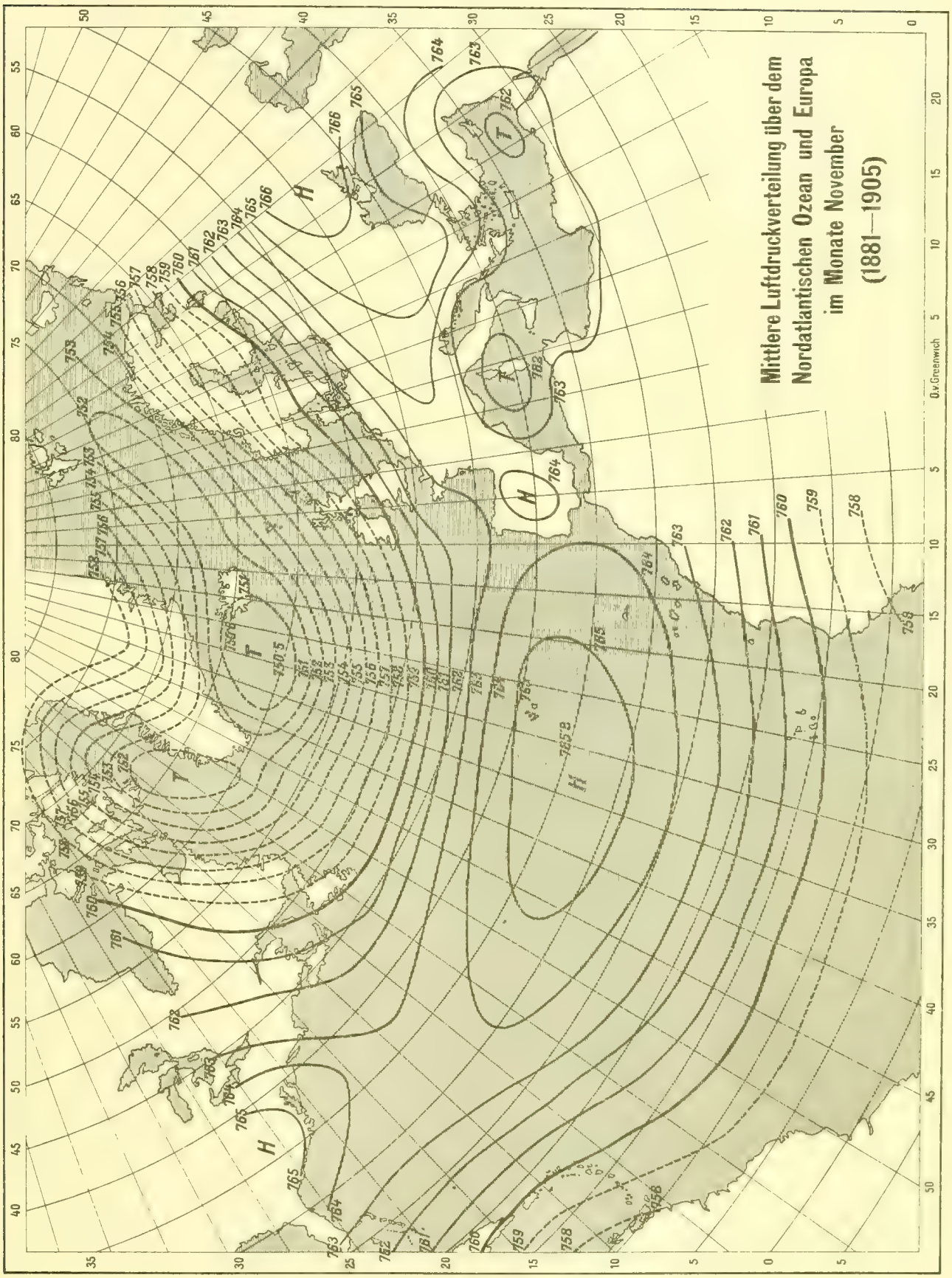

Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate Juni
(1881—1905)
O.v.Greenwich

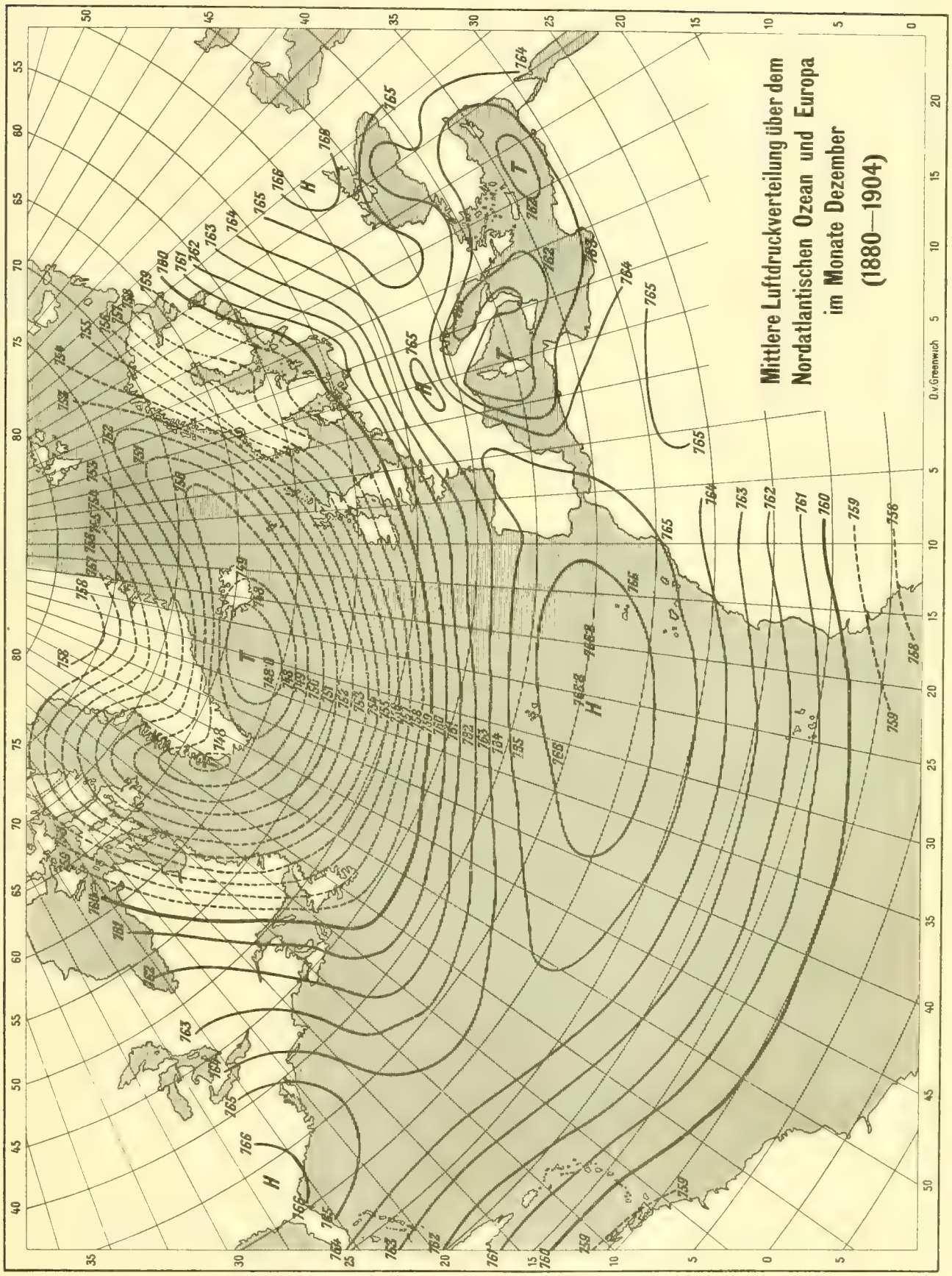

Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate Juli
(1881—1905)
O.v.Greenwich

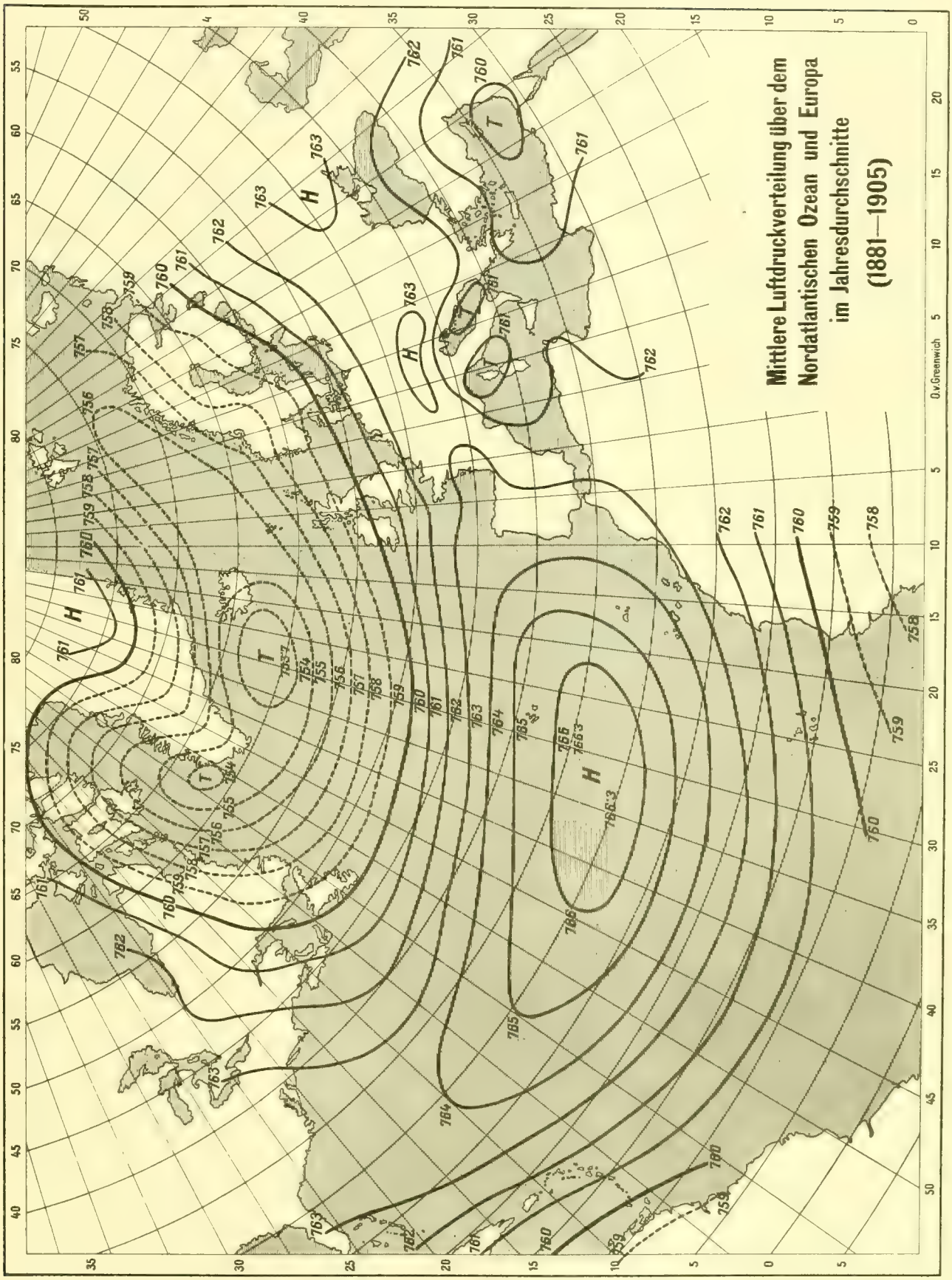

Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate August
(1881—1905)
0 v Greenwich
H
T


Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate September
(1881—1905)
D.v.Greenwich


Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate Oktober
(1881—1905)
0 v. Greenwich


Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate November
(1881—1905)
0 v. Greenwich


Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Monate Dezember
(1880—1904)
O.v.Greenwich


Mittlere Luftdruckverteilung über dem
Nordatlantischen Ozean und Europa
im Jahresdurchschnitte
(1881—1905)
O.v.Greenwich

DER KAMPF ZWISCHEN MISTEL UND BIRNBAUM

IMMUNE, UNECHT IMMUNE UND NICHT IMMUNE BIRNRASSEN; IMMUNWERDEN FÜR DAS MISTELGIFT FRÜHER SEHR EMPFINDLICHER BÄUME NACH DEM ÜBERSTEHEN EINER ERSTEN INFEKTION

VON

E. HEINRICHER

K. M. K. AKAD.

AUS DEM BOTANISCHEN INSTITUTE DER K. K. UNIVERSITÄT IN INNSBRUCK

MIT 4 TAFELN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 11. MAI 1916

I. Geschichtliche Einleitung.

In seiner Abhandlung: »De l'influence du sol sur la dispersion du gui et de la cuscute en Belgique«[1] hat Emil Laurent zuerst Mitteilung gemacht über Giftwirkungen der Mistelkeime auf gewisse Rassen des Birnbaumes. In den Abschnitten IX »Essais de culture du Gui« und X »Phénomènes toxiques provoqués par les plantules de Gui chez le Poirier« finden sich die betreffenden Stellen. Aus ersterem ist ersichtlich, daß Laurent sich zur Erledigung einer anderen Frage einer größeren Zahl von Mitarbeitern in Frankreich und Belgien versicherte, denen zur Besiedelung mit Mistelkeimen Beeren der Apfel-Mistel übersendet wurden. Dabei ergab es sich, daß bei drei Beobachtern die Beeren und Keime der Mistel Giftwirkungen auf die Birnbaumäste ausübten: »à l'endroit où on les avait appliquées, elles avaient provoqué la nécrose de l'écorce, puis la dessication des jeunes bourgeons pendant l'été et enfin la mort totale du rameau.« Insbesondere erwiesen sich die Birnrassen »Joséphine de Malines« und »Williams«, aber auch eine dritte, unbestimmte, empfindlich.

Einer der Beobachter, Herr Chalon, bemerkte ähnliche Wirkungen der Mistelkeime auch an *Spartium junceum* und *Ficus elastica*. In dem X. Abschnitte teilt Laurent schon eigene, teils bestätigende, teils neue Beobachtungen über die Giftwirkung der Mistel auf den Birnbaum mit. In den ersten Tagen des Mai wurden Mistelsamen auf einjährige Triebe und auch auf mehrjährige Fruchtzweige der früher

[1] Bulletin de l'agriculture, Tome XVI, 1900, Bruxelles p. 457–510, 5 Tafeln, 2 Karten.

genannten Birnrassen ausgelegt. Ihre Keimung verlief normal und bis 15. Juni (Rasse Joséphine de Malines) und 1. August (Rasse Williams) war keine Beeinflussung der besiedelten Zweige erkennbar. Doch schon am 20. Juni und bei Rasse Williams am 3. August war die Sachlage anders: »Les rameaux inoculés se sont alors brusquement fanés, puis leurs feuilles se sont complètement desséchées tout en restant adhérentes à leur support.« Rinde und Holz der Zweige ließen sowohl oberwärts, als unterwärts jedes Keimes weitgehende Veränderungen wahrnehmen, die teils makroskopisch, teils mikroskopisch festgestellt wurden. Letztere betreffend erwiesen sich sowohl das Parenchym der Rinde, als das des Markes und auch die Zellen der Markstrahlen als abgestorben, das Holz war dunkler gefärbt und die Gefäße von gelblich schwarzen Gummipfropfen verstopft. Diese Wirkungen wurden erzielt, ohne daß der Mistelkeim einen ersten Senker in den Wirt vorgeschoben hätte und gingen von der nur fest anliegenden Haftscheibe aus.

In dieser Mitteilung wird auch schon über den Versuch berichtet, mit einem aus zerriebenen Mistelkeimen hergestellten Extrakt Wundstellen (Einschnitte) von Birnzweigen zu injizieren. Der Extrakt wurde teils ohneweiters verwendet, teils nachdem er auf 120° im Autoclave erhitzt worden war. Ersterer erwies sich insofern als wirksam, als die Vernarbung der Wundstelle unterblieb.

Den gleichen Gegenstand behandelt Laurent noch in zwei weiteren Mitteilungen, die in den »Recherches de Biologie experimentale, appliquée a l'agriculture (Traveaux du laboratoire de Botanique de l'institut agricole de l'état, à Gembloux, publiés par E. Laurent, Tome I, 1901—1903, Bruxelles) erschienen sind. Die erste dieser Mitteilungen »Phénomènes toxiques provoqués par les plantules de Gui chez le Poirier«, stimmt inhaltlich mit dem X. Abschnitte der bereits besprochenen, l. c. erschienenen überein, ist nur ein zweiter Abdruck des erwähnten Kapitels. In der zweiten Mitteilung »Sur l'éxistence d'un principe toxique pour le Poirier, dans les baies, les graines et les plantules du Gui« werden einige neue Ergebnisse gebracht. Laurent's Versuche zielten in erster Linie darauf, die Lokalisation des Gift stoffes in den Mistelbeeren zu ermitteln. Es wurden verwendet: intakte Beeren, aus Beeren isolierte, in letzteren schon ausgekeimte Samen und der isolierte Beerenschleim, und zwar entweder frisch, oder auf 100 und 120° durch 5 Minuten erwärmt. Dieses Material wurde auf Äste der früher genannten, so empfindlichen Birnbaumrassen Mitte Mai aufgetragen. Die intakten Beeren und die isolierten, lebenden Keimlinge führten schon Mitte Juni zum Vertrocknen der mit denselben besiedelten Zweige unter Auftreten jener Destruktion in Rinde und Holz, die schon geschildert wurde. Anfangs Juli traten ähnliche Erscheinungen, wenn auch etwas gemindert, auch an den Zweigen auf, die mit der frischen Beerenpulpa allein — nach Herausnahme der Samen — belegt worden waren.

Es folgten aber später die gleichen Erscheinungen, wenn auch geringer und lokalisiert auf die Stellen des Kontaktes an den Zweigen, welche mit den erwähnten Materien nach Erhitzung auf 100° und 120° C belegt worden waren. Laurent resumiert: »La toxine du Gui existe donc en plus grande quantité dans les plantules en germination; vers le 15 mai, il y en a aussi dans la pulpe des baies. Sans doute, elle est secrétée par les embryons en germination et diffuse dans la pulpe.«

Die Tatsache, daß mit Mistelkeimen besetzte Zweige genannter Birnbaumrassen absterben und früher oder später abgeworfen werden, wodurch natürlich auch die Misteln zugrunde gehen, führt Laurent dazu, solche Rassen für immun gegen Mistelbefall zu erklären. Er vergleicht die Erscheinung der Autotomie bei Tieren, zum Beispiel gewissen Krabben, die das vom Feinde ergriffene Glied einfach abwerfen. »L'organisme fait la part des tissus attaqués pour arrêter l'invasion parasitaire.« Ob dieser Vergleich mit der Autotomie der Tiere treffend ist, erscheint mir allerdings fraglich; ich komme später darauf zu sprechen, daß es nicht berechtigt erscheint, solche Rassen immun zu nennen.

Die Beobachtungen Laurent's sind sicherlich sehr interessant und ich hatte Gelegenheit, sie mehrfach zu bestätigen. Schließlich drängte es mich, eigene Versuche in der Sache aufzunehmen, deren Ergebnis in lehrreicher Weise die Frage beleuchtet und neue Erkenntnis bringt. Endlich sind die Laurent'schen Mitteilungen an weniger zugänglichen Stellen erschienen und entbehren fast ganz bildlicher Darstellungen, so daß ich es für angemessen erachte, diese Lücken auszufüllen.

II. Die ersten eigenen Beobachtungen.

Die ersten Erfahrungen über die giftigen Wirkungen der Mistelkeime auf Birnbäumchen wurden gelegentlich meiner Versuche über die ernährungsphysiologischen Rassen der Mistel gemacht. Von zwei Birnbäumchen, die am 12. Februar 1908 mit je zehn Birn-Mistelsamen belegt wurden, starben bei einem im Frühjahre 1909 die belegten Äste ab, ohne auszutreiben.

In einer 1910 angelegten Versuchsreihe wurden am 29. November auf drei Birnbäumchen je 30 Samen der Linden-Mistel, auf drei Birnbäumchen je 25 Samen der Birn-Mistel ausgelegt. Diese Bäumchen waren noch sehr jung; nur ihr Basalteil war zweijährig, die mit Mistelsamen belegten Zweige fast durchgehends einjährig. Besonders die Bäumchen, die mit Birn-Mistelsamen belegt wurden, waren schwächlich, weshalb hier auch von der Normalzahl abgewichen wurde und statt mit 30 Samen die Belegung mit nur 25 erfolgte. Alle diese sechs Birnbäumchen trieben im Frühjahre 1911 gar nicht aus und starben entweder ganz ab (so alle drei mit Birn-Mistelsamen belegten) oder blieben nur in ihrer basalen Partie lebend (zwei der Birnbäumchen, die mit Linden-Mistelsamen belegt waren), aus der in den folgenden Jahren Regeneration stattfand. An den eingetrockneten Trieben klebten die Mistelkeime, die natürlich endlich auch abstarben. Die Keimung war sehr reichlich, erreichte bis zu 100%. Bei der Revision am 5. Mai 1911 waren zum Beispiel bei einem der mit Linden-Mistel besetzten Bäumchen 27 Samen mit 44 Keimlingen vorhanden. Die Triebe dieses Bäumchens waren schon an diesem Tage alle tot, die Mistelkeime noch lebend. An einem zweiten Bäumchen hatten alle 30 Samen gekeimt und waren 36 Keimlinge vorhanden. Bei diesem Bäumchen waren am 5. Mai erst die oberen Zweigpartien abgestorben, auf denen 17 Keimlinge saßen, 19 waren auf noch lebenden Teilen vorhanden, die aber im Laufe des Sommers vertrockneten. Beim dritten der mit Linden-Mistelsamen belegten Bäumchen vertrockneten die einjährigen Zweige ebenfalls, der ältere Basalteil aber blieb am Leben. Er zeigte bei einer Revision am 28. Mai 1912 stark krebsige Stellen an den Orten, wo Mistelkeime sich entwickelt hatten, vermochte aber in diesem Jahre einen gesunden Trieb zu entwickeln. Diesen Basalteil, dessen Fortsetzung in den einjährigen, abgedorrten Trieb nur in dem Stumpf vorhanden ist, der sich oberhalb der Insertion des 1912 entstandenen, gesunden Seitentriebes befindet, zeigt die Abbildung Fig. 1, Taf. I. Schon bei dieser sehr verkleinerten Aufnahme sind die krebsigen Stellen (jede entsprechend dem Orte, wo ein Mistelsamen zur Keimung gelangt war) gut erkennbar. Fig. 2, Taf. I bringt nun ein Stück des Sprosses in annähernd natürlicher Größe zur Darstellung. Drei der kranken Stellen sind erkennbar. Von einer ist nur ein Teil im Bilde (unten, wo an der rechten Flanke im Profil auch der noch anhaftende Mistelkeim sichtbar ist) enthalten. Am oberen Ende der mittleren kranken Partie klebt ein Same, der zwei Keime entsendet hatte. Endlich ist links ober dieser noch eine dritte krebsige Stelle erkennbar.[1] Alle an diesen krebsigen Stellen aufsitzenden Mistelkeime waren tot.

Wie die Abbildung Fig. 2, Taf. I lehrt, sind die Wirkungen der Mistelkeime beträchtliche. Wenn die an den Krebsstellen eintrocknenden Keime durch Niederschläge abgeschwemmt wären, würde man kaum vermuten, daß die Krebsstellen durch Mistelkeime verursacht wurden und eher auf Pilzinfektionen schließen. So äußerte sich auch v. Tubeuf,[2] der sich aber durch Infektionsversuche ebenfalls selbst von der Richtigkeit der Laurent'schen Beobachtungen überzeugte.

Bei den erwähnten sechs Birnbäumchen ist das Absterben der belegten Zweige sehr erklärlich, da ja der Belag mit Mistelkeimen ein sehr reicher war (25 bis 30); hebt doch Laurent hervor, daß bei sehr empfindlichen Rassen schon ein einziger Same genügt, um selbst mehrjährige Sprosse zum Abdorren zu bringen. So starke Infektion, wie sie bei diesen Versuchen geübt wurde und zumeist einjährige Triebe betraf, führt einfach zum Vertrocknen der befallenen Triebe. Der von den anhaftenden, noch nicht

---

[1] Fig. 2 ist als Textbild schon in dem Artikel »Ernährungsphysiologische Rassen der Mistel« 1913 im Kosmos zum Abdruck gebracht.

[2] »Über die Verbreitung und Bedeutung der Mistelrassen in Bayern.« (Naturw. Zeitschrift für Forst und Landwirtschaft, Jahrg. 6, 1908, p. 572.)

eingedrungenen Mistelkeimen erzeugte Giftstoff dringt in die Gewebe ein und tötet sie. Bei den krebsigen Bildungen, wie wir sie am älteren in Fig. 2, Taf. I abgebildeten Basalteil des einen Bäumchens sehen, handelt es sich aber hauptsächlich um Verkorkungs- und Borkenbildungsprozesse, durch die der Birnbaum die erkrankten Gewebe von den gesunden sondert und durch die der Parasit, vom Safte des Wirtes abgeschlossen, zum Abdorren und endlich — samt Borkenstückchen des Wirtes — zum Abwurf gebracht wird. Allerdings reicht die Giftwirkung auch an solchen älteren Zweigen zum Teil bis in das Holz und bringt die lebenden Elemente zum Absterben. Über das Bestreben des Birnbaums, diese toten Holzpartien von den lebenden abzuschließen, wird späterhin gesprochen werden.

Das hier Mitgeteilte war, wie erwähnt, in Kulturreihen beobachtet worden, die mit anderer Fragestellung in Angriff genommen wurden. Die Verfolgung der Erscheinungen über die Giftwirkung war weder eine entsprechende gewesen, noch waren die Varietäten oder Rassen der verwendeten Kulturbirnen bekannt. Diese Umstände bewogen mich, in einer weiteren Versuchsreihe die Gilftwirkungen der Misteln auf Birnbäume besonders zu verfolgen.

III. Besondere Versuche über die Giftwirkung der Mistelkeime auf Birnbäume.

Diese Versuche wurden im Herbste 1911 eingeleitet. Verwendet wurden acht Birnbäumchen, diesmal nur kräftige, drei- bis vierjährige, gut bewurzelte und verzweigte Exemplare; die schon im Frühling gesetzt worden waren. Daß die Empfindlichkeit der verschiedenen Kulturvarietäten bedeutenden Schwankungen unterliegt, hat schon Laurent hervorgehoben. Im allgemeinen soll besonders auf Kulturbirnen das Vorkommen der Mistel selten sein und deshalb wurden außer sechs Kulturbirnen auch zwei im Frühlinge 1911 aus dem Walde geholte und in den Garten verpflanzte Wildbirnen einbezogen. Die verwendeten Kultursorten waren als: Speckbirne (zwei Stück), Gellert's Butterbirne, Hardenpont's Butterbirne, Gute Luise von Avranches, Diel's Butterbirne bezeichnet. Einbezogen können noch zwei Bäumchen werden, die allerdings zunächst anderer Fragestellung unterworfen waren, — die eine Sorte, als »gute, graue Birne«, die andere als »Bergamotte Crassane« bezeichnet. Besiedelt wurden alle Bäumchen mit je 30 Mistelsamen, die beiden letzten mit Linden-Mistel- und Pappel-Mistelsamen, die übrigen acht mit Birn- und Apfel-Mistelsamen. Eine folgende Tabelle, die später in anderer Beziehung herangezogen werden soll, gibt darüber im einzelnen Aufschluß.

Es sei gleich hier vorweg gesagt, daß die Art der Mistelbeeren jedenfalls ohne wesentliche Bedeutung ist. Giftig wirken alle auf empfindliche Rassen; ob die Mistelbüsche, deren Beeren verwendet wurden, auf dieser oder jener Laubholzart gewachsen waren, bleibt sich gleich.

Der Verlauf dieser Kulturen in den Jahren 1912, 1913 und auch 1914 ergab, daß so empfindliche Rassen, wie sie Laurent geschildert hatte, unter den gewählten Birnen nicht vorhanden waren und daß sich im übrigen eine je nach Rasse und zum Teil nach Individuum verschieden starke Empfänglichkeit feststellen ließ. Auch trat die Schädigung, besonders an älteren Trieben und dem Hauptstamm, stärker erst im zweiten Jahre hervor.

Von den zwei Wildbirnen (aus dem Walde geholte Wildlinge, die aber offenbar, wie schon ihr Habitus zeigte, verschiedenen Stammes waren), war die eine sehr empfindlich und wurde stark geschädigt, die andere zeigte äußerlich kaum eine Reaktion.

Bei der ersteren wurde schon am 13./VI. 1912 beobachtet, daß ein Zweig, an dessen Basis ein Same mit zwei Keimlingen der Mistel saß, abgestorben war und ebenso der darunter befindliche Seitenzweig. Auch traten lokal schon ganz ähnliche Reaktionen hervor, wie sie von einer Kultur-Birnrasse in Fig. 2. Taf. I wiedergegeben sind. Mehr noch traten die Giftwirkungen im Frühjahr 1913 hervor. In einer mittleren

Partie des Stammes besonders, wo die Mistelsamen in gedrängterer Folge ausgelegt worden waren, war die Mehrzahl der Zweige abgestorben. Diese Partie wurde am 9./IV. 1913, zur Zeit des Laubaustriebes aufgenommen und ist in Fig. 3, Taf. I zu sehen. Man unterscheidet leicht die austreibenden von den abgestorbenen Sprossen. 1914 war die ganze obere Hälfte des Hauptstammes, mit ihren im oberen Teile reichlicher vorhandenen Seitenzweigen abgestorben (Fig. 1, Taf. III). Es ist dies die Partie oberhalb der gesunden Austriebe, die in Fig. 3, Taf. I, in der Aufnahme vom April 1913, unten erkennbar sind.

Die zweite Wildbirne zeigte hingegen keine deutlichen, äußerlich bemerkbaren Reaktionen auf die Mistelkeime.

Sehr auffällig verschieden verhielten sich die beiden als Speckbirne bezeichneten Bäumchen. Deutliche Reaktionen ergaben beide, doch blieben sie bei dem einen mehr vereinzelt und lokalisiert, während das zweite weitgehend geschädigt wurde.

Beim ersten Bäumchen wurde schon am 13./VI. 1912 unterhalb eines Mistelkeimes eine krebsige Stelle bemerkt, und am 19. September eine zweite solche beobachtet. Bei einer dieser war das anstehende Sproßauge abgestorben, bei der zweiten wurde durch die sich dort abschilfernde Borke ein noch lebender Mistelkeim abgehoben. (Es sei bemerkt, daß um diese Zeit schon ein überwiegender Teil der Mistelkeime auf allen Birnbäumchen eingetrocknet war.) Im Frühlinge 1913 waren die lokalen krebsigen Stellen noch viel deutlicher geworden. Sie befanden sich an der Basis je eines Seitenzweiges und waren im Umriß schildförmig. Die am 10. April gemachte photographische Aufnahme war nicht ganz befriedigend. Unter Verwendung derselben und Benützung des Objektes ließ ich deshalb eine Zeichnung anfertigen, die, etwas verkleinert, die betreffende Strecke des Hauptstammes darstellt (Fig. 6, Taf. I). Die krebsigen Stellen sind mit *a* und *b* bezeichnet. Auf jeder dieser Partien saßen noch die eingetrockneten Mistelkeime. Am Rande hoben sich braune Peridermlamellen vom Stamme ab. Diese krebsigen Stellen waren auch im Herbste 1914 noch zu erkennen, doch gewissermaßen im Ausheilen begriffen; die abgestorbenen Gewebe wurden abgestoßen. Dauernd ist der Baum durch die Mistelinfektion nicht geschädigt worden; er hat sich sehr kräftig entwickelt und wird sein Hauptstamm, jetzt im Herbste 1914, zirka 6 *cm* Durchmesser in 1 *m* Höhe haben.

Viel ausgesprochener traten die Giftwirkungen an dem zweiten Speckbirnbäumchen hervor. Schon im Frühlinge 1912 war der Gipfel des Hauptstammes $^1/_2$ *m* weit abgestorben; es saßen ihm mindestens 13 Mistelkeime auf. An tieferen, lebenden Partien wurden schorfige Stellen bemerkbar. Am 13. Juni wurde notiert, daß die Seitenzweige, an deren Basis Mistelkeime sitzen, abgestorben sind. Im Frühjahre 1913 wurde das Kümmern oder totale Abgestorbensein der meisten Seitentriebe bemerkt. Fig. 4, Taf. I gibt eine Aufnahme vom 10. April 1913 wieder, die das zeigt. Oben ist der basale Teil des ganz abgestorbenen Gipfels erkennbar. (Fig. 5, Taf. I zeigt den gleichzeitig aufgenommenen, früher besprochenen Speckbirnbaum, mit nur lokalen Reaktionen und gesunden kräftigen Seitentrieben.) Im Herbste 1914 erweist sich der Hauptstamm weiter hinab, bis etwas ober der Etikette in Fig. 5, Taf. I, abgestorben; auch das obere Drittel des lebenden Stammes zeigt krebsige Stellen, und erst unterhalb dieser hat sich ein kräftiger gesunder Seitentrieb entwickelt. Der Hauptstamm hat an dieser Stelle erst $1^1/_2$ *cm* Durchmesser. Die Schädigung durch die Mistelinfektion ist hier also anhaltend. Um das Zurückbleiben des einen Speckbirnbaumes, der stark und dauernd geschädigt wurde, gegenüber dem zweiten, der nur lokale Reaktionen gezeigt und sich bald erholt hatte, vorzuführen, ließ ich die nebeneinander stehenden Bäume, vor dem Laubausbruch, am 6. April 1915 photographieren (Fig. 2, Taf. III).

Wenn ich auch keine Garantie dafür übernehmen kann, daß beide von der Gärtnerei bezogenen Bäume tatsächlich der gleichen Rasse angehörten und Speckbirnen sind, daher auch nicht mit Sicherheit behaupten kann, daß innerhalb einer Rasse die Empfänglichkeit für das Mistelgift so außerordentlich stark schwankt, so zeigt der Fall doch zum mindesten, wie weit innerhalb der Birnbäume diese Verschiedenheit geht.[1]

[1] Nach dem, was an Erfahrungen bei Menschen und Tieren vorliegt, wäre der Fall übrigens durchaus nicht befremdlich. Hahn sagt im Abschnitte X »Natürliche Immunität (Resistenz)« des »Handbuch der pathogenen Mikroorganismen« von Dr. W. Kolle und

Ähnliche Verhältnisse sehr wechselnder Reaktion auf die Mistelinfektion zeigten nun auch die anderen in den Versuch einbezogenen Birnrassen.

Sehr gering waren die Reaktionen bei Gellert's Butterbirne, bei Hardenpont's Butterbirne und der Bergamotte Crassane. Absterben von Knospen neben ausgelegten Mistelbeeren, leichte Schorfbildung in der Rinde da und dort waren bei der erstgenannten Rasse festzustellen. Bei der zweiten war im Früh-, jahre 1913 erkennbar, daß die belegten Sproßteile fast keine oder nur schwache Seitentriebe entwickelten hingegen fehlten an der Rinde hier fast gänzlich erkennbare Reaktionen. Nur spärlich waren sie auch bei Bergamotte Crassane vorhanden. Dauernde Schädigung von der Mistelbesiedelung war bei keiner dieser drei Rassen zu bemerken, alle gaben kräftige Pflanzen, ganz besonders Bergamotte Crassane, die am 19. September 1914 bei 3 *m* erreichter Höhe, an der Basis 7 *cm*, in 1 *m* Höhe, 5 *cm* Durchmesser am Hauptstamm zeigt.

Im Gegensatze erwiesen sich die Sorten: Gute Luise von Avranches, Diel's Butterbirne und »gute, graue« mehr oder minder empfindlich. Bei der ersten waren bei der Revision am 13. Juni 1912 einige Seitenzweige abgestorben. Deutlicher waren die Giftwirkungen im Frühjahr 1914. Der am 4. April als Belegstück genommene Gipfelteil, zeigte teils völlig abgestorbene dünnere Zweige, teils krebsige Stellen in der Art, wie sie für eine Speckbirne in Fig. 6, Taf. I abgebildet sind. Der Zusammenhang mit dem Mistelgifte war durch das Aufsitzen der vertrockneten Keimlinge außer Zweifel. Dieser ganze Gipfelteil, dessen Zweigknospen zum Teil noch austrieben, wäre später sicherlich abgestorben. Eine Besichtigung am 19. September 1914 ließ erkennen, daß das Bäumchen noch heute an den Folgen der Infektion krankt. Es sieht kümmerlich aus und ist krüppelig. Noch erkennt man viele krebsige Stellen in deren Nähe nur kümmerliche Zweige abgehen. An einer Seite entwickelt sich gesundes, kräftiges Sproßwerk.

Eher noch stärker waren die Reaktionen bei Diel's Butterbirne. Bei der Revision Mitte Mai 1912 waren die jüngeren Triebe, an denen noch lebende Mistelkeime saßen, schon abgestorben. An älteren Stammpartien wurden auch schon lokal auftretende Reaktionen erkennbar. Im Juni trat dies schon verstärkt hervor und im September wurde beobachtet, wie an einer solchen krebsigen Stelle ein Borkenschilfer, dem noch ein Same mit lebenden Keimen aufsaß, in Ablösung begriffen war. Im Frühling 1913 wurden abgestorbene und vertrocknete jüngere Sprosse mit noch anhaftenden Mistelkeimen als Belegstück gesammelt. Eine Besichtigung am 19. September 1914 zeigte, daß der Haupttrieb bis ziemlich tief unten abgeworfen worden ist, daß belegt gewesene Seitentriebe noch krebsige Stellen aufweisen, in deren Nähe nur Kümmersprosse entstanden. Von unten her bildeten sich jedoch kräftige und gesunde Regenerationssprosse.

Als sehr empfindlich ergab sich die »gute, graue«. Bei der Durchsicht am 14. Mai 1912 erwiesen sich die Spitzen vieler jüngerer Triebe, denen noch zahlreich lebende Mistelkeime aufsaßen, als tot. Das war am 13./VI. verstärkt der Fall und an älteren Partien war festzustellen, daß die Knospen in der Nähe ausgelegter Mistelsamen abgestorben waren.

Im Frühjahr 1913 war der Gipfel des Haupttriebes abgestorben; unterhalb der abgestorbenen Partie waren kräftigere Ersatztriebe entstanden. Auch der Spitzenteil eines tiefer abgehenden, verzweigten Sprosses war tot. Das Beschriebene ist aus der am 4. April gemachten Aufnahme, die in Fig. 8, Taf. II vorliegt, zu ersehen. An diesem Baume sind noch im September 1914 mehrfach krebsige Stellen, den einstigen Sitz von Mistelkeimen verratend, vorhanden und macht der Baum einen kümmerlichen, krüppeligen Eindruck. Bei allen diesen drei Sorten ist also die Schädigung durch die Infektion mit Mistelkeimen eine andauernde.

Noch möchte ich jetzt den p. 4 [504] gemachten Ausspruch, daß die Art der verwendeten Mistelbeeren, das heißt ob sie einer oder der andern Laubholz-Mistelart angehörten, ohne wesentlichen Einfluß ist, begründen. Verfolgt man den Bericht über die Versuche und zugleich die Angaben der folgenden Tabelle,

---

Dr. A. Wassermann (Jena, G. Fischer, 2. Aufl., I. Bd. 1912) auf p. 949: »Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß die natürliche Resistenz von Individuen der gleichen Spezies großen Differenzen unterliegt.«

so zeigt sich, daß starke Reaktionen auf das Mistelgift auf der ersten Wildbirne durch Birn-Mistelsamen, auf der einen Speckbirne durch Apfel-Mistelsamen, auf der Sorte »gute, graue« durch Linden-Mistelsamen hervorgerufen wurden; daß hingegen nur geringere oder fast keine Reaktionen gefunden wurden: an der zweiten Wildbirne, die mit Apfel-Mistelsamen, an Gellert's Butterbirne, die mit Birn-Mistelsamen, an Bergamotte Crassane, die mit Pappel-Mistelsamen belegt waren. Es geht daraus hervor, daß für das Maß der Schädigung wohl ganz die Qualitäten der jeweiligen Birnbaum-Rasse ausschlaggebend sind.

Hier mag nun gleich bemerkt werden, daß auf allen diesen zehn hier besprochenen Versuchsbäumchen, die zusammen mit 300 Mistelsamen belegt wurden, nicht ein einziger Mistelkeim zur Weiterentwicklung kommen, das heißt zur Pflanze werden konnte. Dieser Sache wollen wir nun im folgenden Abschnitt eingehendere Beleuchtung widmen.

IV. Schwierigkeit des Aufziehens von Mistelpflanzen auf Birnbäumen. Seltenheit von Birn-Misteln. Angaben über ihr häufiges Vorkommen in bestimmten Gegenden. Gegen das Mistelgift und gegen Mistelbefall unecht immune, echt (natürlich) immune und nicht immune Birnrassen.

Eine nachfolgende Tabelle zeigt, daß auf den zehn Birnbäumchen von den ausgelegten 300 Samen, 207 Samen 331 Keimlinge ergaben.[1] Es ist nicht nur interessant, daß keiner dieser 331 Keimlinge auf einem der Birnbäumchen festen Fuß fassen und wenigstens bis zur Entfaltung der Plumula gelangen konnte, sondern daß diese Keime auch verhältnismäßig sehr rasch ausgemerzt wurden. Einen lehrreichen Beleg hiefür gibt der Vergleich mit einigen andern Kulturen. Deshalb wurden im »Anhang«, im zweiten Teil der Tabelle, noch zwei andere Versuchsreihen aufgenommen. Eine (an zwei Buchen) verlief gleichzeitig; die zweite mit drei Apfelbäumchen gehört Versuchen an, die 1910 angesetzt wurden. Auch in diesem Falle wurde jedes Bäumchen mit 30 Mistelsamen belegt.

Art oder Rasse		Wildbirne		Speckbirne		Gellert's Butterbirne	Harden'ponts Butterbirne	Gute Luise v. Avranches	Diels Butterbirne	Gute graue (Birne)	Bergamotte Crassane (Birne)
Belegt mit Beeren der		Birn-Mistel	Apfel-Mistel	Birn-Mistel	Apfel-Mistel	Birn-Mistel	Apfel-Mistel	Birn-Mistel	Apfel-Mistel	Linden-Mistel	Pappel-Mistel
Frühjahr 1912	Gekeimte Samen	24	21	23	18	23	26	29	21	14	17
	Keimlinge	40	36	35	30	36	37	31	32	26	28
Lebende Keime	28 X. 1912	4	4	7	0	5	4	0	1	0	11
	29. IV. 1913	0	0	1	.	1	2	.	0	.	1
Schlußergebnis		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[1] Tatsächlich war die Zahl der gekeimten Samen und der Keimlinge noch beträchtlich höher. Denn bei der ersten Revision im Frühjahre 1912 wurden jene Samen und die aus ihnen hervorgegangenen Keime, die bereits abgestorbenen Zweigen ansaßen, nicht mitgezählt. Da aber, wie aus dem Vorstehenden ersichtlich, viele einjährige Triebe infolge der Giftwirkung schon abgestorben waren und nur wenige Samen nicht zur Keimung gelangten, so ist es sicher, daß über 400 Keimlinge vorhanden gewesen sein müssen. Prozentisch gerechnet würden auf die 300 Samen 468 Keimlinge entfallen sein.

Wirt		Rotbuche		Wirt		Pirus-Malus		
Belegt mit Beeren der		Linden-Mistel	Apfel-Mistel	Belegt mit Beeren der		Linden-Mistel		
Frühjahr 1912	Gekeimte Samen	28	27	Frühjahr 1911	Gekeimte Samen	23	23	26
	Keimlinge	50	46		Keimlinge	42	42	44
Lebende Keime	28. X. 1912	43	42	Lebende Keime 28. X. 1912		29	31	35
	29. IV. 1913	23	13	.		54 Keimlinge schon mit Blättern		
	4. XI. 1913	19	12	.		.	.	.
Schlußergebnis		0	0	Schlußergebnis		29	31	35
						Zusammen 95 Mistelpflanzen		

Die Tabelle zeigt, daß von den 331 Keimlingen, die im Frühjahr 1912 auf den Birnbäumen vorhanden waren, schon Ende Oktober 1912 nur mehr 36 und im Frühjahr 1913 nur 5 noch lebten. Das ist deshalb bemerkenswert, als selbst auf Laubholzbäumen, auf denen die Mistel gar nicht aufkommt oder ihr Vorkommen jedenfalls außerordentlich selten sein muß, wie auf der Buche[1], das Absterben der Keimlinge sich viel langsamer vollzog. Den 331 Keimlingen auf den Birnbäumen standen im Frühjahr 1912 auf den beiden Buchen aus 55 Samen hervorgegangene 96 Keimlinge gegenüber. Von den ersteren lebten im Herbste 1912 nur 36, auf den Buchen noch 85. Im Frühjahr 1913 auf den Birnbäumen 5, auf den Buchen noch 36, ja auf diesen waren noch im Herbste 1913 31 lebende Keimlinge vorhanden. Allerdings das Schlußergebnis war in beiden Fällen gleich, weder auf den Birnbäumen, noch auf den Buchen wurde eine Mistelpflanze erzogen.

Wie die Untersuchung zeigte,[2] erfolgt auf den Buchen ein schwaches Eindringen des primären Senkers des Keimlings. Seinem Vordringen wird seitens der Wirtpflanze durch wiederholte Bildung von Korkschichten Einhalt getan. Die ersten vermag der Senker noch zu durchbrechen, endlich versagt aber seine Kraft. Die starke Verkieselung der Buchenrinde bedeutet vermutlich ebenfalls ein Hemmnis für den Befall der Rotbuche durch die Mistel. Aber dieser Abwehrprozeß vollzieht sich langsam, äußerlich ist an den Buchen gar keine Reaktion auf die Mistelkeime wahrnehmbar und von einer dauernden Schädigung durch die Mistelinfektion ist keine Spur vorhanden.

In unserer Tabelle finden wir noch einen Versuch mit Apfelbäumchen, die mit Mistelsamen belegt wurden, aufgenommen. Der Apfelbaum ist wohl das den Misteln am meisten zusagende Substrat. Ein Vergleich mit dem Versuch auf den Birnbäumen zeigt gegenüber den 331 auf diesen aufgegangenen Keimlingen 128 Keimlinge, die aus 72 Samen auf den Apfelbäumen im Frühjahr erstanden waren. Während im zweiten Herbst nach der Aussaat auf den Birnbäumen nur noch fünf Keime lebten, belief sich ihre Zahl auf den Apfelbäumchen auf 95. Von diesen 95 hatten überdies 54 schon Blätter entwickelt und alle

[1] In einer von Laurent zusammengestellten Liste der Bäume, auf denen Misteln vorkommen, ist die Rotbuche, *Fagus silvatica*, auch aufgenommen. Die Richtigkeit dieser Angabe wird aber mehrfach angezweifelt.

[2] Diese hat Herr cand. phil. Bruno Löffler durchgeführt; in einer von ihm zu gewärtigenden Abhandlung dürfte sie eingehendere Beleuchtung erfahren.

95 Keime erwuchsen schließlich zu Pflanzen. Die 128 Keime ergaben also 95 Pflanzen; oder über 74% der Keime erwuchsen zu Pflanzen.[1]

Die geschilderten Versuche mit den zehn Birnbäumchen erklären auch das seltene Vorkommen der Misteln auf Birnen. In vielen Gegenden ist diese Seltenheit erwiesen. Dies erhellt auch aus Angaben in der Literatur. Vor allem erwähne ich hier Ch. Guérin, der sich eingehend mit Mistelstudien befaßte und dessen Schriften viele gute Beobachtungen und Versuche enthalten, allerdings auch manche naive Auffassung und Irrungen.[2] In der ersten, unten zitierten Schrift sagt er p. 215: »Mes nombreux essais d'inoculation du Gui sur le poirier m'ont toujours donné des résultats négatifs.« Das ist mit Berücksichtigung meines beschriebenen Versuches sehr verständlich und dessen Ergebnis bestätigend. Vorausgehend hebt er hervor, daß eine 1882 für die Arrondissements d'Avranches et de Mortain veranlaßte Enquête über das Mistelvorkommen nur eine Angabe über Mistel auf Birnbaum wachsend ergab. Dann fährt er fort und sagt: »Au mois de juin 1891, j'ai eu la chance de rencontrer un autre poirier porte-Gui au Mesnil-Thebault (arrondissement de Mortain), dans un verger contenant 1 hectare 20 ares, où les pommiers forment au moins les trois quarts de la plantation. Il y a moins d'un an, presque tous les pommiers de ce verger étaient infectés de Gui. A 1500 *m* de là se trouve une avenue composée de 110 poiriers, plantés il y a environ 70 ans, et parallèlement, dans un champ voisin, une ligne de 80 pommiers datant de la même époque. Tous les pommiers de cette ligne, sans exception portent des touffes du Gui. Malgré un examen attentif, souvent répété, je n'ai pu en découvrir un seule sur les poiriers de l'avenue.«

Mir sind nur wenige sichere Fälle des Vorkommens von Birn-Misteln bekannt geworden. Durch Vermittlung meines gewesenen Schülers, Prof. Dr. Burkh. Jobstmann zu Melk, hat mir Herr Oberlehrer Gibelhauser wiederholt Birn-Misteln aus Niederösterreich besorgt. Über einen Fall, wo der große Mistelbusch ein ganzes Konsortium von Mistelpflanzen war, da sich Misteln auf Misteln als Sekundär-Parasiten entwickelt hatten, habe ich 1907 berichtet.[3] Daß aber auch in Niederösterreich Birn-Misteln selten sind, geht aus dem Begleitschreiben des Herrn Gibelhauser zu Mank hervor, das er der letzten Sendung (XII. 1911) beifügte: »Eine 15 km^2 große Fläche habe ich abgesucht und alle Mistelgattungen angetroffen, nur keine Birn-Mistel.« Der Herr Oberlehrer mobilisierte die Schulkinder und Bauern und endlich wurde im Nachbarorte Kirnberg in einem Bauerngarten ein gut 80jähriger »Honigbirnbaum« entdeckt, der vier Mistelbüsche »Wetternester nennen es hier die Bauern« trug. Aus Tirol meldete mir mein einstiger Schüler, Prof. Kirchmayr in Bozen, einen sichern Fall und sandte mir Fruchtzweige dieser Misteln, die sich durch eine abnorme Fülle von Beeren auszeichneten.[4] Diese Birn-Mistel wurde in Glaning beim Naiferbauern gefunden.

Einzelne Angaben lauten allerdings dahin, daß in manchen Gegenden Birn-Misteln sehr verbreitet sind. Speziell wird von Ch. Guerin auf eine Liste über Mistelvorkommen in der Côte-d'Or hingewiesen, die Gaspard veröffentlicht hat und der zufolge Apfelbaum und Birnbaum fast gleich häufig Träger

---

[1] Natürlich wird die Anzahl der erwachsenden Pflanzen ganz besonders von der Auswahl der Wirtbäume abhängig sein, wie es unsere Tabelle klar veranschaulicht. Alle in derselben verwerteten Versuche wurden so durchgeführt, daß die Versuchsbäumchen unter einer Glasbedachung überwinterten und so das Abschwemmen der ausgelegten Mistelsamen durch Niederschläge vermieden wurde. Dem ist zum Teil wohl der Erfolg, daß nahezu 75% der Keimlinge auf den Apfelbäumchen zu Pflanzen erwuchsen, zuzuschreiben. Immerhin ist es etwas übertrieben, wenn Laurent im erwähnten Kapitel »Essais de culture du Gui« sagt: Nécessairement, il y a dans les semis de Gui une infinité de graines qui ne produiront pas des plantes adultes, surtout si les semis se font dans des conditions très variées de milieu. Dans les essais entrepris par mes amis, à ma demande, j'estime que, jusqu'ici, une graine pour 1000 a pu se développer normalement«.

[2] »Notes sur quelques particularités de l'histoire naturelle du Gui (Viscum album). Bulletin de la Société Linnéenne de Normandie. 4e sér., 6e Vol., 1892; p. 183 bis 229. Eine darin erwähnte, vorausgegangene Mitteilung« »Expériences sur la germination et l'implantation du Gui«, erschienen im April 1890, konnte ich leider nicht einsehen. Vgl. auch Ch. Guerin, l. c., p. 491.

[3] »Beiträge zur Kenntnis der Mistel« (Naturw. Zeitschr. für Land- und Forstwirtschaft, 5. Jahrg., p. 357 bis 382).

[4] Es handelt sich um eine vermehrte Verzweigung in der Infloreszenz der weiblichen Pflanze, so daß bis zu 16 Beeren in Knäueln zusammengehäuft standen. Analysen der Verhältnisse und photographische Aufnahmen kommen gelegentlich anderwärts zur Veröffentlichung.

der Misteln waren. Es ist zu entnehmen, daß Gaspard brieflich Angaben über das Mistelvorkommen einholte und das Ergebnis in einer Liste veröffentlichte, die bei jedem Wirtbaum die Zahl vermerkte, die ausdrückte, wie oft derselbe als Mistelträger von den Korrespondenten Gaspard's genannt worden war. Ch. Guerin gibt den Anfang dieser Liste wieder.[1] Sie lautet: Pyrus Malus 1100, Pyrus communis 1000, Tilia 150, Crataegus 42, Populus tremula 31[2] etc. Darnach wären 1000 Birnbäume als Träger der Mistel festgestellt worden, beinahe so viele als Apfelbäume, während die Zahl anderer Wirte rasch abfällt. Wie weit die Zuverlässigkeit dieser Tabelle reicht, entzieht sich der Beurteilung, aber wenn auch so manche Verwechslungen vorgekommen sein mögen, wird man schließlich doch annehmen können, daß in dem genannten Gebiet die Birn-Mistel häufig ist oder war. Ch. Guerin führt die Gaspard'schen Angaben als Gegensatz für seine Erfahrungen in den Arondissements d'Avranches und Mortain an und ebenso nennt Laurent gegensätzlich zur Côte-d'Or und besonders der Umgebung von Dijon (nach Gaspard), das Arrondissement Manche, die Normandie und Belgien, wo die Birn-Mistel als »extrèmement rare« bezeichnet wird.

Die Frage, ob die Birn-Mistel tatsächlich in bestimmten Gegenden häufig ist,[3] verdient eine Nachprüfung, weil an solchen Orten vielleicht eine Gewöhnungs-Rasse der Mistel entstanden ist. Mit ihren Beeren könnten Versuche zur Frage der ernährungsphysiologischen Rassen mit einiger Aussicht auf Erfolg vorgenommen werden.

Zu dieser Frage habe ich ja einige einleitende Versuche (1907) mit Birn-Mistelbeeren aus Mank in Niederösterreich durchgeführt und darüber 1911 in der Abhandlung »Experimentelle Beiträge zur Frage nach den Rassen und der Rassenbildung der Mistel«[4] berichtet. In der dort mitgeteilten Versuchsreihe, in der vergleichsweise das Verhalten der Birn-Mistelkeime auf Apfelbaum und Birnbaum zu prüfen beabsichtigt war, wurden von 320 auf vier Birnbäume ausgelegten Mistelsamen auf zwei Bäumen auch Birn-Mistelpflanzen auferzogen, und zwar eine Pflanze auf einem größeren Baume,[5] auf dessen Ästen 50 Samen ausgelegt, und zwei Pflanzen auf dem Hauptstamm eines kleinen Birnbäumchens, dem zehn Mistelsamen angeschmiert worden waren.

Die Resultate dieser Versuche (infolge der nötigen Räumung des alten botanischen Gartens zu Innsbruck konnten sie nicht ohne Störung ablaufen und kein völlig klar abschließendes Ergebnis zeitigen), faßte ich dahin zusammen: 1. Das Keimprozent der Apfel-Mistelsamen war beträchtlich höher als jenes der Birn-Mistelsamen. 2. Auch die Lebensenergie der Apfel-Mistelkeimlinge war stärker als die der Birn-Mistelkeimlinge. 3. Sowohl Birn-Mistel als Apfel-Mistel bevorzugen merklich den Apfelbaum.

Gewissermaßen als Beleg für den unter 3. gegebenen Satz habe ich dann in zwei Bildern gleich alte und gleichzeitig photographisch aufgenommene Mistelpflanzen gegenübergestellt, die beide aus Birn-Mistelsamen erwuchsen, die eine auf einem Birn-, die andere auf einem Apfelbäumchen. Diese Aufnahmen sind in dieser Schrift in den Fig. 1 und 2, Taf. II abermals reproduziert.

Das Folgende wird erweisen, daß die von mir auf den Birnbäumchen erzogenen Pflanzen wieder von einer andern Seite den Kampf, der zwischen Birnbaum und Mistel geführt wird, beleuchten. Die heran-

---

[1] Bei Laurent finde ich die nachstehende Abhandlung Gaspard's zitiert: Mémoire sur le Gui, Journal de Magendie, t. VII, 1827. Ob die Liste in dieser Abhandlung enthalten, ist nicht sicher zu entnehmen. Mir war dieselbe nicht zugänglich.

[2] In der Liste sind die Wirtbäume nur mit den französischen Namen angeführt.

[3] Dafür spricht vielleicht auch Folgendes. Nach dem Erscheinen meiner Mitteilung »Ernährungsphysiologische Rassen der Mistel« im Kosmos (Handweiser für Naturfreunde, Stuttgart 1913, H. 2.), worin ich auch über die Giftwirkung der Mistelkeime auf Birnbäume kurz berichtete, ging der Redaktion ein Schreiben — wenn ich nicht irre — aus Luxenburg zu, in dem ungefähr gesagt war, der Schreiber sei erstaunt über den Ausspruch, daß der Birnbaum selten Träger der Mistel sein solle, er habe gerade den Birnbaum als häufigsten Träger der Mistel angesehen und nannte seinen Heimatsort, wo er diese Beobachtung gemacht hat. Die Redaktion war so freundlich, mir den Brief einzusenden und ich beabsichtigte, mich mit dem Verfasser in Verkehr zu setzen. Die Sache verzögerte sich und nun kann ich leider den Brief nicht mehr auffinden.

[4] Zentralblatt für Bakteriologie, Parasitenkunde etc., 31. Bd., 1911, p. 274,

[5] 310 Samen waren auf die Äste älterer Birnbäume ausgelegt.

gezogenen Bilder zeigen deutlich, daß sich schon bei den jungen Pflanzen (aufgenommen den 10. März 1911) eine bedeutend kräftigere Entwicklung der Mistel auf den Apfelbaum erkennen ließ. Das blieb auch dauernd so[1] und den später immer größeren Gegensatz zeigt deutlich die in den Figuren 3 und 4, Taf. II wiedergegebene Aufnahme beider Mistelpflanzen vom 10. April 1913. Die Birn-Mistel gedeiht auf dem Apfelbaum in größter Üppigkeit, während sie auf dem Birnbaum sichtlich kümmert. Die Sache ist aber noch von einer andern Seite, die engeren Zusammenhang mit dem Gegenstand dieser Abhandlung hat, von besonderem Interesse. Dem aufmerksamen Beschauer der Fig. 3 wird an dem Stamme des Birnbäumchens, umkreisend die Basis der Mistelpflanze, eine Zone auffallen, ganz ähnlich derjenigen, die wir schon an andern Birnbäumen als Umgrenzungen der krebsigen Degeneration der Rinde unter Keimlingen hervorgehoben und bildlich dargestellt haben (vgl. Fig. 6, Taf. I).

Dies erweist, daß auch dann, wenn ein Aufkommen von Mistelpflanzen auf Birnbäumen stattgefunden hat, von diesen offenbar doch in vielen Fällen und früher oder später ähnliche Abwehrmaßregeln ergriffen werden und zur Ausmerzung des Parasiten führen, wie sie bei stärker gegen das Mistelgift empfindlichen Rassen schon gegenüber den Keimlingen zur Anwendung gelangen. Im Frühlinge 1914 lebte die in Fig. 3 abgebildete Mistel noch; sie hatte sich dem Vorjahr gegenüber sogar scheinbar etwas gekräftigt. Aber auch der Wirt hat seine Abwehr verstärkt und siegreich durchgeführt, anfangs Mai starb die Mistelpflanze ab. Fig. 5, Taf. II führt die welke, gelb verfärbte Pflanze nach dem Absterben vor. Das Bild läßt deutlich erkennen, daß sich die krebsige Alteration am Hauptstamme gegen das Vorjahr merklich verstärkt hat und sich auf den Seitenast weitererstreckt.

Dasselbe Schicksal ereilte aber schon ein Jahr früher die zweite Mistelpflanze, die auf dem gleichen Birnbaum erwachsen war. Dieser Mistelbusch war aus den Adventivknospen einer Haftscheibe hervorgegangen, während die Plumula des Keimes abgestorben war. Die Infektionsstelle am Birnbaum war hypertrophisch verdickt und sie und die hervorbrechenden Adventivknospen wurden ebenfalls an zitierter Stelle nach photographischer Aufnahme schon bildlich vorgeführt. In Fig. 6, Taf. II ist dieses Bild nochmals wiedergegeben. Die relativ kräftige, später hier erstandene Mistelpflanze starb unter gleichen Erscheinungen ab, wie sie in den Bildern Fig. 3 und 5, Taf. II, für die erst besprochene erkennbar sind. Bemerkenswert aber ist es, daß nach dem Absterben der Pflanze die krebsige Alteration am Birnstamm 1914 noch viel auffälliger geworden war und sich auf einen weiteren Bezirk erstreckte. Dies belegt die anfangs Mai 1914 gemachte Aufnahme (Fig. 7, Taf. II), in der rechts der Stumpf der zugrunde gegangenen Mistel sichtbar ist. Auch in diesen Fällen ist der schädigende Einfluß auf den Wirt von längerer Dauer, wie wir es auch bei den Wirkungen der Mistelkeimlinge auf empfindliche Birn-Rassen zu verfolgen Gelegenheit hatten. Der Baum zeigte 1915 keine weiteren Krankheitserscheinungen und erscheint 1916 sehr gekräftigt. Die abgestorbene Mistel ist ausgefallen und auch alle abgetötete Rinde — wohl so weit reichend als die Rindenwurzeln des Parasiten ausgewachsen waren — wurde abgestoßen, so daß der Holzkörper bloßliegt. Die Wunde hat eine Ausdehnung von etwa 12 *cm* Länge am Hauptstamm und 5 *cm* Länge an dem oberhalb der Mistel abgezweigten Aste. An der breitesten Stelle liegt der Holzkörper 2·5 *cm* weit frei. Kallus beginnt von allen Seiten her die Überwallung. Da ich die Sache für nicht uninteressant halte, ließ ich die Wundstelle am 9. April 1916 aufnehmen und gibt Fig. 1, Taf. IV das Bild wieder.

Die dritte auf einem Birnbaum zur Weiterentwicklung gelangte Mistel wurde bald nach Entfaltung der Sproßknospe abgenommen. Eine photographische Aufnahme wurde von ihr deshalb gemacht, weil dadurch, daß das erste Laubblattpaar mit den Spitzen in den eingetrockneten Resten des Samens stecken blieb, der Eindruck hervorgerufen wurde, es seien dies die Keimblätter.[2] Tatsächlich verbleiben die

[1] Die beiden Bäumchen kamen in die »biologischen Gruppen« des neuen botanischen Gartens zu Innsbruck und die Mistelpflanzen wurden Jahr für Jahr beobachtet.

[2] Tatsächlich begegnet man in der Literatur mehrfach diesem Irrtum, so auch in dem Artikel von G. Capelle »Botanische Beobachtungen an verschiedenen Pflanzen«. (Allg. bot. Zeitschr. für Systematik, Floristik, Pflanzengeographie etc., 21. Jahrg., 1915, p. 123.)

Keimblätter der Mistel stets, sich vom Stämmchen ablösend, im Samenrest und waren auch in diesem Falle ihre Narben in dekussierter Stellung mit dem Laubblattpaar nachweisbar. Zur Ausfüllung einer Lücke in Taf. I ist eine Seitenansicht dieses Keimpflänzchens in Fig. 7 mit aufgenommen worden.[1]

Wie vorausgehend erwähnt (p. 2 [502]), hat Laurent jene Mistelrassen, die sich durch Abwurfprozesse der Mistelkeime entledigen, als immun bezeichnet. Wenn es nun auch richtig ist, daß infolge dieser Prozesse solche Rassen keine Mistelpflanzen aufkommen lassen — mag es sich nun um das Abwerfen ganzer absterbender Zweige, oder nur um Borkenschuppen handeln, die durch krebsige Alterationen in der Rinde entstehen — so scheint doch die Bezeichnung »immun« hier nicht am Platze zu sein. Denn das Mistelgift bringt, wie wir sahen, an diesen Rassen so starke Wirkungen hervor, daß von einer Immunität gegen dasselbe nicht gut gesprochen werden kann. Die krebsigen Deformationen können durch Jahre verfolgt werden und führen zu mehr oder minder krüppeliger Gestaltung des Baumes und das Abwerfen trifft öfters ganze Sproßsysteme. Es wird also ein akuter Krankheitsprozeß von der Pflanze durchgemacht, der durch das Mistelgift veranlaßt worden ist. Ich möchte daher diese Abwehr gegen Mistelbefall lieber als falsche, unechte Immunität bezeichnen.

Hingegen scheinen einzelne Birnrassen auch wahre, echte Immunität (natürliche Immunität oder Resistenz im Sinne der Mediziner)[2] gegen das Mistelgift zu besitzen; das heißt: ohne daß an ihnen ein wesentlicher Erkrankungsvorgang bemerkbar wird, scheinen sie auf die Mistelkeime derart zu wirken, daß diese frühzeitig absterben. Hieher würden aus unserer Versuchsreihe die Sorten: Gellert's Butterbirn, Hardenpont's Butterbirn und besonders Bergamotte Crassane gehören. Zwischen die Extreme fallen erklärlicher Weise verbindende Zwischenglieder.

Eine besondere Stellung nimmt wieder jene unbestimmte Birnsorte ein, auf der ich zwei Mistelpflanzen aufzog. Zunächst keine Giftwirkungen und keine Reaktionen; erst nach Jahren treten solche auf und führen zum Zugrundegehen der Mistelpflanzen. Dabei sind die Abwehrmaßregeln offenbar die gleichen, die bei empfindlichen Birnrassen schon gegenüber den Keimlingen zur Anwendung gebracht werden.

Man wird für diese wechselnden Verhältnisse kaum eine andere Deutung zu finden wissen, als daß hier Toxine und Antitoxine eine Rolle spielen. Von den Transplantationen her ist es bekannt, wie artfremde Gewebe toxisch aufeinander wirken. Der eindringende Parasit ist ja nun in der Regel[3] artfremdes Gewebe und so ist es erklärlich, daß dabei ein mehr oder weniger heftiger Kampf entbrennt.

Die Berechtigung zur Annahme von Toxinen und Antitoxinen erscheint nicht nur deshalb nicht zu gewagt, weil sich die Grundeigenschaften des Protoplasmas sowohl tierischer als pflanzlicher Organismen immer mehr als übereinstimmend erkennen ließen, sondern auch weil uns vielmehr schon positive Tatsachen eine weitere Stütze an die Hand geben. Wir haben nur daran zu erinnern, wie sich auch im Pflanzenreich eine Serum-Diagnostik anwenden läßt und schon zu recht lehrreichen und praktisch verwendbaren Erfolgen geführt hat.[4]

Wir werden Stoffe, die als Antigene zu wirken vermögen, als dem Protoplasma jeder Zelle eigen annehmen dürfen und damit auch das Vermögen, Antikörper zu bilden. Wenn wir davon absehen, daß uns diese Begriffe zunächst für bakterielle toxische Substanzen als Reaktionen geläufig sind, aber auf die wichtige Tatsache verweisen, daß auch pflanzliche Gifte im Tierkörper die Bildung von Antigenen

---

[1] Der Keimling ging aus einem im Herbste 1907 ausgelegten Samen hervor; die photographische Aufnahme erfolgte Ende April 1911. Der Birnbaum fiel der angeordneten Räumung des alten botanischen Gartens zum Opfer.

[2] Vgl. »Handbuch der pathogenen Mikroorganismen«, p. 943.

[3] Es ist bekannt, daß Parasit auf Parasit häufig gedeiht. Von den grünen Halbschmarotzern parasitieren oft Artgenossen auf Artgenossen; die stärkeren Individuen können auf Kosten der schwächeren ihren Lebenslauf vollenden. Misteln auf Misteln sind keine Seltenheit, ebenso kommt *Viscum album* auf *Loranthus europaeus* vor etc.

[4] Vgl. Kurt Gohlke: »Die Brauchbarkeit der Serum-Diagnostik für den Nachweis zweifelhafter Verwandschaftsverhältnisse im Pflanzenreiche«, Stuttgart und Berlin, Fr. Grub's Verlag, 1913. Hier auch eine Zusammenfassung der einschlägigen Literatur.

(Phytotoxinen)[1] auslösen, gewinnt wohl die Anschauung viel Wahrscheinlichkeit, daß solches Vermögen auch Pflanzen zukommen kann.[2]

Das verschiedene Verhalten der Birnrassen gegen den Mistelbefall können wir uns etwa so erklären: Rassen, die immun sind und fast ohne Reaktion die Mistelkeime zum Absterben bringen, sind von vornherein reich an einem Antigen gegen das Mistelgift, das raschestens zur Entstehung von Antikörpern führt. Rassen, die starke Reaktionen gegen Mistelkeime aufweisen, bilden die Antitoxine (Antikörper) erst nach und nach. Junge Organe (Knospen) und stärker mit Mistelkeimen besetzte einjährige Triebe erliegen dem Mistelgift. In älteren Teilen tritt, vielfach unter Einwirkung der Antitoxine als Reiz, die Abwehr durch Unterfahrung der erkrankten Gewebe mittels Korkes ein. Auch an älteren Sprossen kann sich die Giftwirkung aber selbst auf den Holzkörper ausdehnen und dann auch das Absterben ganzer Sproßsysteme zur Folge haben.

Andere Rassen, wie die, auf der ich 2 Mistelpflanzen aufzog, die erst im 6. und 7. Jahre vom Wirte ausgemerzt wurden, vermögen Antitoxin erst nach Jahren in ausreichendem Maße zu bilden und wieder andere, auf denen auch alte Mistelbüsche erwachsen,[3] scheinen der Antitoxinbildung gar nicht fähig zu sein, aber auch durch das Misteltoxin nicht viel angegriffen zu werden. Hieher dürfte vor allem ein Teil der sogenannten Mostbirnen gehören. Diese Rassen wären als nicht immun zu bezeichnen.

Die Auffassung, daß Antitoxine beim Kampf zwischen Birne und Mistel im Spiele sind, gewinnt vielleicht eine weitere Stütze durch die von mir durchgeführten Versuche. Diese scheinen zu erweisen, daß eine ursprünglich gegen Mistelgift sehr empfindliche Rasse nach einmaliger Infektion, die mit sehr starken Reaktionen verknüpft war, bei zweiter und dritter Infektion mit Mistelkeimen nur mehr Spuren von Reaktionen zeigt und so zu sagen immun gemacht erscheint.

V. Unecht immune Bäume erlangen durch das Überstehen einer ersten Infektion Immunität gegen das Mistelgift, werden aktiv immunisiert.

Bei den nunmehr zu schildernden Versuchen wurde ein Birnbäumchen verwendet, das auf die im November 1910 vollzogene Aussaat von 30 Mistelsamen im Frühjahr 1911 die einjährigen Triebe abgestorben, den zweijährigen Hauptstamm aber mit starken krebsigen Stellen bedeckt zeigte. Der obere Teil dieses Hauptstammes wurde abgeschnitten und von ihm stammen die Bilder 1 und 2 auf Taf. I, die bereits vorher erläutert wurden. Der stehen gebliebene Rest des Hauptstammes trieb 1912 mehrere gesunde Triebe, die am 12. November zum Teil neuerlich mit Mistelsamen belegt wurden. Dabei war aber das Ziel des Versuches noch nicht mit der Immunisierung verknüpft. Zu dieser Frage, sowie auch zur Anstellung

---

[1] »Die pflanzlichen Antigene unterscheiden sich von den bisher behandelten bakteriellen chemisch in keiner grundsätzlichen Weise und wir haben es auch hier wohl stets mit nativen Eiweißkörpern oder deren Spaltungsprodukten zu tun« (Dr. Ernst Pick in »Biochemie der Antigene etc.«, p. 792, im zitierten »Handbuch der pathogenen Mikroorganismen« von Dr. W. Kolle und Dr. A. v. Wassermann).

[2] Daß Parasiten in gewissen Fällen die Bildung von Antitoxinen veranlassen und dadurch bei der Wirtpflanze Immunität hervorrufen, nimmt auch Neger (Biologie der Pflanzen auf experimenteller Grundlage, Stuttgart 1913, p. 559) an. Er führt auf solche Ursache die weitreichende Immunität der Zirbelkiefer gegenüber dem Weymouthskiefernblasenrost und die Immunität der amerikanischen Eichen gegen den Eichenmehltau (eine aus Nordamerika eingeschleppte *Microsphaera*-Art, die in den letzten Jahren unsere einheimischen Eichen so sehr geschädigt hat) zurück.

v. Tubeuf (»Neuere Versuche und Beobachtungen über den Blasenrost der Weymouthskiefer, «Naturwissenschaftliche Zeitschrift für Forst- und Landwirtschaft, 1914, p. 484) lehnt die Deutung Negers allerdings ab; für ihn ist nur die Disposition des Wirtes das für den Befall Entscheidende.

[3] In der Sammlung des Innsbrucker Institutes findet sich eine aus Niederösterreich stammende Birnmistelpflanze, deren Hauptachse am Grunde einen Umfang von 15 *cm* hat.

eines erweitert und exakter durchgeführten späteren Versuches, gaben die bei dieser Infektion beobachteten Tatsachen Anlaß.

Bei dem Versuche 1912 wurden lediglich drei einjährige Triebe des Bäumchens mit 10, mit 5 und mit 2 Samen der Apfel Mistel belegt, während andere solche Triebe keine Belegung erfuhren. Beabsichtigt war, einen sprechenden Gegensatz zwischen einem durch stärkeren Belag erkrankten Aste und einem intakten zu erhalten und zu erfahren, wie weit die Schäden, verursacht durch nur wenige Keime (5 und 2), reichen. Dieses Ziel wurde nun allerdings nicht erreicht, denn Reaktionen auf die Mistelkeime traten minimal hervor; es drängte sich unmittelbar der Gedanke auf, der Baum sei durch die erste Infektion immunisiert worden.

Die Beobachtung im Jahre 1913 zeigte im Genaueren Nachstehendes:

Bei der Prüfung am 23. Mai waren am Zweige, der mit 10 Samen belegt war, 8 mit 16 Keimen vorhanden, am Aste mit 5 Samen 3 Samen mit 5 Keimen, an dem mit 2 Samen belegten ein Same mit 2 Keimen. Das Bäumchen war über Winter ohne Deckung, durch Niederschläge waren 5 Samen abgeschwemmt worden; bei der geringen Zahl von 17 angesetzten Samen immerhin ein starker Abgang. Doch waren an einem Aste noch 8 Samen mit 16 Keimen vorhanden.

Am 11. Juni konnte nur bei dem am jüngsten Teile des Sprosses angebrachten Samen eine deutliche örtliche Reaktion erkannt werden.

Am 19. September lebten nur mehr 3 Mistelkeime. Der oberste Same, der die eben erwähnte deutlich erkennbare Reaktion bewirkt hatte, war samt seinen Keimen abgestorben. Eine wenig deutliche Wirkung war noch bei einem zweiten Keime feststellbar. An den übrigen Zweigen konnte keine erkannt werden.

Der mit 10 Samen belegte Sproß wurde mit den andern am Baume belassen, da bei der ersten Infektion, die durch die Mistelkeime hervorgerufenen krebsigen Stellen im zweiten Jahre noch viel auffälliger hervortraten als im ersten Jahre. Am 22. Mai 1914 wurde der Sproß abgeschnitten und durchmustert. Es konnten 3 Stellen nachgewiesen werden, an denen unbedeutende Reaktionen erkennbar waren, doch von einer Verstärkung gegen das Vorjahr war nichts zu bemerken. Diese 3 Stellen sind an den Aststücken in Fig. 8, Taf. I, zu sehen. Am deutlichsten sind die Verhältnisse am mittleren Stück zu verfolgen, wo beide eingetrocknete Mistelkeime noch aufsitzen und die lokale Reaktion unter der Haftscheibe des linken Keimlings gut hervortritt. Ein Vergleich mit Fig. 2 läßt aber klar den Unterschied zwischen der Wirkung der Mistelkeime bei der ersten Infektion und der zweiten beobachten und die Geringfügigkeit der Wirkung der zweiten hervortreten.

Die geschilderten Wahrnehmungen während des Sommers 1913 gaben Anlaß, im Herbste einen erweiterten Versuch, diesmal schon auf die Frage der Immunisierung abzielend, einzuleiten. Verwendet wurde der gleiche Birnbaum wie in der Periode 1912/13 und zumeist einjährige Triebe. Zum Vergleich wurde zu jedem mit Mistelsamen belegten Aste ein nebenstehender, womöglich gleich starker, nicht belegter, mit Marke versehen. (Bei geringer Differenz in der Stärke wurde der kräftigere Ast infiziert.) Das Belegen erfolgte am 19./XII. 1913 mit Lindenmistelsamen. Die Versuchsreihe hatte folgende Zusammenstellung:

Ast I belegt mit 10 Samen, knapp unterhalb der Augen (I, unbelegt).
Ast II belegt mit 10 Samen knapp oberhalb der Augen (II, unbelegt).
Ast III belegt mit 10 Samen inmitten der Internodien (III, unbelegt).
Ast IV belegt mit 5 Samen mitten in den Internodien (IV, unbelegt).

Endlich wurden an den stärksten, etwa 3-jährigen Trieb (Ast V) 10 Samen mitten in den Internodien ausgelegt.

Zur möglichsten Vermeidung von Verschwemmung der Samen durch Niederschläge wurde über dem Bäumchen ein Glasdach auf 4 Pfosten angebracht, das erst im Frühjahr entfernt wurde.

Das Auslegen der Samen unter und über den Augen (Ast I und II) wurde mit Rücksicht darauf vorgenommen, daß, wie aus dem Vorangehenden ersehen werden kann, mehrfache Beobachtungen zeigten, daß Knospen, neben denen ein Mistelsame keimte, nicht austrieben oder kümmerten. Indessen wurde das Haften der Samen am gewählten Orte nicht erzielt, da bei großer Luftfeuchtigkeit der Schleim flüssig wird und die Samen sich verschieben. Das war speziell bei Auslage unterhalb der Knospen (Ast I) der Fall, wo bei den Revisionen die Samen zumeist ± mitten in den Internodien gefunden wurden; an Ort und Stelle blieben die oberhalb der Knospen angelegten Samen (Ast II).

Bei der ersten Durchsicht am 20. Mai 1914 wurden gefunden:

Auf Ast I 8 gekeimte Samen.

Auf Ast II alle 10 Samen gekeimt.

Auf Ast III 9 Samen, davon 2 eingetrocknet, 7 gekeimt.

Auf Ast IV 4 gekeimte Samen.

Auf Ast V 9 gekeimte Samen.

Von den 45 ausgelegten Samen waren also während des Winters nur 5 verloren gegangen. Durch die Keimlinge hervorgerufene Erscheinungen waren zu dieser Zeit nicht zu beobachten. Bei Ast II war das Auge neben dem obersten ausgelegten Samen vertrocknet, was ja möglicherweise auf Einwirkung des Keimlings zurückzuführen ist; immerhin ist das fraglich, da ja die Erscheinung ganz vereinzelt blieb. Die übrigen 9 Knospen an dem Sprosse, neben denen ebenfalls Mistelkeime sich entwickelt hatten, waren normal ausgewachsen.

Die nächste Durchsicht erfolgte am 25. Juni. An den Ästen I bis IV wurden noch keine durch das Mistelgift hervorgerufenen Erscheinungen beobachtet. Spuren einer solchen fanden sich bei 3 Samen, respektive deren Keimlingen an Ast V, unterhalb der Haftscheiben. Einige Samen, respektive Keimlinge, waren abgefallen. Vorhanden waren noch auf: Ast I 7, Ast II 9 (davon einer abgestorben), Ast III 8 (nur 6 lebend), Ast IV 4, Ast V 9.

Bei der dritten Durchsicht am 12. August wurden schon fast alle Keimlinge abgestorben vorgefunden, nur auf Ast IV und V war noch je ein Keim nicht völlig tot. Reaktionen wurden zumeist gar keine beobachtet oder so geringe, daß sie gleich 0 gesetzt werden konnten. Unter einigen wenigen Haftscheiben waren deutliche aber wenig umfangreiche Alterationen zu sehen. So blieb auch der Befund am 25./IX., wo kein Keimling mehr lebte. Es ist vielleicht nicht ohne Bedeutung und es mag darauf hingewiesen sein, daß sich das Absterben der Mistelkeime nach der zweiten Infektion langsamer vollzog als nach der dritten. Es könnte darin der Ausdruck einer Verstärkung der Immunität durch die wiederholte Infektion erblickt werden. Von den 17 bei der zweiten Infektion ausgelegten Samen lebten am 19. September des folgenden Jahres noch drei Keime, von den 45 Samen der dritten Infektion schon am 12. August nur zwei. Am 25./IX. wurde kein lebender Keim nachgewiesen.

Der Ast I wurde abgeschnitten; bei zwei Keimlingen waren geringe Einwirkungen des Mistelgiftes unter den Haftscheiben wahrnehmbar. Die Fig. 3, Taf. III (gezeichnet am 26./IX. 1914) gibt davon für einen der Keimlinge ein Bild (nat. Gr.). Man sieht das eingeschrumpfte Hypokotyl und die Haftscheibe des nach links ausgetretenen Keimes. Die Haftscheibe liegt einer kleinen runden Borkenschuppe auf, die aus geschrumpftem, durch Kork von der Ernährung abgeschlossenem Gewebe hervorgegangen ist und sich von der übrigen Rinde abgehoben hat. Diese ist durch eine seichte Vertiefung, in welcher Periderm zutage tritt, von der Borkenschuppe getrennt. Die übrigen Äste, die einzelne ähnliche Reaktionen aufweisen, wurden am Stamme belassen, um zu sehen, ob sich im Frühjahr 1915 stärkere Reaktionen einstellen. Wahrscheinlich erschien dies nicht. Es war zu erwarten, daß sich da dasselbe Verhalten zeigen werde, wie bei dem Ast, von dem Reaktionsstellen nach der zweiten Infektion in Fig. 8, Taf. I abgebildet sind und wie eine solche besonders am mittleren Stück hervortritt. Es kommt zu einer Verbreiterung der an der Reaktion beteiligten Partie infolge des einsetzenden Dickenwachstums, wobei aber das ursprüngliche Bild an Schärfe verliert.[1]

[1] In der Tat war 1915 von einer Verstärkung der Reaktionen nichts zu sehen. Wo Spuren einer Reaktion erkennbar waren, glichen sie den in Fig. 3, Taf. I, abgebildeten.

Die Ergebnisse dieses Versuches sprechen nun in der Tat dafür, daß unser Birnbaum durch Überdauern der durch die erste Infektion mit der Mistel hervorgerufenen Erkrankung giftfest gegen das Toxin der Mistel und zugleich gegen Mistelbefall immunisiert worden sei; aktiv immunisiert im Sinne der Mediziner.[1]

Die mit Mistelkeimen, versehenen zum Teil ohne Erscheinungen bleibenden, zum Teil deutliche aber kleine Reaktionen aufweisenden Stellen erinnern in der Tat an die Vorgänge bei einer Impfung gegen die schwarzen Blattern, wo die Impfungen bei Wiederholung ebenfalls fast ohne oder mit kleinerer oder größerer lokaler Reaktion verlaufen.

Man könnte gegen die vorgetragene Anschauung einwenden, daß die Erstarkung der Pflanze, die zwischen der ersten und den späteren Infektionen liegt, wesentlich am negativen Ergebnis der zweiten und dritten Infektion mitbeteiligt sei. Doch muß ich sagen, daß ich dem nicht vollends beipflichten könnte, wennschon das Alter der Zweige und Pflanzen auf die Widerstandsfähigkeit gegen das Mistelgift teilweise auch von Bedeutung sein wird. Doch brauche ich nur darauf hinzuweisen, daß in der besonderen Versuchsreihe, die der Giftwirkung auf Birnbäumen gewidmet war, schon ältere drei- und vierjährige Pflanzen verwendet wurden und doch bei einzelnen die Giftwirkungen sehr hervortretende und nachhaltige waren. So sei auf die starken Giftwirkungen hingewiesen, die am Hauptstamm der in Fig. 3, Taf. I abgebildeten Wildbirne auftraten, bei der ferner 1914 der ganze reich verzweigte Gipfel als Nachwirkung der Infektion abstarb (Fig. 1, Taf. III); desgleichen auf ähnliche starke Reaktionen bei einer der verwendeten Speckbirnen (Fig. 4, Taf. I) und auf die zwar bedeutend schwächeren bei der zweiten (Fig. 5 u. 6, Taf. I), wo aber immerhin, wenn auch örtlich beschränkt, sehr merkliche Erscheinungen auftraten.

Viel Wahrscheinlichkeit, daß eine Immunisierung bei Birnen durch Infektion mit Misteln erzielt werden kann, liegt zweifelsohne vor. Aber ebenso wenig soll geleugnet werden, daß noch weitere bestätigende Versuche wünschenswert erscheinen. So wäre noch zu prüfen (und soll geprüft werden) ob die Wildbirne und Speckbirne, die in der besprochenen Versuchsreihe durch die erste Infektion sich als schwer geschädigt erwiesen, bei einer neuerlichen Infektion ebenfalls als widerstandsfähig befunden werden. Ferner knüpfen sich andere Fragen an, falls die letzteren Versuche zu einer Bestätigung des Giftfestwerdens durch Infektion führen. So die, wie stark die erste Infektion sein muß, oder anders gesagt, wie viele ausgelegte Mistelkeime zum Erreichen der Immunität nötig sind; ebenso wäre zu prüfen, wie lange die durch eine Infektion erzielte Immunität anhält, ob sie nach Ablauf einer Anzahl von Jahren erlischt und durch eine neue Infektion wieder zu erreichen ist? Es wird weiters von Interesse sein, zu prüfen, wie sich ältere Bäume verhalten, wie eine erste Infektion auf jüngere Äste solcher Bäume wirkt, ob im zugehörigen Verzweigungssystem allenfalls Immunität eintritt und wie weit sie sich in der Krone des Baumes erstreckt. Eine Menge von Fragen, die so viele und jahrelange Versuche erheischen, daß ich nicht hoffen darf, sie zu lösen, zu denen aber diese Mitteilung Anregung geben möge.

VI. Weitere Versuche zur Immunisierungsfrage.

Das bisher Mitgeteilte schrieb ich im Herbste 1914. Da die Veröffentlichung der Abhandlung unterblieb, schließe ich nun nach Jahresfrist noch die inzwischen erlangten Ergebnisse neuer Versuche an. Sie beziehen sich vor allem auf die voranstehend erwähnten Objekte, die ich als solche bezeichnete, die zunächst auf ihre Immunität zu prüfen wären.

1. Die Wildbirne, 2. die Speckbirne, die unter der ersten Infektion so stark gelitten hatte. 3. wurden die Versuche ausgedehnt auf den p. 10 [510] und folgend besprochenen Birnbaum, auf dem zunächst 2 Mistelpflanzen aufgezogen und Giftwirkungen vorerst nicht bemerkt wurden, der aber nach einigen

[1] Vgl. Pick, a. a. O., p. 911.

Jahren solche in ähnlicher Weise hervortreten ließ, wie sie sonst durch Misteikeimlinge bewirkt werden. Es wurde vorausgehend geschildert, wie im Gefolge dieser Giftwirkung die Ausmerzung der beiden Mistelpflanzen erfolgte (vgl. die Bilder 1, 3, 5 und 6 und 7, Taf. II).

Alle Versuche wurden am 11. November 1914 mit frisch geernteten Mistelsamen eingeleitet.

I. Die Wildbirne. Der Baum, der seinen Gipfel eingebüßt hatte, zeigte sich darunter gesund und kräftig. 3 Zweige wurden mit je 10 Beeren belegt, so, daß auch auf den jüngsten, im Jahre 1914 zugewachsenen Teilen, einige Samen saßen. 2 Äste (I, II) wurden mit Apfel-, 1 Ast (III) mit Kiefern-Mistelsamen belegt.[1]

Eine Bedeckung über Winter war nicht vorhanden; wenn das Auslegen der Samen bei sonnigem trockenem Wetter geschieht, befestigen sie sich zumeist gut an der Unterlage und werden durch die Niederschläge nicht abgeschwemmt. Tatsächlich waren bei der ersten Untersuchung am 12. April 1915 auf den Ästen 9, 10 und 10 Samen vorhanden.

Revisionen folgten dann am 13. V., 21. VII. und 23. IX. Reaktionen wurden nicht bemerkt. Bei der letzten Untersuchung lebten auf Ast I noch 3, auf Ast II und III noch je 1 Keim. Nach den bisherigen Erfahrungen kann gesagt werden, daß ein Hervortreten von Giftwirkungen an diesem Baume sicher nicht mehr zu erwarten ist; er scheint durch das Überstehen der ersten Infektion nun tatsächlich immunisiert zu sein.[2] Hervorhebenswert ist besonders, daß auch an den jüngsten Zweigstücken, die jetzt, im Herbste 1915, nur einen Durchmesser von *7 mm* haben, keine Spur einer Reaktion auf die ausgelegten Mistelsamen zu finden ist.

II. Die Speckbirne. Hier ist mit Bezug auf das Ergebnis der Vermerk von Wichtigkeit, der im Herbste 1914, gelegentlich des Auslegens der Mistelsamen, gebucht wurde: »Der stark geschädigte Baum hat auch jetzt nur wenige und schwache gesunde Triebe«.

Belegt wurden 3 Äste, I mit 10, II mit 5 Samen der Apfel-Mistel, III mit 5 Samen der Kiefern-Mistel. Die erste Revision am 12./IV. 1915 ergab, daß an I und II alle, an III nur 3 Samen vorhanden waren. Schon zu dieser Zeit war es aber klar, daß dieser Baum noch nicht immunisiert war. Für Ast I wurde da notiert: »Ast stark krank, wird sicherlich absterben; Peridermschuppen lösen sich an den meisten Stellen, wo Mistelsamen — teils ungekeimte, teils gekeimte — sitzen, doch erstrecken sich die gleichen Erscheinungen auch auf Orte, wo keine Samen liegen. Am Aste befindet sich eine einzige austreibende Knospe.« Am Aste II war gegenüber I wenig von Krankheitserscheinungen zu finden; als solche kann man das Vertrocknen von 4 Knospen allenfalls ansehen; bei zweien von diesen klebten in der Nähe Mistelsamen dem Aste an. Auf dem Aste III fand sich eine Stelle mit Periderm-ablösung; ob hier vordem ein Mistelsame gelegen (2 fehlten, wie erwähnt) ist nicht sicher, obschon nicht unwahrscheinlich.

Bei der zweiten Untersuchung des Baumes, am 26. Mai 1915, erwiesen sich die Erscheinungen am Aste I verstärkt. Alle Mistelsamen waren nun ausgekeimt, die Mehrzahl mit 2 Embryonen. Am oberen Teil des Sprosses, der im Eintrocknen begriffen war, saßen 5 Samen. Mitten im Aste stand die einzige Knospe, die ausgetrieben hatte: an unter ihr gelegenen Teilen fanden sich große krebsige

[1] Bekanntlich sind 3 Gewöhnungsrassen der Mistel zu unterscheiden, Laubholz-Mistel, Tannen-Mistel und Kiefern-Mistel. Erstere geht nicht auf Nadelhölzer über, umgekehrt Kiefern-Mistel nicht auf Tannen und Laubhölzer. Hunderte von Aussaaten haben dies bestätigt; die ausgedehntesten Versuchsreihen habe ich noch nicht veröffentlicht. Dabei ist es mir aufgefallen, wie rasch relativ die Keimlinge von Laubholzmisteln auf Nadelhölzern eingingen. Das Belegen des Astes III mit Kiefern-Misteln wurde in der Absicht vorgenommen, zu sehen, ob auch in diesem Falle sich ein merklich schnelleres Absterben der Keime der Kiefern-Mistel auf dem gewiß nicht zugänglichen Wirte einstellen würde. Eine solche Verschiedenheit kam nun nicht zum Ausdruck. Allerdings ist der Birnbaum, auf dem die Mistelkeime überhaupt sehr selten Fuß fassen können, für diese Frage kein günstig gewähltes Vergleichsobjekt. Der Versuch ist aber auch schon mit anderen Laubhölzern durchgeführt worden und die Ergebnisse kommen gelegentlich zur Veröffentlichung.

[2] Am 29. III. 1916 lebte nur auf Ast I noch ein Keim. Die oben geäußerte Erwartung trifft zu; von Reaktionen war keine Spur zu entdecken.

Partien, an denen Peridermablösung erfolgt war (vgl. Fig. 4, Taf. III). Diese Erscheinungen waren aber nicht gerade unter den Mistelkeimen am stärksten. Der Sproß wurde abgeschnitten. Über die anatomischen Verhältnisse, die seine Untersuchung ergab, berichtet ein folgender Abschnitt.

Der Ast II machte, abgesehen vom Unterbleiben des Austriebes seitens fünfer Knospen, den Eindruck, gesund zu sein. Krebsige Stellen fehlten. Auf einer der nicht ausgetriebenen Knospen saß ein Mistelkeim, ein zweiter neben einer solchen. Bei den drei übrigen toten Knospen fehlten Mistelkeime.

Am 21./VII. waren an Ast II die Mistelkeime, bis auf den der toten Knospe aufsitzenden, abgestorben. Dieser lebte noch am 23./IX., ließ aber baldiges Absterben voraussehen. Der ursprünglich gegenüber I schwächere, vor allem kürzere und deshalb nur mit 5 Beeren belegte Ast II schien einigermaßen gegen das Mistelgift immunisiert zu sein.

Der Ast III trug bei der 2. Revision (26./V.) einen eingetrockneten Mistelsamen und zwei mit lebenden Keimen. Unmittelbar unter diesen war keine Giftwirkung vorhanden, obwohl sich an drei Stellen krebsige Alterationen zeigten. Befund am 21./VII. wesentlich gleich. Am 23./IX. lebten die 2 Samen mit Keimen noch, einer am Grunde eines gesunden Zweigleins sitzend, der andere oberhalb einer krebsigen Stelle, in deren Mitte sich eine abgestorbene Knospe befand.

Der Speckbirnbaum erwies sich somit als nicht immun, aber ich gewann den Eindruck, als ob die beobachteten Alterationen nur zum Teil als Wirkungen der zweiten Infektion aufzufassen seien, zum Teil aber noch als Nachwirkungen der ersten. Der Baum hatte solche, ähnlich wie die Wildbirne, 1914 noch in weitreichender Weise gezeigt; bei der Wildbirne erreichten sie aber 1914 ihren Abschluß, während sie bei der Speckbirne fortgedauert zu haben scheinen. Der Ast I, der abgestorben wäre und besonders stark erkrankt war, stand noch mit kranken Partien des Hauptstammes in Zusammenhang, der Giftstoff schien in ihm aufzusteigen, nur teilweise waren die neu aufgelegten Mistelsamen an seiner Erkrankung mitbeteiligt. Auffallend war überhaupt bei diesem Versuch, daß die krebsigen Alterationen nicht immer mit dem Sitz der Mistelkeime zusammenfielen. So war besonders das Absterben von 3 Knospen am Aste II, welcher sonstige degenerative Prozesse nicht aufwies, auffallend und läßt die Annahme zu, daß zu diesen Knospen der Giftstoff innen, durch die Leitungsbahnen, zugeführt worden war. In dem gleichen Sinne ist wohl auch die Tatsache zu deuten, daß sich auch an Zweigen, die mit Mistelsamen nicht belegt gewesen waren, vertrocknete Knospen und um einzelne derselben mehr oder minder hervortretende krebsige Alterationen finden. Dies ließ sich besonders gut nach vollzogenem Laubfall, im Herbste 1915, verfolgen.

III. Versuch; mit dem Birnbaum, auf dem aus der Aussaat 1907 2 Mistelpflanzen erwuchsen, die aber später, eine 1913, die andere 1914, der Abwehr des tragenden Baumes erlagen.

Dieser Versuch hat ein doppeltes Interesse. Ursprünglich war der Baum nicht immun gegen Mistelbefall; von 620 auf Birnbäume ausgelegten Samen entwickelten sich in meinen Versuchen 3 Keime zu Pflanzen und zwei davon auf diesem, damals sehr jungen Baume. Ist er nun, nachdem er die einige Jahre getragenen Mistelpflanzen ausgemerzt hat, auch gegen Mistelbefall immun oder wird er auch jetzt wieder das Aufkommen von Mistelpflanzen gestatten? Wir werden sehen, daß der Versuch vorläufig noch nicht so weit gediehen ist, um eine Entscheidung im einen oder im andern Sinn zu ermöglichen.[1]

Belegt wurden 2 Äste mit je 10 Samen der Apfel-Mistel. Am 12./IV. 1915 wurden auf Ast I 10, auf Ast II 9 Samen, alle gekeimt, vorgefunden. Giftwirkungen waren keine erkennbar und so blieb es auch bei der zweiten, dritten und vierten Untersuchung. Bei der letzten, 23./IX. 1915, waren auf Ast I und Ast II die Keime von 8 Samen noch lebend.

Das Ausbleiben von Giftwirkungen entscheidet noch nichts, da solche auch auf die Aussaat 1907 nicht erfolgten. Da das Bäumchen aber bei der ersten Belegung mit Mistelsamen auf 10 Samen zwei Pflanzen ergab, so wäre, im Falle keine konstitutionelle Veränderung vor sich gegangen, das

[1] Vgl. die Angaben im Nachtrag.

heißt Immunisierung gegen Mistelbefall sich vollzogen hätte, bei der jetzt doppelt so hohen Zahl ausgelegter Samen das Aufkommen einiger Mistelpflanzen zu erwarten. Auch dieses Ergebnis hätte ein gewisses Interesse, weil so eine für den Mistelbefall geeignete Birnrasse, die bei etwaigem Fruchten auch bestimmbar wäre, ermittelt würde. Damit fänden die da und dort vorkommenden Angaben über örtliche Häufigkeit der Mistel auf Birnen (vgl. insbesondere die früher erwähnten Mitteilungen Gaspard's) eine Erklärung.[1] Das Ergebnis dieses Versuches muß noch abgewartet werden.[2]

Die weiteren Versuche in der Immunitätsfrage bestätigen also wenigstens, was das eine Objekt — die Wildbirne — betrifft, die durch eine zweite und dritte Infektion an jenem Birnbaum erhaltenen Ergebnisse, der unter der ersten Infektion so stark gelitten hatte.

Weniger klar liegen die Verhältnisse bei der Speckbirne. Anscheinend war sie durch die erste Infektion noch nicht immun geworden. Doch ist darauf hinzuweisen, daß dieser Baum noch im Herbste 1914, zur Zeit, da die zweite Infektion erfolgte, starke Nachwirkungen der ersten verriet und manches darauf hinweist, daß sie sich zum Teil auch auf das Jahr 1915 erstreckt hätten. Es ist also fraglich, ob der Baum zur Zeit, da der Versuch angesetzt wurde, als tauglich zu einem solchen angesehen werden kann.

Es läge aber noch eine andere Möglichkeit vor. Die starken Reaktionen des Astes I der Speckbirne auf die zweite Infektion könnten unter den Begriff der Anaphylaxie der Mediziner fallen.[3] In diesem Sinne ließe sich besonders die Stärke und das relativ schnelle Eintreten der Reaktion auf dem Aste I deuten.

Selbst wenn wir beide erörterten Deutungen ablehnen und die 1915 an dem Speckbirnbaum hervorgetretenen Reaktionen weder ganz noch teilweise als Nachwirkungen der ersten Infektion anerkennen wollen und auch die Annahme von Anaphylaxie zurückweisen, die Reaktionen nur als Folgen der zweiten Infektion deuten (womit also gesagt wäre, daß bei diesem Baum die erste Infektion zu keiner Immunisierung geführt hätte) so kann darin doch kein Beweis gegen stattfindende Immunisierung anderer Birnbäume durch eine überstandene erste Mistelinfektion erblickt werden.[4]

Wir haben ja auch bei infektiösen Krankheiten Beispiele, daß individuell eine besondere Disposition für eine solche vorliegt, daß ein einmaliges Überstehen der Krankheit nicht zu Immunität dagegen führt und ein zweiter Befall durch die gleiche Krankheit erfolgen kann.[5]

---

[1] Laurent E., »Influence de la nature du sol sur la dispersion du Gui (*Viscum album*)« erschienen im Bulletin de la société royale de botanique de Belgique, Tome 29, 1890, berichtet, daß Gaspard bei Aussaaten auf Birne und Apfel fast immer Erfolg erzielt hätte.

Bei Bruck W. F., »Biologie, praktische Bedeutung und Bekämpfung der Mistel« (Biol. Abt. für Land- und Forstwirtschaft am kais. Gesundheitsamte, Flugblatt Nr. 32, 1904) heißt es: »es können ganze Kiefern- und Weißtannenwälder, ganze Apfel- und Birnbaumbestände empfindlich geschädigt werden«.

[2] Auch das Frühjahr 1916 brachte noch keine Entscheidung. Auf beiden Ästen lebten noch je 8 Samen, auf Ast I mit 11, auf Ast II mit 10 lebenden Hypokotylen. Die Mehrzahl der Keimlinge sah recht kräftig aus, ein Teil aber geschwächt, so daß ihr baldiges Eingehen zu erwarten ist. Reaktionen seitens des Birnbaumes keine vorhanden. Auffallend ist immerhin die große Zahl noch lebender Keime im Vergleich zu dem großen Abfall, den unsere, p. 7 [507] gegebene Tabelle im 2. Frühjahre ausweist. Nur eine der dort verzeichneten Birnrassen (Bergamotte Crassane) wich durch einen geringeren Abfall von den übrigen stärker ab.

[3] Bei Pick, a. a. O., p. 906, heißt es: Auch bei Infektionen, nach deren Ablauf scheinbar eine erhöhte Empfindlichkeit Platz greift, weil neue Infektionen stürmischer und rascher verlaufen als die erste, ist ein gesetzmäßiges, zur Immunität in nahen Beziehungen stehendes Verhalten festgestellt. Diese letzteren, früher rätselhaften Erscheinungen sind durch die neueren Arbeiten über Anaphylaxie bis zu einem gewissen Grade geklärt worden. Namentlich die Studien von Friedberger und Dörr über das Anaphylatoxin geben uns eine Erklärung für das scheinbar paradoxe Phänomen der erhöhten Empfänglichkeit und verstärkten Reaktion, die sogenannte Frühreaktion Pirquet's von immunen Individuen, die beobachtet werden kann, wenn der Infektionsstoff in die Gewebe solcher Individuen eingebracht wird.

[4] Vgl. auch hier den Nachtrag.

[5] Ja, diese zweite Erkankung kann einen gefährlicheren Verlauf nehmen als die erste. Man vergleiche die Ausführungen von Geheimrat Prof. Dr. J. Orth in seinem Artikel »Die Bedeutung der Rindertuberkulose für den Menschen«. (In »Die Naturwissenschaften«, 4. Jahrg., 1916, Heft 10.)

VII. Einiges über die anatomischen Verhältnisse in den durch das Mistelgift geschädigten Birnbäumen.

So wie Laurent die makroskopisch erkennbaren Wirkungen des Mistelgiftes nicht durch Abbildungen erläutert,[1] so ermangelt seine Schrift auch jeder Illustration der anatomischen Verhältnisse in den erkrankten Teilen. Die textliche Beschreibung ist ebenfalls sehr kurz gefaßt. Es heißt da: »Au microscope, les tissus parenchymateux apparaissent complètement détruits; les cavités cellulaires sont remplies par une substance noirâtre. Tel est l'aspect des cellules de l'écorce, des éléments du liber, à l'exception des fibres, qui restent normales, des cellules du cambium, des rayons médullaires et de la moelle. Dans les bois, dont la teinte est aussi plus sombre qu'à l'état sain, les vaisseaux sont remplis par une matière gommeuse jaunâtre qui les bouche et empêche la circulation de la sève.«

Ich wollte mir die Verhältnisse doch selber ansehen und unterzog von der in vorigem Abschnitt erwähnten Speckbirne den Ast I, der so starke Reaktionen zeigte, einer eingehenden makroskopischen und mehrfach mikroskopischer Untersuchung.

Es sei gleich bemerkt, daß die Angaben Laurent's im allgemeinen bestätigt werden konnten. Einige Ergänzungen und eine Divergenz der Auffassung wird das folgende bringen.

Der Ast wurde am 27. Mai in Stücke zerteilt und diese einzeln, von oben ausgehend, untersucht. Das oberste Stück von 20 *cm* Länge enthielt größtenteils, aber nicht ausnahmslos, totes Gewebe. Der erste Same klebte an einem Internodium; unter ihm befand sich eine Knospe, um die herum das Periderm blasig abgehoben war, nicht aber unter dem Samen selbst.

Der 2. Same mit einem Keimling saß unmittelbar ober einer Knospe. Hier war das Periderm unter dem Samen und rings um die Knospe blasig abgehoben.

Die untersten 2 *cm* wurden abgetrennt und davon einige Querschnitte untersucht. Sie zeigten in dem aus einem kräftigen Jahresring bestehenden Holzkörper eine etwa $^1/_4$ desselben umfassende keilförmige Partie verfärbt, ebenso einheitlich etwa die Hälfte des Markes und einzelne inselartige Stellen am Umfange des übrigen Markes. Von hier aus erstreckte sich die Verfärbung, teilweise radial vorspringend, auch in das Holz. Die Rinde war ober dem verfärbten keilartigen Abschnitt des Holzkörpers abgestorben; der Rest dürfte noch lebend gewesen sein, das Chlorophyll war hier nicht verfärbt.

Bei stärkerer Vergrößerung wurde ermittelt, daß die Braunfärbung der Rindenzellen, der Markstrahlen, des Holzparenchyms und des Markes durch gebräunte Inhaltsstoffe bedingt sei und vor allem auf Gerbstoff und Derivaten von solchem beruhe. In Eisenchlorid wurden diese Zellen schwarz.

Mit Rücksicht auf die Angaben Laurent's ist bemerkenswert, daß im Holze dieses Abschnittes Verstopfungen der Gefäße durch Gummi nicht vorhanden waren.

Das zweite Stück, ebenfalls von 20 *cm* Länge, hatte 2 Mistelsamen mit Keimen aufsitzen. Der eine mit 2 Keimlingen befand sich ober einer eingetrockneten Knospe, um die sich ringsum das Periderm abhob. Der zweite Same lag neben der zweiten folgenden Knospe; an dieser wie auch an der vorausgehenden Knospe (neben der kein Same sich befand) war ebenfalls Peridermablösung vorhanden. Die am unteren Teile des Stückes angefertigten Querschnitte zeigten, daß hier alle Gewebe, alle Elemente des Holzes, der Rinde und des Markes tot waren. Diesem Schicksal wären also auch jene Abschnitte verfallen, die in den oberen Teilen des Astes zur Zeit noch lebten.

Das dritte Stück hatte ungefähr 22 *cm* Länge. In der Mitte beiläufig ging der einzige seitens des Astes zum Austrieb gelangte Seitensproß (25 *cm* lang) ab. Bis nahe an ihn heran reichte die Fortsetzung des, schon im unteren Teil von Stück II, völlig abgestorbenen Astes. Auf diesem Stück saßen

---

[1] Auf der beigegebenen Tafel findet sich nur die photographische Aufnahme eines Zweiges wiedergegeben, dessen Blätter infolge des Absterbens der Achse vertrockneten und so an dieser verblieben. Unterhalb der durch den Mistelbelag geschädigten Teile geht ein kurzer Trieb mit gesundem Laube ab.

3 Samen mit ihren Keimen (4). Das Periderm war auf einem großen Teil der Sproßoberfläche blasig abgehoben, oberhalb des Seitensprosses begann es sich abzuschilfern. In der unteren Hälfte war der Sproß zum Teil noch lebend. Die erkrankten Partien, die durch krebsige Gewebeveränderungen hervortraten, hatten ihre Zentren gewissermaßen in den abgedorrten Knospen. Neben 2 der Knospen saßen Mistelkeime, aber auch im zwischenliegenden Knoten fehlten um die Knospe herum die gleichen Erscheinungen nicht.

Das vierte Stück von 14 und das fünfte von über 20 *cm* Länge zeigten ähnliche Verhältnisse wie die untere Hälfte des dritten. Die krebsigen Stellen waren streckenweise eingeschaltet zwischen gesunde, äußerlich normale Abschnitte. Es gab unter ersteren solche, die sich auf 8 *cm* durch mehrere Internodien fortsetzten (dabei im Verlauf manchmal auch eine Spirale beschreibend) und am Umfang so ausbreiteten, daß nur $^1/_5$, $^1/_4$ bis $^1/_3$ der Oberfläche von normaler Beschaffenheit war. Andererseits war stellenweise auf selbst mehrere Zentimeter langen Strecken die Oberfläche des Astes ringsum anscheinend gesund; nur waren auch in diesen Strecken die Knospen vertrocknet. Der basale Teil des Sprosses war lebend und unverändert.

Von den Stücken 4 und 5 wurden Aufnahmen gemacht, deren eine in Fig. 4, Taf. III vorliegt.

Nach Schilderung der äußerlich am Sprosse wahrgenommenen Veränderungen sei wieder zu den anatomischen zurückgekehrt. Über die ganz abgestorbenen Teile des obersten Stückes wurde schon berichtet. Die Verhältnisse erwecken den Eindruck, daß die Giftwirkung einen raschen Verlauf nimmt. Weder in der Rinde, noch im Holz dieses Abschnittes finden sich weitere Anomalien; nur der Tod sämtlicher sonst lebender Bestandteile ist festzustellen und eine ihm offenbar vorausgegangene Umsetzung im Inhalt, welche die Braunfärbung bedingt. Wie erwähnt, beruht diese auf gerbstoffartigen Substanzen, die wohl unter Umsetzung der normal in den betreffenden lebenden Elementen enthaltenen Stärke erfolgt. Fig. 5, Taf. III und Fig. 6 bringen Abbildungen aus frisch angefertigten, ohne jede Anwendung von Reagentien in Glyzeringelatine übertragenen Querschnitten. Fig. 5 (Vergr. 210 : 1) umfaßt die abgestorbene Rinde und einen Teil des anstoßenden Holzkörpers; man sieht besonders die Markstrahlen als dunkel verfärbte Streifen hervortreten, ebenso auch die Zellen des Holzparenchyms verfärbt. Fig. 6 (Vergr. 140 : 1) gibt die Verhältnisse im Mark und anstoßenden Teilen des Holzkörpers wieder.

Von Interesse war das an den Querschnitten des basalen Sproßstückes (*V*) Beobachtete. Der kräftige Sproß bestand hier zum Teil aus noch ganz lebenden, zum Teil, jedoch in geringerer Ausdehnung, aus abgestorbenen Partien. Von einer solchen ist der in Fig. 7, Taf. III, bei 3 facher Vergrößerung abgebildete Querschnitt gewonnen. Der Schnitt wurde durch den frischen Sproß geführt und dann einfach entwässert und in Kanadabalsam übertragen. Die Giftwirkung war hier noch beschränkt. Ein Teil der Rinde war abgestorben und fehlt an dem Schnitte, da er sich abtrennte. Darunter verfiel auch etwas vom Holzkörper dem Tode. Dieser keilartige, braun verfärbte Holzabschnitt tritt im Bilde gut hervor. Größeres Interesse boten entsprechende Schnitte bei Untersuchung mit stärkeren Vergrößerungen.

Sie führten zur Auffindung der mit Gummimassen verstopften Gefäße, die Laurent für das abgestorbene Holz als kennzeichnend anführt. Besonders gut wurden diese verstopften Gefäße nach Färbung mit Gentianaviolett sichtbar und nach einem solchen Präparate ist Fig. 8, Taf. III, angefertigt (Vergr. 40 : 1). Das Bild muß mit Fig. 7 verglichen werden. Es bringt den größten Teil des in Fig. 7 dunkel verfärbten, abgestorbenen Holzes, aber auch das darunter gelegene, bis ans Mark reichende, zur Anschauung. Es zeigt sich da deutlich, daß die durch Gummi verstopften Gefäße in einer Zone unterhalb des abgestorbenen Holzes liegen, in einer Zone, die selbst der kennzeichnenden Verfärbung des abgestorbenen Holzes noch nicht verfallen ist.[1]

[1] Besser als an Fig. 7 tritt das an dem Präparate hervor. Eine etwas verschiedene Nuancierung des Farbentons besitzt auch die verstopfte Gefäße führende Zone, aber der Ton ist ganz verschieden von der des toten Holzes. Die Photographie bringt aber diese Verschiedenheit nicht zur Geltung.

Es ist nun nicht daran zu zweifeln, daß diese Zone verstopften Holzes eine Abwehreinrichtung des Baumes darstellt, mit der er die Abgrenzung des toten Holzes gegen das noch lebende vornimmt und einem Weitergreifen der Giftwirkung zu begegnen sucht. Die Gummiverstopfungen sind deshalb kein Kennzeichen des abgetöteten Holzes, wie Laurent meinte, und die Leitung des Wassers nach höheren Sproßabschnitten wird wohl nicht erst durch die Ausscheidung der Gummimassen unterbrochen, sondern schon durch das Absterben aller lebenden Elemente in ganzen Abschnitten der Sprosse. Verständlich aber ist es, daß bei einem Weitergreifen der Giftwirkungen auch das durch die Gummi führenden Gefäße ausgezeichnete Holz dem Absterben verfallen kann. Sicher ist jedenfalls, daß die Gummibildung erst zu den sekundären Erscheinungen der Giftwirkung gehört, während sich primär schon das Absterben der lebenden Elemente des Holzes vollzogen hat.

Nachträglich habe ich noch eine der krebsigen Stellen von dem Bäumchen untersucht, das auf die erste Infektion so stark reagiert hatte (vgl. p. 3 [503]) und von dem die Bilder Fig. 1 und 2 der Taf. I gewonnen wurden. Die unterste krebsige Wucherung des in Fig. 1 wiedergegebenen Stämmchens wurde quer durchschnitten. Fig. 2, Taf. IV, gibt das Bild dieses Schnittes. Man sieht, daß der im Herbste 1910 belegte einjährige Trieb an der Stelle, wo der Mistelsame gelegen war, eine vollständig zerfallene Rinde zeigt und auch der Holzkörper darunter braun verfärbt und abgestorben ist. Dasselbe Schicksal betraf das Cambium, daher 1911 hier kein Holzzuwachs erfolgte. Überwallend hat sich aber der 1911er Jahresring um den des ersten Jahres teilweise vorgeschoben (der 1912er ist ganz schmal, denn der Trieb wurde am 12. Mai 1912 abgenommen), doch ist unter dem Mikroskop erkennbar, daß die krankhaften Störungen auch hier einsetzten. Der glockenförmige Umriß des abgetöteten Holzes ist dadurch bedingt, daß der Querschnitt den Grund einer abgestorbenen Seitenknospe traf.

In anatomischer Beziehung ließen sich die gleichen Erscheinungen verfolgen, die vorausgehend für den im Herbste 1914 belegten, 1915 untersuchten Sproß des Speckbirnbaumes beschrieben wurden. Zum Teil traten sie verstärkt hervor. Verstopfung der Gefäße durch Gummipfropfen ist sehr verbreitet, besonders zonenweise. Vor allem ist daran die Grenzlinie gegen das gesunde Holz reich, die das Mark durchsetzt und an Schnitten durch besonders dunkle Färbung hervortritt.[1] Auch in Markzellen sind Gummiballen vorhanden und streckenweise haben sogar die Libriformfasern einen gelbbraunen Inhalt.

VIII. Durch Mistelkeime veranlaßte Reaktionen, die an anderen Pflanzen beobachtet wurden und vielleicht ebenfalls als Giftwirkungen aufgefaßt werden können.

Mistelsamen und -Keime äußern Giftwirkung auch auf andere Pflanzen, obschon, nach meinen Erfahrungen, in keinem Falle annähernd so stark wie auf Birnbäume. Laurent[2] berichtet allerdings, daß einer seiner Mitarbeiter,[3] M. Chalon, die gleichen Giftwirkungen auch an eingetopften Pflanzen

[1] Fig. 2, Taf. IV, läßt dies nicht beobachten; sie bringt eben nicht die Aufnahme eines mikroskopischen Präparates, sondern den Durchschnitt eines ganzen Zweiges.

[2] A. a. O., p. 491.

[3] Vgl. p. 1 [501].

von *Spartium junceum* und *Ficus elastica*, die mit Mistelsamen belegt waren, gesehen habe. Auf *Spartium junceum*, worauf ich Mistelpflanzen aufzuziehen versuchte, habe ich Giftwirkungen nicht beobachtet. Die Mistelkeime (16 Samen mit 25 Keimen) starben teils im ersten teils im zweiten Jahre ab, ohne am *Spartium* Spuren zu hinterlassen.[1]

Wiesner[2] teilte die Beobachtung mit, daß Samen rasch keimender Gewächse, wie *Lepidium sativum, Linum usitatissimum, Trifolium pratense,* auf das Fruchtfleisch geöffneter Beeren von *Viscum album* gebracht, nicht keimten oder nur sehr verspätet »und dann nur sehr schwache Keimung« ergaben.[3] Ich möchte auch hierin eine Giftwirkung seitens des in den Mistelbeeren enthaltenen toxischen Stoffes erblicken.[4]

Als Reaktion auf den Giftstoff betrachte ich auch die pustelartigen Korkwucherungen, die an Flachsprossen der *Opuntia parvula*, unter den auf sie ausgelegten Mistelsamen und den aus ihnen hervorgetretenen Keimlingen gebildet wurden und die ich in der Abhandlung »Über Versuche, die Mistel auf monocotylen und sukkulenten Gewächshauspflanzen zu ziehen« (vgl. das Zitat in der vorausgehenden Fußnote) beschrieben habe.

---

[1] 1912 wurde gleichzeitig auch die Aufzucht auf *Cytisus* (*Sarothamnus*) *scoparius* (Lk.) versucht und sie gelang. Auf einem schwachen eingetopften Strauch erwuchsen zwei Mistelpflanzen. Auch hier waren auffallendere Giftwirkungen nicht zu beobachten, wohl aber unter einer Mistelpflanze eine stärkere Hypertrophie des Tragastes. Daß auch diese bei Mistelträgern häufigere Erscheinung vielleicht als Giftwirkung geringeren Grades auffaßbar sei, darüber später.

[2] »Vergleichende physiologische Studien über die Keimung europäischer und tropischer Arten von *Viscum* und *Loranthus*« (Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wiss. in Wien, math.-naturw. Kl., Bd. CIII, Abt. I, 1894.)

[3] Wiesner führt dieses Nichtkeimen auf einen »Hemmungsstoff« zurück, den die Samen der Mistel enthalten sollen. Auf ihm beruhe auch die lange Samenruhe der Mistel. In letzterer Beziehung hat nun eigentlich Wiesner selbst die geäußerte Anschauung erschüttert, als er zeigte, daß die normal etwa ein halbes Jahr dauernde Samenruhe »unter Einhaltung der günstigsten Keimungsbedingungen sich auf 2 bis 3 Monate reduzieren läßt« (»Über die Ruheperiode und über einige Keimungsbedingungen der Samen von *Viscum album*«, Ber. d. D. Botan. Ges., 1897), was später, noch erfolgreicher, Versuche von mir erwiesen. (»Samenreife und Samenruhe der Mistel *Viscum album* L. und die Umstände, welche die Keimung beeinflussen«. Sitzungsber. d. kais. Akad. der Wiss., Wien, math.-naturw. Kl., Bd. CXXI, Abt. I, 1912). Ich selbst habe mich über diese Frage in meiner Abhandlung »Über Versuche, die Mistel (*Viscum album* L.) auf monocotylen und auf sukkulenten Gewächshauspflanzen zu ziehen« Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wiss., Wien, math.-naturw. Kl., Bd. CXXI, Abth. I, 1912), klar geäußert. Punkt 4 der Zusammenfassung lautet: »Die Annahme Wiesner's, daß in den Beeren sich ein die Keimung des Samens hemmender Stoff finde, der die lange Keimruhe der Mistel bedinge, wird, weil die Samen in den Beeren selbst schließlich zu keimen vermögen, nicht geteilt. Hingegen Wiesner's Befund, daß der Schleim der Mistelbeeren auf andere Samen die Keimung hindernd oder stark beeinflussend wirkt, auf das toxische Prinzip, das der Mistelkeim enthält, zurückgeführt.« Infolgedessen erscheint es wohl auch überflüssig und unberechtigt, daß Henrik Baar in der Abhandlung «Zur Anatomie und Keimungsphysiologie heteromorpher Samen von *Chenopodium album* und *Atriplex nitens*« (Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, math.-naturw. Kl., Bd. CXXII, Abt. I, 1913) in der Fußnote, p. 5, sagt: »In neuester Zeit wurde dies von Heinricher angezweifelt, er wiederholt aber die Versuche Wiesner's, welche für die Existenz von Hemmungsstoffen sprechen, nicht.« Es war, wie der zitierte Punkt 4 meiner Zusammenfassung ergibt, für mich kein Anlaß gegeben, die Wiesner'schen Versuche zu wiederholen. Ihr Ergebnis habe ich ja nicht in Zweifel gezogen, sondern nur die Deutung desselben. Was Wiesner einem Hemmungsstoff zuschreibt, führe ich auf einen Giftstoff, den die Mistelkeime und auch die Beeren enthalten, zurück. Übrigens ist darauf hinzuweisen, daß ein Schüler Wiesner's, Tomann, in der Abhandlung »Vergleichende Untersuchungen über die Beschaffenheit des Fruchtfleisches von *Viscum album* L. und *Loranthus europaeus* L. und dessen biologische Bedeutung« (Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wiss., Wien, Bd. CXV, Abt. I, 1906), das Nichtkeimen der in *Viscum*-Schleim eingebetteten Samen anderer Pflanzen als wenigstens zum Teil auf verhindertem Sauerstoffzutritt beruhend auffaßt.

[4] In der inzwischen erschienenen Abhandlung »Über den Mangel einer durch innere Bedingungen bewirkten Ruheperiode bei den Samen der Mistel (*Viscum album* L.)« (Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wiss., Wien, Abt. I, 125. Bd., 1916) habe ich nachgewiesen, daß man die Mistelsamen jederzeit in 2 bis 3 Tagen zur Keimung bringen kann und damit auch widerlegt, daß Hemmungsstoffe bei der Keimung eine Rolle spielen. In der gleichen Abhandlung streife ich auch die Frage, warum Samen anderer Pflanzen, die sonst rasch keimen, auf Mistelschleim nicht keimen. Auf Grund eigener Versuche bin ich zur Anschauung gelangt, daß hier wahrscheinlich nicht Giftwirkung vorliegt, sondern daß das Nichtkeimen der Samen darauf zurückzuführen sei, daß die Samen dem Mistelschleim das zur Keimung nötige Wasser nicht zu entziehen vermögen. Vollständig klar gelegt ist aber die Sache noch nicht. Über meine Versuche in dieser Frage wird an anderer Stelle eine Veröffentlichung folgen.

In der gleichen Abhandlung (p. 9) führe ich ferner das Absterben schwacher Pflanzen von *Corylus* an, die im vorausgegangenen Herbste mit Mistelsamen belegt worden waren, lasse es aber dahingestellt, ob dabei auch Giftwirkungen der Mistel eine Rolle gespielt haben.

Um darüber ins Klare zu kommen, belegte ich im Herbste 1912 mehrere *Corylus*-Büsche mit Mistelbeeren, und zwar 2 junge schwächlichere Pflanzen und die Zweige eines kräftigen Busches. Doch kam ich abermals zu keiner nach allen Richtungen sicheren Entscheidung. Wohl gelangte bei einer Pflanze der obere Teil eines Sprosses, der fünf keimende Samen trug, nicht zum Austreiben und starb ab, aber von den 20 ausgelegten Samen entwickelten sich auf der jungen Hasel 8 Mistelpflanzen, von denen einige am 10./X. 1914 schon die ersten Blättchen entfaltet hatten; Reaktionen von der Art, wie wir sie unter den Birnrassen kennen gelernt hatten, traten nicht auf, wohl aber zum Teil beträchtliche Hypertrophien an jenen Stellen, wo Mistelkeime eingedrungen waren. Die zweite junge Hasel ergab aus 20 Mistelsamen keine Pflanze, woran mir der schlechte Zustand des Wirtes Schuld zu sein schien; ob dieser durch das Mistelgift mitbewirkt war, blieb unsicher.

Auffälliger und eher auf Giftwirkung beruhend war aber das auf dem größeren Haselbusch Beobachtete. Hier waren 3 Äste mit Kiefer-Mistelsamen belegt worden, mit 10, mit 5 und mit 3 Samen. Im Frühjahre 1913, als die Samen gekeimt hatten (30./IV.), zeigte es sich, daß die Knospen gar nicht austrieben oder nur einen kümmerlichen Trieb entfalteten, wenn die Samen ober oder neben Knospen der Hasel hafteten. Am Zweige, der mit 10 Samen belegt war, starben 4 Knospen ab, zwei lieferten geschwächte Triebe, deren einer am 11./VI. ebenfalls einging. Einen Teil dieses Haselzweiges zeigt, nach einer Mitte Mai 1913 angefertigten Aufnahme, Fig. 9, Taf. II. In der Mitte befindet sich die eingetrocknete Knospe, ober der ein Mistelkeim haftet; darunter ist eine Knospe mit zurückstehendem Austrieb, neben der ein Mistelkeim lag. Am 11./VI. war dieser Trieb eingegangen.

In einem Parallelversuche, in dem die Mistelsamen mitten in den Internodien ausgelegt waren, wurden keine Giftwirkungen bemerkt.

Die Richtigkeit der Deutung, daß das Absterben der Knospen an der Hasel durch die ausgelegten Mistelsamen bewirkt wird, bestätigt aber noch ein zweiter, ebenfalls im Herbste 1912, angestellter Versuch.

Ein halbmeterhoher Haselbusch wurde mit 30 Beeren der Kiefern-Mistel belegt. Auch an dieser Hasel wurde festgestellt, daß Knospen, an deren Grund Mistelsamen gekeimt hatten, entweder völlig am Austrieb verhindert wurden und eintrockneten, oder nur einen geschwächten Trieb ergaben.

Diese Beobachtungen an der Hasel zeigen, daß besonders das jugendliche Gewebe der Knospen durch das Mistelgift geschädigt oder auch getötet wird. Wahrscheinlich können schwache, einjährige Triebe ebenfalls dem Gifte erliegen, wenn sie stärkeren Mistelbelag erhalten, ähnlich, wie junge Triebe von Birnen, infolge akuter Giftwirkung, einfach absterben und eintrocknen, ohne Zeit und Kraft zu Abwehrreaktionen gegen das Mistelgift zu finden. Ich habe aber schon gesagt, daß ich das Eintrocknen von Haselzweigen nicht so sicher als durch Mistelkeime bewirkt ansehen darf, als das Absterben der Knospen.

Unter den zahlreichen Aussaaten von Mistel auf Apfelbäume ergab sich ein Fall, in dem teilweise ähnliche Giftwirkungen auftraten wie auf Birnbäumen. Die Sorte war leider nicht benannt.

Im Herbste 1910 wurden 30 Linden-Mistelsamen auf die Zweige eines jungen Apfelbaumes ausgelegt. Bei der Revision am 5. Mai 1911 wurden 23 gekeimte Samen mit 42 Keimlingen nachgewiesen. Nach der Tagebuchaufzeichnung war der Baum am 26. Mai noch ohne Knospenaustrieb,[1] die Zweige aber noch bis zur Spitze lebend. In der Folge aber starben mehrere spitzenwärts ab und vertrockneten. Die unteren Sproßteile blieben am Leben, belaubten sich verspätet und bei der 3. Untersuchung am 14. Mai 1912 waren 31 lebende Mistelkeime, davon 15 schon mit Blättchen, vorhanden. Die Giftwirkung äußerte sich also hier, wie an jungen Birnzweigen, einfach im Absterben. Krebsige Bildungen, wie sie an älteren und kräftigeren Birnästen auftreten, blieben aus.

[1] Andere mit Mistelsamen belegte Apfelbäume hatten schon getrieben.

An einem der nach obenhin abgestorbenen Zweige des Apfelbaumes entwickelte sich am Grunde einer Mistelpflanze eine auffallend starke Hypertrophie. Sie ist in Fig. 9, Taf. I, nach einer am 20./VIII. 1912 gemachten Aufnahme, in natürlicher Größe wiedergegeben. Eine zweite Aufnahme vom 4./IV. 1914 liegt in Fig. 9, Taf. III vor, gibt aber das Objekt verkleinert wieder. Man sieht, daß der Sproß bis oberhalb der Hypertrophie abstarb, also auch in Teilen, die zur Zeit der ersten Aufnahme noch lebend waren. Die Mistelpflanze hat sich kräftig entwickelt, die Hypertrophie aber nicht mehr sehr wesentlich vergrößert. Ihre größte Breite betrug nun 14 *mm*. Die Reaktionsfähigkeit ist eben hauptsächlich dem jungen Gewebe eigen.

Sehr starke Hypertrophien an Apfelbaumzweigen wurden wiederholt auch dann beobachtet, wenn 2 oder 3 Keime eines Mistelsamens sich zu Pflanzen entwickelten. Die Keime dringen in solchem Falle natürlich in geringem Abstande von einander in den Wirt ein, werden aber durch das einsetzende Dickenwachstum später stark auseinander geschoben. Deshalb sind die Angaben Guerin's,[1] der im § 3 »Polyembryonie des graines« das Folgende aussagt, sicher irrig: »Les radicules des graines doubles sont divergentes. Elles donnent naissance à deux pieds jumeaux qui, au bout de cinq à six ans, ne forment plus qu'un seul empattement. Comme ces pieds ne sont pas toujours du même sexe, la fécondation peut se faire dans les conditions les plus favorables. Les touffes partie males et partie femelles ne sont pas rares,[2] mais généralement la partie mâle est la moins développée.« Von einer Verwachsung der Fußstücke solcher aus mehrembryonigen Samen hervorgehenden Pflanzen kann keine Rede sein. Das erweisen unsere Figuren 3 und 4, Taf. IV; doch kommen hiebei (besonders an Apfelbäumen) recht beträchtliche hypertrophische Anschwellungen zustande. In Fig. 3 ist ein Aststück abgebildet, an dem aus einem 2-embryonigen Samen die beiden Mistelpflanzen hervorgingen (Aussaat Herbst 1910, Keimung Frühjahr 1911, Aufnahme 3./IV. 1913[3]). Das in ungefähr halber Größe wiedergegebene Objekt hat durch die Hypertrophie eine starke lokale Verbreitung erfahren und zugleich eine Verflachung des Sprosses erhalten, so daß der Durchmesser in der Verbindungslinie der Fußstücke beider Mistelpflanzen 28 *mm* betrug, in der darauf Senkrechten nur 18 *mm*. Letzteren Durchmesser besaß der Sproß auch ober- und unterhalb der aufsitzenden Misteln bei hier normalem, kreisförmigem Querschnitt.

Die Aufnahme in Fig. 4, Taf. IV (Aussaat und Keimung wie bei Fig. 1, photographiert 4./IV. 1914), zeigt nun einen Fall, wo alle 3 Embryonen eines Samens sich zu Pflanzen entwickelten und gleichfalls eine recht ansehnliche Hypertrophie des Astes verursachten. Der größte Durchmesser an der angeschwollenen Stelle betrug 35, der kleinste 23 *mm*, während 5 *cm* darüber die beiden Durchmesser des Zweiges 18 und 15 *mm* aufwiesen.

Hypertrophien unterhalb Mistelkeimen (man könnte allgemein sagen: Keimen der Loranthaceen) sind eine sehr verbreitete Erscheinung, wenn sie auch unterhalb Mistelkeimen wohl selten das Ausmaß der in den Figuren 9 der Tafeln I und III, und 3 und 4 der Tafel IV abgebildeten erreichen. Ich möchte aber hier dem Gedanken Ausdruck geben, daß wir auch in diesen Hypertrophien[4] den Ausdruck einer

---

[1] A. a. O., p. 198.

[2] Dies erklärt sich daraus, daß auf einer Mistelpflanze sich eine zweite als sekundärer Parasit entwickelt hat. (Vgl. die Fußnote p. 12 [512]).

[3] Mistelpflanzen und Tragast zeigen die Größenverhältnisse, die schon im Herbste 1912 erreicht waren, da weder der Frühjahrstrieb der Mistel noch das Dickenwachstum des Nährastes um die Zeit der Aufnahme eingesetzt hatten.

[4] Ich verwende den Ausdruck im weiteren Sinne, obwohl es wahrscheinlich ist, daß nach Küster's Terminologie (vgl. Pathologische Pflanzenanatomie, I. Aufl., p. 65) die Bezeichnung »Hyperplasie« zutreffender wäre. Es dürfte sich bei diesen gallenähnlichen Verdickungen um eine abnorme Zellenvermehrung, nicht um abnorme Größenzunahme von Zellen handeln. Dafür spricht, was Küster a. a. O., p. 107, sagt: Die histologisch mannigfaltigsten, abnormalen Gewebeprodukte, die unter dem Einfluß fremder Organismen entstehen, unterscheiden sich von den entsprechenden normalen Geweben weniger durch die Größe als durch die Zahl ihrer Zellen und die eigenartige Differenzierung ihrer Gewebe.« Untersucht habe ich die Anschwellungen nicht und deshalb ist die Bezeichnung Hypertrophie hier im weiteren Sinne zu nehmen.

Giftwirkung erblicken dürfen,[1] Die Giftwirkungen kommen eben je nach dem Objekt, der Pflanzenart, (und innerhalb der Art nach Rasse und Individuum — siehe die Verhältnisse bei den Birnbäumen —) in verschieden abgestufter Weise zum Ausdruck. Im einfachsten Falle wirken sie als Reiz, der zur Hypertrophie führt und wohl zu vermehrter Teilung der Gewebe Anlaß gibt. In andern Fällen lösen sie gleich eine Reaktion aus, die defensiven Wert besitzt und sich in Ausbildung von Korkgewebe unter den ausgelegten Mistelkeimen äußert (Flachsprosse von *Opuntia*). Durch pustelartiges Hervortreten dieser lokalisierten Korkbildungen kommen ja gleichfalls Andeutungen einer Hypertrophie zustande.

In extremen Fällen treten akute Wirkungen ein, die insbesonders bei jugendlichen Organen (Knospen) oder bei stärkerem Belegen mit Mistelkeimen ganze ± schon differenzierte Gewebe-Komplexe, ja ganze jüngere Sproße töten und zum Abdorren bringen. An älteren kräftigeren Achsenteilen stark für das Mistelgift empfindlicher Pflanzen sind die abgetöteten Gewerbepartien mehr beschränkt und können Abwehrprozesse im umliegenden Gewebe eingeleitet werden: Korkbildung im angrenzenden Teil der lebend verbliebenen Rinde, Verstopfung der Gefäße im Umkreis des der Giftwirkung verfallenen Holzes durch Gummipfropfen.

Bei der Musterung meiner Mistelkulturen im Frühjahre 1916 ist mir noch ein bemerkenswerter Fall von Gallenbildung durch die Mistel aufgefallen. Er betrifft eine nordamerikanische Esche, *Fraxinus pubescens* und stammt aus einer Versuchsreihe, die 1911 in Fragen der ernährungsphysiologischen Rassen der Mistel eingeleitet wurde. Zur Aussaat wurden Beeren eines auf *Juglans nigra* im Parke zu Eisgrub befindlichen Baumes verwendet, die ich gefälliger Vermittlung verdanke.[2]

Das Belegen mit den Mistelsamen erfolgte am 14. Dezember 1911, die Keimung im Frühjahr 1912. Am 5./XI. 1913 erwähnt die Buchung die Anwesenheit von 9 Keimlingen, 3 ohne, 6 mit Blättern. Im Mai 1914 notiert sie 6 Pflänzchen mit Blättern, im Oktober desselben Jahres nur mehr 5 solche. Die Musterung am 4. April 1916 ergab das Vorhandensein von nur mehr einer Pflanze[3] Aber die Orte, wo Mistelpflänzchen gesessen hatten, waren durch recht bemerkbare Hypertrophien noch deutlich erkennbar. Sie glichen durch tierische Parasiten hervorgerufenen Gallen so sehr, daß man sie ohne Kenntnis der Sachlage sicher als solche angesprochen haben würde. Zwei derselben führt in etwas unternatürlicher Größe, Fig. 5, Taf. IV, vor.

Besonders groß ist die Ähnlichkeit mit den Gallen, welche die Larve des Espenbocks *Saperda populnea,* an *Populus tremula* und *Salix*-Arten erzeugt. Der Zweig, an dem die kleinere Galle sich findet, war im ganzen abgebildeten Stück tot. Sie war durch einen einembryonigen Samen veranlaßt; im Zentrum erkennt man den Ort, wo der primäre Senker eingedrungen war. Die Galle links war durch 2 dem gleichen Samen entwachsene Keimlinge verursacht. Der Ort, wo der eine seinen Senker eingetrieben hatte, ist sichtbar. Bis etwa 1 *cm* oberhalb der Galle war der Sproß tot, unterhalb derselben lebte er, ebenso die beiden an der Galle abgehenden Seitensprosse. Diese Galle wurde quer durchschnitten; ich vermutete darin noch lebendes Mistelgewebe zu finden, doch konnte keines nachgewiesen werden. Die Galle bestand überwiegend noch aus lebendem Gewebe; die Rinde zeigte sich wenig beeinflußt, aber der Holzkörper um die beiden primären Senker, die durch 3 Jahresringe (1913 bis 1915) verfolgbar waren, war um sie herum in einer Breite von 2 bis 4 *mm* braunschwarz verfärbt und seine sonst lebenden Elemente abgestorben. Das Mikroskop wies die gleichen Erscheinungen nach, die vorher vom Birnholz beschrieben wurden.

Von Interesse scheint mir an dem Falle zu sein, daß sich an diesen Mistelgallen von *Fraxinus pubescens* gewissermaßen eine Steigerung der Giftwirkung des Parasiten im Vergleich zu seiner Wirkung bei der Gallenbildung am Apfelbaum verrät. Bei letzterem bleibt es bei der Hypertrophie, bei dem Anreiz zu einer

---

[1] Küster a. a. O., p. 68: »Hypertrophien entstehen bei Gallenbildungen als Reaktion auf chemische Reize«, weiters: »Gallenhypertrophien, das heißt solche, die durch das Gift pflanzlicher oder tierischer Parasiten erzeugt werden.«

[2] Ursprünglich wurden die Beeren als von einer Mistel auf *Fraxinus excelsior* stammend bezeichnet, später erfolgte die Berichtigung, es sei eine Verwechslung des Baumes vorgekommen, der Träger sei *Juglans nigra.*

[3] Auch diese geht wahrscheinlich ein.

vermehrten Gewebebildung, die befallenen Äste aber bleiben erhalten. Bei der Esche ist die erste Reaktion ebenfalls ein Anreiz zur vermehrten Gewebebildung, die zur Galle führt. Aber darauf folgen noch die stärkeren toxischen Wirkungen, die das Absterben der umgebenden lebenden Holzelemente bewirken. Sie führen früher oder später, vermutlich in allen Fällen,[1] zur Ausmerzung des Parasiten. Jedenfalls unterliegt aber vielfach auch der infizierte Ast dem Verfalle.

An der untersuchten Galle von *Fraxinus pubescens* konnte noch festgestellt werden, daß die Hypertrophie durch eine vermehrte Kambiumtätigkeit an der Befallseite zustande kommt. Daran hat sowohl die Rinde teil, welche hier etwa um $^1/_3$ breiter ist als an der Gegenseite, als auch, und noch mehr, der Holzkörper, dessen Jahresringe einseitig bedeutend gefördert erscheinen.

Das großartigste Beispiel von hypertrophischen, durch Mistelbefall erzeugten Bildungen hat aber kürzlich von Tubeuf beschrieben und durch Abbildungen erläutert. In seiner Mitteilung »Die Lichtentaler Allee bei Baden-Baden. Ein Beitrag zur praktischen Bedeutung der Mistel,«[2] führt er die Verheerungen an, welche die Mistel an dem ihr als Träger besonders zusagenden nordamerikanischen Silberahorn, *Acer dasycarpum*, verursacht. Hier erreichen die durch den Parasiten hervorgerufenen Hypertrophien enorme Größe, so daß die Bezeichnung »Gallen« schon nicht recht passen will. Es entstehen an den Ästen gewaltige beulen- oder keulenartige Bildungen. Eine »Mistelkeule«, die verkleinert bildlich vorgeführt wird, hatte eine Länge von 45 *cm* und eine größte Breite von $13^1/_2$ *cm*.

Schlußbemerkungen.

Ich bin mir wohl bewußt, daß unter den in dieser Abhandlung geäußerten Anschauungen viel Hypothetisches steckt. Haben wir es tatsächlich in allen besprochenen Erscheinungen mit Giftwirkungen zu tun und ist eine Berechtigung vorhanden, eine Erklärung der Verhältnisse bei den Birnbäumen mit Hilfe der Hypothese der Bildung von Antigenen und Antikörpern zu versuchen?[3]

Kann die erwiesene Tatsache, daß auf eine erste Infektion mit Mistelkeimen stark reagierende Birnbäume, wenigstens in einigen Fällen und bisher in der Mehrzahl der geprüften, eine zweite sozusagen wirkungslos erscheinen ließen, berechtigt als erworbene Immunität gedeutet werden?

Ich habe schon an früherer Stelle darauf hingewiesen, daß vielfach neue und erweiterte Versuche nötig sind, um diese Fragen weiter zu klären. Immerhin enthält meine Studie doch so viel an tatsächlichen Feststellungen, daß diese allein ihre Veröffentlichung rechtfertigen.

---

[1] Vielleicht herrscht individuell verschiedenes Verhalten. v Tubeuf (an nachfolgend zitierter Stelle. p. 419) sagt: Die amerikanischen Eschen, besonders *Fraxinus cinerea = pubescens = pensylvanica* werden sehr gerne von der Mistel befallen.

[2] Naturw. Zeitsch. für Forst- und Landwirtschaft, 13. Jahrg., 1915, p. 408.

[3] In dem eben zitierten Artikel äußert sich v. Tubeuf auch rücksichtlich der Mistel ablehnend gegen die Hypothese, daß ihre Wirte durch Bildung »von Schutzstoffen, Gegengiften, Antifermenten« sich wehren könnten. Natürlich waren v. Tubeuf meine hier mitgeteilten Versuche mit den Birnbäumen noch nicht bekannt. Ob sie auf seine Anschauung von Einfluß sein werden, bleibt abzuwarten. Er sagt dort p. 412: »Nach meiner Auffassung bestehen die Eigenschaften der Pflanzen, welche leicht befallen werden und derjenigen, auf welchen die Misteln (und andere Parasiten) gar nicht oder schlecht gedeihen, in Eigentümlichkeiten, die ohne Einwirkung des Parasiten entstanden sind; ebenso steht es mit der individuellen Disposition verschiedener Alterszustände usw. Dagegen wird der Parasit von dem Nährboden seiner Wirtspflanze stark beeinflußt, so daß er zur Rassenbildung gebracht werden kann. Wenn also eine Pflanzenart gegen den Befall eines Parasiten geschützt ist und sich zu helfen vermag, dann hat sie diese Fähigkeit von vornherein, sie braucht sie nicht erst im Kampfe mit dem Parasiten zu lernen.*« Mir scheint darin ein Widerspruch zu liegen, daß von Tubeuf wohl eine Beeinflußbarkeit des Parasiten durch den Wirt, nicht aber auch des letzteren durch den Parasiten zugesteht oder doch nur in der in der Fußnote angedeuteten Weise. Das in dieser Gesagte scheint mir auch nicht das vorher Ausgesprochene zu stützen.

* Die Fußnote sagt: »Daß sich solche Fähigkeit unter dem Einfluß des Reizes steigert, ist bekannt.«

Manche der erörterten Erscheinungen ließen vielleicht eine einfachere Erklärung zu. Schon im Texte wurde darauf hingewiesen, daß das Nichtkeimen vieler sonst rasch keimender Samen auf Mistelschleim wahrscheinlich weniger einer toxischen Wirkung der Mistelsamen zuzuschreiben ist, als eher dem Unvermögen solcher Samen, dem Mistelschleim das zur Keimung nötige Wasser zu entziehen.

Von einem ähnlichen Gesichtspunkte ließe sich vielleicht auch die Erscheinung erklären, daß Zweigknospen der Hasel neben ausgelegten Mistelkeimen nicht austreiben oder nur einen verkümmerten Trieb entfalten. Man könnte daran denken, daß der Mistelschleim den Knospen Wasser entziehe und so ihr Eingehen oder die kümmerliche Entwicklung bewirke.

Selbst die Bildung von Korkpusteln auf den Flachsprossen von *Opuntia,* unterhalb ausgelegter und zur Keimung gelangter Mistelsamen, ließe sich als eine Reizwirkung lokal erfolgenden Wasserentzuges deuten und könnte die Annahme eines Giftstoffes als Reizursache entbehrlich erscheinen lassen.

Die Reaktionen aber, die an den Birnbäumen auftreten, das Absterben von Rinden- und Holzpartien unter den ausgelegten Keimen, das Immunwerden früher sehr reaktionsfähiger Individuen, auch unter diesen Gesichtspunkt zu bringen, scheint mir doch nicht durchführbar. Zumal, da ja nicht nur einjährige Sprosse mit noch wenig mächtiger Peridermlage starke Reaktionen auf ausgelegte Mistelkeime ergaben, sondern auch mehrjährige, durch Periderm vor Wasserentzug doch ausreichend geschützte.

Weiters will ich noch auf eine andere, der Aufklärung bedürftige Frage hinweisen. Es ist mehrfach davon die Rede gewesen, daß an den empfindlichen Birnrassen die Schädigungen durch Jahre andauern können und gewissermaßen als Nachwirkungen der stattgefundenen Infektion erscheinen. Besonders wurde auf solche bei der Besprechung der einen Wildbirne und des einen Speckbirnbaumes hingewiesen. Auch bei den Sorten »gute Luise von Avranches«, »Diel's Butterbirne«, »gute graue« waren sie festzustellen und bei der Letztgenannten glaube ich derlei Nachwirkungen noch im Frühjahr 1916 — also im fünften Jahre nach der Infektion — wahrzunehmen. Wir finden da zum Beispiel an im übrigen wesentlich gesund erscheinenden Trieben vertrocknete Knospen mitten zwischen andern normal zum Antrieb gelangten. Um die abgestorbenen Knospen gewahrt man sich ablösendes Periderm in ganz ähnlicher Weise, wie das so häufig bei Knospen beobachtet wurde, neben denen Mistelkeime ausgelegt waren.

Dann gehören zu den Nachwirkungen das verspätete Eingehen ganzer Sprosse oder Sproßsysteme, wie es sich bei der besprochenen Wildbirne im 3. Vegetationsjahr 1914 ereignet hat (vgl. Fig. 1, Taf. III).

Daß es sich in diesen Erscheinungen um durch die Infektion veranlaßte Wirkungen handelt, ist zweifellos. Die Frage ist nur die, ob man annehmen kann, daß sie Wirkungen des in der Pflanze noch immer vorhandenen Mistelgiftes oder ob sie sekundärer Natur sind. Ich meine damit, daß durch die primär dem Mistelgift erlegenen Gewebe Wundstellen an der Pflanze eröffnet werden, durch welche schädigende Einflüsse der Atmosphärilien, von Bakterien oder parasitischen Pilzen zur Geltung kämen und Ursache der weiteren Krankheitserscheinungen würden. Von vornherein würde mir diese Auffassung näherliegend erscheinen, doch stimmen einige Tatsachen nicht gut zu ihr, weshalb ich die Frage für noch nicht entschieden halte. Parasitische Pilze wurden nicht beobachtet.

Auch eine vereinte Wirkung beider erörterten Momente könnte den Nachwirkungserscheinungen zu Grunde liegen, so daß sie teilweise noch Äußerungen des Mistelgiftes, teilweise aber den eröffneten Wundstellen und den damit ermöglichten weiteren Zersetzungsprozessen zuzuschreiben wären.

Für die Fortdauer einer Giftwirkung wäre allenfalls sprechend, daß an infolge Infektion mit Mistelkeimen erkrankt gewesenen Birnbäumen noch in späteren Jahren an Trieben, die zur Zeit der Infektion noch gar nicht ausgewachsen waren, Knospen absterben, um welche die gleichen Gewebeveränderungen auftreten, wie sie auch direkt als Reaktion auf ausgelegte Mistelsamen zur Beobachtung gelangten. Es macht den Eindruck, als ob das Gift von älteren Partien aufstiege und in einzelnen Knospen zur Ansammlung käme.

Wenn man die Eröffnung von Wundstellen durch die Mistelinfektion und die dadurch ermöglichte Einleitung von Zersetzungsprozessen in Rinde und Holz in Betracht zieht, so scheint mir damit der Birn-

baum wenig übereinzustimmen, der die gewiß umfangreiche Wundstelle aufweist, die in Fig. 1, Taf. IV vorliegt.

Das ist jener Baum, der als Bäumchen im Frühling 1908 mit 10 Samen belegt, 2 Mistelpflanzen aufkommen ließ, sie aber, eine 1913, die andere 1914 ausmerzte. Von der einen, die schließlich die oben zitierte Wundstelle ergab, sind auf Taf. II die Abbildungen Fig. 3 und 5 gegeben, in Fig. 3 die ersten Anzeichen einer einsetzenden Gewebeveränderung im Birnbaum oberflächlich schon erkennbar, in Fig. 5 die Mistelpflanze welkend, die Veränderungen am Birnstamm schon viel ausgeprägter und die weitere Ausdehnung derselben angedeutet. Gewissermaßen als Nachwirkung kommt dann die Abstoßung größerer Gewebepartien zustande und schließlich die Wundstelle, wie sie 1916 war und im Bilde Fig. 1, Taf. IV, vorliegt. Das Aussehen der kranken Partie 1915, die in dem Falle nicht beobachtet wurde, kann man sich aus Fig. 7, Taf. II, versinnbildlichen, die den Ort der erst ausgemerzten Mistel, in dem auf das Absterben folgenden Jahre zeigt. Diese Ausbreitung der Reaktion der Gewebe um die Mistelpflanzen habe ich vorhergehend auch als Nachwirkung bezeichnet, sie scheint mir aber anderer Natur zu sein, als die Nachwirkungen auf das Gift der Mistelkeime bei Birnrassen, die gegen solches empfindlich sind. Es ist ziemlich klar, daß an dem Baume mit den 2 Mistelpflanzen alle Gewebe im Bezirk, den die Mistelpflanzen eingenommen hatten, abstarben. Aber trotz der großen Wundfläche, der größten, die überhaupt beobachtet wurde, sind an diesem Baume alle übrigen Nachwirkungserscheinungen ausgeblieben. So 1915, daher er in diesem Jahre getrost einer zweiten Infektion unterzogen werden konnte, so auch 1916. Wie schon vorher erwähnt, ist das Ergebnis dieser zweiten Infektion noch nicht erreicht.[1] Immerhin steht fest, daß bisher keine Reaktionen eingetreten sind und, was ziemlich befremdet gegenüber den Versuchen mit andern Birnbäumen, daß ein relativ beträchtlicher Teil der Mistelkeime im 2. Jahre noch im guten Zustande erhalten erscheint. Dieser Mangel von Nachwirkungserscheinungen an dem Baume mit der großen Wundstelle scheint mir einigermaßen gegen die Annahme zu sprechen, daß die Nachwirkungen auf Zersetzungsvorgänge zurückzuführen sind, die von den Wundstellen ausgehen. Die Möglichkeit, daß die Nachwirkungen eine Folge andauernder Wirkung des Mistelgiftes seien, das auch in neu getriebene Sprosse geleitet werden kann, scheint nicht ausgeschlossen zu sein.

Zusammenfassung.

1. Die schon von Laurent beschriebenen Giftwirkungen von Mistelsamen und Mistelkeimen auf Birnbäume werden durch erweiterte Versuche bestätigt.

2. Die Art der verwendeten Mistelsamen — Apfel-, Linden-, Birn- oder Pappelmistel — ist ohne Bedeutung. Das Ausbleiben von Giftwirkungen, die Äußerung solcher in geringem oder beträchtlichem Maße ist einzig von der jeweiligen Birnbaumrasse oder dem verwendeten Individuum abhängig.

3. Unterschieden werden echt immune (natürlich immune), unecht immune und nicht immune Birnbäume (Rassen, eventuell Individuen). Die echt immunen bringen, ohne daß irgendwelche Erkrankungsprozesse auftreten, die Mistelkeime zum Absterben.

Unecht immun, oder durch falsche Immunität ausgezeichnet, werden jene Rassen genannt, die infolge starker Giftwirkung einen Krankheitsprozeß durchmachen, der allerdings auch das Nichtaufkommen der Misteln zur Folge hat. Der unverkennbare Krankheitsprozeß läßt aber die Bezeichnung immun, die Laurent hier angewendet hat, wohl nicht als berechtigt erscheinen.

Nicht immun sind solche Birnbäume, auf denen Mistelkeime zu Pflanzen erwachsen können, ohne daß, wenigstens zunächst, Giftwirkungen zutage treten.

[1] Vgl. den Nachtrag.

4. Eine Folge sowohl der echten (natürlichen) als auch der unechten Immunität ist das seltene Aufkommen von Misteln auf den Birnbäumen. In einer mit 8 Birnbäumen verschiedener Rassen durchgeführten Versuchsreihe, in der 300 ausgelegte Mistelsamen über 400 Keimlinge ergaben, vermochte kein einziger Keimling sich zur Pflanze zu entwickeln. Als Gegenstück wird hervorgehoben, daß aus 90 auf 3 Apfelbäumchen ausgelegten Samen 95 Mistelpflanzen erwuchsen.

5. Das Absterben und Ausmerzen der Mistelkeime erfolgt auf den echt und unecht immunen Birnbäumen auffallend rasch. Zum Vergleich werden gleichzeitige Aussaaten auf Rotbuchen herangezogen, auf welcher Baumart das Vorkommen der Mistel noch fraglich erscheint, die künstliche Aufzucht ebenfalls nicht gelingt, auf denen jedoch die Mistelkeime erst spät eingehen.

6. In einer Versuchsreihe gelang es, aus 320 auf Birnbäumen ausgelegten Mistelsamen 3 Mistelpflanzen zu erziehen. Eine auf einem älteren Baume, 2 auf einem jungen Bäumchen, das nur mit 10 Samen belegt worden war.

7. Auf diesen Birnbäumen wurden durch die Mistelkeime keine Giftwirkungen hervorgerufen, doch hat der Birnbaum mit den 2 Misteln diese nach einigen Jahren unter Erscheinungen und Vorgängen zum Absterben gebracht, die bei unecht immunen Rassen schon den Keimlingen gegenüber Anwendung finden.

8. Da auch alte Mistelbüsche auf Birnbäumen gefunden werden, dürften auch Rassen bestehen, die keine Abwehr gegen die Misteln zu vollführen vermögen.

9. Zur Erklärung der mannigfachen geschilderten Verhältnisse wird auf das vermutliche Wirken von Toxinen und Antitoxinen hingewiesen. Natürlich immune Rassen wären befähigt, Antigene und Antikörper rasch zu bilden, das Misteltoxin führe daher nicht zu einer äußerlich wahrnehmbaren Wirkung. Unecht immune werden durch das Mistelgift stärker geschädigt — Reaktionen werden deutlich erkennbar, die Antikörperbildung erfolgt langsamer. Trotz starker Schädigung und oft jahrelanger Nachwirkung der Infektion wird aber an solchen Bäumen doch das Aufkommen der Misteln verhindert.

Auch bei den nicht immunen Rassen begegnen uns Abstufungen. Einerseits: die erste Entwicklung der Mistelpflanze wird nicht verhindert, — doch nach einigen Jahren erfolgt ihre Ausmerzung (man könnte das durch eine sehr verspätet eintretende Antitoxinbildung erklären); andrerseits: es scheint keine toxische Wirkung der Mistel zur Geltung zu kommen, daher auch keine Antitoxinbildung; die Mistelpflanzen erreichen ein beträchtliches Alter.

10. Eine Stütze finden obige Annahmen durch die festgestellte Tatsache, daß Birnbäume, die auf eine erste Infektion mit Mistelkeimen sehr stark reagierten und einen längeren Krankheitszustand durchmachten, auf eine zweite (in einem Falle dritte) gar nicht reagierten oder in geringster Weise und streng örtlich, auf die unter der Haftscheibe des Mistelkeimes befindliche Stelle beschränkt. Eine Schädigung oder ein Erkranken war nicht zu bemerken, die Parasitenkeime starben rasch ab. Der Eindruck ist der, die Bäume seien durch die erste Infektion gegen das Mistelgift — natürlich auch gegen Mistelbefall — immunisiert (aktiv immunisiert) worden.

11. Die von Laurent mitgeteilten, an den durch das Mistelgift geschädigten Birnbäumen nachgewiesenen anatomischen Befunde werden im allgemeinen bestätigt. Die abgetöteten Rinden- und Holzteile sind von braunen Massen erfüllt, die wohl durch Umsetzung von Stärke, die in den lebenden Elementen vorhanden war, entstanden und aus Gerbstoffen und Derivaten solcher bestehen. Das Absterben dieser Gewebe scheint oft rasch zu erfolgen, da man Abwehrmaßnahmen zunächst vielfach vermißt: Kork in der Rinde, Verstopfung der Gefäße mit Gummi im Holz.

12. Die Ausfüllung der Gefäße mit Gummi ist eine Abwehrmaßregel, die den Abschluß des getöteten Holzes vom lebenden anstrebt, daher sehr kennzeichnend für solche Grenzen ist. Das getötete

Holz ist also nicht, wie Laurent annahm, allgemein durch Verstopfung der Gefäße ausgezeichnet: primär erfolgt Tötung von Holzpartien, sekundär, in der Abgrenzung derselben, Verstopfung der Gefäße mit Gummi. Allerdings stirbt später auch dieses Holz ab.

13. Es werden auch Wirkungen besprochen, die durch den Mistelsamen oder Mistelkeime an anderen Pflanzen ausgelöst werden und vielleicht auf Giftwirkungen beruhen. *a)* Das Nichtkeimen sonst rasch und willig keimender Pflanzensamen bei Auslage auf den Schleim der Mistelbeeren. *b)* Das Entstehen pustelartiger Korkwucherungen an den Flachsprossen von *Opuntia parvula* unter ausgelegten und keimenden Mistelsamen. *c)* Das Eintrocknen von Knospen oder die Entfaltung kümmerlicher Triebe an der Hasel, wenn Mistelsamen ober oder neben Knospen ausgelegt werden. *d)* Gallenähnliche Hypertrophien, die bei vielen Pflanzen unterhalb sich entwickelnder Mistelkeime und -pflänzchen entstehen und in einzelnen Fällen auch die weitere Vegetation der Mistelpflanzen begleiten.

14. Die gallenartigen Hypertrophien können zumeist eine lange Lebensdauer haben, doch wird ein Fall beschrieben, in welchem frühzeitig Absterben des Holzes in der Umgebung des primären Senkers der Mistel (unter ähnlichen Erscheinungen wie bei den Birnbäumen) eintritt und dann der Parasit, meist auch die Galle, abstirbt.

15. Es wird zugegeben, daß manche der Deutungen hypothetisch sind und weiterer Aufklärung bedürfen. So, ob die Annahme von Toxinen, Antitoxinen, der Immunisierung usw. genügende Berechtigung hat. Für die Erscheinungen, die unter 13 erwähnt werden (besonders *a*, auch *b* und *c*), wird darauf hingewiesen, daß sie vielleicht einer anderen einfacheren Deutung zugänglich sind und nicht auf Giftwirkung beruhen.

Nachtrag.[1]

Ich bin nunmehr in der Lage, über das Ergebnis des Versuches III [Abschn. VI: Weitere Versuche zur Immunisierungsfrage) sicher zu urteilen und auch das Ergebnis eines im Frühjahre 1916 neu eingeleiteten mitzuteilen.

Zu Versuch III. Bei der am 24. August 1916 vorgenommenen Untersuchung fanden sich am Aste I alle 10 Samen vor, jedoch nur 8 mit noch lebenden Keimen. Von den 2-embryonigen Samen lebten entweder beide Keime oder war der eine lebend, der andere abgestorben. Von sämtlichen 15 Keimen der 10 Samen lebten 9, 6 waren tot. Das Aussehen der lebenden Keime ist so beschaffen, daß ich auf Grund meiner Erfahrungen sagen kann, daß vielleicht alle 9, gewiß aber die Mehrzahl, zu Pflanzen sich entwickeln werden. Dafür spricht, daß mehrfach leichte hypertrophische Anschwellung des Birnastes unter der Haftscheibe der Keimlinge zu beobachten ist und noch mehr, daß sich die Hypokotyle einzelner Keime mit dem plumularen Ende schon aufrichten. Auf dem Aste II konnten nur mehr 7 Samen mit 8 lebenden und 5 toten Keimen nachgewiesen werden. Von dem Aussehen der lebenden Keime gilt das gleiche, was bei Ast I gesagt wurde. Die Richtigkeit des oben gegebenen Urteils wird dadurch bestätigt, daß an diesem Aste ein Keimling bereits das erste Blattpaar entfaltet hat. Der Versuch ergibt also: 1. Der Birnbaum, der, als junges Bäumchen mit 10 Mistelsamen belegt, 2 Mistelpflanzen aufkommen ließ, sie aber nach einigen Jahren abstieß, erweist sich durch diesen ersten Mistelbefall als nicht immunisiert. Die zweite Aussaat, zu welcher 20 Samen verwendet wurden, wird nicht nur 4 Pflanzen (was prozentuell dem Ergebnis der ersten entspräche), sondern wahrscheinlich beträchtlich mehr ergeben. 2. Vermutlich ist damit eine für den Mistelbefall nichtimmune Birnrasse nachgewiesen. Das wird allerdings erst durch weitere Versuche zu bestätigen sein, da immerhin auch eine individuelle

[1] Gelegentlich der Korrektur, Ende August 1916.

Eigenheit des Baumes vorliegen könnte. Erweist sich die Eignung zum Befall durch die Mistel als Rasseneigentümlichkeit, so fände damit die da und dort zu findende Angabe über die Häufigkeit von Birnmisteln eine Erklärung. Der Versuchsbirnbaum ist jedenfalls eine Edelbirne. Da er in diesem Jahre auch 5 Früchte trägt, wird die Sorte durch einen Pomologen bestimmt werden können. Es könnte sein, daß eine solche Rasse in Gegenden, wo für sie günstige Lagen vorhanden sind, in größeren Mengen gezogen werden. An solchen Örtlichkeiten wäre erklärlicherweise das Mistelvorkommen ein häufigeres.

Bemerkt sei noch, daß während der genaueren und wiederholten Prüfung im Laufe des heurigen Jahres stärkere Reaktionen des Birnbaumes gegenüber den Mistelkeimen nicht beobachtet wurden. Geringe hypertrophische Schwellungen unter einzelnen Keimen wurden schon erwähnt. Gesehen wurden, und zwar besonders unter den Haftscheiben der abgestorbenen Keimlinge, jene geringen Reaktionen, die bei immunen und immunisierten Bäumen häufig beobachtet wurden und die durch die Bilder, Fig. 8, Taf. I, und Fig. 3, Taf. III, zur Darstellung gelangten.[1]

Die 1916 durchgeführten Versuche.

Im Frühjahre faßte ich den Entschluß, alle jene Birnbaumsorten, die sich in der im Abschnitte III mitgeteilten Versuchsreihe bei der ersten Infektion gegen das Mistelgift als hochgradig empfindlich und als dauernd geschädigt erwiesen hatten, neuerlich mit Mistelsamen zu belegen. Mit Ausnahme der Wildbirne, die in dieser Hinsicht schon geprüft worden war und auf die zweite Infektion keinerlei Reaktion gezeigt hatte, waren es also die folgenden Bäume: 1. Der Speckbirnbaum, der teilweise auch auf die zweite Infektion noch reagiert hatte, 2. die Sorte »Gute Luise von Avranches«, 3. Diel's Butterbirne, 4. die »Gute, graue«.

Gegenüber meinen früheren Versuchen war die Abweichung vorhanden, daß bei den diesjährigen das Belegen mit den Mistelsamen erst im Frühjahr erfolgte, während es bei jenen im Spätherbst geschehen war. Wie aus dem auf p. 1 [501] Mitgeteilten ersichtlich, hat Laurent seine Versuche ebenfalls im Frühjahre eingeleitet. Das Auslegen der Mistelkeime auf die genannten Bäume erfolgte am 29. März. Verwendet wurden die Samen einer auf *Crataegus Oxyacantha* gewachsenen Mistel. Die Embryonen waren schon in den Beeren etwas ausgekeimt; es hat dies aber nicht verhindert, daß sich späterhin alle mit ihren Haftscheiben in richtiger Weise an den ausgelegten Zweigen befestigten. Genaue Untersuchungen der belegten Zweige erfolgten am 17. Mai, am 24. Juli und am 24. August. Bei der letzten Untersuchung konnte auf Grund der durch die früheren Versuche von mir gewonnenen Erfahrung schon abschließend geurteilt werden.

Ich bespreche nun den Versuch und seinen Verlauf an den einzelnen Birnbaumsorten:

I. Der Speckbirnbaum. Es ist daran zu erinnern, daß dieser durch das erste Belegen mit Mistelsamen (1911) sehr stark gelitten hatte und dauernd geschädigt erschien (vgl. darüber p. 5 [505]. Er wurde dann im Herbste 1914 einer zweiten Infektion an drei Ästen unterzogen, über deren Verlauf auf p. 17, 18 [517, 518] berichtet wurde. An dem einen Aste erfolgten noch sehr starke Reaktionen, infolge welcher er sicher abgestorben wäre; zwei andere Äste ergaben keine deutlichen Folgen der Infektion und blieben erhalten. Einer dieser Äste, der 1914 mit 5 Samen belegt worden war, wurde nun zur dritten Infektion gewählt. Der Ast zeigte sich 1916 besonders gekräftigt und war zum Gipfeltrieb des Baumes geworden (der eigentliche Hauptsproß war der ersten Infektion erlegen). In dem unteren Teil waren einige abgestorbene Knospen vorhanden, der vorjährige Zuwachs, der allein mit Mistelsamen belegt wurde, war völlig gesund. An dem Gipfeltrieb wurden 5 Samen neben austreibenden Knospen angelegt, 3 Samen kamen auf einen schwachen Seitenast desselben.

Bei der ersten und zweiten Revision wurden 7 der ausgelegten Samen vorgefunden, und zwar wurden bei der ersten noch keine, bei der zweiten unbedeutende örtliche Reaktionen unter den Haftscheiben ein-

[1] Solche Reaktionen dürften wohl auch gelegentlich der ersten Aussaat aufgetreten, wegen ihrer Geringfügigkeit aber der Beachtung entgangen sein; dies umsomehr, als bei der ersten Infektion noch kein Anlaß geboten war, sie zu berücksichtigen.

zelner Hypokotyle festgestellt; einzelne Embryonen waren schon abgestorben. Aus dem Tagebuche sei der Vermerk wiedergegeben: »Am Seitenast sitzt ein Keim knapp oberhalb des ausgetriebenen, gestauchten Zweigleins nächster Ordnung; dieses erscheint völlig gesund.« Am 24./VIII. wurden am Hauptaste und auf seinem Seitenaste nur mehr je 2 Samen vorgefunden. 1 Same hatte 2 Embryonen, die schon abgestorben waren, die übrigen Samen je einen Keimling, der noch lebte, aber baldiges Eingehen voraussehen ließ. Von Reaktionen auf das Mistelgift waren nur Spuren vorhanden. Bei der dritten Infektion erweist sich also auch dieser Speckbirnbaum immun und es gewinnt die Anschauung an Wahrscheinlichkeit, daß die starken Reaktionen, die einer der belegten Zweige bei der zweiten Infektion gezeigt hatte, zum wesentlichen Teil noch Nachwirkung der ersten Infektion waren.

II. Sorte »Gute Luise von Avranches«. Wie auf p. 6 [506] vermerkt, durch die erste Infektion (1911) stark geschädigt; Nachwirkungen im Herbste 1914 noch deutlich. 1916 sah das Bäumchen wesentlich gekräftigt aus. Ein durchaus gesunder aber schwächerer Trieb wurde mit 8 Samen neben austreibenden Knospen belegt, je ein Same wurde zwei schwächeren Ästchen dieses Triebes angeschmiert. Erste Revision: 9 von den 10 Samen vorhanden. Neben einem der Samen ist die Knospe abgestorben, unter der Haftscheibe des Keimlings ist eine schwache Reaktion erkennbar. 24./VII. 9 Samen nachgewiesen, Reaktionen kaum merklich vorhanden. 24./VIII. Nur 6 Samen nachweisbar, die Keime fast alle tot, Reaktionen sozusagen keine. Der Baum also bei der zweiten Infektion immun.

III. Diel's Butterbirnbaum. Über die starke Schädigung durch die erste Infektion ist auf p. 6 [506] berichtet. Im Frühling 1916 sah der Baum sehr erholt aus und hatte viele gesunde Triebe. Belegt wurden zwei Äste mit je 6 Mistelsamen, die zumeist am Grunde von Trieben oder austreibenden Knospen angebracht wurden. Bei der ersten Untersuchung wurden alle 12 Samen nachgewiesen, an einem Aste keine Reaktion, am andern eine abgestorbene Knospe und, sie umgebend, etwas Reaktion vorgefunden. Die zweite Revision ergab nur mehr 8 vorhandene Samen, Hypokotyle einzelner Keime schon abgestorben. Die vorher erwähnte örtliche Reaktion trat deutlicher hervor. Am 24./VIII. nur 3 Samen vorgefunden, von deren 6 Keimlingen 4 noch lebten. Reaktionen, außer der erwähnten, die abgestorbene Knospe umgebenden, keine. Auch dieser Baum erwies sich als nunmehr immun.

IV. Sorte »Gute, graue«. Dieser Birnbaum war wohl der durch die erste Infektion 1911 am stärksten geschädigte (vgl. p. 6 [506]). Er bot auch im Frühlinge 1916 das Bild der Verkümmerung und Verzwergung. Nur schwächliche Triebe mit vielfach abgestorbenen Knospen waren vorhanden, ebenso auch örtlich blasenartig sich abhebendes Periderm.

Ein relativ gesunder aber auch schwächlicher Trieb wurde mit 5 Samen belegt. Die erste Revision wies nur 4 derselben als noch vorhanden nach; diese fanden sich aber auch bei der dritten noch vor. Die Samen waren 1-embryonig; 3 Keimlinge waren, wenn auch schwächlich, doch noch lebend, der 4. tot. Nur unter der Haftscheibe des einen war eine geringe Reaktion wahrnehmbar. Trotz der Schwäche des Bäumchens und des infizierten Astes war also keine irgendwie stärkere Reaktion auf das Mistelgift bei der zweiten Infektion zutage getreten, auch dieser Baum und somit alle neuerdings infizierten, erwiesen sich als nunmehr immun, das heißt als durch das Überstehen der ersten (bei der Speckbirne zweiten) Infektion immunisiert.

Gerade die Widerstandsfähigkeit dieses geschwächten Bäumchens, sowie die Tatsache, daß bei allen diesen Versuchen nur junge einjährige Triebe belegt worden waren, die Reaktionen sich aber auf das Eingehen zweier Knospen und geringe Spuren unter einzelnen Haftscheiben beschränkten, scheinen dafür zu sprechen, daß diese Bäume durch die erste Erkrankung als Folge des Mistelgiftes nunmehr Resistenz gegen solches erlangt haben. Welken des Laubes und Absterben der Sprosse, die Laurent bei gleichartig durchgeführten Versuchen (erste Infektion! vgl. p. 2 [502]) als Reakt on erhielt, trat in keinem Falle ein, obschon alle diese Birnsorten sich gegenüber der ersten Infektion als hochgradig empfindlich erwiesen hatten.

Inhalt.

Seite

I. Geschichtliche Einleitung . . . . . 1 [501]

II. Die ersten eigenen Beobachtungen . . . . . 3 [503]

III. Besondere Versuche über die Giftwirkung der Mistelsamen auf Birnbäume . . . . . 4 [504]

IV. Schwierigkeit des Aufziehens von Mistelpflanzen auf Birnbäumen. Seltenheit von Birnmisteln. Angaben über ihr häufiges Vorkommen in bestimmten Gegenden. Gegen das Mistelgift und gegen Mistelbefall unecht immune, echt (natürlich) immune und nicht immune Birnrassen . . . . . 7 [507]

V. Unecht immune Bäume erlangen durch das Überstehen einer ersten Infektion Immunität, werden aktiv immunisiert . . . . . 13 [513]

VI. Weitere Versuche zur Immunisierungsfrage . . . . . 16 [516]

VII. Einiges über die anatomischen Verhältnisse in den durch das Mistelgift geschädigten Birnbäumen . . . . 20 [520]

VIII. Durch Mistelkeime veranlaßte Reaktionen, die an anderen Pflanzen beobachtet wurden und vielleicht ebenfalls als Giftwirkungen aufgefaßt werden können . . . . . 22 [522]

IX. Schlußbemerkungen . . . . . 27 [527]

X. Zusammenfassung . . . . . 29 [529]

Nachtrag . . . . . 31 [531]

Tafelerklärungen.

Tafel I.

Tafel I.

Fig. 1. Unterster Teil eines Birnbäumchens, das im Herbste 1910 mit Mistelsamen belegt worden und infolge dessen im Frühjahr 1911 bis weit hinab abgestorben war. An der Spitze der Rest des abgestorbenen Stämmchens; im unteren Teil schorfige Stellen an den Orten, wo Mistelkeime saßen. Links ein gesunder Seitentrieb, der 1911 entstand. Aufgenommen 28. V. 1912.

2. Ein Stück des in Fig. 1 gegebenen Stämmchens in nat. Größe, um den Charakter der schorfig-krebsigen Stellen zur Anschauung zu bringen. Rechts unten im Profil ein abgestorbener Mistelkeim, in der Mitte zwei aus einem Samen entsprungene Keime erkennbar.

3. Stamm eines Wildbirnenbaumes, der Herbst 1911 mit Mistelsamen belegt wurde. Die Seitenzweige der mittleren Partie starben ab, unterhalb und oberhalb sind hingegen austreibende sichtbar. Aufgenommen 9. IV. 1913.

4. Stamm eines Speckbirnbaumes, zu gleicher Zeit mit Mistelsamen belegt und aufgenommen wie der in Fig. 3 dargestellte. Starke Schädigung durch das Mistelgift; der Gipfel starb ganz ab (im Bilde nur ein Rest desselben vorhanden), ebenso zahlreiche Seitentriebe.

» 5. Stamm eines zweiten Speckbirnbaumes (Infektion und Aufnahme wie beim ersten), der nur wenig auf das Mistelgift reagierte. Der Haupttrieb blieb erhalten und hat sich kräftig entwickelt, nur örtlich waren deutliche Reaktionen auf die ausgelegten Mistelsamen nachweisbar.

6. Die örtlichen Reaktionen an dem Stamme des in Fig. 5 abgebildeten Speckbirnbaumes, gezeichnet unter Benützung des Objektes und einer photographischen Aufnahme im April 1913. Ungef. $^2/_3$ nat. Gr. An beiden schildartig umgrenzten geschädigten Stellen (*a, b*) sind die abgestorbenen Mistelkeime noch vorhanden.

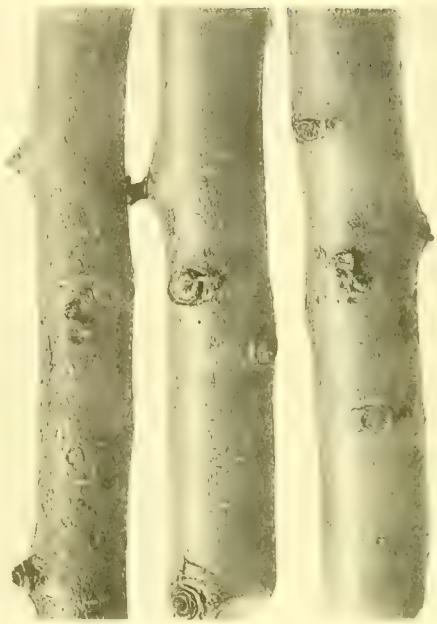
7. Mistelkeim auf einem Birnbaumaste in natürlicher Größe. Aussaat Februar 1908, aufgenommen 10. V. 1911. Die Aufnahme erfolgte, weil dieser Keimling den Anschein erweckt, als stünde er im Begriff, die Kotyledonen zu entfalten; doch ist es das erste Laubblätterpaar, dessen Spitzen ausnahmsweise noch im Samenrest stecken.

» 8. Stücke eines Astes vom gleichen Birnbaum wie Fig. 1 u. 2. Gesunde Triebe, die der kranke Stumpf entwickelte, wurden im Herbste 1912 abermals mit Mistelsamen belegt. Darauf erfolgten keine oder nur minimale Reaktionen, wie solche in der Mitte der aufgenommenen Aststücke erkennbar sind. Am mittleren der Rest eines eingetrockneten Samens und zweier eingetrockneter Keime. Nat. Gr.

» 9. Ast eines Apfelbaumes mit ungewöhnlich starker, gallenähnlicher Hypertrophie unter dem sich entwickelnden Mistelpflänzchen; die im Bilde nicht enthaltene Fortsetzung des Triebes nach oben war infolge des Belegens mit Mistelsamen abgestorben. Aussaat Herbst 1910. Aufnahme September 1912, nat. Gr.

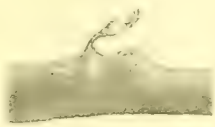
1

2



8

9



7

3

4

5

6

Dr. R. Seeger phot.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel II.

Tafel II.

Fig. 1. Birnmistel auf Birnbaum. Aussaat 12. Februar 1908, Keimung 1908, aufgenommen 10. III. 1911, nat. Gr.

» 2. Birnmistel auf Apfelbaum. Das Übrige wie bei Fig. 1,

» 3. Die gleiche Mistelpflanze wie in Fig. 1, aufgenommen am 10. IV. 1913. Man beachte die um die Pflanze erkennbare Umgrenzung am Wirtstamme.

» 4. Unten die gleiche Mistelpflanze wie in Fig. 2, aufgenommen nahezu gleichzeitig wie Fig. 3 (3. IV. 1913).

» 5. Die gleiche Mistelpflanze wie in Fig. 1 und 3, im Absterben; aufgenommen Mai 1914. Die in Fig. 3 nur schwach hervortretenden Alterationen am Wirte sehr verstärkt und merkbar vorschreitend.

6. Birnmistel auf dem gleichen Birnbaum und von gleichzeitiger Aussaat wie die in Fig. 1. Merkbare Hypertrophie des Nährzweiges; primärer Vegetationspunkt des Mistelkeimes zu Grunde gegangen. Hervorbrechen von Adventivknospen. Aufgenommen Mai 1913, nat. Größe.

» 7. Die in Fig. 6 im Adventivknospenstadium abgebildete Mistel erwuchs zu einer Pflanze, die aber schon 1913 unter ähnlichen Erscheinungen abstarb wie die gleichalterige Pflanze 1914. Die Aufnahme zeigt die 1914 vorhandenen Alterationen an der Oberfläche des tragenden Astes, rechts ragt noch ein Stumpf der Mistelpflanze vor. Aufgenommen Mai 1914, nat. Gr.

8. Gipfel eines am 15. XI. 1911 mit Mistelsamen belegten Birnbaumes der Sorte »gute, graue«, aufgenommen am 9. IV. 1913. Der Gipfeltrieb des Hauptstammes sowie eines starken Seitenzweiges (der nicht so deutlich erscheint) starben infolge des Mistelgiftes ab. (Auf sie weisen Pfeile hin.)

9. Teil eines mit 13 Mistelsamen im Herbste 1912 belegten Triebes von *Corylus Avellana*, aufgenommen Mitte Mai 1913. Eine Knospe, ober der ein Mistelsame klebt, hat gar nicht ausgetrieben; eine zweite unter der ersten hat nur einen kümmerlichen Trieb entfaltet, der späterhin (Juni) einging. Auch neben diesem Trieb ein Mistelkeim haftend.

4

3

9

2

1

7

5

8

6

Dr. R. Seeger phot.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel III.

Tafel III.

Fig. 1. Wildbirnbaum, dessen Gipfel infolge Nachwirkung der ersten Infektion (XII. 1911) mit Mistelsamen 1914 abstarb. Aufgenommen Oktober 1914. Es ist der gleiche Baum, von dem Fig 3, Taf. I, ein Stück der Hauptachse bringt. Die ganze, oberhalb der gesunden Austriebe im unteren Teil der Fig. 3 befindliche Hauptachse mit allen ihren Zweigen verdorrte.

» 2. Zwei Speckbirnbäume anfänglich gleicher Stärke, die im Herbste 1911 mit Mistelsamen belegt wurden. Der eine sehr stark geschädigt (vgl. auch Fig. 4, Taf. II) mit dauernder Nachwirkung der Infektion; der andere ist kräftig emporgewachsen und hatte nur örtliche Reaktionen gezeigt (vgl. Fig. 5 u. 6, Taf. II), die später ausheilten. Aufgenommen 6. IV. 1915.

3. Aststück jenes Birnbaumes, der auf die erste Infektion mit Mistelsamen sehr stark reagiert hatte (vgl. Fig. 1 u. 2, Taf. I), auf die zweite nur sehr gering, unter einigen Haftscheiben der Mistelhypokotyle (vgl. Fig. 8, Taf. I), und in gleicher Weise, eher noch weniger, auf eine dritte, die im Herbste 1913 erfolgte. Gezeichnet nach der Natur in natürlicher Größe am 26. September 1914. Die Reste eines Samens mit zwei abgestorbenen Keimen haften noch fest. Unter der Haftscheibe des linken eine minimale Reaktion erkennbar.

4. Aststück eines Speckbirnbaumes, der am 11. XI. 1914 zum zweitenmal mit Mistelsamen belegt worden war und an diesem Aste sehr starke Wirkungen der Infektion erkennen ließ. Die kranke Strecke zeigt sich abhebende Peridermlamellen; im oberen Drittel haftet ein Same mit noch lebenden 2 Keimen an. Aufgenommen 29. V. 1915, nat. Gr.

» 5. Teil eines Querschnittes durch den Ast, von dem Fig. 4 stammt, abgestorbenes Holz und ebensolche Rinde enthaltend. Die Zellen der Rinde und die lebenden Elemente des Holzes alle von bräunlich schwarzem Inhalt erfüllt. Vergr. 210 : 1.

» 6. Ein anderer Querschnitt durch den gleichen Ast wie in Fig. 5. Mark und anstoßendes Holz. Vergr. 140 : 1.

» 7. Querschnitt aus dem untersten Abschnitt des gleichen Sprosses. Abgestorbene Rinde ist beim Schneiden ausgefallen unter ihr lag, keilartig bis zum Marke vorspringend, verfärbtes Holz. Vergr. 3 : 1.

» 8. Teil eines gleichen Schnittes wie in Fig. 7, gefärbt mit Gentianaviolett. Das Bild bringt wesentlich den Keil des verfärbten Holzes der Fig. 3, stärker vergrößert (40 : 1), zur Anschauung. Deutlich tritt eine Zone hervor, die das verfärbte abgestorbene Holz von dem gesunden scheidet. Die Gefäße dieser Zone sind von Gummipfropfen erfüllt, die den Farbstoff besonders stark aufnahmen.

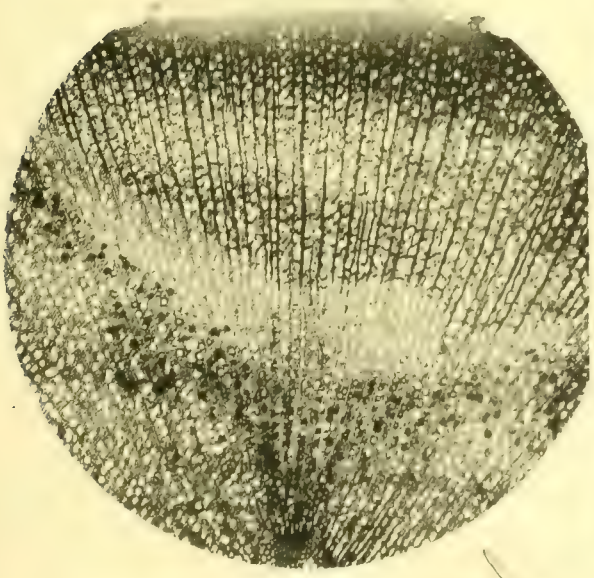
» 9. Sproßstück eines Apfelbaumes mit Hypertrophie unter einer aufsitzenden Mistel. Dasselbe Objekt liegt in Fig. 9, Taf. I (aufgenommen 20. IX, 1912) in nat. Gr. vor, während die zweite Aufnahme vom 4. IV. 1914 es verkleinert wiedergibt. Der Sproß starb basalwärts bis nahe an die gallenähnliche Hypertrophie ab.

1

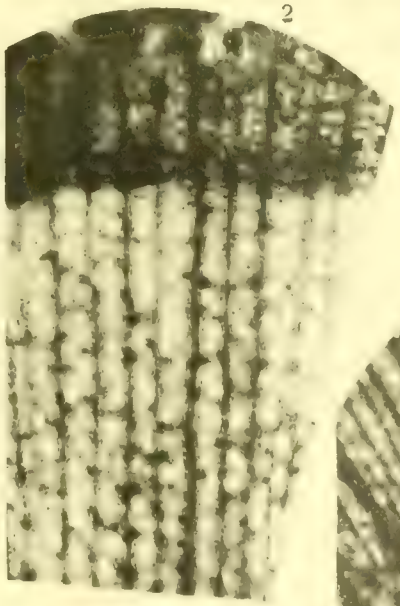
2

3

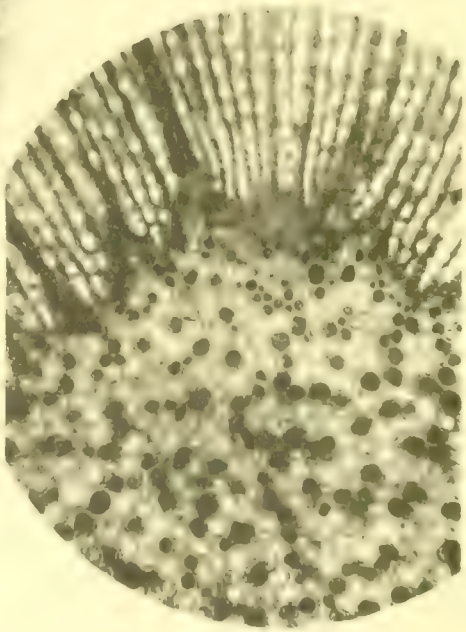
4



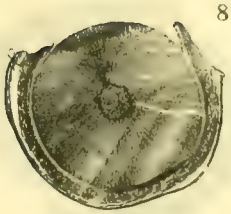
8



5



6



7

9

Prof. Ad. Wagner und Dr. R. Seeger phot. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel IV.

Tafel IV.

Fig. 1. Teil des Hauptstammes eines Birnbaumes, die Stelle zeigend, an der 1914 eine Mistelpflanze abstarb, worauf diese sowie Gewebe des Baumes abgeworfen wurden. Aufgenommen 9. IV. 1916, ungef. $^1/_2$ nat. Gr.

» 2. Querschnitt durch eine der krebsigen Stellen des in den Figuren 1 und 2 der Taf. I abgebildeten Astes. Das abgetötete Holz dunkel verfärbt, die Rinde darüber ganz verfallen. Die Aufnahme bringt die Schnittfläche des Astes zur Anschauung, nicht die eines dünneren Schnittes. 2 : 1.

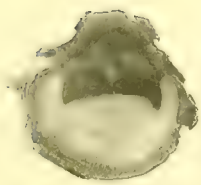
» 3. Aststück eines Apfelbaumes mit zwei aus einem Samen hervorgegangenen Mistelpflanzen. (Aussaat Herbst 1910, Aufnahme 4. IV. 1914.) Starke Hypertrophie, die zu einer bandartigen Verflachung des betreffenden Aststückes geführt hat.

» 4. Ein anderes Aststück eines Apfelbaumes mit 3 aus einem Samen entsprossenen Mistelpflanzen. (Aussaat und Aufnahme wie bei Fig. 3.) Starke Hypertrophie.

» 5. Aststücke von *Fraxinus pubescens*, mit gallenähnlichen Hypertrophien an den Orten, wo sich Mistelpflänzchen entwickelt hatten, bald aber abstarben. Der Ast rechts überhaupt abgestorben, der linke bis nahe zur Galle hin. (Aussaat Dez. 1911, aufgenommen 8. IV. 1916, etwas unter nat. Gr.)

1

5



2

4

3

Prof. Ad. Wagner und Dr. R. Sceger phot. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

ÜBER DIE VASKULARISATION DER HAUT DES SCHÄDELDACHES MENSCHLICHER EMBRYONEN

VON

FERDINAND HOCHSTETTER

W. M. K. AKAD.

MIT 2 TAFELN UND 5 TEXTFIGUREN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 11. MAI 1916.

Wenn man das Glück hat, menschliche Embryonen von etwa 25 bis 26 *mm* Steiß-Scheitellänge in dem noch unverletzten, aus irgend einem Grunde total extirpierten Uterus zu erhalten, und wenn es gelingt, Uterus und Embryonalhüllen so zu eröffnen, daß sich der Embryo nicht ausbluten kann, so ist man ganz regelmäßig in der Lage, an den Köpfen solcher Embryonen, eine durch die Füllung der Blutgefäße der Haut des Schädels bedingte, blutig gefärbte Linie zu beobachten, wie sie die nach photographischen Aufnahmen eines Embryo (E. 9.) von 25·80 *mm* Steiß-Scheitellänge hergestellten Fig. 1 bis 3 auf Taf. I zeigen. Diese Linie beginnt in der Mitte der Stirne in einiger Entfernung über der Nasenwurzel (Fig. 1), wo sie mit der gleichen Linie der anderen Körperseite, gewöhnlich unter einem spitzen Winkel zusammenstößt,[1] und zieht im Bogen von der Medianebene sich entfernend, über die Vorder- und Seitenfläche der Stirngegend in der Richtung gegen die Seitenfläche der Scheitelgegend. Indem sie diese erreicht hat, zeigt sie (Fig. 2) eine leichte stumpfwinkelige Abknickung, wobei die Öffnung des Winkels den sie bildet, median und scheitelwärts gerichtet ist, während der Punkt, der der Spitze des Winkels entspricht, jene Stelle bezeichnet, an welcher sich die Linie am weitesten von der Medianebene entfernt. Von da aus zieht dann die Linie wieder in sanftem Bogen weiter dorsalwärts, um schließlich ungefähr an der Stelle die Medianebene zu erreichen, unter welcher die caudale, blindsackartige Ausladung des Mittelhirnes endigt. — Hier (Fig. 3) stößt sie wieder unter spitzem Winkel mit der gleichen Linie der Gegenseite zusammen.

Bei genauerer Betrachtung erkennt man, daß die Linie keineswegs ganz glatt und gleichmäßig gestaltet ist. Man sieht vielmehr, besonders an ihren dorsalen Teilen (Fig. 3) deutlich, ganz kleine,

[1] Bei E. 9 ist die Linie der rechten Seite nicht ganz so gekrümmt wie die der linken und so ist der Winkel, unter dem die beiden Linien an der Stirne zusammentreffen, bei diesem Embryo annähernd ein rechter.

manchmal spitzbogenförmig erscheinende, arkadenförmige Vorwölbungen gegen das von ihr begrenzte mediane Gebiet der Schädeldachhaut hervortreten, die ihr ein gezähneltes Aussehen verleihen. Untersucht man weiter die hals und nackenwärts von unserer Linie gelegenen Oberflächenteile des Kopfes mit Zuhilfenahme einer mäßig stark vergrößernden Lupe, so sieht man zahlreiche von der Gegend des Schädelgrundes aus gegen die Linie zu aufsteigende, dendritisch sich ramifizierende Blutgefäße, deren Zweigchen vielfach untereinander Verbindungen eingehen und erkennt, daß die Linie dadurch gebildet wird, daß die scheitelwärts gerichteten Endzweigchen dieser Gefäße, durch in der Regel leicht erweiterte, arkadenförmige Anastomosen untereinander in Verbindung gebracht sind. Das Bild, welches man auf diese Weise erhält, erinnert wenigstens einigermaßen an das Bild des Randes der Area vasculosa eines Vogelkeimes, die schon einen ziemlich großen Teil des Dottersackes umwachsen hat.

Der jüngste Embryo, (K. 2) bei dem ich die eben beschriebene Linie beobachten konnte, wies eine Scheitel-Steißlänge von 23·33 *mm* auf. Er war ziemlich stark gekrümmt und daher sicher etwas weiter entwickelt, als es sonst Embryonen der gleichen Länge sind. Die Linie war bei ihm lange nicht so deutlich zu sehen wie bei E. 9 und einigen anderen später noch untersuchten Embryonen, weil offenbar die Blutfüllung der Gefäße eine weniger ausgiebige war. Ich konnte aber an den nach diesem Embryo

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

hergestellten Photographien, an denen die Linie auch sichtbar ist, im Vergleiche mit solchen von E. 9 und anderen Embryonen feststellen, daß die Linie an der Seitenfläche des Kopfes noch nicht so hoch stand, wie bei älteren Embryonen (vgl. Textfig. 1).

Ähnliche Verhältnisse darbietend, wie bei E. 9 (Textfig. 2) fand ich die Linie bei Embryonen von 25·20 *mm* und 25·75 *mm* Steiß-Scheitellänge. Dagegen erschien bei einem Embryo von 27·70 *mm* Steiß-Scheitellänge (Ha. 15) (vgl. Textfig. 3) die Linie wesentlich weiter scheitelwärts vorgeschoben, wobei auch die spitzwinkeligen Vereinigungen der Linien der beiden Seiten in der Stirn und Hinterhauptsgegend nicht mehr dieselbe Stellung aufwiesen, wie bei E. 9. Auch sie waren scheitelwärts emporgerückt und der Winkel der Stirnvereinigung war etwas spitzer geworden, als bei jüngeren Objekten.

Ein noch etwas älterer Embryo, bei dem ich die Linie noch auffinden konnte (E. 1), hatte eine Steiß-Scheitellänge von 37·90 *mm*. Bei der Betrachtung seines Profiles, war allerdings von der Linie nichts mehr zu sehen. Wenn man aber auf die Scheitelgegend seines Kopfes blickte, sah man ein rautenförmiges, anscheinend gefäßloses Feld, wie es in nachstehender Textfig. 4 dargestellt ist, das seiner Form nach der Stirnfontanelle des Schädels eines Neugeborenen einigermaßen ähnlich sieht. Dieses viereckige Feld besitzt zwei kürzere hinterhauptwärts, und zwei längere stirnwärts konvergierende Begrenzungsränder, die nur ganz wenig gebogen erscheinen, also beinahe geradlinig verlaufen. Seine zwei lateral gerichteten, gleich gestalteten Ecken, sind stumpfwinkelig, während von den beiden nach vorne und nach rückwärts gerichteten spitzwinkeligen Ecken, die stirnwärts gerichtete wesentlich spitzer ist, als ihr Gegenüber. Auch ließ sich, von der Stirnecke ausgehend, ein deutlich blutig gefärbter linearer Streifen eine kurze Strecke weit nasenwurzelwärts verfolgen.

Unsere beiden Linien waren also bei diesem Embryo im Vergleiche mit dem nächst jüngeren (Ha. 15) wieder um ein gutes Stück weiter scheitelwärts emporgerückt und hatten sich in der Stirngegend anscheinend eine Strecke weit median vereinigt, was zur Folge hatte, daß der Stirnvereinigungswinkel der beiden Linien relativ weiter scheitelwärts emporgerückt war, als der gegen das Hinterhaupt zu gerichtete Winkel.

Noch etwas weiter scheitelwärts vorgeschoben erscheinen die beiden Linien bei einem Embryo (D. Z.) von 39·40 *mm* Steiß-Scheitellänge (vgl. Textfig. 5). Dabei zeigte das von ihnen begrenzte rautenförmige Feld nicht nur eine Verschmälerung in seinem queren, sondern auch eine leichte Verkürzung in seinem frontooccipitalen Durchmesser. Vor allem aber boten seine occipitalen Begrenzungsschenkel insoferne ein unregelmäßiges Aussehen, als sie medianwärts eingebogen erschienen, wobei die Einbiegung rechterseits wesentlich stärker war als links.

Ob diese bei D. Z. nachweisbaren Einbiegungen eine regelmäßige Erscheinung bei dem Vorschieben der beiden Linien in der Richtung gegen die Medianebene zu bedeuten oder nicht, vermag ich vorläufig nicht anzugeben. Nur das eine kann ich sicher sagen, daß in der Folge beide Linien, so wie das von ihnen begrenzte Feld, vollständig verschwinden. Schon bei einem Embryo von 40·60 *mm* Steiß-Scheitellänge (Ha. 12) konnte ich keine Spur mehr von ihnen nachweisen.

Als ich die eben beschriebenen Verhältnisse bei einem Embryo von 25·20 *mm* Steiß-Scheitellänge zum ersten Male beobachtet hatte, hielt ich den sich in so eigentümlicher und charakteristischer Weise

Fig. 4.

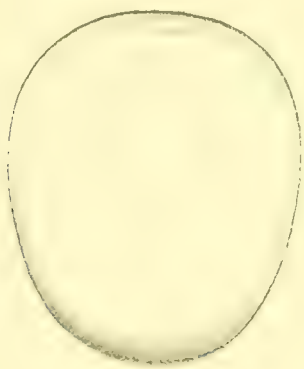


Fig. 5.

begrenzenden Gefäßbezirk für den der Schichte des häutigen Craniums angehörigen und glaubte sein Erscheinen als die Anzeige oder den Vorläufer für die beginnende Ossifikation des häutigen Craniums ansehen zu können. Die Untersuchung der Schnittserie durch den Kopf des in Betracht kommenden Embryo belehrte mich jedoch bald eines besseren. Die Gefäße, welche unsere so sehr auffallende Linie erzeugen, gehören der Haut an und verlaufen in der Subcutis, beziehungsweise in dem Zellager, aus dem sich später das subcutane Zellgewebe entwickelt. Die Lage oder der Stand der Linie aber zeigt uns an, wie weit jeweils die Vaskularisation der Haut scheitelwärts vorgeschritten ist.

Fig. 8 (Taf. II) zeigt einen Schnitt durch die Schichten der Schädelwölbung über einer Großhirnhemisphäre im Bereiche unserer Linie, eines Embryo von 25·20 *mm* Steiß-Scheitellänge (Peh. 4). Die Epidermis (E.) präsentiert sich an einem solchen Schnitte als aus zwei Lagen platter Epithelzellen gebildet, was nur bei Untersuchung mit starker Vergrößerung zu sehen ist. Unter ihr folgt ein Lager ziemlich gleichartig gestalteter embryonaler Bindegewebszellen (C.), deren Fortsätze untereinander in Verbindung tretend, in den verschiedensten Richtungen verlaufen. An vielen Stellen der Schädelwölbung liegen, so wie auch im Bereiche des Schnittes der Fig. 8 die unmittelbar an die Epidermis angeschlossenen Zellen etwas dichter bei einander, als die weiter in der Tiefe gelegenen, doch ist dies wieder an anderen Stellen nicht in dem gleichen Maße der Fall und außerdem ist der Übergang der oberflächlich gelegenen, dichter aneinander angeschlossenen Zellen in die viel lockerer gruppierten Zellen der tieferen Schichten

ein so allmählicher, daß von einer beginnenden Sonderung dieser Bindegewebslage in Lederhaut und subcutanes Gewebe, wie ich glaube, noch nicht gut gesprochen werden kann. Sehr deutlich aber tritt unter der Gewebslage, die später die Subcutis zu bilden bestimmt ist, die Anlage der Galea aponeurotica (G.) hervor. Sie erscheint als ein dünnes Lager dichter aneinander anschließender Bindegewebszellen, mit vorwiegend tangential verlaufenden Fortsätzen. Dieses Lager tritt auch schon aus dem Grunde besonders hervor, weil das unter ihm befindliche subgaleotische Gewebe (S. G.) wieder recht locker gewebt ist und zwischen seinen Zellen ziemlich weite, offenbar mit Flüssigkeit gefüllte Räume freiläßt. Unter dieser ziemlich dicken Schichte subgaleotischen Gewebes liegt dann die Anlage des häutigen Craniums (m. C.). An ihr können wir drei Schichten unterscheiden, die ich als innere (i. p.) und äußere periostale (ae. p.) und als mittlere Zwischenschichte bezeichnen möchte. Diese drei Schichten sind auch an Fig. 8 auf Taf. II deutlich zu erkennen. Viel schöner sind sie aber an Schnitten zu sehen, die die Schädelwölbung etwa in der Mitte treffen. Alle drei Schichten scheinen lamellär gebaut zu sein. Dabei besteht die innere periostale Schichte, deren Zellen wie die der äußeren dicht gedrängt liegen, aus mehr Zellen wie die äußere, während die an Zahl spärlichen Zellen der Zwischenschichte weitere Zwischenräume zwischen sich fassen. Es ist also die äußere periostale Schichte des häutigen Craniums etwas dünner, als die innere.

Zwischen der letzteren und der Großhirnoberfläche endlich liegt jene Gewebeschicht (M.), die als meningeale bezeichnet werden muß, weil aus ihr nicht nur die ganze Leptomeninx, sondern auch ein guter Teil der harten Hirnhaut entsteht. Sie führt an der Stelle des Schnittes, die unsere Figur wiedergibt, nur in ihrer unmittelbar an das Gehirn angrenzenden Schichte Blutgefäße. Und zwar finden sich hier Blutgefäße in besonders großer Zahl, so daß die Hirnoberfläche fast ganz von ihnen bedeckt erscheint. Diese der Hirnoberfläche unmittelbar angeschlossene, gefäßführende Gewebsschichte ist die Anlage der pia mater cerebri.

Das meningeale Gewebe bildet gerade an der Stelle des Schnittes, die abgebildet wurde, eine verhältnismäßig dünne Lage. Medial von der abgebildeten Stelle aber, im Bereiche der Mantelkante der Hemisphäre ist das Lager dieser Schichte recht ansehnlich dick, füllt es doch den nicht unbeträchtlich großen Raum zwischen den abgerundeten Rändern der Hemisphärenblasen und dem häutigen Cranium aus und beherbergt die Anlage des großen Sichelblutleiters. Es besteht aus Bindegewebszellen mit zahlreichen Fortsätzen, die untereinander zusammenhängend, ein von zahlreichen mit Flüssigkeit gefüllten Lücken durchsetztes, schwammartig gebautes Gerüstwerk bilden, das von den an das Gehirn herantretenden und von ihm abgehenden, größeren Blutgefäßen durchzogen wird. Während aber dieses meningeale Gewebe im Bereiche des Schädelgrundes an den meisten Stellen schon deutlich in eine durale und eine leptomeningeale Schichte gesondert ist, findet man von einer solchen Sonderung in dem Gebiete, das unsere Figur abbildet und im Bereiche der sogenannten primitiven Hirnsichel noch keine Spur.

Was nun die Blutgefäßdurchschnitte anbelangt, die an dem Schnitte unserer Figur und an ähnlichen Schnitten sichtbar sind, so finden sich solche, wie schon erwähnt, an der Oberfläche des Gehirnes in der Anlage der pia mater cerebri und außerdem nur noch in der Subcutis. In der Schichte des häutigen Schädeldaches sind weder an der Stelle, die Fig. 8 abbildet, noch auch medianwärts von ihr Gefäßdurchschnitte aufzufinden. Ja man muß noch eine gute Strecke an der Schädelwölbung lateral und basalwärts suchen, bis man im häutigen Cranium auf die ersten Blutgefäßdurchschnitte stößt. Und zwar finden sich dieselben in seiner inneren periostalen Schichte, oder zwischen dieser und der Mittelschichte in nicht allzugroßer Zahl.

Wesentlich anders liegen in dieser Beziehung die Dinge bezüglich der Subcutis. Diese ist bis an unsere Linie heran besonders reich von Blutgefäßen durchzogen und so sieht man an Durchschnitten die lateral, respektive basalwärts von der Linie geführt sind, zahlreiche Blutgefäßdurchschnitte in der der Galea, beziehungsweise Epicraniusanlage unmittelbar angrenzenden Schichte der Subcutis, die besonders auch deshalb in die Augen springen, weil sie prall mit Blutkörperchen gefüllt sind. Doch reicht der Bezirk im Bereiche dessen so viele Gefäßdurchschnitte zu sehen sind, nur bis zu dem Punkte, der dem Durchschnitte der früher beschriebenen blutig gefärbten Linie entspricht, während von hier an (vgl. Fig. 8, Taf. II) median-

wärts, die Anlage von Cutis und Subcutis vollkommen gefäßlos ist. Unsere blutig gefärbte Linie ist somit durch nichts anderes hervorgerufen, als durch eine Art Randgefäß (R. G.), das den bereits zahlreiche Gefäße führenden Bezirk der Kopfhaut gegen einen der Gefäße noch vollkommen entbehrenden abgrenzt. Dieses Randgefäß wird dadurch gebildet, daß, wie dies schon früher (p. 4 [538] angegeben wurde, die sich baumförmig verästelnden Blutgefäße der Hautgaleaplatte an ihren scheitelwärts gerichteten Enden durch meist etwas erweiterte, bogenförmige Anastomoren untereinander in Verbindung stehen. Fig. 8 (Taf. II) zeigt uns nun einen Längsschnitt durch einen solchen Endzweig bei seinem Übergange in das Randgefäß, beziehungsweise, da es sich höchst wahrscheinlich um eine Vene handelt, bei seinem Ursprunge aus demselben.

Ähnliche Bilder wie das eben beschriebene, lieferten auch die Schnitte durch den Kopf von K. 2, bei dem die Grenze der Area vasculosa cutis noch nicht so weit scheitelwärts vorgerückt war, wie bei Peh. 4 Aber auch die Schnitte durch die Schädeldächer der etwas älteren Embryonen Ha. 1 (mit 26·5 *mm*), Ha. 15 (mit 27·7 *mm* Stirn-Scheitellänge) und E. 1 zeigten keine wesentlich anderen Verhältnisse. Stets war der von den beiden Randgefäßen der Area vasculosa cutis abgegrenzte mediane Hautbezirk vollkommen gefäßlos. Dagegen konnte ich schon bei Ha. 1 feststellen, daß sein ganzes häutiges Cranium von Gefäßen durchzogen war und zwar fanden sich die Gefäßdurchschnitte in der Regel in seiner mittleren Schichte, der inneren periostalen Schichte unmittelbar anliegend.

Wie sich der Rand der Area vasculosa cutis allmählich scheitelwärts emporschiebt, konnte ich mit Sicherheit nicht ermitteln. Ich habe den Eindruck, als würden sich von den arkadenförmig gegen das gefäßfreie Feld der Schädeldachhaut vorgebogenen Gefäßen neue bogenförmige Anastomosen mit Nachbargefäßen bilden und auf diese Weise eine ganz allmähliche Ausbreitung der Area vasculosa in der Richtung gegen den Scheitel erfolgen. Wenigstens sehe ich beim Verfolgen des Randes der Area vasculosa cutis durch die Schnittreihen der verschiedenen daraufhin untersuchten Embryonen, da und dort, zwischen zwei großkaliberigen Gefäßarkaden einzelne ganz schwache, capillare Gefäße den Rand dieser Area bilden und neige der Meinung zu, daß es sich in diesen dünnen Gefäßen um neugebildete handle.

Auch darüber vermag ich bestimmtes nicht auszusagen, wie schließlich die letzte gefäßfreie Partie der Haut der Scheitelgegend vascularisiert wird, denn einen Embryo, bei dem die beiden Begrenzungsränder der Area vasculosa cutis ganz nahe aneinander herangerückt waren, hatte ich nicht das Glück zu erhalten. Sollte das in Textfigur 5 dargestellte oder ein ähnliches Verhalten regelmäßig während der Entwicklung auftreten, so würde dies beweisen, daß während anfänglich der Rand der Area vasculosa in allen seinen Teilen ziemlich gleichmäßig scheitelwärts vordringt, zum Schlusse ein unregelmäßiges Vorwachsen von Gefäßarkaden an einzelnen Randpartien gegen die Mitte zu platzgreifen würde.

Der jüngste Embryo, bei dem ich den Rand der Area vasculosa cutis bei einfacher Oberflächenbetrachtung seines Kopfes beobachten konnte, war, wie schon erwähnte K. 2 (mit einer Scheitel-Steißlänge von 23·33 *mm*. — Damit soll aber keineswegs gesagt sein, daß dieser Rand erst bei Embryonen dieses Alters deutlich sichtbar wird. Ich bin vielmehr der Meinung, daß man ihn unter günstigen Verhältnissen, das heißt bei entsprechender Blutfüllung der Gefäße, auch noch bei etwas jüngeren Embryonen, dann aber freilich auch wieder in etwas größerer Entfernung vom Scheitel wird beobachten können. Mindestens sehe ich an Schnittserien durch menschliche Embryonen bis zu 17·0 *mm* Steiß-Scheitellänge herab Gefäßdurchschnitte in dem die Cutis und Subcutisanlage darstellenden Bindegewebslager an der Seitenfläche des Kopfes, in der Nachbarschaft des Schädelgrundes in ziemlich großer Zahl. Dabei ist zu dieser Zeit der Entwicklung im Gebiete der Schädelwölbung von der Anlage der Galea aponeurotica noch keine Spur zu sehen. Ich kann mir nun recht gut vorstellen, daß, wenn bei solchen Embryonen die Gefäße der Haut des Kopfes prall mit Blut gefüllt sind, auch bei ihnen, der von den Gefäßen eingenommene Bezirk und vor allem seine Grenze gegen den gefäßlosen Abschnitt der Haut wenigstens einigermaßen hervortreten wird.

Natürlicherweise finden sich auch noch bei jüngeren Embryonen in der Haut an der Seite des Kopfes Blutgefäße entwickelt und wenn ich nur für Embryonen bis zu 17 *mm* Steiß-Scheitellänge herab bestimmtere Angaben gemacht habe, so liegt das vor allem daran, daß der nächstjüngere Embryo dessen Schnittserie ich untersuchen konnte, Pal. 1 (Steiß-Scheitellänge 14·60 *mm*), zwar recht gut erhalten war, aber weil stark ausgeblutet, für die Untersuchung seiner kleineren Blutgefäße ganz ungünstige Verhältnisse darbot. Sicherlich waren auch bei ihm an der Seite des Kopfes in der Anlage der Cutis schon Blutgefäße vorhanden. Dagegen vermochte ich bei einem vorzüglich erhaltenen und mit stark blutgefüllten Gefäßen versehenen Embryo von 12·88 *mm* größter Länge (Ha. 8) noch keine Spur von solchen Gefäßen nachzuweisen.

Jedenfalls geht die Vascularisierung der Haut des Schädeldaches von dem der Gegend des Schädelgrundes benachbarten Oberflächenabschnitte des Kopfes aus. Der Rand des sich hier bildenden und sich von hier aus vergrößernden Gefäßbezirkes der Haut schiebt sich dann, wie wir zeigen konnten, ganz allmählich scheitelwärts empor. Dabei erfolgt dieses Vorschieben in der gleichen Richtung, in welcher sich nicht nur die Differenzierung des häutigen Craniums und der dura mater cerebri, sondern auch die der Hautgaleaplatte vollzieht.

Über die Art und Weise, wie diese Differenzierung erfolgt, liegen bisher nicht allzuviel Angaben vor. Über die Bildung des häutigen Primordialcraniums bei menschlichen Embryonen berichtet Bardeen (1. Bd. 1, p. 453) folgendes: »Der Ursprung des Kopfmesenchyms wurde schon beschrieben (p. 301); seine Struktur ist zunächst ziemlich locker, doch bald verdichtet es sich an verschiedenen Stellen. Diese Verdichtungen zeigen gewöhnlich die beginnende Differenzierung des Mesenchyms in Muskeln und verschiedenartige Bindegewebsstrukturen von mehr oder weniger ausgesprochener Form an, als da sind: Sehnen, Fascien, Lederhaut, submucöse Häute, Gehirnhäute, Organteile der Sinnesorgane und die Anlagen des Schädels und Kehlkopfskelettes. Die häutige Anlage des Kopfskelettes entwickelt sich allmählich aus mehreren Verdichtungscentren, zum Teil bildet sie sich in Knorpel um und stellt dann das Chondrocranium dar.« Auf p. 407 heißt es dann weiter: »Das Dach der Schädelhöhle wird durch ein dichtes häutiges Lager gebildet; das bei Embryonen von 5 bis 11 *mm* Länge zuerst an der Seite des Kopfes deutlich wird. In diesem Stadium findet man eine Platte dichten Gewebes zwischen dem caudolateralen Winkel der Orbita und dem caudalen Seitenfortsatz der Occipitalplatte, sie liegt lateral vom Ganglion Gasseri und von der Labyrinthkapsel, die sie berührt; unten steht sie mit dem Processus orbito temporalis und dem dichten Gewebe der Kiemenspaltenregion in Verbindung.

Diese Platte dehnt sich allmählich so aus, daß sie eine vollständige häutige Wölbung bildet, ventral geht sie in den ventrolateralen Rand des häutigen Gewebes der Ethmoidal und Orbitalregion des Schädelgrundes über, lateral verbindet sie sich mit der Ala temporalis des sphenoidale, der Gehörkapsel und dem lateralen Teile des occipitale, caudalwärts geht sie kontinuierlich in die viel dünnere membrana reuniens dorsalis des Rückenmarkkanales über.

In der Periode, mit der wir uns beschäftigen, füllt das Gehirn die Schädelhöhle nur teilweise aus; eine große Menge lockeren Mesenchyms liegt zwischen dem Gehirn und dem Boden und der Wölbung der Schädelhöhle. Besonders reichlich ist dies Gewebe in der Gegend der Hirnbeugen und um die Hemisphären (Fig. 266), in ihm entwickeln sich Falx cerebri und andere membranöse Stützapparate des Gehirns«.

Diese Angaben Bardeen's sind zweifellos zutreffend. Auch geht aus ihnen hervor, daß dieser Autor richtig erkannt hat, daß die Differenzierung des häutigen Primordialcraniums von den Seiten des Kopfes gegen die Scheitelregion zu erfolgt.

Über die Differenzierung der Lederhaut und des Unterhautzellgewebes im Bereiche des Kopfes liegen, so weit ich sehen konnte, keine Angaben vor und ein gleiches muß auch bezüglich der Bildung der Galea aponeurotica gesagt werden. Denn Futamura (2), dem wir ziemlich ausführliche Angaben über die Entstehung der Gesichtsmuskeln und des M. epicranius verdanken, hat über die Entstehung der Galea aponeurotica eigentlich keine genaueren Angaben gemacht. Das eine allerdings erhellt aus

seinen Ausführungen, daß die Bildung des M. epicranius vom Gesichte und von der Hinterhauptgegend ausgeht und daß er sich also aus zwei vollständig getrennten Anlagen bildet. Er sagt darüber folgendes (p. 472): »Obgleich der M. epicranius im ausgebildeten Zustande eine durch die Galea aponeurotica zusammenhängende einheitliche Muskelplatte bildet, bestand er doch, wie wir zeigten im Anfangsstadium der Entwicklung aus zwei ganz getrennten Teilen, die sich später erst so innig vereinigen. In der 7. Woche kommt es zu einer Verbindung des Occipitalteiles und des Gesichtsteiles, des Platysma, und so zur Bildung des M. fronto occipitalis. In welcher Weise sich diese Verbindung herstellt, hat der Autor nicht näher ausgeführt, doch ersieht man aus seiner Figur 5*B* auf p. 450, wenn seine Konstruktion richtig ist, daß die Verbindung der beiden Muskeln an der Seitenfläche des Kopfes erfolgt. Ob aber eine Verbindung der beiden Epicraniusplatten der beiden Kopfhälften untereinander, das heißt über die Mittelebene hinweg in irgend einer Weise besteht oder zu Stande kommt, darüber äußert sich Futamura nicht und es ist weder aus dem Texte seiner Arbeit zu entnehmen, noch auch aus den beigegebenen Figuren ersichtlich, ob er das Zustandekommen einer solchen Verbindung beobachtet hat. Freilich heißt es auf p. 473: »Der Scheitelteil der M. frontooccipitalis bildet sich im Laufe der weiteren Entwicklung ziemlich stark zurück; die genauen Zeitpunkte und die Einzelheiten dieses Prozesses kann ich nicht genau angeben, da die Embryonen in dieser Gegend wegen der Herausnahme des Gehirnes häufig sehr stark verletzt waren.« Aber Belege für die Richtigkeit dieser Angabe bringt der Autor keine bei und auf welche Teile der Epikraniusplatte sich die Rückbildung erstreckt, ist auch nur insoferne angedeutet, als sich der Autor auf Ruge bezieht, indem er (p. 473) ausführt: »Die von Ruge nach vergleichend anatomischen Beobachtungen erkannte Tatsache, daß der bei niederen Wirbeltieren noch einheitliche M. fronto-auriculo-occipitalis durch die mächtige Ausbildung des Schädeldaches eine Rückbildung erfahren muß, findet sich größtenteils auch in der Ontogenie des Menschen wieder. Nach Ruge ist der Teil der Galea aponeurotica, der sehnig paralellfasrige Struktur zeigt, an die Stelle der ehemals vorhandenen Muskeln getreten, während die anderen Stellen der Galea, die aus den ganz ungeordneten, nach allen Richtungen sich durchkreuzenden Bindegewebsbündeln zusammengesetzt sind, von vorne herein bindegewebig waren.«

Über die Differenzierungsrichtung der harten Hirnhaut sind wir etwas besser unterrichtet. Aus einer Arbeit von Salvi (3) geht mit voller Klarheit hervor, daß sich die harte Hirnhaut im Gebiete des späteren Schädelgrundes zuerst zu differenzieren beginnt, so daß man hier an Durchschnitten verhältnismäßig frühzeitig genau erkennen kann, wo die Grenze zwischen Leptomeninx und Dura mater liegt und daß die Differenzierung der Dura im Gebiete der Schädelwölbung und die Bildung der großen Hirnsichel sehr viel später erfolgt.

Wenn man also auf Grund der eben gemachten Angaben sagen kann, daß es eine bekannte Sache ist, daß die Differenzierung des M. epicranius, des häutigen Schädeldaches und der harten Hirnhaut ganz allmählich von den basalen Partien des Kopfes über seine Stirn, Hinterhaupts und Seitenfläche scheitelwärts erfolgt, so liegen doch keine genaueren Angaben über die Reihenfolge der sich dabei abspielenden Vorgänge vor. Ich will deshalb kurz die Befunde schildern, die ich in dieser Richtung an den mir zur Verfügung stehenden Schnittserien durch menschliche Embryonen gewinnen konnte. Und zwar werde ich mich dabei der Hauptsache nach auf die Schilderung der Verhältnisse in der Mittelhirn, beziehungsweise Scheitelgegend des Kopfes beschränken, weil das die Gegend ist, gegen welche hin die Differenzierung der einzelnen Schichten fortschreitet und im Bereiche deren in Folge dessen diese Schichten auch am spätesten gegeneinander abgrenzbar, also sichtbar werden. Während man nämlich, um nur ein Beispiel anzuführen, an Frontalschnitten im Bereiche der Seitenfläche des Kopfes den M. epicranius schon als eine dünne, das subcutane vom subgaleotischen Gewebe sondernde Schichte auf das deutlichste erkennen kann, bilden über dem Mittelhirn die Anlagen von Cutis, Subcutis, Galea aponeurotica und subgaleotischem Gewebe noch lange eine einheitliche Masse ziemlich gleichförmig gestalteter Zellen.

Fig. 4 (Taf. II) zeigt uns einen Schnitt durch die in der Mitte gelegenen Teile des Mittelhirndaches und der über ihm liegenden Schichten eines Embryo von zirka 7 *mm* größter Länge (Chr. 1). Wir sehen an ihm unter der überaus dünnen Epidermis (E.) zunächst eine einfache Lage, anscheinend platter tangential angeordneter Mesodermzellen, deren Fortsätze da und dort mit einander zusammenhängen. Unter ihr finden wir dann, dem Mittelhirndache unmittelbar aufliegend, Blutgefäßdurchschnitte (Bl. G.), zwischen denen auch wieder einzelne Mesodermzellen liegen. Verfolgt man im Schnitte die an unserer Figur sichtbaren Schichten nach der Seite hin, so sieht man, wie die unter der Epidermis gelegenen Mesodermzellen rasch an Menge zunehmen und wie sie schließlich an der Seite des Mittelhirns ein ansehnlich dickes Lager bilden, welches einerseits mit dem in der Mittelhirnbeuge befindlichen mächtigen Lager weniger dicht liegender Zellen und andrerseits mit den viel dichter gelagerten Massen von Zellen an der Seitenfläche des Kopfes, zwischen Oberhaut und v. capitis lateralis und deren Wurzelzweigen zusammenhängt. Dieses letztere Zellager nun ist für uns von besonderem Interesse, weil es, wie der Vergleich mit Schnitten durch ältere Embryonen ergibt, die Anlage des bindegewebigen Primordialcraniums nebst allen zwischen ihm und der Epidermis liegenden Schichten darstellt.

Bei einem Embryo von 12·88*mm* größter Länge (Ha. 8) liegen die Verhältnisse im Bereiche des Mittelhirndaches noch immer ähnlich wie bei Chr. 1, nur hat sich die Zahl der an dieser Stelle unter der Epidermis gelegenen Mesodermzellen nicht unerheblich vermehrt. Auch liegen diese Zellen nicht nur dichter aneinander gedrängt, so daß sie eine wirklich zusammenhängende Lage bilden, sondern sie schließen auch dicht an die Epidermis an. Außerdem zeigen die an der Oberfläche des Mittelhirndaches zwischen den hier befindlichen Blutgefäßdurchschnitten gelegenen Zellen nun schon ein von den über ihnen gelagerten etwas verschiedenes Aussehen. Sie werden jenen Zellen ähnlich, die wir im Bereiche der Mittelhirnbeuge angesammelt finden, deren Fortsätze nach den verschiedensten Richtungen ziehen und bezüglich deren es ziemlich klar ist, daß sie ein Lager meningealen Gewebes zu bilden bestimmt sind. Verfolgt man das subepidermoidale Zellager im Schnitte nach der Seitenfläche des Kopfes hin, so kann man ähnliche Verhältnisse feststellen wie bei Chr. 1, das heißt, es geht dieses Zellager continuierlich in das seitlich zwischen V. capitis lateralis und ihren Zweigen einer- und der Epidermis anderseits befindliche dichtere Zellager über, an dem auch jetzt noch keine deutliche Differenzierung in häutiges Primordialcranium und darüber liegende Schichten erkennbar ist, hängt aber an der Seite des Mittelhirnes auch mit dem die Mittelhirnbeuge ausfüllenden locker gewebten Zellager zusammen.

Sehr viel weiter fortgeschritten wie bei Ha. 8 ist die Differenzierung der Schichten des Kopfes bei einem Embryo von 17*mm* Steiß-Scheitellänge (Ha. 7). Vor allem zeigt uns ein Schnitt durch die Gegend des Mittelhirndaches (Fig. 5, Taf. II), daß das subepidermoidale Lager dicht aneinander anschließender mesodermaler Zellen (m. C.) an Mächtigkeit sehr erheblich zugenommen hat, so daß in der Medianebene mindestens schon drei Schichten platter, übereinander liegender Zellen gezählt werden können. An der Seitenfläche des Kopfes aber ist schon allenthalben bis weit hinauf gegen die Mittelhirnwölbung die Sonderung des häutigen Craniums von den übrigen nach außen von ihm liegenden Schichten vollzogen. Ja in dem Gebiete, in welchem bereits von einer Area vasculosa cutis gesprochen werden kann, erscheint auch die gemeinsame Anlage von Cutis und Subcutis von einer unter ihr liegenden Schichte mehr locker gefügten, das häutige Cranium unmittelbar bedeckenden Gewebes gesondert, das später, wenn an den betreffenden Stellen der M. epicranius gebildet ist, zwischen diesen und das häutige Cranium zu liegen kommt. Nach aufwärts aber, also über der oberen Grenze der Area vasculosa cutis fließt dieses Lager mit dem Bindegewebslager der Haut, wie ich die gemeinsame Anlage von Cutis und Subcutis der Einfachheit halber nennen will, zusammen, doch ist es vermöge seiner lockeren Beschaffenheit, wenigstens eine kleine Strecke weit, noch ziemlich gut von ihm zu sondern. Weiter scheitelwärts ist dies dann freilich auch nicht mehr möglich, da das dem häutigen Cranium unmittelbar aufliegende Bindegewebe dieselbe Beschaffenheit zeigt, wie das Hautbindegewebe.

Schließlich sieht man, wie noch weiter scheitelwärts das Lager von Hautbindegewebe, indem es an Dicke abnimmt, seinem Gefüge nach dem Bindegewebslager, das uns als Anlage des häutigen Craniums erscheint, immer ähnlicher wird, bis schließlich beide Lager aneinander anschließend nicht mehr von einander gesondert werden können. So kommt es, daß über dem Mittelhirn die Verhältnisse bestehen, die der in Fig. 5 (Taf. II) wiedergegebene Schnitt zeigt, an dem also unmittelbar unter der Epidermis eine einheitlich gestaltete, ziemlich dicht gefügte Bindegewebslage folgt, die man, da an sie hirnwärts unmittelbar ein allerdings noch sehr dünnes Lager lockeren meningealen Gewebes anschließt, nicht abgeneigt wäre als Anlage des häutigen Craniums zu betrachten. Über dem Zwischenhirndache liegen freilich die Verhältnisse insoferne schon wieder etwas anders als hier, auch im Bereiche der Medianebene zwischen Epidermis und Anlage des häutigen Craniums als Fortsetzung des Hautbindegewebslagers der seitlichen Partien des Kopfes eine Lage von einzelnen tangential gelagerten Bindegewebszellen zu sehen ist.

Auch bei einem Embryo von 17·80 *mm* Steiß-Scheitellänge (Sp. 1) ist über dem Mittelhirndache die Schichtenfolge noch immer die gleiche und ich bringe Fig. 6 (Taf. II) eigentlich nur aus zwei Gründen; erstens, weil an dem Schnitte, dessen Bild sie wiedergibt, das in der Mittelebene über der Dorsalseite des Mittelhirns befindliche Lager meningealen Gewebes im Vergleiche mit dem entsprechenden Lager von Ha. 7 schon recht mächtig geworden ist und zweitens, weil auch die zwischen diesem Lager und der Epidermis befindliche aus dicht gedrängten, tangential gestellten platten Bindegewebszellen bestehende Schichte, mindestens dreimal so dick erscheint, wie die gleiche Schicht von Ha. 7. Trotzdem läßt sich an ihr wenigstens im Bereiche des Mittelhirndaches, noch eben so wenig wie dort, mit einiger Sicherheit eine oberflächliche Schichte als mediale Fortsetzung des an der Seite des Kopfes schon wohl differenzierten Hautbindegewebslagers, von einer tiefen als häutiges Cranium zu bezeichnenden Schichte sondern.

Bei einem Embryo von 21·33 *mm* Steiß-Scheitellänge (Li. 2) zeigt ein Frontalschnitt durch die Gegend der Commissura posterior (C. p.) (Fig. 7, Taf. II), daß nun auch schon in diesem Gebiete das häutige Cranium (m. C.) sich von einer recht mächtigen darüber liegenden Bindegewebsschichte, welche die Anlage von Cutis, Subcutis, Galea aponeurotica und subgaleotischem Gewebe umfaßt, deutlicher zu sondern beginnt. Auch sieht man wie das über dem Hirndach befindliche Lager meningealen Gewebes weiter an Mächtigkeit zugenommen hat. Nun ergibt das Studium der Schnittserie, daß bei diesem Embryo auch die Sonderung der Hautgaleaplatte gegen das subgaleotische Gewebe, deren Beginn wir schon bei Ha. 7 nachweisen konnten, an der Seite des Kopfes schon ziemlich weit scheitelwärts vorgedrungen ist. Es ist dieses an den Schnitten deshalb gut zu sehen, weil sich das ziemlich zellarme und lockere subgaleotische Gewebe, gegen das viel zellreichere und dichtere Gewebe der Hautgaleaplatte ziemlich scharf abgrenzt. Vielleicht darf sogar bei diesem Embryo schon von dem Vorhandensein einer Galea oder Epicraniusplattenanlage gesprochen werden, denn gerade entsprechend der Linie, entlang deren sich in den Schnitten das Hautbindegewebslager gegen das subgaleotische Gewebe abgrenzt, finden sich einzelne dichter bei einanderliegende Mesodermzellen, die diese Grenze deutlicher hervortreten lassen. Auch im Bereiche der Area vasculosa cutis finden sich solche dichter gelagerte Zellen an der medialen Seite der Gefäße, also dort, wo bei älteren Embryonen die Epicraniusplatte gefunden wird. Bemerkenswert ist, daß die Sonderung von Hautgaleaplatte und subgaleotischem Gewebe bei diesem Embryo, obwohl sie, wie wir sehen konnten, über dem Mittelhirne noch nicht nachzuweisen war, im Gebiete des Hemisphärenhirnes allenthalben, also auch im Bereiche der Medianebene ziemlich deutlich sichtbar ist. Was aber die Mesodermzellen anbelangt, die uns in ihrer Gesamtheit als Anlage der Epicraniusplatte erscheinen, so vermag ich zunächst über ihre Natur insoferne nichts bestimmtes anzugeben, als ich, da sie einander so ähnlich sehen wie ein Ei dem andern, nicht sagen kann, welche von ihnen als Myoblasten und welche als werdende Bindegewebszellen anzusehen sind.

Lederhautanlage und subcutanes Gewebe sind bei Li. 2 noch nicht von einander zu sondern. Immerhin liegen die an die Epidermis anschließenden Mesodermzellen, dort wo keine Abhebung der

Epidermis stattgefunden hat, wie dies in der Gegend des Schnittes der Fig. 7 (Taf. II) der Fall war, dichter bei einander, als die entfernter von der Epidermis befindlichen. Bezüglich des meningealen Gewebslagers von Li. 2 kann gesagt werden, daß zwar im Bereiche des Schädelgrundes die Grenze zwischen den Anlagen der Dura mater und der Leptomeninx schon recht deutlich ist, aber im Gebiete des Mittelhirndaches (vgl. Fig. 7, Taf. II) und der Gegend des großen Sichelblutleiters und der sogenannten primitiven Hirnsichel von einer Sonderung dieser beiden Schichten noch nichts wahrgenommen werden kann.

Ein gleiches gilt auch für den Embryo von 25·2 *mm* Steiß-Scheitellänge (Peh. 4) von dem der in Fig. 8 (Taf. II) wiedergegebene Schnitt herstammt. Auch bei ihm ist in der gleichen Gegend eine solche Sonderung noch nicht angebahnt. Dagegen ist bei ihm die Anlage der Galea aponeurotica, wie Fig. 8 (Taf. II) zeigt, schon sehr wohl ausgebildet. Auch lehren die das Mittelhirn treffenden Schnitte, daß die Galeaanlage jetzt auch schon in diesem Gebiete sichtbar wird, daß also die Differenzierung der Galea in diesem Stadium die Mitte der Dorsalseite des Mittelhirnes bereits erreicht hat. Daß bei dem Embryo an der Seitenfläche des Kopfes die Epicraniusanlage schon recht kräftig geworden ist, braucht wohl nicht besonders hervorgehoben zu werden.

Noch später als im Gebiete der Scheitelgegend die Differenzierung der Galea aponeurotica sichtbar wird, erfolgt in der Gegend des großen Sichelblutleiters die Abgrenzung der Anlage der Dura mater von der der Leptomeninx und die Bildung der Falx cerebri aus einem Teile des zwischen den Hemisphären befindlichen meningealen Gewebes. Vollkommen gut erkennbar sehe ich die Anlage der Falx cerebri erst bei einem Embryo von 46·4 *mm* Steiß-Scheitellänge (Peh. 2), bei dem auch im Bereiche des großen Sichelblutleiters die Grenze zwischen duralem und leptomeningealem Gewebe deutlich hervortritt. Doch ist auch bei diesem Embryo die Scheidung von Dura mater und Leptomeninx in der Scheitelgegend noch keineswegs vollzogen. Leider bin ich nicht in der Lage anzugeben, wann bei menschlichen Embryonen auch an dieser Stelle der capillare Spalt auftritt, der die Dura mater cerebri von der Leptomeninx sondert. Nach dem Studium von Schnitten ist nämlich darüber gewöhnlich nichts positives auszusagen, weil, soweit meine Erfahrung reicht, Dura mater und Leptomeninx, auch wenn der sie trennende Spalt schon gebildet ist, einander in der Regel so innig anliegen, daß man das Vorhandensein des Spaltes in den meisten Fällen nicht mit Sicherheit feststellen kann. Nur wenn man Gehirne gut fixierter Embryonen frei präpariert, wird es manifest, wenn kein Zusammenhang zwischen Dura mater und Leptomeninx mehr besteht. Leider habe ich, als ich zum Zwecke der Untersuchung der Hirnentwickelung eine größere Zahl von Gehirnen menschlicher Embryonen des 3. und 4. Monates präparierte, über diesen Punkt keine Aufzeichnungen gemacht. Jedenfalls vollzieht sich aber die Bildung des subduralen Spaltraumes ebenso allmählich, wie die Differenzierung der harten Hirnhaut selbst und tritt deshalb naturgemäß der Spalt im Bereiche des Schädelgrundes, also dort zuerst auf, wo auch die Grenze zwischen duralem und leptomeningealem Gewebe zuerst zu sehen war. So sehe ich bei einem Embryo von 54·0 *mm* Steiß-Scheitellänge (E. 4) den Spalt im Bereiche des Schädelgrundes und im Bereiche der Seitenflächen der Hemisphären an einzelnen Schnitten der Serie schon vollkommen deutlich, finde aber, daß bei dem gleichen Embryo die Bildung der Falx cerebri noch immer nicht ganz vollendet ist.

Recht spät wird auch im Bereiche des Kopfes die Sonderung der Anlage der Lederhaut von der der Subcutis deutlich. Angedeutet sehe ich sie schon bei dem Embryo E. 1 von 37·90 *mm* Steiß-Scheitellänge. Bei ihm erscheinen insbesondere im Bereiche der Seitenfläche des Kopfes die unmittelbar unter der Epidermis gelegenen Mesodermzellen vermehrt und infolge dessen auch dichter aneinandergeschlossen als in den tieferen Schichten des Hautbindegewebslagers. Noch deutlicher wird diese Erscheinung bei Ha. 12 und Peh. 4, Embryonen von 40·6 *mm* und 46·4 *mm* Steiß-Scheitellänge. Gut differenziert aber finde ich die Lederhaut im Bereiche des Kopfes erst bei einem Embryo von 54·0 *mm* Steiß-Scheitellänge. Und bei diesem ist sie dann auch in der Scheitelgegend schon genau ebenso gut gegen das subcutane Gewebe abzugrenzen, wie an anderen Stellen.

Begreiflicherweise habe ich mich beim Studium meiner Schnittserien auch ganz besonders bemüht, herauszubekommen, in welcher Weise die Bildung der einzelnen Schichten im Gebiete der Schädelwölbung vor sich geht. Ob diese Schichten, wenigstens von einem gewissen Zeitpunkte an, an Ort und Stelle dadurch entstehen, daß die einzelnen Lagen, des hier befindlichen gleichförmig gestalteten Zellagers allmählich eine andere Beschaffenheit annehmen, oder ob auch in späteren Entwicklungsstadien noch ein Vorschieben von Zellmassen von der Seitenfläche des Kopfes aus in der Richtung gegen die spätere Scheitelgegend zu erfolgt, und ob diese sich vorschiebenden Zellmassen, die vorerst noch aus indifferenten mesodermalen Elementen bestehen, erst wenn sie an Ort und Stelle angelangt sind und nachdem eine gewisse Zeit verstrichen ist, den Charakter annehmen, der ihrer Herkunft entspricht.

Daß in frühen Entwicklungsstadien eine solche Zellverschiebung erfolgt, darüber kann ja wohl kaum ein Zweifel obwalten. Denn wenn sich das Hirnrohr von der Epidermis getrennt hat, entbehrt es an seiner Dorsalseite zunächst einer Bedeckung durch mesodermale Zellen. Diese gelangen erst von der Seite her allmählich dahin, wo wir sie dann später finden, also auch in die Gegend über dem Dache des Mittelhirnes. Es ist nun die Frage, vermehren sich diese Zellen in der Folge an Ort und Stelle, und bilden sie so allmählich allein das Material für alle später in der Scheitelgegend sich bildenden Schichten, oder werden diese Schichten außer durch die Vermehrung der schon hier befindlichen Zellen auch noch dadurch gebildet, daß immer wieder neue Zellen von der Seite des Kopfes her emporwandern und das schon vorhandene Zellager vermehren helfen, wobei auf diese Weise sekundär das Bildungsmaterial für ganz neue Schichten antransportiert würde. So könnte man sich beispielsweise vorstellen, daß die Zellen, aus denen sich die Galea aponeurotica bildet, auf diese Weise sekundär in das Gebiet der Schädelwölbung gelangen. Wird ja doch und wie ich glaube mit vollem Recht allgemein angenommen, daß die Zellen, die das Bildungsmaterial für den M. epicranius liefern, wie dies auch aus Futamura's Angaben hervorgeht dem Blastem des zweiten Kiemenbogens entstammen und also allmählich in das Gebiet, in welchem sich dann später der M. epicranius befindet, einwandern, um hier diesen Muskel zu bilden.

Freilich kann ich gerade bezüglich der Anlage der Galea aponeurotica eben nur sagen, daß ich in einem bestimmten Entwicklungsstadium in dem unter der Epidermis befindlichen Bindegewebslager im Bereiche der Schädelwölbung, in einer gewissen Entfernung von der Oberfläche eine Anzahl von Mesodermzellen, die sich von ihren Nachbarn kaum unterscheiden, etwas dichter bei einander liegen, und so eine Art Grenze gegen eine Schichte weniger dicht gelagerter über und unter ihnen befindlicher Zellen bilden sehe. Ich kann weiter mitteilen, daß ich diese bestimmte Lagerung der Zellen nur bis zu einer bestimmten Stelle in der Nähe der Scheitelgegend deutlich, und von da an scheitelwärts immer weniger und weniger deutlich sehe, bis ich schließlich mit Bestimmtheit sagen kann, daß in der Gegend über dem Mittelhirndache keine bestimmt gelagerten Zellen mehr aufzufinden sind, die als Anlage der Galea aponeurotica bezeichnet werden könnten. Freilich sind aber die in dieser Gegend in der betreffenden Schichte gelegenen Zellen, obwohl sie sich von ihren Nachbarn in keiner Weise mehr unterscheiden, von einer solchen Form und Beschaffenheit, daß ich mir sehr wohl vorstellen kann, wie sie, indem sie sich vermehren und etwas umlagern, auch in der Scheitelgegend die Anlage der Galea aponeurotica zu bilden vermöchten. Nur kann ich allerdings auch, wenn ich annehme, daß sich die Galea aus bereits an Ort und Stelle befindlichen Zellen bildet, doch auch wieder nicht ausschließen, daß diese Zellen nicht an Ort und Stelle entstanden sind, sondern einige Zeit bevor die Differenzierung der Galea erfolgte, von der Seite des Kopfes her ins Gebiet der Schädelwölbung gelangt waren.

Dieses Beispiel zeigt, wie die Frage, ob auch in späteren Entwicklungsstadien noch ein Emporschieben von Mesodermzellmassen von der Seite des Kopfes her, die bestimmte Schichten im Gebiete der Schädelwölbung zu bilden hätten, erfolgt, oder nicht, auf Grund der aus der Betrachtung der Schnitte gewonnenen Befunde nicht leicht zu beantworten ist.

Und trotzdem bin ich geneigt, ein solches Emporwandern mindestens noch für Embryonen aus der ersten Hälfte des zweiten Monates anzunehmen. Es sind vorwiegend zwei Gründe, die mich veranlassen, diese Annahme zu machen. Der eine Grund liegt darin, daß ich in dem unter der Epidermis über dem

Mittelhirndache befindlichen dichten Bindegewebslager trotz eifrigen Suchens in keinem Falle eine Kernteilungsfigur auffinden konnte, während ich wenigstens bei Embryonen zwischen 7 und 13 *mm* größter Länge, besonders in den dichteren Mesodermlagern, unter der Seitenfläche des Kopfes regelmäßig vereinzelte, in einem Falle aber sogar ziemlich zahlreiche derartige Figuren nachweisen konnte. Diese Tatsache scheint mir einerseits zu beweisen, daß die Vermehrung der Zellen des dichten Bindegewebslagers über dem Mittelhirndache jedenfalls keine rege sein kann, und daß die Dickenzunahme dieses Lagers nicht nur durch Teilung der seinem Verbande angehörenden Zellen wird erfolgen können. Andererseits spricht sie für eine regere Proliferation der Zellager an der Seite des Kopfes und für die Möglichkeit der Abwanderung von in diesen Lagern neugebildeten Zellen in der Richtung gegen den Scheitel zu. Vor allem aber scheinen mir, und dies ist der zweite Grund, der mich zu meiner Annahme bestimmt, die einigermaßen ähnlichen, nur sehr viel klarer und einwandfreier zu beobachtenden Entwicklungsvorgänge an der Dorsalseite des Rückenmarkes für meine Ansicht zu sprechen.

Wenn man einen Querschnitt durch die Gegend des Rückenmarkes eines menschlichen Embryo von zirka 7 *mm* größter Länge (Chr. 1) (vgl. Fig. 9, Taf. II) betrachtet, so sieht man an der Dorsalseite des Markes zwischen ihm und der Epidermis eine Mesodermmasse, die seitlich zwischen der Hautmuskelplatte (H. M. P.) und dem Rückenmarke (M. sp.) einerseits mit der Mesodermmasse zusammenhängt, die in der unmittelbaren Umgebung der letzteren, auch die Spinalganglien umschließend, durch ihre lockere Fügung als meningeales Gewebe sich kenntlich macht, während sie andererseits auch in die wesentlich dichter gefügte, unmittelbar an die Muskellamelle der Hautmuskelplatte und weiter an der Ventralseite des Markes die Chorda umschließende Mesodermmasse, in der wir schon die Anlage eines Wirbels erkennen, übergeht. Zweifellos entstammt diese ganze Gewebsmasse, die also nicht nur die Wirbelanlage und das meningeale Gewebe, sondern auch die dorsale Bedeckung des Rückenmarkes umfaßt, dem Sklerotom des Urwirbels. Diese dorsale Bedeckung hat sich dabei so gebildet, daß sich die in Betracht kommenden Zellen, nachdem sie aus dem Verbande des Sklerotoms des Urwirbels frei geworden waren, an der dorsalen Kante des Urwirbels vorbei zwischen Medullarrohr und Epidermis vorschoben, bis sie die Dorsalseite des letzteren vollkommen bedeckten. In der Folge haben sie sich dann wohl auch durch Teilung vermehrt, bis schließlich jenes ziemlich dicke Zellager gebildet war, das wir in Fig. 9, Taf. II, vor uns sehen. Verfolgt man nun die weitere Entwicklung dieses Zellagers, so kann man leicht feststellen, daß sich aus ihm einerseits eine dem Marke unmittelbar aufliegende, locker gefügte Schichte meningealen Gewebes bildet, während sich andererseits, die der Epidermis näherliegenden Zelllagen, indem sich ihre Elemente inniger aneinander anschließen, zu jener Membran ausgestalten, die schon lange als Membrana reuniens posterior bekannt ist.

Diese Membran schließt seitlich und ventralwärts unmittelbar an das die Anlage der Bogenwurzeln der Wirbel bildende verdichtete Mesodermgewebe an, steht aber außerdem seitlich auch noch im Zusammenhange mit den Anlagen der Rückenmuskeln und der sie bedeckenden Fascie. Sie bildet mit dem Wirbelblastem zusammen die Anlage der Wirbelsäule und kann, wie ich glaube, ohne daß man dabei den Tatsachen Gewalt antun würde, mit dem dorsalen häutigen Teil des Primordialcraniums verglichen werden. Hängt sie doch auch, wie schon Bardeen (1) richtig hervorgehoben hat, in der Hinterhauptsgegend kontinuierlich mit dem häutigen Primordialcranium zusammen.

Wir können also über die Genese der Membrana reuniens posterior aussagen, daß sie sicher aus Zellen, die dem Sklerotom des Urwirbels entstammen, gebildet wird und können ebenso sicher angeben, daß ihr bis zu einem bestimmten Zeitpunkte die Epidermis unmittelbar aufliegt. Vergleicht man nun einen Querschnitt durch das Rückenmark und seine dorsale Bedeckung eines Embryo, bei dem die Membrana reuniens posterior schon gut differenziert ist, mit einem Durchschnitte durch die Gegend des Mittelhirndaches von Ha. 7 (vgl. Fig. 5), so kann man an beiden Schnitten eine genau gleiche Schichtenfolge nachweisen.

Später tritt dann zwischen Membrana reuniens posterior und Epidermis allmählich ein Lager von lockerem, subepidermoidalem Bindegewebe auf. Dabei geht die Bildung dieses Lagers so vor sich, daß

sie über den cranialen Partien des Rückenmarkes früher erfolgt, wie über den caudalen, so daß man eventuell an einem und demselben Embryo, je nachdem man weiter cranial oder weiter caudal geführte Querschnitte untersucht, die verschiedenen Entwicklungsstadien der Bildung dieses Bindegewebslagers zu sehen bekommen kann.

Fig. 10 (Taf. II) gibt das Übersichtsbild eines Querschnittes durch das Rückenmark und die Wirbelsäule eines menschlichen Embryo (Pal. 1) von 14·60 *mm* größter Länge in der Höhe der Anlage des 8. Brustwirbels, bei dem in dieser Höhe die Bildung dieses Bindegewebslagers eben begonnen hat und also in ihren ersten Anfängen sichtbar ist. Die Figur zeigt uns vor allem außer dem Rückenmarke und dem dieses sowie die Spinalganglien einhüllenden Lagers meningealen Bindegewebes, das einen recht breiten Raum einnimmt, die Anlage des Wirbelkörpers (W. K.) und der Bogenwurzeln (B. W.), die im Begriffe sind, zu verknorpeln. Sie zeigt uns aber auch besonders deutlich den Durchschnitt der Membrana reuniens posterior (M. r. p.), die die dorsalen Enden der Bogenwurzelanlagen der einen mit denen der anderen Seite verbindet, wobei sie eine Art Dach über der Dorsalseite des Rückenmarkes bildet. Sie erscheint auf dem Durchschnitte auch schon bei schwacher Vergrößerung recht scharf gegen das Hüllgewebe des Rückenmarkes abgegrenzt. Von der Seite her erhält sie dadurch eine Verstärkung, daß von der Dorsalseite der Anlage der langen Rückenmuskeln (l. R. M.) her eine Bindegewebsmasse in sie einstrahlt, die wohl kaum etwas anderes als die Anlage der Foscia lumbo dorsalis und der Sehne des M. latissimus dorsi sein kann. Dorsal liegt der Membran in der Mitte und auch noch etwas seitlich von der Mitte die Epidermis unmittelbar an, ohne jedoch fester mit ihr zusammenzuhängen. Dieser Umstand erklärt es, warum man so häufig die Epidermis etwas von der Membrana reuniens posterior abgehoben findet, eine Abhebung, die auch das Präparat, nach dem unsere Figg. 10 und 11, Taf. II hergestellt wurde, zeigt.[1] Ganz seitlich aber erscheint die Epidermis von der Membrana reuniens posterior dadurch etwas abgedrängt, daß von der Seite her zwischen diese beiden Membranen vereinzelte Bindegewebszellen vordringen. Untersucht man den Schnitt bei stärkerer Vergrößerung (vgl. Fig. 11, Taf. II), so gewinnt man sofort die Überzeugung, daß die vordringenden Zellen (C. G.) nicht dem Zelllager der Membrana reuniens entstammen, sondern daß es sich um Zellen handelt, die im Begriffe sind, aus dem an der Seitenfläche des Rumpfes bereits mächtig entwickelten Lager cutanen, beziehungsweise subcutanen Bindegewebes auszuwandern, wobei man den Eindruck erhält, als würden diese Zellen in dem Spalt zwischen Epidermis und Membrana reuniens vorwärts kriechen, bis sie schließlich auch die Medianebene erreichen. Es sind Zellen, die in letzter Linie wohl sicher der Cutislamelle der Hautmuskelplatte entstammen.

Die Stelle von der aus dieses Vordringen von Zellen erfolgt, ist auch bei der Betrachtung der Rückenfläche von Embryonen der in Betracht kommenden Entwicklungszeit sehr gut kenntlich. Sie entspricht jener Längsrinne die jederseits von der wulstförmig vorspringenden Rückenmarksgegend sichtbar ist, und deren Durchschnitt auch an unseren Figuren als ein stumpfer, einspringender Winkel des Oberflächenkonturs erscheint. Durch ein weiteres Nachrücken von Zellen, wohl aber auch dadurch, daß die einmal bis zu einem bestimmten Punkte vorgedrungenen Zellen, sich dann an Ort und Stelle vermehren, entsteht schließlich allmählich jenes ziemlich mächtige Lager von Bindegewebe, welches wir bei etwas älteren Embryonen, zwischen Epidermis und Membrana reuniens posterior eingeschoben finden. Anfänglich entbehrt dieses Bindegewebslager noch der Blutgefäße und erst nach einer gewissen Zeit sind solche in ihm nachzuweisen. Es wird also erst vaskularisiert, wenn es ein gewisses Alter, oder eine gewisse Reife erlangt hat.

Ist über der Wirbelsäule das Hautbindegewebslager gebildet, so zeigt ein Schnitt durch die Rückengegend, dieselbe Schichtenfolge über dem Rückenmarke, wie wir sie zum Beispiel bei Li. 2 (vgl. Fig. 7, Taf. II) auch über dem Mittelhirndache fanden. Während wir aber über die Herkunft des Hautbindegewebes an der Dorsalseite der Wirbelsäule die bestimmte Auskunft geben können, daß es nicht der

[1] Offenbar erfolgt, wenn die Blutzirkulation zu stocken beginnt, leicht eine Transsudation von Flüssigkeit in den sonst capillaren Spalt zwischen Membran und Epidermis, die diese Abhebung zur Folge hat.

Membrana reuniens, sondern in letzter Linie der Cutislamelle des Urwirbels entstammt, können wir über die Herkunft der entsprechenden Gewebsschichte über dem häutigen Cranium in der Gegend des Mittelhirndaches keine bestimmteren Angaben machen. Wir können nur die Vermutung aussprechen, daß es, so wie das gleiche über der Wirbelsäule auch nicht an Ort und Stelle entstanden, sondern von der Seitenfläche des Kopfes emporgewachsen ist, was wir wahrscheinlich nur deshalb nicht bestimmt sehen können, weil sich die Zellen, um die es sich dabei handelt, dicht aneinander und so an die Zellen des häutigen Craniums anlegen, daß sie von den letzteren nicht deutlich unterschieden werden können. So bin ich zum Beispiel der Überzeugung, daß bereits bei Sp. 1 (vgl. Fig. 6, Taf. II) das cutane Bindegewebslager in der Mittelhirngegend, wenn auch vielleicht nur in dünner Schichte, vorhanden ist, sich aber von dem Bindegewebslager des häutigen Craniums wegen seines gleichen Aussehens nicht abgrenzen läßt. Mag nun die Bildung des cutanen Bindegewebslagers im Bereiche der Schädelwölbung in der von mir angenommenen oder in einer anderen Weise vor sich gehen, so ist doch das eine sicher, daß das Hautbindegewebslager an der Seite des Kopfes früher gebildet wird, als das der Scheitelgegend und daß schon dieser Umstand erklärt, warum dieses Bindegewebslager an der Seite des Kopfes zuerst Gefäße erhält und die sich hier bildende Area vasculosa cutis erst allmählich scheitelwärts vorschiebt. Daß ich dabei das Vorschieben nicht wörtlich meine, habe ich übrigens schon früher hervorgehoben.

Schließlich möchte ich noch bemerken, daß es mir nicht möglich war, bei Säugerembryonen über die Ausbreitung der Blutgefäße in der Haut des Schädeldaches eingehendere Beobachtungen zu machen. Der hauptsächlichste Grund dafür war der, daß ich, nachdem ich die im vorstehenden beschriebenen Beobachtungen an menschlichen Embryonen gemacht hatte, keine Gelegenheit mehr hatte, lebende Säugerembryonen der in Betracht kommenden Entwicklungsstadien zu untersuchen. Seinerzeit allerdings, als ich solche Embryonen in großer Zahl lebensfrisch in Fixierungsflüssigkeit einbrachte und dabei häufig vorher bei Lupenvergrößerung betrachtete, war mir nichts aufgefallen, was an die Bilder erinnert hätte, die ich neuerdings von menschlichen Embryonen erhalten habe. Vielleicht waren zufälligerweise die Embryonen der in Betracht kommenden Stadien, die in meine Hand fielen, etwas stärker ausgeblutet und konnte deshalb nichts von einer Area vasculosa cutis an ihnen entdeckt werden. Es wäre aber auch möglich, daß gerade bei Kaninchen- und Katzenembryonen, die ich vor allem in größerer Zahl untersuchen konnte, die Blutgefäße der Area vasculosa cutis entweder überhaupt oder mindestens vor allem in den Randpartien dieser Area enger sind als bei menschlichen Embryonen, wozu noch kommen könnte, daß bei ihnen ein eigentliches Randgefäß der Area gar nicht oder nur mangelhaft ausgebildet wird. Das würde dann natürlich auch in befriedigender Weise erklären, warum eine Area vasculosa cutis capitis bei solchen Embryonen noch nicht beobachtet werden konnte. Da sich aber die Schichten über der Schädelwölbung wohl bei allen Säugern in ganz ähnlicher Weise und auch in derselben Richtung differenzieren dürften wie beim Menschen (für das Kaninchen und die Katze kann ich das bestimmt sagen) und auch bei ihnen das Mittelhirn immer diejenige Hirnpartie sein wird, die verhältnismäßig lange Zeit dicht unter der Epidermis liegt und außer von dieser nur noch von jener dünnen Lage skeletogenen und meningealen Gewebes bedeckt wird, über der erst verhältnismäßig spät die Schichte des cutanen Bindegewebes erscheint, während sie an der Seitenfläche des Schädels schon lange vorher sichtbar war, also die Cutis und Subcutis über dem Mittelhirn auch bei allen Säugern ihrer Entstehung nach jünger sein wird als die an der Seitenfläche des Kopfes, wird wohl auch die Vascularisierung der Haut der Schädelwölbung bei den Säugern in ganz ähnlicher Weise vor sich gehen wie beim Menschen. Es wird also auch bei ihnen voraussichtlich eine gewisse Zeit hindurch in der Scheitelgegend ein gefäßfreies Feld der Haut beobachtet werden können. Was das Kaninchen anbelangt, so glaube ich nach den von mir an Frontalschnittserien durch Köpfe von Embryonen dieses Tieres gemachten Wahrnehmungen sagen zu können, daß Embryonen von 15 bis 17 *mm* größter Länge für solche Beobachtungen geeignet sein werden.

Buchstabenerklärung.

ae. p. = äußere periostale Schichte des häutigen Primondialcraniums.
B. W. = Anlage der Wirbelbogenwurzel.
Bl. G. = Blutgefäße.
C. = Anlage der Cutis und Subcutis.
Ce. = Hirnwand.
Ch. = Chorda dorsalis.
c. G. = cutanes Bindegewebe.
C. p. = Commissura posterior.
E. = Epidermis.
G. = Anlage der Galea aponeurotica.
H. M. P. = Hautmuskelplatte.
i. p. = innere periostale Schichte des häutigen Primordialcraniums.
l. R. M. = Anlage der langen Rückenmuskeln.
M. = meningeales Gewebe.
m. C. = häutiges Primordialcranium.
m. C. + c. G. = Schichte aus der das häutige Primordialcranium und die über ihm liegenden bindegewebigen Schichten entstehen.
M. r. p. = Membrana reuniens posterior.
M. sp. = Medulla spinalis.
R. = Rippenanlage.
R. G. = Randgefäß der Area vasculosa cutis capitis.
S. G. = subgaleotisches Gewebe.
Sp. G. = Spinalganglion.
V. = Vene.
W. K. = Wirbelkörper-Anlage.

Verzeichnis der zitierten Literatur.

1. Bardeen R. C. Die Entwicklung des Skeletts und des Bindegewebes. In Keibel Mall, Handbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen, Leipzig 1910, Bd. 1, Kapitel 11.

2. Futamura. Über die Entwicklung der Facialismuskulatur des Menschen. Anatom. Hefte, Bd. 30, 1906.

3. Salvi H. Listogenesi e la Struttura delle Meningi. Atti della Societa Toscana di Scienze naturali. Pisa Memorie, Vol. XVI, 1898.

Tafel I.

Tafel I.

Fig 1 bis 3.

Verschiedene Ansichten des Kopfes eines menschlichen Embryo (E. 9) von 25·80 *mm* Steiß-Scheitellänge.

(Vergr. 5fach.)

Fig. 1

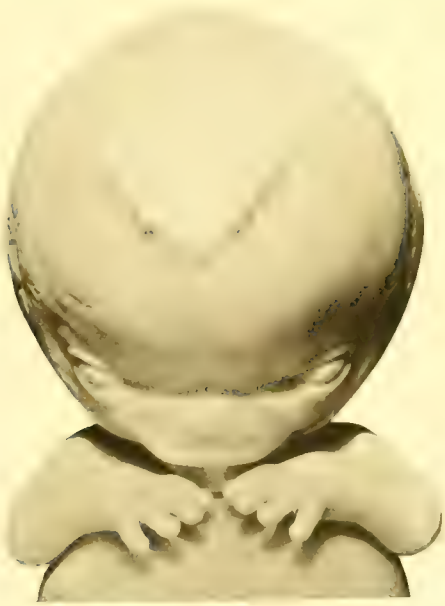


Fig. 2

Fig. 3

Tafel II.

Tafel II.

Fig. 4 bis 6. Schnitte durch das Mittelhirndach und die über ihm befindlichen Schichten dreier menschlicher Embryonen. (Vergr. 100fach.)

4. Nach einem Embryo (Ch. 1) von zirka 7 *mm* größter Länge.

5. » » (Ha. 7) » 17·0 *mm* Steiß-Scheitellänge.

6. » » (Sp. 1) » 17·8 *mm* »

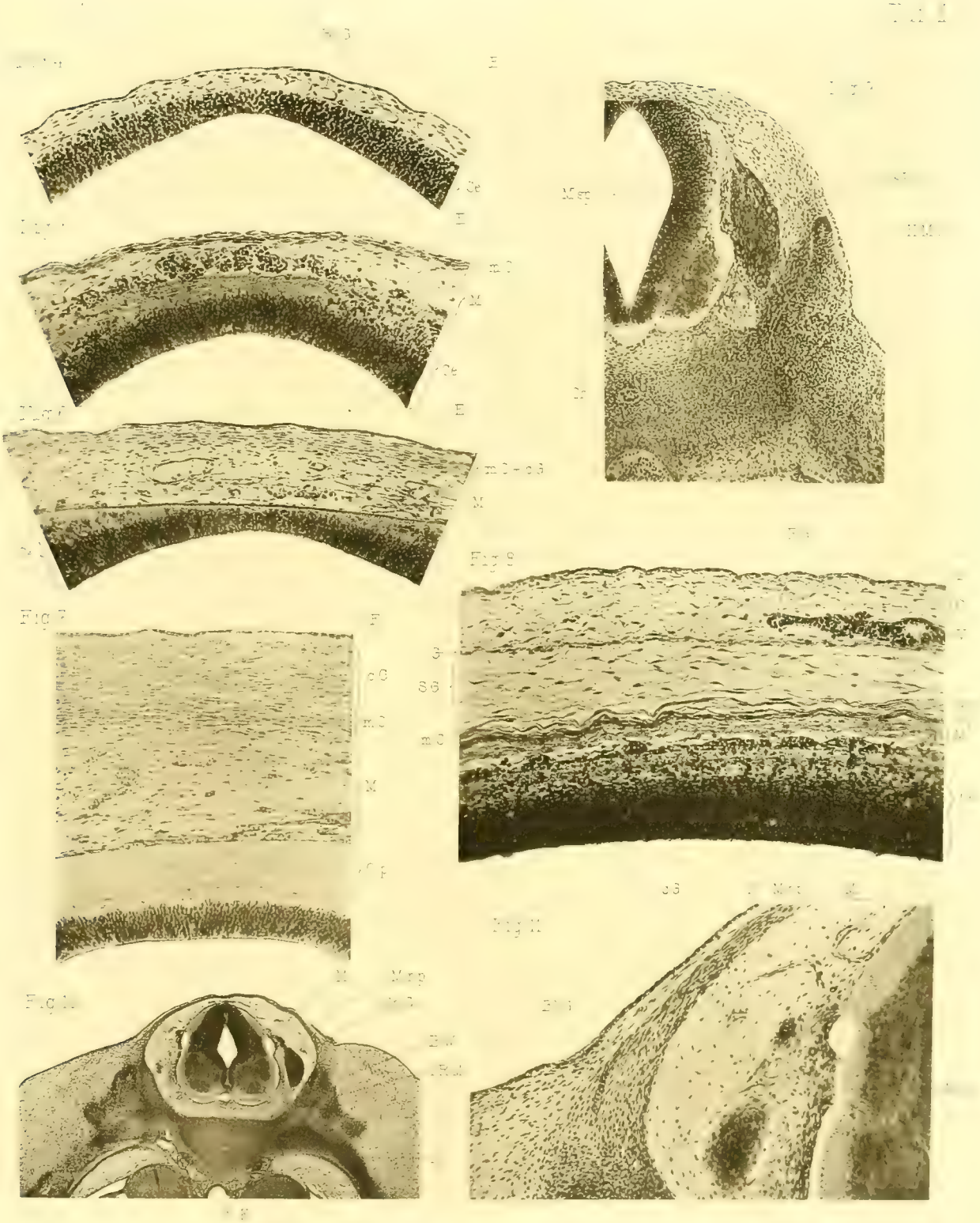
7. Schnitt durch die Gegend der Commissura posterior und durch die über ihr liegenden Schichten eines menschlichen Embryo (Li. 2) von 21·33 *mm* Steiß-Scheitellänge.

8. Schnitt durch die Schichten der Schädelwölbung über einer Großhirnhemisphäre in der Gegend des Randgefäßes der Area vasculosa cutis eines menschlichen Embryo (Peh. 4) von 25·20 *mm* Steiß-Scheitellänge. (Vergr. 100fach.)

9. Querschnitt durch das Rückenmark und seine Umgebung eines menschlichen Embryo (Ch. 1) von zirka 7 *mm* Länge (Vergr. 100fach.)

10. Querschnitt durch das Rückenmark im Bereiche der Anlage des 8. Brustwirbels und der diesen umgebenden Teile eines menschlichen Embryo (Pal. 1) von 14·60 *mm* größter Länge. (Vergr. 20fach).

11. Teil des in Fig. 10 abgebildeten Schnittes bei 100facher Vergrößerung.



EIN BEITRAG ZUR KENNTNIS VON ANACHOROPTERIS PULCHRA CORDA

(EINE PRIMOFILICINEENSTUDIE)

MIT UNTERSTÜTZUNG AUS DER ERBSCHAFT TREITL

VON

BRUNO KUBART

(INSTITUT FÜR SYSTEMATISCHE BOTANIK AN DER UNIVERSITÄT GRAZ)

MIT 7 TAFELN UND 26 TEXTFIGUREN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 2. MÄRZ 1916

Im Jahre 1911[1] habe ich bereits Gelegenheit genommen, auf die Zusammengehörigkeit der beiden Fossilien *Chorionopteris gleichenioides* Cda und *Calopteris dubia* Cda hinzuweisen. Die Erfüllung meines damaligen Versprechens, der diesbezüglichen kurzen Mitteilung in Bälde eine Detailuntersuchung folgen zu lassen, war mir aber durch ganz unerwartet eingetretene und damals nicht zu überwindende Hindernisse unmöglich geworden und erst durch das außerordentliche Entgegenkommen des neuen Leiters der geologischen Abteilung des Museums palatinum, des Herrn Prof. Purkyně, und durch die ganz besondere Liebenswürdigkeit des Herrn Prof. Němec in Prag bin ich in die angenehme Lage gekommen, mein Wort von damals einlösen zu können. Diesen beiden Herren sei also vor allem mein aufrichtigster Dank abgestattet.

Schon zu Beginn meiner Studien über die Ostrauer Heterangien und Lyginodendren hatte sich für mich die zwingende Notwendigkeit ergeben, eine klarere Vorstellung über Corda's *Heterangium paradoxum* aus den »Sphärosideriten« von Břaz-Radnitz zu bekommen, als man sie aus Corda's Abbildung und Beschreibung in seiner Flora protogaea erhalten kann. Eine nähere Erörterung dieser Frage ist hier aber nicht am Platze, ich werde ohnedies in meiner *Heterangium*- und *Lyginodendron*-Monographie hierauf zurückzukommen haben. Dieses Bedürfnis trieb mich nun auf die Suche nach Corda's Originalmaterialien.

Corda fand sein *Heterangium paradoxum* und mit diesem noch 11 andere Fossilien, also zusammen 12, nicht 13, wie sich irrtümlich auf p. 2 meiner Arbeit von 1911 angegeben findet, in »Sphaerosideriten« aus der Steinkohle von Břaz auf der Herrschaft Radnitz in Böhmen. Diese »*Sphaerosiderite*« sind aber

[1] Kubart B., Corda's *Sphaerosiderite* . . ., Sitzb. k. Ak. d. W., Wien, m. n. Kl., Bd. 120.

nichts anderes als Kieselknollen mit allerlei Beimengungen, wie ich bereits 1911 zur Genüge auseinander gesetzt habe. Die betreffenden Schichten, in denen Corda 1836 bis 1845 seine Sphaerosiderite sammelte, gehören dem mittleren produktiven Karbon an, wie ich ebenfalls bereits 1911 ausgeführt habe.

Von diesen 12 Radnitzer Fossilien wird nun ein Teil der Corda'schen Originalstückchen zu dessen Zeichnungen in der Flora protogaea im Prager Museum[1] aufbewahrt; diese Stücke sind durchgehends kleine Objekte, Bruchstücke von Sphaerosideriten. Außerdem sind noch andere Bruchstücke dieses Sphaerosideritmaterials, die aber keine Originale darstellen, dortselbst vorhanden, in denen sich dieselben Fossilien wiederfinden, die Corda bereits beschrieben hatte.

Eine anläßlich meiner Suche nach *Heterangium paradoxum* in Prag vorgenommene genaue Besichtigung des gesamten vorhandenen Materiales aus Radnitz ließ mich sofort erkennen, wie dringend und vielleicht auch verheißungsvoll eine Neubearbeitung dieser Fossilien wäre und der damalige Leiter der geol. pal. Sammlung, Herr Prof. A. Frič, bot mir auf meine diesbezügliche Mitteilung hin nicht nur Material, sondern auch materielle Förderung an, die ich aber späterhin infolge der leider zutage getretenen Arbeitsbehinderung zu meinem aufrichtigen Bedauern ablehnen mußte. Liberal stellte mir Herr Prof. Frič von den nicht zum Originalmateriale gehörigen Sphaerosideritstückchen mehrere Stücke zur völlig freien Verfügung, ja übergab und übersandte mir auch noch nachher sogar einige Bruchstücke von den eigentlichen Originalen, was ich bezüglich *Chorionopteris* und *Anachoropteris* jedoch erst späterhin bei Erhalt deren Originale durch Herrn Prof. Purkyně einwandfrei feststellen konnte. Diese Stückchen waren aber zu meinem großen Leidwesen und gegen meine ausdrückliche Bitte in recht primitiver Weise von den Originalen abgeschnitten worden, was gerade nicht zu deren Vorteil war; von der Herstellung aber auch nur eines Dünnschliffes direkt vom Originale durch eine sachkundige, verläßliche Firma, wollte jedoch Herr Prof. Frič durchaus nichts wissen, obwohl hiebei, wie jeder Fachmann weiß, das Material ganz bedeutend geschont worden wäre. Gerne sage ich aber auch an dieser Stelle Herrn Prof. Frič für diese anfängliche Hilfe nochmals aufrichtigen Dank.

Alle die mir zur Verfügung gestellten Stückchen sind natürlich sehr klein gewesen, meist höchstens 1 cm^2 große und etliche Millimeter dicke Platten. Das Glück war mir aber hold und so konnte ich bald die interessante Feststellung über die Zusammengehörigkeit von *Chorionopteris* und *Calopteris* machen; als ich aber die Sache näher untersuchen und zu diesem Zwecke die zwei betreffenden Corda'schen Originale nach Graz ausleihen wollte, um mit bestmöglichen, im Prager Museum mir nicht zur Verfügung stehenden Behelfen wie auch mit Muße mikroskopieren und photographieren zu können, stieß ich auf einen plötzlichen Widerstand des Herrn Prof. Frič, der von einem Verleihen der Objekte nichts wissen wollte. Erst durch seinen Nachfolger, Herrn Prof. Purkyně, habe ich nun über abermalige Bemühung des Herrn Prof. Němec diese beiden Originale von *Chorionopteris* und *Anachoropteris* erhalten. Hiedurch ist nun aber nicht bloß die Beendigung der Arbeit ermöglicht worden, die Untersuchung konnte vielmehr dank der schon aus freien Stücken erfolgten liberalen Zeitgewährung in einem ursprünglich nicht erwarteten Umfange durchgeführt werden, so daß dieses Entgegenkommen, wie sich aus den folgenden Ausführungen wohl zur Genüge erweisen dürfte, reichlich belohnt wurde.

Corda's Original für *Anachoropteris pulchra* (Fl. pr., Taf. 56, Fig. 2) ist derzeit mit der Inventarnummer 64 *b* versehen; es ist heute ein Steinstückchen von 1·5 *cm* Länge, das aber an der aktuellen Stelle nur 5 *mm* dick ist; jenes von *Chorionopteris gleichenioides* (Fl. pr., Taf. 54, Fig. 10 bis 16) ist heute eine 2 *cm* × 1·5 *cm* große und 4 *mm* dicke Steinplatte, deren aktuelle Seite einstens von Prof. A. Frič mit einem Deckglas überdeckt worden ist. Die jetzige Inventarnummer dieses Stückes ist 522. Trotzdem es mir nun gelungen war, ein relativ reiches Material zusammenzubringen, so muß bei dieser hauptsächlich anatomischen Untersuchung, ganz abgesehen von der Kleinheit der einzelnen Stücke, immer mitberücksichtigt werden, daß vielfach ohne Dünnschliffe gearbeitet werden mußte und man sich dann

[1] Auch: Museum palatinum oder Museum des Königreiches Böhmen.

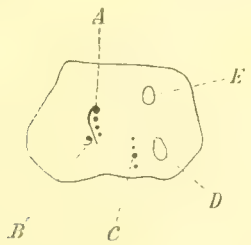
mit der mikroskopischen Beobachtung im auffallenden Lichte zu begnügen hatte. Dies ist ein Umstand, durch den wohl manche Frage, die sich ergab, nicht vollends einer Lösung zugeführt werden konnte, was bei ausschließlicher Verwendung von Dünnschliffen wohl sicher der Fall gewesen wäre. Vielleicht glückt es auch, in Radnitz neues Material aufzusammeln, was wohl das beste wäre. Ich fand bis heute in von dort mir gesandten »Sphaerosideriten« noch nichts.

Chorionopteris gleichenioides Corda.

»Die Rudimente, nach welchen ich diese Gattung gebildet habe, sind außerordentlich klein und zart und bestehen bei 3 bis 4 von mir aufgefundenen und präparierten Exemplaren aus der Mittelrippe eines Fiederblättchens von 3 bis 4 Linien Länge (das ist 6·6 bis 8·8 *mm*) und aus 3 bis 4 neben dieser liegenden kugeligen Früchtchen.«[1]

Von diesen 3 bis 4 Exemplaren sah ich im Prager Museum nur das bereits vorher erwähnte Originalstück zu Corda's Figuren 10 bis 16 auf Taf. 54. Schon eine flüchtige Betrachtung der Deckglasseite dieses Stückes läßt ohneweiters das Original zu Corda's Fig. 11 erkennen: eine »Mittelrippe« wie Corda sagt, längs der 4 Sori liegen (Fig. 1, *A* und Photo 1, Taf. I). An der Basis dieser Mittelrippe befindet sich, bei schwacher Vergrößerung scheinbar mit ihr zusammenhängend, ein Stück einer 2. Mittelrippe (Fig. 1, *B* und Photo 1 und 18) mit einem einzigen Sorus; eine 3. Mittelrippe mit einem sehr schönen

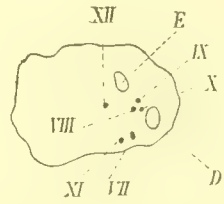
Fig. 1.



Pause der Deckglasseite von Corda's Originalstück für *Chorionopteris gleichenioides*. Nat. Größe.

A, B, C = *Chorionopteris*-Reste.
D, E = 2 *Anachoropteris*-Exemplare.

Fig. 2.



Umriß des Schliffes Sammlung Kubart 143 *A*, der sich an die Unterseite des Corda'schen Originalstückes für *Chorionopteris* anschließt. Die Orientierung der Skizze ist die gleiche wie in Fig. 1. Nat. Größe.

VII bis *XII* = *Chorionopteris*-Sori.
D und *E* = Fortsetzung der *Anachoropteris*-Exemplare aus Fig. 1.

Längsschnitte durch einen Sorus (Corda's Fig. 15) liegt ein wenig seitwärts von diesen zwei früheren Objekten und trägt ebenfalls 4 Sori (Fig. 1, *C* und Photos 2 und 3). Corda's Fig. 10 ist eine Spiegelbildzeichnung der Deckglasseite dieser kleinen Steinplatte und ein Spiegelbild unserer Fig. 1, welche diese Seite der Platte mit der Lage der einzelnen Fossilien wiedergeben soll.

Wir finden also auf der von Corda einstens untersuchten Seite der Originalplatte nur 2 *Chorionopteris*-Mittelrippen mit je 4 Früchtchen (*A* und *C*), während Corda deren 3 bis 4 gefunden hatte; es ist daher wohl anzunehmen, daß die anderen Exemplare auf irgend einem anderen Gesteinsstückchen waren, das uns nicht erhalten geblieben ist. — Als ich nun 1911 die kleinen, mir nachgesandten Materialbruchstücke in Bearbeitung nahm, fand ich in einem Schliffe von einem dieser Stückchen mehrere Sori, von denen ich einen l. c. auf Taf. I, Fig. 2[2] als *Chorionopteris gleichenioides* abbildete. Ich wußte damals nicht positiv und konnte es auch nicht einwandfrei erfahren, daß die mir nachgesandte zu diesem

[1] Corda, l. c., p. 90.

[2] Als Photo 7 nochmals reproduziert.

Schliffe gehörige kleine Steinplatte von dem *Chorionopteris*-Originale stammte, was mir eben erst jetzt, wie bereits auf p. 2 [552] bemerkt wurde, möglich war, durch den Vergleich mit dem Originale völlig einwandfrei festzustellen. Sowohl in unserer kleinen Platte als auch im Musealexemplare befinden sich noch mehrere *Chorionopteris*-Sori, so daß man sagen kann, das ganze Gesteinsstück ist mit diesem Fossile reichlich durchsetzt.

Das Bild dieser Sori ist so typisch, daß man sie wohl kaum mit Soris eines anderen Farnes verwechseln kann und es mag daher wohl angehen, auch gleichartige Sori aus den anderen Materialstückchen, die für unsere weiteren Ausführungen von Bedeutung sind, ohne langwierige Beweisführung in unsere Betrachtungen kurzwegs mit einzubeziehen. Einer von diesen Soris ist in Photo 4 dargestellt. Samt und sonders, mit Einschluß der auf der Oberseite von Corda's Originalplatte befindlichen 6[1] Sori, habe ich rund 20 diverse *Chorionopteris*-Sori gefunden, die, wie schon aus den Mittelrippen *A, B, C* (Fig. 1) ersichtlich ist, verschiedenen Mittelrippen angehörten, und vielleicht kann man daher mit Rücksicht auf das immerhin doch geringe zur Verfügung gestandene Material sagen, daß *Chorionopteris* gerade nicht so selten gewesen sein mag. Von den gefundenen Soris kommen aber nur 14 für unsere Ausführungen in Betracht. Um späteren Autoren ein Wiederfinden derselben zu erleichtern, sei nun auch die Lage dieser 14 nummerierten Sori in Kürze angegeben:

I ist der Endsorus in Corda's *Chorionopteris*-Exemplar *A* (Fig. 1, Photo 1).
II bis *IV* sind die drei folgenden Sorusquerschnitte (Photo 1) an demselben Exemplare *A*.
V ist Corda's Fig. 15 (Photos 2 und 3, Fig. 1, *C*; Fig. 6).
VI liegt gegenüber von Sorus *IV* (Photos 1 und 18, Fig. 1, *B*).

Alle diese 6 Sori befinden sich auf der Oberseite der im Prager Museum aufbewahrten Corda'schen Originalplatte. In dem sich nun an die Unterseite dieser Platte anschließenden Schliffe, Sammlung Kubart 143 *A* (388) befinden sich weiter die Sori:

VII bis *XII* (Fig. 2) und in Schliff, Sammlung Kubart 142 *A* (387) von einem anderen kleinen *Sphaerosiderit*-Stücke sind die Sori
XIII (Photo 4, Taf. I) und *XIV*.

Nach Corda's Beschreibung stellt nun das seitlich von den Sori liegende Gewebe (*a* in Corda's Fig. 11, deren skizzenartige Pause unsere Fig. 3 ist) die Mittelrippe des Fiederchens dar, deren Ende ein noch geschlossenes »Fruchthäufchen« (*f* Fig. 3) aufsitzt. »Vergrößert man das noch geschlossene Fruchthäufchen stärker (Corda's Fig. 14, unsere Fig. 4), so sieht man die Zelltextur des Mittelnerven *a* deutlich und oben und unten *g*, *g* ist derselbe von verkohlter Blattsubstanz umgeben.«

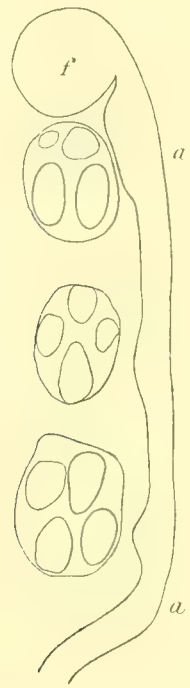
Diese Auffassungen Corda's über den »Mittelnerv« und den geschlossenen endständigen Sorus lassen sich allerdings bei genauer mikroskopischer Untersuchung nicht aufrecht erhalten, doch dürfen wir diese unrichtige Beschreibung des Tatbestandes Corda nicht verübeln, weil wir wohl bedenken müssen, daß er nur mit sehr unvollkommenen optischen Behelfen arbeiten konnte.

Schon an dem bei geringer Vergrößerung hergestellten Photo 1 dürfte zur Genüge auffallen, daß der »Mittelnerv« unterhalb des Endsorus gerade keine Mittelnervstruktur im Längsschnitte zeigt, die hier im positiven Falle unbedingt vorhanden sein müßte. Die Zellen, zumindest die inneren, müßten hier mit der Längsrichtung des Mittelnerves parallel verlaufen, was aber nicht der Fall ist, sondern das gerade Gegenteil, die »Mittelnervzellen« sind mit ihrer Längsachse senkrecht zur Längsachse des Mittelnerven orientiert. Verwendet man eine stärkere Vergrößerung (Photo 5), so wird diese Tatsache noch offenkundiger, man erkennt eine deutliche Blattstruktur. Besondere Details über den Blattbau lassen sich nicht feststellen, da hiezu das Objekt wieder nicht genügend gut erhalten ist, andererseits ich mit einem stärkeren Objektiv als etwa Reichert 3 und Okular 4 (der mir zur Verfügung stehende Vertikalilluminator half mir nicht viel) nicht gut an das Objekt herankonnte, also einer jener Übelstände, wenn man nicht

[1] Die in Mittelrippe *C* nur teilweise erhaltenen 3 Sori sind nicht mitgezählt.

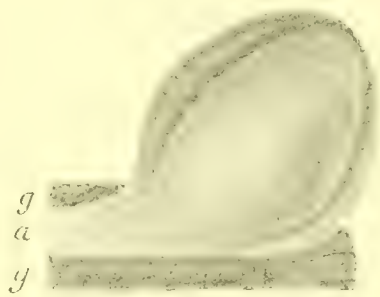
mit einem Dünnschliffe arbeiten kann. Immerhin konnte man zur Genüge sicher feststellen, daß das Blatt vielleicht dorsiventral gebaut war, denn die Zellen der den Soris zugewendeten Seite des Blattquerschnittes, also vermutlich der Blattunterseite, sind großlumig, reichen beiläufig bis zur Blattmitte und mögen daher das Schwammparenchym darstellen, während der etwas größere Teil des Blattquerschnittes allem Anscheine nach von einem anderen Gewebe eingenommen wurde, dessen vermutlich auch lang gestreckte

Fig. 3.



Skizzenartige Pause von Corda's Fig. 11, Taf. 54, Fl. *protogaea* die »Mittelrippe« *A* darstellend.
Alles Nähere im Texte.

Fig. 4.



Pause von Corda's Fig. 14, T. 54, Fl. *protogaea*.
Alles Nähere im Texte.

Zellen wohl eng nebeneinander lagen und daher den Eindruck eines Palisadenparenchyms machen. Auch von der Epidermis der Blattoberseite möchte man Spuren zu erkennen glauben, kleine plattenförmige Zellen, doch kann man auf Grund des Wenigen kein sicheres Urteil fällen, denn es kann hier ja mancher Eindruck einzig und allein auf Grund des Erhaltungszustandes entstanden sein. So viel kann aber als unzweifelhaft sicher angenommen werden, daß die »Mittelrippe« Corda's hier oben bei den letzten beiden Soris in Wirklichkeit ein Blattquerschnitt ist und daß Blattquerschnitte, die ein gleiches Bild bieten, in dem von mir untersuchten Materiale mehrfach, wenn nicht häufig, vorkommen. Photo 57, Taf. VII zeigt in kleinerer Vergrößerung einen solchen Blattquerschnitt.

An der Spitze der Mittelrippe befindet sich ein noch geschlossener Sorus, wie Corda sagt. Bei genauer Untersuchung kann man aber feststellen, daß auch dies nicht zutrifft. Wie an Photo 5, Taf. I und Fig. 5 zu sehen ist, umklammert das Blatt beiderseits, in Wirklichkeit wohl allseits, den Sorus bis über die Hälfte seiner Länge *b* bis *b*, die etwa 510 μ betragen mag. Wir können daher vielleicht auch sagen, der Sorus ist in den Blattrand eingesenkt.

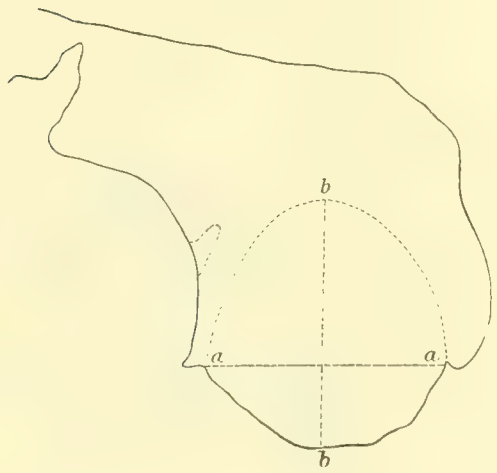
Das typische Blattquerschnittsbild, das wir besonders unterhalb des Endsorus feststellen konnten, verwischt sich vielleicht in der Gegend des Endsorus einigermaßen, oberseits bleibt das Palisadengewebe, aber auch unterseits (?) setzt ein solches ein und die Mitte, wo das Gefäßbündelende sein sollte, wird vom Schwammparenchym eingenommen.

Völlig positiv kann ich aber dies nicht sicherstellen, da mir das Bild doch zu unklar war.[1] Der Endsorus selbst ist aber im Materiale nicht mehr erhalten, vielmehr nur der Hohlraum, welchen er im

[1] Siehe p. 7 [557].

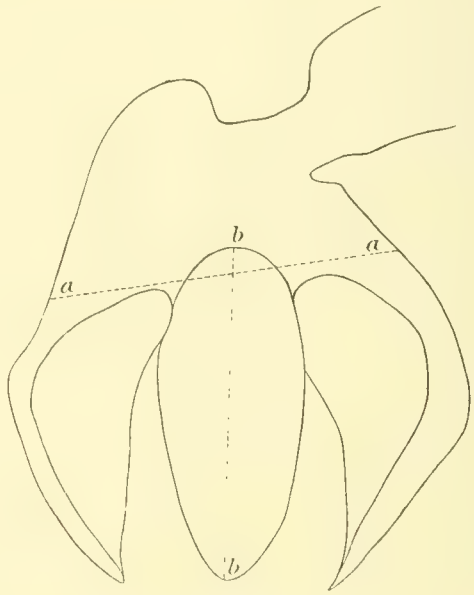
Gesteine eingenommen hatte. Da nun diese Sori, wie ich mich leider selbst überzeugen konnte, relativ leicht herausfallen oder herausgelöst werden können, so mag immerhin zu Corda's Zeiten dieser Sorus noch vorhanden gewesen sein und erst nachher, vielleicht beim Reinigen und Abstauben der Platte durch Frič vor dem Bedecken derselben mit Canadabalsam und Deckglas herausgefallen sein, eine Erscheinung, deren Eintreten Niemandem zur Last gelegt werden kann. Aber selbst, wenn dieser Sorus einstens noch in

Fig. 5.



Endsorus der »Mittelrippe« *A*.
Nähere Erklärung im Texte. 60 × Vergr.

Fig. 6.



Sorus V.
Alles Nähere im Texte. 60 × Vergr.

Situ vorhanden gewesen wäre, so kann die von Corda gegebene Beschreibung nicht als völlig richtig anerkannt werden. Bei scharfer Einstellung auf den Blattrand wie auch auf das Blattgewebe direkt oberhalb des Sorus, erscheint uns der vom Sorus eingenommene Platz als eine dunkle unscharfe Fläche, was sich auch in Photo 5, Taf. I so ziemlich zum Ausdruck bringen ließ. Diese rundliche Fläche wird nur dann vom Rand gegen die Mitte zu deutlicher sichtbar, wenn man den Tubus langsam senkt, mit anderen Worten, es befindet sich hier im Gesteine eine kleine halbkugelförmige Grube, die Stelle, wo einstens der Sorus, vielmehr dessen Sporangien, lagen (Photo 6, Taf. I zeigt dies einigermaßen). Die Wände der Grube sind mit Geweberesten ausgekleidet und zwar so stark, daß man annehmen kann, daß die ganze Hülle des halben Sorus — man verzeihe diese Ausdrucksweise — (Corda's Indusium, *g* in seiner Fig. 15) hier im Gesteine stecken geblieben ist und nur der Inhalt des Sorus, das sind die Sporangien, als leichter sich loslösende Masse herausgefallen ist. Ich glaube aber auch weiter, daß der Schnitt durch diesen Sorus kein ± medianer ist, denn von dem Gefäßbündel des Receptaculums unterhalb des Sorus, das bereits Corda in seiner Fig. 15 sehr schön gezeichnet hat — dieses Objekt (Sorus V) ist in Photo 3, Taf. I wiedergegeben — ist in dem Endsorus eigentlich nichts zu sehen, was aber bei mehr minder medianer Lage des Schnittes unzweifelhaft der Fall wäre. Ziehen wir weiter in Betracht, daß bei Sorus V (Photo 3, Taf. I, Fig. 6) die Distanz *a* bis *a*, das ist die Stelle, bis zu welcher man an diesem Sorus das Blatt verfolgen kann, aber das Blatt nicht mehr inbegriffen, etwa 595 μ beträgt[1] und die Länge seines mittleren Sporangiums rund 680 μ, dieweil eine gleichwertige Längenmessung am Endsorus (Fig. 5, *b* bis *b* als vermutliche Länge des ganzen Sorus nur 510 μ ergibt (cf. p. 5 [555]) und die Breite des ganzen Sorus an der äußersten Spitze des Tragblattes (auch ohne Blatt) *a* bis *a* nur 476 μ beträgt, so ersehen wir auch, trotz der eventuellen Annahme eines jugendlichen Stadiums dieses Sorus (die zu derselben Mittelrippe

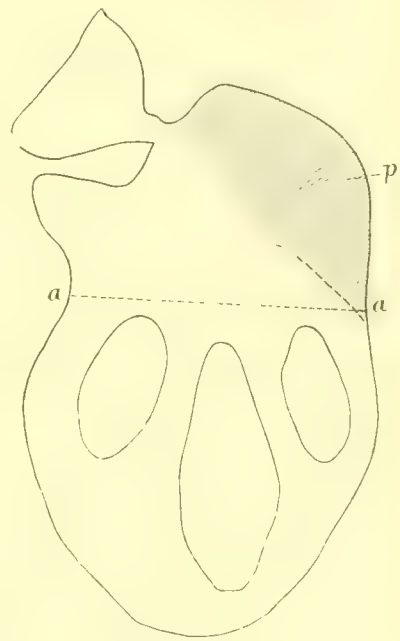
[1] Bei Sorus VII (Photo 7, Taf. I, Fig. 7) beträgt die gleiche Entfernung 561 μ.

gehörigen anderen 3 Sori sind aber wohl auf demselben Entwicklungsstadium wie jener in Photo 3, Taf. I, Fig. 6 i. e. Sorus V (und individueller Schwankungen, daß auch diese Maße gerade nicht für einen medianen Schnitt, den allerdings auch Photo 3, Taf. I wohl nur bezüglich des medianen Sporangiums darstellen kann, des Endsorus sprechen. Vermutlich ist die größere Hälfte des Endsorus nach außen, das heißt dem Beobachter zu gelegen gewesen und dies möchte dann auch Corda's Fig. 14, das ist unsere Skizze 4 leichter verständlich erscheinen lassen. Allerdings stellt *a* in dieser Figur keineswegs den Mittelnerv dar und war der ganze Sorus erhalten, so umhüllte wohl das beiderseits hievon gezeichnete Blatt *g* den Sorus auch auf der dem Beobachter zugewendeten gewölbten Seite, was aber nicht eingezeichnet ist.

Im übrigen widersprechen auch die von Corda selbst und zwar richtig gezeichneten Querschnittsbilder der Sori II bis IV (Corda's Fig. 11, 12 und 13) seiner Darstellung des Endsorus (Corda's Fig. 14, unsere Skizze 4), in welcher er den einzelnen Sporangien des Sorus entsprechende Längsrillen am Sorus gezeichnet hat, die, wären sie wirklich vorhanden, unzweifelhaft an den Querschnittsbildern durch Einkerbungen des Sorusumfanges zum Ausdruck kommen müßten, was aber nirgends der Fall ist, wie zum Beispiel auch aus einem Detailbilde von einem Sorusquerschnitte (Photo 15, Taf. III) zu ersehen ist.

Dies sind denn meines Erachtens auch wieder Umstände, die vielleicht doch eher annehmen lassen, daß diese Stelle einstens schon so zu sehen war, wie wir sie eben kennen lernten, also als Sorusgrube und daß es Corda einfach unmöglich war, mit seinen Behelfen genau zu sehen. Der Schnitt durch den Endsorus mag also recht weit von der Mediane entfernt sein und dadurch wäre dann auch die Möglichkeit der eigenartigen Gewebeanordnung knapp unterhalb des Endsorus (p. 5 [555]), die allerdings nicht sicher festgestellt werden kann, gegeben. Der einzelne Sorus war aber in Wirklichkeit keineswegs so tief in den Blattrand eingesenkt, wie man auf Grund des vom Endsorus gebotenen Bildes (Fig. 5) annehmen würde, denn in diesem Falle handelt es sich um einen seitlichen (schiefen) Schnitt durch einen Sorus, wodurch dieses Bild entsteht. Die Wirklichkeit stellen aber dar oder kommen ihr zumindest sicher nahe die Sori V (Photo 3, Taf. I und Fig. 6), VII (Photo 7, Taf. I und Fig. 7) wie auch der zusammengedrückte Sorus XIII (Photo 4, Taf. I), bei denen die Umhüllung des Sorus durch den Blattrand wohl nur als eine geringe zu bezeichnen ist. Besonderes Interesse gewinnt hiebei Photo 7, Taf. I (Sorus VII), weil an diesem mit voller Deutlichkeit das Vorhandensein eines mächtigen Palisadengewebes (*p* in Fig. 7) an der Oberseite des Sorus beobachtet werden kann.

Fig. 7.



Sorus VII.
Weitere Erklärung im Texte. 60 × Vergr.

Ein ganz anderes Bild als der eben behandelte Sorus I, wie auch als der ebenfalls nun schon des öfteren erwähnte Sorus V bieten aber die drei anderen Sori (II bis IV) der Mittelrippe *A* (Fig. 1). In diesen Soris (Photo 1, Taf. I) sind stets 4 Sporangien vereinigt und bei einem Vergleiche dieser Sori mit Sorus V kann man unschwer erkennen, daß Sorus V einen Längsschnitt, die Sori II bis IV jedoch in senkrechter Richtung auf die Schnittfläche des Sorus V geführte Schnitte, also Querschnitte, darstellen.

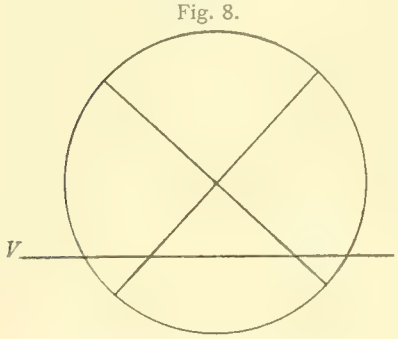
So weit ich heute urteilen kann, scheinen tatsächlich regelmäßig immer 4 Sporangien zu einem Sorus vereinigt zu sein, was bereits Corda angenommen hatte. Mir stehen auch heute keine anderen so guten Querschnitte zur Verfügung als jene 3 (von II bis IV), die bereits Corda kannte, die ich aber leider auch nur in auffallendem Lichte mit Objektiv 3 und Okular 4 untersuchen konnte.

Innerhalb einer mehrschichtigen Wand, deren innere Zellschichten vermutlich sehr inhaltsreich waren, denn sie sind regelmäßig als völlig schwarze Masse (Kohle) erhalten, liegen 4 Sporangien. Corda faßte diese Wand als Indusium auf, doch glaube ich kaum, daß dem so ist, denn man kann ja diesen Sorus auch als Synangium betrachten. Die einzelnen Sporangien zeigen einen rundlichen Querschnitt

und berühren sich ab und zu gegenseitig. Zwischen den einzelnen Sporangien sind ab und zu auch Reste eines dünnwandigen Gewebes zu sehen, das aber beim Aufklappen des Sorus im Momente der Sporenreife vermutlich bereits verschwunden war oder einfach beim Auseinanderweichen der Sporangien zerrissen wurde und in Stücken noch an den Sporangienwänden gefunden werden kann.[1] Ob die einzelnen Querschnitte durchgehends in der gleichen Höhe geführt worden sind, soll dahin gestellt bleiben und es scheint mir vernünftiger, diese Frage auch nach Besprechung der Längsschnitte ungelöst zu lassen, da es mir nicht möglich war, einen Sorus in Serienquerschnitten zu untersuchen. Die Dimensionen der einzelnen Sori betragen bei II: 680×510 μ, III: 680×510 μ, IV: 595×765 μ, der Sporangien 289×289 μ, 340×255 μ, 221×255 μ, 170×119 μ, 340×255 μ.

Bedenkt man die gegenseitige Lage der einzelnen Sporangien im Sorus, so ersieht man auch, daß ein »medianer« Längsschnitt durch 3 Sporangien keineswegs alle 3 auch völlig median schneiden kann. Das gilt denn auch für den besten Längsschnitt (Photo 2 und 3, Taf. I, Sorus V), der eben leider auch nicht im Dünnschliffe studiert werden kann. An diesem Längsschnitte sind deutlich 3 Sporangien zu sehen, von denen das mittlere das mächtigste ist und dieser Schnitt mag daher wohl auch den medianen oder beinahe medianen Schnitt durch ein Sporangium darstellen. Nehmen wir ein Schema eines Sorusquerschnittes (Fig. 8), so mag die mit V bezeichnete Linie der Schnittrichtung von Sorus V entsprechen. Die einzelnen Sporangien sind in diesem Sorus bereits auseinander gewichen, der Sorus ist nämlich geöffnet, was an seiner Spitze (Photo 3, Taf. I) ganz deutlich festgestellt werden kann. Die von Corda knapp ober der Spitze in seiner Fig. 15 gezeichnete und auch mit *g* bezeichnete schwarze Masse liegt viel weiter weg, wie man durch Vergleich mit unserem Photo 3 ohne weiteres ersehen kann und gehört ganz offenkundig kaum zum Sorus, eine im übrigen wohl ganz belanglose Tatsache. Deutlicher noch als an den Querschnitten kann man hier die besondere Dicke der Sorusaußenwand feststellen, und auch sehen, daß sie beinahe ungeschwächt bis zur Spitze des Sorus reicht.

Fig. 8.



Schema eines Sorusquerschnittes.
Nähere Erklärung im Texte.

Alle von uns bisher an den Soris II bis V gemachten Feststellungen können uns aber wohl kaum befriedigen, denn wir kämen ja hierin kaum über die Erkenntnisse Corda's hinaus und die Unklarheit, die sich seit Corda über dieses Fossil breitete, wäre wohl wieder nicht zu beseitigen. Dies ist nur durch Heranziehung von Dünnschliffen möglich. Die in den Schliffen, Sammlung Kubart 142*A* und 143*A* vorhandenen Sori VII bis XIV sind nun zwar keineswegs so ideal orientierte Schnitte wie jene der Sori II bis V, doch erleichtern uns nun gerade diese guten Schnitte die notwendige Orientierung bei ersteren, was bei fossilen Objekten, selbst bei einem relativ so leichten wie es ein Farnsorus ist, nie hoch genug eingeschätzt werden kann.

Die Epidermis der Synangiumwand besteht aus kleinen Zellen, die sowohl an Längsschnitten als auch an Querschnitten dieselbe Gestalt bieten, also wohl mehrminder isodiametrisch (quadratisch) gestaltet waren (Photo 8, Taf. II). Über den feineren Bau der Epidermiszellen ließ sich leider nichts feststellen. Auf diese folgen nun in 2 bis 3, an der Basis des Sorus auch in mehreren Schichten, die bereits vorher erwähnten inhaltsreichen parenchymatischen Zellen, die in der Längsrichtung des Sorus gestreckt waren, wie an verschiedenen mehrminder guten Soruslängsschnitten festgestellt werden konnte (Photo 9, Taf. II). Auf den ersten Blick hin möchte man diese Zellen für Tapetumzellen halten, doch kann dem nicht so sein, denn erstens sind in allen Sporangien die Sporen bereits überall voll entwickelt und liegen nicht einmal mehr zu Tetraden vereinigt, während das Tapetum vor Ausbildung der Sporen gemeiniglich aufgelöst wird und zweitens wäre zu bedenken — wenn es vielleicht auch nicht unmöglich wäre — daß dieses Tapetum dann natürlich nur an der Außenseite der Sporangien entwickelt wäre,

[1] Siehe p. 10 [560].

denn zwischen den einzelnen Sporangien ist von dieser Zellschichte nichts zu sehen, wie an den Photos 1, 3 und 5, Taf. I, ohne weiters festzustellen ist. Ein genaueres Zusehen läßt aber bald erkennen, daß diese inhaltsreichen Zellen in Wirklichkeit nicht direkt die Sporen umhüllen, daß vielmehr noch eine eigene, aus einer Zellschicht bestehende Sporangiumwand vorhanden ist, die man auf Grund der Bilder von den Sorusquerschnitten (Photos 1 und 5, Taf. I) und Längsschnitten (Photos 3 und 7, Taf. I) allerdings vermuten möchte, aber auf die erste Beobachtung hin an der Sporangiumaußenseite unterhalb der inhaltsreichen Zellen nicht sofort feststellen kann. Ein Tangentialschnitt, der einen Sorus ein wenig unterhalb der Epidermis schneidet, muß diese inhaltsreichen Zellen von der Fläche zeigen; Sorus X (Photo 10, Taf. II) bietet uns dieses Bild. Wir sehen die schwarzen Zellinhaltsmassen und zwischen diesen, ganz besonders an der einen freien Stelle leuchten feine polygonal-netzartige Strukturen der unterhalb liegenden Zellwände durch, die um so deutlicher erscheinen, je tiefer man den Mikroskoptubus senkt, während die schwarzen Massen hiebei unscharf werden: Mit anderen Worten, die inhaltsreichen Zellen liegen oberhalb jener Zellen, deren skulpturierte Wände durchleuchten. Sorus 11 ist ebenfalls tangential geschnitten (Photo 11, Taf. II), doch mag hier der Schnitt noch ein wenig tiefer im Innern der Sorusaußenwand verlaufen, denn in der Mitte des Bildes sind alle inhaltsführenden Zellen weggeschliffen, aber auch zum Teile die darunter liegenden, Struktur bietenden Zellwände, wie an dem Photo 11 sehr schön gesehen werden kann. In der Mitte dieses leeren Fleckes leuchtet aber ein rundlicher dunkler Punkt durch, der bei minimalem Senken des Tubus (Photo 12, Taf. II) sich sofort als Spore zu erkennen gibt. Diese ist aber keine vereinzelte, zufällig etwa an dieser Stelle liegende Spore, sondern mit ihr taucht eine größere Anzahl von Sporen auf, mit anderen Worten, die Zellen mit der feinen netzigen Wandstruktur bilden die eigentliche Sporangiumwand. An verschiedenen schief geführten Sorusschnitten können wir nun auch feststellen, daß die Sporangien allseitig — was wir übrigens bei der Betrachtung der Sori II bis V (Photo 1, 3 und 5) unter schwacher Vergrößerung auch annehmen möchten — von den gleichen netzwandigen Zellen umhüllt werden, die wir ganz besonders schön von der Fläche an dem rechten Sporangium von Sorus VII (Photo 7, Taf. I), in stärkerer Vergrößerung in Photo 13, Taf. II, sehen, wobei wir feststellen, daß diese parenchymatischen Sporangiumwandzellen sehr langgestreckt und prosenchymatisch miteinander verkeilt sind. Photo 13 zeigt aber auch die hochinteressante Tatsache, daß diese netzigen Sporangiumwandzellen in direktem Zusammenhang mit den Hydroiden des unterhalb des Sorus sich ausbreitenden Gefäßbündelendes des Rezeptakulums stehen. Die Wandverdickungen der Gefäßbündelhydroiden (Photo 14, Taf. III) von Sorus XIII sehen im Verhältnis viel gröber aus als die feinen Wandskulpturen der Sporangiumwandzellen, doch kann an ihrem direkten Zusammenhange angesichts von Photo 13 kein Zweifel bestehen. Im übrigen erscheinen die Hydroidenverdickungen in Photo 13 (Sorus VII) schwächer als jene von Photo 14 (Sorus XIII) und es mögen daher individuelle Verschiedenheiten bestehen, denn in Photo 13 (Sorus VII) besteht keineswegs ein so schroffer Gegensatz zwischen Sporangiumwandnetzung und Hydroidennetzung, wie er bei Vergleich der beiden Photos 13 und 14 von 2 verschiedenen Soris (VII und XIII) zutage tritt.[1]

Ein so eigenartiger Bau einer Sporangiumwand ist eine sehr auffallende Erscheinung und meines Wissens bisher noch bei keinem fossilen Farne beobachtet worden. Gerade dieser Umstand erfordert aber bei der Deutung dieser Tatsache doppelte Vorsicht, wenn man auch schon von dem wirklichen Vorhandensein dieser Skulpturen vollends überzeugt wäre. Die an den Zellen des Sporangiums gewonnenen Eindrücke ließen aber trotz ihrer Klarheit eine definitive Entscheidung nicht zu, wir werden aber späterhin (p. 22 [572]) nochmals auf diese Frage zurückkommen und derzeit sie unter Annahme des wirklichen Vorhandenseins der Skulpturen betrachten.

Da die Zellen der Sporangiumwand in direktem Zusammenhang mit den Hydroiden des Rezeptakulums stehen, wird man wohl die Annahme machen müssen, daß der Sporangiumwandzellbau auch eine

[1] Corda hat übrigens (wie schon auf p. 6 [556] erwähnt wurde) die Verbreiterung des Gefäßbündelendes in Sorus V (Photo 3) auch beobachtet und selbe in seiner Figur 15 gezeichnet (*l*, *l* seiner Figur und im Texte), aber infolge seiner schwachen optischen Behelfe die Wandverdickungen der Hydroiden nicht gesehen, zumindest ihrer aber weder im Texte noch in Zeichnung gedacht.

Bedeutung für die Wasserversorgung des heranwachsenden Sporangiums haben mag. Wenn auch der Sorus in den Blattrand eingesenkt ist, so darf man vielleicht doch daran erinnern, daß im Allgemeinen einzelne Farnsporangien einen umso stärkeren Stiel haben, je größer die Anzahl der in jedem einzelnen Sporangium ausgebildeten Sporen ist oder wie Bower sagt »the thickness of the stalk being roughly proportional to the stream of nourishment required« und so würde uns bei der Größe der *Chorionopteris* Sporangien und der sehr großen Zahl der ausgebildeten Sporen, worüber wir noch hören werden, die Ausbildung der ganzen Sporangiumwand als eine Art Wasserleitungsgewebe wohl vollauf verständlich werden. Bei rezenten Farnen ist die Ausbildung eines Gefäßbündels im Sporangiumstiele eine Seltenheit (*Botrychium, Helminthostachys* nach Lotsy), bei fossilen Typen mag diese Erscheinung allem Anscheine nach häufiger sein. So hat zum Beispiel *Zygopteris* im Sporangiumstiel auch ein Gefäßbündel, eine Tatsache, die gerade mit Rücksicht auf die ebenfalls hohe Zahl von Sporen in ihrem Sporangium nicht ohne Interesse ist, wie uns späterhin noch mehr verständlich werden wird. Es mag weiters nicht uninteressant sein, darauf hinzuweisen, daß bei den heterospor gewordenen und phyletisch höher stehenden paläozoischen Farnen, den Pteridospermen, zum Beispiel bei der Samenanlage *Trigonocarpon* ein praktisch genommen gleich funktionierender Bau im Nucellus-Makrosporangium vorhanden ist. Hier verläuft von der Chalaza aus zuerst ein becherartiges Netz von Hydroiden, das sich späterhin allerdings in mehrere Einzelstränge, die aber noch immer mit einander anastomosieren, auflöst. Unter diesem Eindrucke könnte man ja nun auch die dicke äußere Synangiumwand mit einem Indusium (= Integument) vergleichen, das allerdings mit den Sporangien innig verwachsen ist.

Auch unter den jetzt lebenden Farnen ist mir kein Beispiel bekannt, das sich bezüglich des Sporangiumwandbaues völlig mit *Chorionopteris* vergleichen ließe. Nur bei *Ophioglossum reticulatum* umfassen die Gefäßbündelenden das Tapetum und löst sich dieses dann auf, so kommt wohl, wie ich auf Grund des zur Verfügung stehenden Bildes (Bower, Land Flora, Fig. 250[1]) urteilen möchte, ein den Sporangien von *Chorionopteris* einigermaßen vergleichbarer Bau zu Stande.

Schwerlich dürften aber diese allseitig vorhandenen und gleichartig gebauten Zellen als Öffnungsmechanismus gedeutet werden können. Der Sorus öffnete sich allem Anscheine nach durch Auseinanderklappen der einzelnen Sporangien, wie man auf Grund des von Sorus V (Photo 3) gebotenen Bildes wohl mit vollem Rechte annehmen kann. Hiebei mögen die zwischen den Sporangien vorhandenen feinen Parenchym(Füll-)zellen entweder zerrissen worden sein oder sie fielen vorher einer Desorganisation anheim. Letzteres ist Annahme, für ersteres sprechen wohl Zellreste, die man zwischen den Sporangien von Sorus 5 und auch von Sorus 2 (in Photo 5 etwas zu sehen) — zumindest in Andeutungen — feststellen konnte. Immerhin können ja beide Möglichkeiten beim Öffnen des Sorus zusammengewirkt haben.

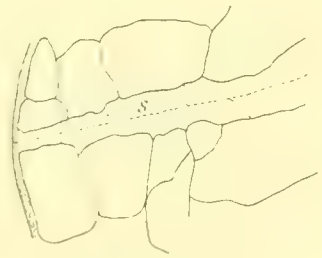
Das Auseinanderklappen des Sorus ist vielleicht durch die Einschaltung zweier Schichten schmaler (s. in Fig. 9), in radialer Richtung gestreckter dünnwandiger Zellen, die zwischen den die einzelnen Sporangien umhüllenden Füllzellen ausgebildet wurden und bis zur oder in die Epidermis reichten (Photo 15, Taf. III, und Fig. 9), vorbereitet worden. In diesem Falle könnte man dann annehmen, daß die ganze, je einem Sporangium entsprechende Synangiumepidermis als eine Art Ring funktioniert hat und daß bei dem Auseinanderreissen der 4 Sporangien diese dann einfach an einer ihrer Innenseiten mit aufgerissen wurden. Vielleicht kann man hier zum Beispiel an die paläozoischen Sporangien *Diplolabis* und *Corynepteris* denken, deren Bau allerdings von *Chorionopteris* noch sehr verschieden ist. Besonders wäre aber *Ptychocarpus* zum Vergleiche günstig, doch gerade dessen Sporangien öffneten sich durch apicale Poren (?), was bei *Chorionopteris* zumindest mehr als zweifelhaft ist. Entscheiden können wir nun derzeit die Öffnungsfrage nicht, es stehen keine beweisenden Belege zur Verfügung und wir müssen uns

[1] Die Originalarbeit Bower's über die *Ophioglossaceae* konnte derzeit nicht eingesehen werden, zumal sie auch nicht, wie zum Beispiel Lotsy zitiert, in den Phil. Trans. of R. S. of London erschienen ist, sondern als eigene Publikation bei Dulau u. Comp., 1896, wie Bower 1899 selbst angibt.

derzeit bloß mit Vermutungen begnügen, zumal auch die in Fig. 9 gezeichneten Zellen (*s*) nicht mit voller Deutlichkeit im Mikroskope gesehen werden können, wie man ja aus Photo 15 auch entnehmen kann.

Die einzelnen Sporangien waren, wie aus den Längsschnittbildern erhellt, nach oben und unten ein wenig sich verjüngende eiförmige Zylinder — wenn man so sagen darf — mit ihrer größten Breite ein wenig unterhalb der Mitte, entsprechend der eiförmigen Gestalt des ganzen Sorus.

Fig. 9.



Nähere Erklärung im Texte.
Zum Teil Schema.

Die wirkliche Größe der Sporangien, von den selbstverständlichen individuellen Schwankungen ganz abgesehen, ist schwer festzustellen. Immerhin glaube ich, wie bereits oben bemerkt wurde, daß das mediane Sporangium in Sorus V, Photo 3, noch am frühesten so geschnitten ist, daß es die wirkliche Länge eines Sporangiums erkennen läßt. Diese beträgt hier 680 μ, in anderen Soris ließen sich folgende Längen ermitteln: 731 μ, 510 μ und 510 μ; das Mittel beträgt 608 μ, eine Länge, die auch einer groben Messung des mittleren Sporangiums im Sorus V entspricht, das allerdings etwas länger ist, als durch das Mittel festgestellt wurde.

Die größte Breite derselben Sporangien betrug der Reihe nach 255 μ, 238 μ, 221 μ, 255 μ und an Sorusquerschnitten wurden bereits auf Seite 8 [558] als Durchmessergrößen der einzelnen Sporangien 289×289, 340×255, 221×255, 170×119 und 340×252 μ angegeben, Zahlen, die im »allgemeinen« übereinstimmen und wohl der Wirklichkeit entsprechen dürften. Nur 170×119 μ dürfte einem außerordentlich kleinen oder sehr hoch oben geschnittenen Sporangium entsprechen. Das Mittel aus diesen 14 Zahlen, also inklusive den kleinsten, beträgt 250 μ. Die Sporangien sind also durchschnittlich 608 μ lang und 250 μ breit.

Innerhalb der Sporangien liegen in großen Mengen die Sporen. Trotz der relativ großen Menge von Sori fand sich keiner, in dessen Sporangien die Sporen noch im Tetradenstadium zu beobachten gewesen wären, alle sind bereits fertig ausgebildet. Die Sporen besaßen eine etwas länglich rundliche Gestalt (Photo 16, Taf. III) — es fand also Teilung der Mutterzelle in Kugelquadranten statt — und hatten wohl eine sehr dünne, lichtgelbe Membran (Exosporium). Regelmäßig findet man in dieser dunkelbraune dünne Streifen, die natürlich nichts anderes als Verdickungsleisten darstellen und wohl kaum mit ähnlichen leistenartigen Bildungen an vielen anderen, aber kollabierten Sporen verwechselt werden können. Weitere Skulpturierungen sind an der Sporenwand nicht festzustellen, sie erscheint sonst völlig glatt. Auch bezüglich des Sporeninhaltes ließ sich nichts feststellen. Die durchschnittliche Größe der Sporen beträgt nach mehreren Messungen 216×235 μ.

Für die grobe systematische Zuweisung von *Chorionopteris* ist es nicht ohne Bedeutung zu wissen, wie viele Sporen in dem einzelnen Sporangium zur Ausbildung kamen. Wir können dies auf doppeltem Wege feststellen, einmal durch Auszählen, wie viele Sporen auf einem Querschnitte zu sehen sind usw. wie auch durch theoretische Berechnung des Volumens eines Sporangiums und Dividierung desselben durch das Sporenvolumen. Mir erscheint die Verwendung beider Methoden zur gegenseitigen Kontrolle und Abwägung als sehr wünschenswert und sie sollen beide durchgeführt werden.

I. Jedes Sporangium stellt einen eiförmigen Zylinder dar. Um nun eine, wenn auch nur grobe, aber leichtere Berechnung seines Volumens zu ermöglichen, wollen wir annehmen, daß das Sporangium eine Zylindergestalt hat und das Volumen von 2 Sporangiumzylindern mit Hilfe des Längenmaßes von 608 μ und der normalen größten und kleinsten gefundenen Breite, das sind 289 μ[1] und (der anormal kleinen Breite) 119 μ berechnen, deren Mittel wir als normales Sporangiumvolumen annehmen wollen.

[1] 340 μ kann nicht gut genommen werden, weil die andere Querdimension hiebei viel zu klein ist, das Sporangium im Querschnitte dann eine ovale und keine Kreisform hat.

a) $2r = 289$ $V = r^2\pi . h$ $145.145 = 21025.$

$r = 145$ $21.025 \times 3 \cdot 14 = 66.018$

$h = 608$ $66.018 \times 608 = 40,138.944$

$V = 40,138.944 \mu^3$

b) $2r = 119$ $60 . 60 = 3600$

$r = 60$ $3600 : 3 \cdot 14 = 11.304$

$h = 608$ $11.304 \times 608 = 6,872.832$

$V = 6,872.832 \mu^3$

$$40,138.944 + 6,872.832 = \frac{47,011.776}{2} = 23,505.888 \mu^3$$

Das Volumen eines Sporangiums beträgt also 23,505.888 μ^3.

Die Spore sei nun als volle Kugel angesehen und ihr Durchmesser beträgt dann $21 \cdot 6/2 + 23 \cdot 5/2 = 22 \cdot 5 \mu$, $r = 11 \cdot 2 \mu$. Das Volumen einer Spore wäre demnach

$$\frac{4r^3\pi}{3} = 11 \cdot 2^3 = 1.404 \cdot 92 \times 3 \cdot 14 = 3.411 \cdot 4488$$

$$3412 \times 4 = 13.648 : 3 = 4549.$$

Das Volumen einer Spore beträgt also 4549 μ^3.

$23,505.888 : 4549 = 5167.$

Rechnerisch könnten also rund 5200 Sporen in einem Sporangium der angenommenen Größe, wobei der vom Tapetum eingenommene Raum nicht berücksichtigt ist, liegen, und zwar so, daß die einzelnen Sporen knapp nebeneinander liegen müßten, was allerdings in Wirklichkeit nicht der Fall ist.

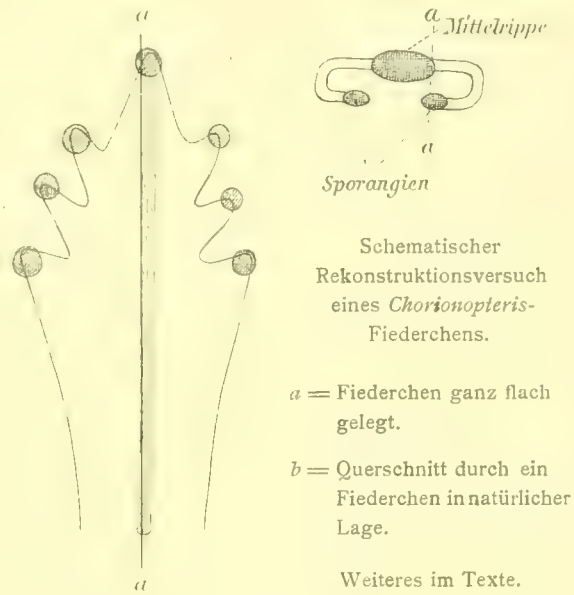
II. Bei der Auszählung der in einem Sporangiumquerschnitte von 289 μ Durchmesser vorhandenen Sporen wurden in 2 verschiedenen Fällen 66 und 60 Sporen gezählt. Die Zählung wurde an den Soris II und IV in der Weise vorgenommen, daß die Sporen durch Punkte mittelst des Zeichenapparates auf einem Papier festgehalten wurden, so daß also eine abermalige Zählung derselben Sporen ausgeschlossen wurde. Da nun bei der verwendeten Vergrößerung am Längsschnitte eine jede Spore einem Teilstriche des Okularmikrometers entsprach und zum Beispiel das mittlere Sporangium von Sorus V 40 Teilstriche lang ist, so kann man schätzungsweise $60 \times 40 = 2400$ Sporen für das gesamte rein zylindrische Sporangium annehmen, eine Zahl, die aber sicher nicht der Wirklichkeit entspricht, denn das mittlere Sporangium in Sorus V verliert nach beiden Seiten hin an Breite und mißt in den oberen und unteren Teilen bald 9 bis 11 Teile und eine Zählung eines ebenso breiten Sporangiums in Sorus III (Querschnitt) ergab nur etwa 25 Sporen. (Vielleicht waren hier bereits etliche Sporen ausgefallen?) Nehmen wir nun abermals ein Mittel aus 66 und 25 Sporen = 45 Sporen, so ergeben sich für ein Sporangium 45×40 Sporen, das ist 1800, eine Zahl, die etwa einem Drittel der obigen Endsumme von 5200 Sporen entspricht. Dies mag auf den ersten Blick sehr befremden, jedoch mit Unrecht. Die erste Zahl sagte eben nur an, wie viele Sporen in einem solchen Sporangium Platz finden würden, die zweite aber, wie viele zumindest wohl vorhanden waren, da eben die Sporen keineswegs enge lagen, so weit man wenigstens aus dem vorhandenen Material ersehen kann. Als Resultat dieser Rechnungen müssen wir daher festhalten, daß *Chorionopteris* in ihren Sporangien sicherlich an 2000 gleichartige Sporen ausgebildet hat und wollen auch nochmals betonen, daß alle 4 Sporangien eines Sorus auf der gleichen Entwicklungshöhe standen, zwei Tatsachen, die für unsere späteren Betrachtungen über die systematische Stellung von *Chorionopteris* von Bedeutung sein werden.

Die Art der Sorusinsertion konnten wir an den Soris I, V, VII und XIII[1] völlig einwandfrei feststellen. Die hiedurch gewonnene Erkenntnis ist für unsere weiteren Ausführungen von ganz besonderer Bedeutung

[1] Das sind die Photos 1, 3, 7 und 4.

Diese Sori sitzen am (im) Rande von Blättchen und wir müssen uns nun wohl vorstellen, daß auch die Sori II bis IV der Mittelrippe *A*, die wir im Querschnitte sehen, am Rande von Blättchen saßen, die entweder noch innerhalb des Gesteines — also unter den Soris — oder oberhalb — dann natürlich weggeschliffen — vorhanden waren, denn sonst ist eine Querschnittführung durch diese Sori wohl undenkbar. Die Ränder dieser Blättchen, falls sie zu dieser Mittelrippe gehören, woran wohl kein Zweifel ist, mußten sehr stark gebogen sein, weil die Sori senkrecht auf die Längsrichtung der Mittelrippe orientiert sein mußten, da ansonsten ein Querschnitt durch sie nicht möglich gewesen wäre. Die »Mittelrippe« haben wir nun unterhalb des Endsorus bereits als typischen Blattquerschnitt erkannt, der bis unterhalb Sorus II reicht. Dort beginnt aber das Bild der Mittelrippe ein anderes zu werden (Photo 17, Taf. III), die Zellen erscheinen mit ihrer Längsachse nicht mehr senkrecht auf die Längsrichtung der »Mittelrippe« orientiert, sondern sind mit ihr gleichläufig und endlich gegenüber dem Sorus IV (Photos 17 und 18, Taf. III) erscheint ein typischer Längsschnitt, der jetzt erst vermutlich durch die Mittelrippe oder knapp an ihr vorbeiführt.[1]

Fig. 10 *a*. Fig. 10 *b*.



Schematischer Rekonstruktionsversuch eines *Chorionopteris*-Fiederchens.

a = Fiederchen ganz flach gelegt.

b = Querschnitt durch ein Fiederchen in natürlicher Lage.

Weiteres im Texte.

Corda's »Mittelrippe« der Sorusgruppe *A* ist also im oberen Teile ein typischer Blattquerschnitt und erst im unteren Teile nähert sich der Schnitt völlig oder so ziemlich einem Längsschnitte durch eine Mittelrippe.

Versuchen wir nun auf Grund der gewonnenen Tatsachen ein solches mit Soris versehenes Blättchen zu rekonstruieren, so ergibt sich, daß dieses ein Fiederchen letzter oder vorletzter Ordnung gewesen sein muß, an dessen Rändern die einzelnen Sori saßen. Die Ränder waren wohl umgerollt, wie durch die Sori I, VI und XIII gezeigt wird, wodurch dann die Sori parallel (Sorus VI!) zur Blattfläche zu liegen kamen und die Querschnitte der Sori II bis IV erklärlich werden. Das Blättchen mag also völlig flach gelegt und im Querschnitte die in der Fig. 10 dargestellte Gestalt gehabt haben, wobei Corda's »Mittelrippe« der eingezeichneten Schnittlinie *a* bis *a* entspricht, die an der Spitze des gekrümmten Blättchens einen deutlichen Blattquerschnitt zeigt und späterhin in einen Längsschnitt der Mittelrippe übergeht.

Calopteris dubia Corda.

In zwei kleinen Steinstückchen fand ich auch Reste von *Calopteris dubia*, die ebenfalls aus den Sphaerosideriten von Radnitz stammt. Jedesmal fanden sich auch in demselben Steinstückchen Reste von *Palmacites carbonigerus* Cda, der wohl zu *Medullosa* gehören mag. Das eine *Calopteris*-Stückchen dürfte auch von dem Originale Corda's stammen, eine Tatsache, die übrigens hier wohl sehr belanglos ist, zumal schon ein bloßer Vergleich von Photo 22, Taf. IV, mit Corda's Fig. 3, Taf. 19 die volle Identität dieser Reste bestätigen muß.

Corda hat dieses Fossil bereits als Farnrhachis erkannt, womit er auch Recht gehabt hat. Die Dimensionen dieser Rhachis sind klein, denn der Querdurchmesser beträgt beiläufig 2·5 bis 3 *mm*, die

[1] Ergänzend kann hier noch bemerkt werden, daß Sorus VI, wie an Photo 18, Taf. III sehr deutlich gesehen werden kann und auf p. 3 [553] schon bemerkt wurde, nicht mit der Mittelrippe *A* (Fig. 1) zusammenhängt, sondern völlig getrennt ist. Das unterhalb des Sorus VI befindliche Gewebe zeigt auch keinen Längsschnitt durch eine Mittelrippe, sondern stellt mehr ein Querschnittsbild durch ein Blatt dar. Nur direkt unterhalb des Sorus und gegen das Ende des Blättchens tritt der Längsschnittcharakter hervor.

Höhe 2 *mm*. An allen mir vorgelegenen Schliff- und Schnittstellen, wie auch an Corda's Figur befindet sich auf der Oberseite der Rhachis eine Furche. Ich glaube mit gutem Rechte diese Seite als die Oberseite der Rhachis ansprechen zu müssen, dieweil Corda diese Seite als die Unterseite ansieht, denn er spricht von der Gegenseite, wo das Rindengewebe »konstant zerstört« aussieht als von »oben«: »Nach oben zu ist die Rinde und die Marksubstanz der Rhachis zerstört und verworfen«. Wenn nun auch das mir zur Verfügung stehende Material ein geringes und gerade nicht glänzend erhaltenes ist, so lohnt es sich doch, die einzelnen Gewebe der Rhachis ein wenig näher anzusehen und zu betrachten, zumal ja Corda nur mit anpolierten Stücken arbeiten konnte.

Die Epidermis dürfte aus kleinen Zellen bestanden haben, doch ist eine sichere Feststellung nicht möglich, da der mir bis jetzt allein zur Verfügung stehende Schliff (Sammlung Kubart 144 *A* [389]) einigermaßen schief orientiert ist, wodurch ein klares Bild unmöglich wird. Von besonderem Interesse ist jedoch das Vorhandensein von unzweifelhaften Haarresten, die schon in Photo 22, Taf. IV an drei Stellen an der linken Seite als kleine Höckerchen zu erkennen sind, zwei von diesen Haarstummeln sind in der Fig. 11 stärker vergrößert dargestellt. Es sind dies natürlich nur die Basalteile der Haare, aber immerhin

Fig. 11 *a*. Fig. 11 *b*.

Haarstummeln von *Calopteris dubia* aus Photo 22. Näheres im Texte.

recht charakteristische Funde. Wir können an diesen zumindest feststellen, daß die Haare mit breitem Grunde aufsaßen, aber sonst vermutlich nur aus einer einzigen Reihe von Zellen gebildet wurden.

Die ersten Rindenzellen, die auf die Epidermis folgten, haben recht stark verdickte Wände und sind auch kleinlumig, mögen also wohl auch eine mechanische Funktion besessen haben; ob sie auch langgestreckt waren, kann nicht sicher entschieden werden, zumal ich auch die »zerstörte« Unterseite der Rhachis, deren Zellen allerdings eine gewisse Längenerstreckung haben, zu dieser Entscheidung nicht unbedingt heranziehen kann. Langsam werden die Rindenzellen größer und dünnwandiger — nur auf der Oberseite der Rhachis, unterhalb der Furche, reicht die kleinlumige Zone in der Rinde tiefer hinab — und schließen sich als solche direkt an eine, etwa eine Zellschichte dicke, völlig undurchsichtige schwarze Zone an, die vermutlich bereits das Perizykel oder Phloem des sofort darauffolgenden Xylems darstellt. Mir scheint diese Schichte vielleicht eher das Perizykel zu sein, da bei den zwei halbmondförmigen Xylemen im Innern der Rhachis keine solche schwarze Masse (Zone) vorhanden ist und diese wohl auch ein Phloem besessen haben mögen. Auch an eine Endodermis wäre zu denken, doch glaube ich am frühesten an die Perizykelnatur dieser Schichte und damit sind wir bereits bei der Stele dieser Rhachis angelangt.

Der charakteristischeste Teil der Stele ist das Gefäßbündel. Auffallend tritt uns bei *Calopteris dubia* der Xylemteil entgegen (Fig. 12), der aus 3 verschiedenen Teilen besteht, von denen 2 Teile (*a* und *b*) einander gleich sind und von dem dritten und größten (*c*) zum Teile umhüllt werden. Dieser Teil, wir wollen ihn als Horizontalbalken oder Querbalken bezeichnen, erfordert besonderes Interesse. Er besteht im wesentlichen aus großlumigen Tracheiden, die meist in doppelter, seltener in einfacher oder dreifacher Reihe stehen. Das Tracheidenlumen ist etwas zusammengedrückt polygonal und im wesentlichen ist die Orientierung der Tracheiden eine solche, daß die Längsachse des Lumens mehr minder senkrecht auf der Breite der Rhachis steht. An beiden Außenseiten dieses Horizontalbalkens befinden sich eigenartige Ausbuchtungen im Xyleme, wir wollen sie als Ösen bezeichnen (α, β), deren beide äußerste Flanken in Spitzen auslaufen, wobei die sich hier befindlichen Tracheiden im Querschnittsbilde immer kleiner und

kleiner werden. So weit ich denn auch in dem schiefen Schliffe 144 *A* feststellen konnte, weisen diese kleinen Tracheiden eine andere Wandverdickung auf, und zwar eine leiterförmige (Photo 23, Taf. IV) als die Hauptmenge der Xylemtracheiden, die meiner Auffassung nach eine netzige Wandskulptur haben (Photo 24, Taf. IV), die infolge der Kleinheit der Netze schon sehr an die Ausbildung vieler Hoftüpfel an den Tracheidenwänden erinnert. Die Wandverdickung der kleinsten Tracheiden konnte nicht genau gesehen werden, doch scheinen diese Schrauben-(Ring-) tracheiden zu sein.

Bei den zwei anderen Holzbögen *a* und *b* ließen sich keine Protoxyleme konstatieren; diese Teile bestehen aus fast gleich großen Tracheiden, deren Wände auch netzige Skulptur zeigen, die auch beinahe an Tüpfelung gemahnt. Der Raum zwischen diesen Xylemteilen wird von einem Markgewebe ausgefüllt, wenn wir so sagen wollen, das aus kleinen dickwandigen Zellen besteht. Diese Zellen ähneln sehr jenen der äußeren Rinde. Vermutlich waren natürlich auch die jetzt gewebeleeren Stellen innerhalb der beiden inneren Holzbögen und der Ösen einstens mit dünnwandigem Gewebe erfüllt, das sich aber in keinem der mir vorliegenden Objekte erhalten hat.

Fig. 12.

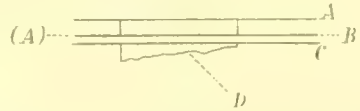
Querdurchschnittsbild einer *Calopteris*-Rhachis.
c = Horizontalbalken.
a + *b* = Die beiden inneren Xyleme.
α, β = Ösen.
Vergr. 18 ×.

Bereits Corda hat, wie schon früher erwähnt wurde, in seiner Beschreibung bemerkt, daß die Rinde an einer Seite »zerstört« war. Ich habe bereits vorher erwähnt, daß auch ich dies gesehen habe, ja ich muß diese Tatsache für *Calopteris* als charakteristisch ansehen. »Zerstört« ist das Gewebe an der unteren Rhachisseite (bei Corda die obere Seite) aber nicht, sondern die Zellen des hier vorhandenen Gewebes haben eine andere Orientierung (der Grund hiefür wird später klar werden) ihrer Längsachse, sie laufen also nicht parallel mit den anderen Zellen der Rhachis und daher kommt es, daß jeder *Calopteris*-Querschnitt bei flüchtiger Beobachtung und mit geringer Vergrößerung an dieser Stelle den Eindruck des »Zerstörten« macht; in Wirklichkeit sind die Zellen dieser Stelle nur mehr minder mechanische Zellen, erscheinen dadurch dunkler und unklarer, wozu noch ihre mehr minder ausgeprägte Längenerstreckung kommt, so daß das Bild von diesen Stellen tatsächlich unklar wird. Es muß übrigens noch bemerkt werden, daß die äußerste Begrenzung der *Calopteris* an dieser Stelle immer den Eindruck einer Störung zeigt, wie wenn sich da irgend ein Ablösungsprozeß vollzogen hätte. Diese Tatsache ist umso auffallender, als die ganze andere Umrandung der Rhachis, jedoch mit Ausnahme von noch zwei allerdings kleinen seitlichen Störungen, den Eindruck eines völlig ungestörten Bestandes hinterläßt; aber auch hierüber später.

Calopteris dubia und Chorionopteris gleichenioides.

Bereits 1911 habe ich der Vermutung starken Ausdruck gegeben, daß *Calopteris dubia* und *Chorionopteris gleichenioides* Teile einer und derselben Pflanze sind. Auf einem der p. 13 [563] erwähnten kleinen Bruchstücke, das kaum $^1/_2$ *cm*^{2} Fläche und etwa 4 *mm* Dicke hatte, fand ich beim Durchschneiden ein Bild, das ich bereits 1911 auf Taf. 1 in Fig. 1 (l. c.) dargestellt habe und in dieser Mitteilung der Übersichtlichkeit wegen in neuer Aufnahme nochmals wiedergebe (Photo 26, Taf. IV). Ich habe damals die Plattenseite, welcher dieses Photo entstammt, mit dem Buchstaben *A* bezeichnet (Fig. 13). Mit Rücksicht auf die ganze Schnittserie dürfte es sich aber empfehlen, diese Bezeichnung heute hier fallen zu lassen und mit *A* die dem

Fig. 13.



Skizze der Aufeinanderfolge der einzelnen Schnitte in dem für den Zusammenhang von *Chorionopteris* und *Calopteris* wichtigen Steinstückchen. Alles weitere im Texte.

obersten Schnitte (Photo 25, Taf. IV) entsprechende Fläche zu bezeichnen, mit *B* die einstige *A*-Fläche (Photo 26), mit *C* die sich direkt anschließende Fläche[1], die in Photo 27, Taf. IV wiedergegeben ist und mit *D* die unterste unebene Fläche dieses kleinen Stückes. Schon damals nahm ich an, daß der in Photo 26 am Ende eines Blattes sitzende Sorus mit einem *Chorionopteris*-Sorus identisch ist und stellte mir vor, daß hier eben am Rande eines Blattes ein Sorus inseriert ist und dieses Blatt erschien mir als zur Rhachis *Calopteris dubia* gehörig. Da ich damals aber nicht Gelegenheit hatte, Corda's *Chorionopteris* Original nochmals genau zu studieren, ließ ich diese Frage weiterhin ungelöst und konnte eben erst jetzt darauf zurückkommen.

Zur völligen Klärung dieser Frage ist es aber notwendig, vorher noch nähere Angaben über die in den Schnitten *A*, *B* und *C* beobachteten Tatsachen zu machen.

Im Schnitte *A* (Photo 25, Fig. 14) befindet sich an der Rhachis *Calopteris* ein kleiner Fortsatz *f*, dem gegenüber ein Blättchen im Querschnitt liegt, an dessen Ende sich eine dunkle Masse befindet. Durch Vergleich mit der anderen Seite *B* dieser nicht einmal 0·5 *mm* dicken Platte (Photo 26) kann leicht festgestellt werden, daß diese dunkle Masse dem unzweifelhaften Sorus (β) entspricht, der hier am Rande des Blättchens sitzt. Eine mikroskopische Betrachtung dieses Sorus im Schnitt *A* (Photo 25) zeigt aber, daß hier eine Vertiefung im Steine zu sehen ist, so etwa wie bei Sorus I in Corda's Original. Die Querdimensionen dieses Sorus betragen in *A* 25 (425 μ), in *B* 25 Teile (425 μ), die Länge dieses Sorus in A^{--2}, in *B* 30 bis 32 Teile (510 bis 544 μ), sie nähern sich also den für *Chorionopteris* (siehe p. 6 [556] gefundenen Maßen, wobei man bedenken muß, daß dieser Sorus einigermaßen verquetscht aussieht. Im Inneren dieses Sorus sind in *B* (Photo 26) 3 Sporangien zu erkennen, in *A* (der anderen Seite dieses Sorus) ist der Sorus wohl angeschnitten, aber die Sporangien scheinen herausgerissen oder gefallen zu sein wie bei Corda's Sorus I; Sporen konnte ich aber bei der Beobachtung im auffallenden Lichte nicht sehen. Einzig und allein durch die von der Säge mitgenommene Steinschichte liegt die Schnittfläche *C*

Fig. 14. Fig. 15. Fig. 16.

Die Fig. 14, 15 und 16 sind Pausen der *Calopteris*-Photos 25 bis 27 (Fig. 15 jedoch eine Spiegelbildzeichnung), um die Lage der einander entsprechenden Sori klarer zu machen.

Alle weiteren Erklärungen im Texte.

von *B* getrennt und auf *C* findet sich abermals *Calopteris dubia* (Photo 27, Fig. 16), hier jedoch mit einer Anzahl von unzweifelhaften Sori in verschiedener Schnittführung. An jedem Sorus finden wir im höchsten Falle 4 Kammern, die wir als Sporangien deuten[3] und an jedem Sorus befindet sich auch ein

[1] Genauer gesagt ist *C* von *B* durch die von der Säge mitgenommene Steinschichte getrennt, folgt also nicht unmittelbar auf *B*!

[2] Nicht ganz erhalten, daher ein Längenmaß unmöglich.

[3] In Sorus ζ sind deutlich Sporen zu sehen.

Stückchen Blattlamina. Legen wir diese drei Schnitte (Fig. 14 bis 16 übereinander, so entsprechen die beiden »Endsori« von *A* und *B* ($\alpha + \beta$) einander und dem Sorus γ von *C*, die Sori $\delta + \varepsilon$, vielleicht auch η, wenn dieser Rest als Sorus zu deuten ist, treten neu hinzu und η, γ, δ und ε liegen nun in einer Reihe, die etwa 70 Teile lang ist, was vollends gleich ist der Länge der von Corda's Original *A* eingenommenen Sorusreihe, die ebenfalls 70 Teile $= 2730\,\mu$ lang ist. Die Sorusreihe *B* in Corda's Original ist 80 Teile ($= 3120\,\mu$) lang. Meiner Auffassung nach gehören eben die besprochenen Sori auch zu *Chorionopteris gleichenioides* und liegen sohin am Rande eines Blättchens, wobei Sorus ε vielleicht den Endsorus darstellt, die Sori η, γ und δ jene des einen Blattrandes und Sorus ζ wie auch ein auf dieser Fläche unklarer Rest ϑ, der etwa an der Stelle liegt, wo sich im Winkel von 90° von $\varepsilon + \zeta$ abgehende Linien am Rande der Fläche *C* kreuzen, einen Teil der Sori des anderen Blattrandes. In der Tat entspricht denn auch der am Rande der Steinplatte gelegene unklare Rest ϑ einem Sorus, nur liegt dieser tiefer in der Steinplatte und ragt auf deren angrenzenden Schmalseite heraus, wobei nicht nur seine Verbindung mit ϑ sondern auch sein Soruscharakter über jeden Zweifel erhaben zutage tritt. In ebenso klarer Weise ist auch der dritte Sorus dieses Blattrandes erhalten, nur liegt dieser völlig auf derselben Schmalseite der Steinplatte und zwar etwa an der mit ι bezeichneten Stelle, so daß wir also nun für jede Seite dieses Blättchens je drei Sori η, γ, δ; ι,ζ, ϑ und als Endsorus ε feststellen konnten.

Nach unserer Auffassung stellt nun der Teil von *Calopteris*, an dessen Seite sich regelmäßig zwei Höcker in der Rinde finden, die Oberseite dar und da wir der Annahme huldigen, daß an einem dieser Fortsätze das Blättchen mit den Soris befestigt war, so kommen wir bei normaler Lage aller Organe zu der sonderbaren Auffassung, daß an diesem Blättchen die Sori an der Oberseite des Blättchens inseriert sein mußten, wie sich aus ihrer Lage unbedingt ergeben müßte, während wir doch an Corda's Original durch Schwamm- und Palisadenparenchym unzweifelhaft feststellen konnten, daß die Sori an der Blattunterseite, wenn auch wohl an eingebogenen Fiederchen befestigt waren. Meines Erachtens ist dem aber nicht so, sondern die Sori sind auch hier normal an der Unterseite des Blattes, das Blatt selbst ist aber durch Umbiegen aus seiner natürlichen Lage gebracht worden und dadurch kamen die Sori scheinbar an die Oberseite. Das Blatt ist hier am linken Fortsatze der Rhachis befestigt und sollte sohin nach der entgegengesetzten Seite (wie in Fig. 15 durch Punkte angedeutet ist) liegen, wobei die Sori die ihnen gebührende Lage einnehmen würden. Am Blatte selbst (in den Photos 25 und 26) kann man hier leider keine sichere Entscheidung durch Feststellung seiner Histologie treffen, da das Blatt ein eigenartiges, großmaschiges Gewebe zeigt, an dem die Differenzierung in Schwamm- und Palisadenparenchym nicht zu erkennen ist, im wesentlichen ein gleiches Bild, wie es direkt oberhalb des Endsorus in Corda's Original zu sehen ist. Die Dicke des Blattes in *A* und *B* beträgt an 17 Teile (289 μ), jene des Corda'schen Originales, gegenüber dem Sorus II, mithin an normaler, das ist Blattquerschnittsstelle auch 17 Teile, also auch ein Moment der Übereinstimmung.

Da an der Identität dieser in den Schnitten *A*, *B* und *C* gefundenen Sori mit jenen von *Chorionopteris* in Anbetracht all dieser Umstände kaum zu zweifeln ist, fragt es sich nur noch, ob die *Chorionopteris* in diesem Steine tatsächlich mit *Calopteris dubia* in organischem Zusammenhange steht.

Im Schnitte *A* konnten wir feststellen, daß die Rhachis, dem Farnblättchen opponiert, wohl einen Fortsatz, eine Anschwellung, zeigt, aber eine direkte Verbindung war nicht nachzuweisen (in der Fig. 14 verbunden gezeichnet). Diese scheint, wenn auch im Fossile so ziemlich zerstört, erst im Schnitte *B* (Photo 26) vorhanden gewesen zu sein, über welche Stelle ich 1911 schrieb: »Bei allem Glück in der Auffindung dieser Tatsache, muß ich aber doch bemerken, daß ich die Beobachtung beinahe etwas zu spät gemacht habe, denn bei Anwendung einer stärkeren Vergrößerung sieht man, daß auf Seite *A* (das ist unsere jetzige Seite *B*) die direkte Verbindung des Blattes mit der Rhachis an der Stelle *x* bereits fast völlig zerstört ist.« Ich hatte damals aus allerlei, ganz besonders technischen Gründen, die Untersuchung im Detail nicht so durchführen können, wie jetzt und war sehr glücklich, als ich nun feststellen konnte, daß diese meine Befürchtung über das »beinahe zu späte Beobachten« doch nicht so bedenklich war. Unter Verwendung intensiver Beleuchtung und einer Vergrößerung bis 100 ließ sich nämlich meines Erachtens

einwandfrei feststellen, daß erst in der auf den Schnitt *C* folgenden Steinplatte die Hauptverbindung zwischen *Calopteris dubia* und dem *Chorionopteris*-Blatte bestanden haben mag. Es ist naheliegend, daß die Rhachis schon knapp »vor der Verbindung mit dem Blatte«[1] eine Anschwellung ausbildet und in diesem Sinne könnten wir das Bild von der Schnittfläche *A* verstehen.

Im Schnitte *C* (Photo 27, Taf. IV) finden wir knapp am Rande des Steines ein Stück des vermutlichen Sorus η. Auch die eine Seite von *Calopteris dubia* liegt hier knapp am Steinrande. Die Steinplatte ist an dieser Stelle etwa 2 *mm* dick, doch ist diese Dicke ungleich. Die Rhachis von *Calopteris* ist auf der Unterseite (*D*) nur mehr zum Teil erhalten, denn sie tritt schief aus dem Steine heraus. Stellen wir diese kleine Platte auf den dem Sorus η diametral entgegengesetzten Plattenrand etwas schief auf, so sehen wir bei guter Beleuchtung das völlig inkohlte, also schwarze Gewebe des Sorus η, der hart am Rande der Fläche *C* liegt mit dem ihm anhaftenden Blattgewebe, in die Tiefe des 2 *mm* dicken Plattenrandes tauchen, in dem es mit einem größeren inkohlten Gewebepatzen in Verbindung steht (Photo 28 und 29, Taf. IV, wobei das Photo 29 mehr auf die Schmalseite der Steinplatte blicken läßt), der nichts anderes ist als die inkohlte Rinde, vielmehr der Rindenfortsatz (*f* in Fig. 14) von *Calopteris dubia*, an dem das Blättchen befestigt war. Deutlicher als durch die Photos 28 und 29 ist diese Stelle noch durch die Fig. 17 dargestellt.

Fig. 17.

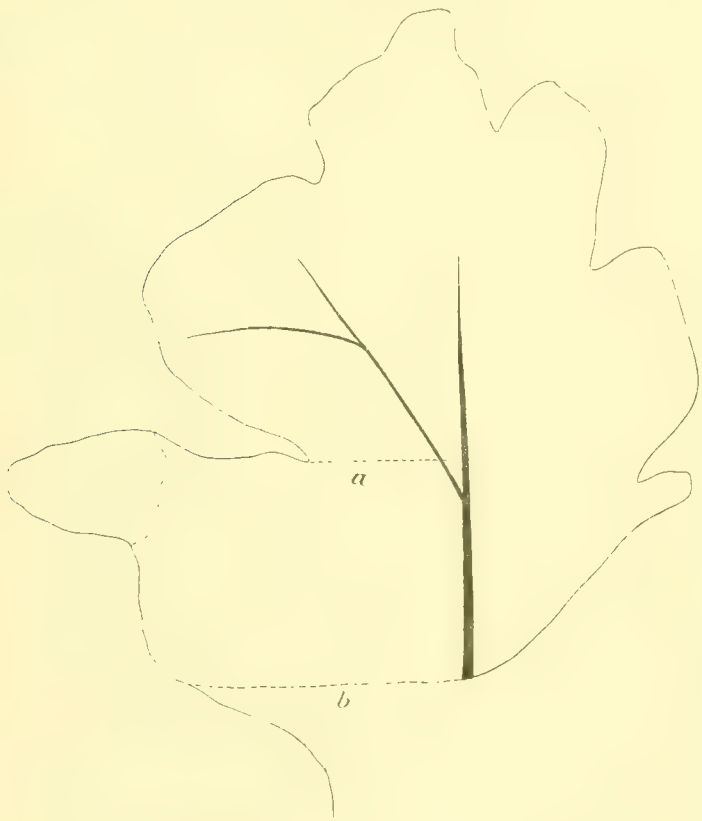
Blick auf die Fläche *C* (Fig. 13) = Fig. 16 = Photo 27, um die Verbindung von η mit der *Calopteris*-Rhachis möglichst deutlich zu zeigen.

Näheres im Texte.

[1] Man mißverstehe diese Ausdrucksweise nicht!

Wenn wir nun diese kleine, bereits schief stehende Steinplatte weiter aufrichten, bis sie senkrecht steht, ja noch etwas weiter drehen, so finden wir auf der etwa 2 *mm* breiten Schmalseite dieser Platte, zwischen dem Sorus ι und dem dort liegenden Teile von Sorus ϑ, ein typisches kleines Farnblättchen als Abdruck (Photos 19 und 20, Taf. III). Unwillkürlich denkt man sofort an ein *Chorionopteris*-Blättchen, zumal dieses Blättchen schon auf den ersten Blick hin bezüglich der Größe ganz einem *Chorionopteris*-Fiederchen entsprechen dürfte. Messen wir an dem Corda'schen Originale *A* vom Anfange des Endsorus bis Sorus III inklusive, also Endfiederchen und zwei seitliche Fiederchen, so ergeben sich 50 Teile, eine gleiche Zahl erhalten wir, wenn wir die gleiche Distanz bei der Sorusgruppe *C* messen (Fig. 1), wo drei Sori nur tangential in der Synangienwand getroffen sein mögen (Photo 2). Bei dem Blättchen von Photo 19 beträgt nun die Distanz vom »Endfiederchen« bis zum 2. Seitenfiederchen inklusive in der Mittelrippe gemessen nur 30 Teile. Ich muß jedoch bemerken, daß die Festlegung des Endfiederchens dieses Farnblättchens eine schwierige ist. Bei meiner obigen Messung habe ich den zackigen Endlappen (Fig. 18) als 2 vielmehr 3 kleine Fiederchen angesehen und dann direkt unterhalb des mächtigen Fiederchens bei *a* gemessen, wobei sich 30 Teile als Länge ergaben. Eine genauere Betrachtung des Blättchens läßt aber diese Auffassung wohl als gänzlich irrig erscheinen, zumal die 3 »Endläppchen« dann sehr klein wären im Verhältnis zu den anderen Fiederchen (Photo 19). Messen wir jedoch von der Spitze des Blättchens, die wir als das gelappte oder eventuell sekundär eingerissene Endfiederchen auffassen, bis zur Wurzel des normalen 2. Seitenfiederchens (*b* in Fig. 18), so erhalten wir ebenfalls 50 Teile. Diese Übereinstimmung der Maße kann allerdings eine rein zufällige sein, doch gibt es zu denken, wenn man noch feststellt, daß ganz besonders an der Spitze dieses 2. Fiederchens eine mit dem Fiederchen in Verbindung stehende tiefe Grube zu sehen ist, die den Eindruck hinterläßt, als ob dorten etwas herausgefallen wäre. (Die Wände der Grube sind kohlig.) Dies kann wohl nur ein Sorus gewesen sein und man denkt unwillkürlich an die Grube des Endsorus in Corda's Original (Photo 5 und 6), dessen Grube — ohne Blatt — allerdings einen Durchmesser von 28 Teilen (476 μ) hat, während der Querdurchmesser dieser Grube bei gleicher Vergrößerung nur 20 Teile (340 μ) beträgt. Dies tut aber nichts zur Sache, denn dieser Sorus könnte jung gewesen sein, also noch nicht die normale Größe erreicht haben, oder es ist überhaupt nur ein Stück der Sorusgrube vorhanden.

Fig. 18.



Chorionopteris-Fiederchen = Photo 19. 28 × Vergr.

Dreht man nun diese kleine Steinplatte wieder ein wenig gegen ihre frühere Stellung zurück (p. 18 [568]), so beobachtet man an der Basis dieses Blättchens kohlige Substanz (Photo 21, auch Photo 20, doch hier unscharf), die mit der durch die Steinplatte gehenden *Calopteris*-Rhachis in unzweifelhafter Verbindung steht — wenn auch heute knapp unter dem Blättchen eine kleine Unterbrechung vorhanden sein mag — das heißt nun mit anderen Worten, daß dieses Blättchen auf einem der Höcker von *Calopteris* aufsitzt, jedoch auch umgeklappt mit der Unterseite nach oben wie das in den Photos 25 bis 27, Taf. IV dargestellte Blättchen, weil wir auf eine Sorusgrube blicken und die Sori an der Unterseite des Blättchens liegen.

Wir haben hier also 2 *Chorionopteris*-Fiederchen vorletzter Ordnung gefunden, die knapp hintereinander an einer *Calopteris*-Rhachis stehen, über deren gegenseitige Zusammengehörigkeit nun wohl kein Zweifel mehr bestehen mag. Es dürfte nun wohl auch Sache einer Neubearbeitung der Radnitzer Abdruckreste sein, unter den fertilen Farnabdruckresten nach dem *Chorionopteris*-Blatte genaue Umschau zu halten.

Wir können aber diese Ausführungen nicht beschließen, ohne daß wir noch vorher auf folgendes aufmerksam machen würden. Nach unseren Ausführungen sind η und ι, γ und ζ, δ und ϑ die einander entsprechenden Sori an den beiden Blatträndern des einen *Chorionopteris*-Fiederchens und ε der Endsorus. Von allen diesen 7 Soris könnte nur an der Sorusnatur von η gezweifelt werden, da hiefür kein direkter Beweis vorliegt, was aber bei den anderen 6 Soris nicht zutrifft. Im Falle nun η kein Sorus wäre, sondern nur Rhachishöcker- und Blattgewebe, so würden dann die einander entsprechenden Soruspaare — der Endsorus würde fehlen — γ und ι, δ und ζ, ε und ϑ sein, die bezüglich ihrer gegenseitigen Lage im Material einander vielleicht sogar noch besser entsprechen würden als die von uns früher angenommenen Soruspaare. Doch kann die schiefe Lagerung der Sori in unserer eigentlichen Auffassung leicht durch die Lage des Blattes im Gesteine und die Schnittführung genügend erklärt werden. Wie dem nun auch sein mag, das sind nebensächliche Fragen, die bei der Fülle der eigentlichen Tatsachen nur minimal ins Gewicht fallen und nur der Vollständigkeit wegen erwähnt werden mußten.

Anachoropteris pulchra Corda.

In seine provisorische Familie der Rhachiopterideen stellte Corda auch die Farnrhachis *Anachoropteris pulchra* Cda, die er ebenfalls in den Sphaerosideriten von Radnitz aufgefunden hatte. Es ist aus seiner Beschreibung nicht genau zu ersehen, ob diese Art häufig oder selten zu finden war, da Corda in seiner Beschreibung bei Angabe des Fundortes die Seltenheit dieses Fossils vermerkt, jedoch später im Texte ausdrücklich schreibt, diese Art komme im *Sphaerosiderite* von Radnitz »am häufigsten« vor.

Ein günstiger Zufall wollte es, daß ich bereits unter den mir sofort zur Verfügung gestellten kleinen Bruchstücken 3 *Anachoropteris*-Exemplare fand, wozu noch 2 in dem Stücke von Corda's *Chorionopteris*-Original kamen, die gleich jetzt mit den Buchstaben *D* und *E* (Fig. 19) bezeichnet seien. Da ich nun durch die Liebenswürdigkeit des Herrn Prof. Purkyně das *Chorionopteris*-Original selbst leihweise erhalten hatte und von der obigen mir einstens durch Herrn Prof. Frič geschenkten dazugehörigen Platte einen Schliff herstellen ließ (Sammlung Kubart, 143 *A* [388]), so standen mir von diesen beiden zusammengehörenden Steinplatten je Ober- und Unterseite und samt dem Schliffe 5 Bildebenen zur Verfügung (Fig. 21) und ich hatte sohin auch von den beiden in diesem Materiale befindlichen *Anachoropteris*-Stücken *D* und *E*, bei *D* vier[1] und bei *E* fünf Schnittflächen, was bei dem geringen Materiale von ganz besonderem Werte ist. Eines von den drei erstgenannten Exemplaren (*F*) dürfte allem Anscheine nach, wie ich noch Gelegenheit haben werde zu begründen, ein Bruchstück von Corda's Originalstück für *Anachoropteris pulchra* sein, das mir Herr Prof. Purkyně ebenfalls gütigst zur Verfügung gestellt hatte (cf. p. 3 [553]. Die übrigen 2 Exemplare stammen von einem anderen Bruchstücke unbekannter Zugehörigkeit und seien mit *G* und *H* bezeichnet (Schliff 145 *A* [390]).

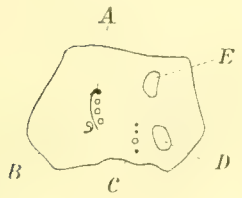
Anachoropteris pulchra (Photo 30, Taf. V) ist so wie *Calopteris* auch eine kleine Rhachis. An 3 *mm* Breite und 2 *mm* Höhe ist die allgemeine Dimension der von mir gesehenen Stücke.

Knapp neben dem *Chorionopteris*-Sorus V von Mittelrippe *C* (Fig. 19) liegt in Corda's Originalstück die *Anachoropteris*-Rhachis *D* (Photo 30). Der Schnitt ist ein schiefer, das ganze Bild hiedurch einigermaßen verzerrt und wohl nicht zur allgemeinen Orientierung zu empfehlen. Photo 31, Taf. V stammt von der Unterseite dieser Platte (Fig. 21) und zeigt diese Rhachis, nachdem ich den Stein dortselbst ein wenig anpoliert hatte. Ich tat dies mit gutem Gewissen, zumal hiedurch nur eine Spur Material aufgebraucht

[1] cf. p. 21 [571].

worden ist und weil das mir ursprünglich von dieser Stelle zur Verfügung gestandene Bild infolge der Spuren der Steinsäge (conf. p. 2 [552]) uneben war (Photo 32, Taf. V) und das Bild so nicht völlig klar erscheinen konnte. Die nun geglättete Fläche bietet im allgemeinen so viel, daß man wohl ohne Bedenken in diesem Falle auf einen Dünnschliff verzichten kann, der ohnedies nicht hergestellt werden durfte.

Fig. 19.



Pause der Deckglasseite von Corda's Originalstück für *Chorionopteris gleichenioides*. Nat. Größe.

A, B, C = *Chorionopteris*-Reste.

D, E = *Anachoropteris*-Exemplare.

Wie die Epidermis dieser Rhachis gebaut war, kann man aber an diesem Schnitte nicht entnehmen, da das Gestein hiefür noch zu wenig geglättet worden ist und auch nicht die notwendige Vergrößerung angewendet werden kann. Bezüglich der Rinde stellen wir aber doch fest, daß die äußersten Gewebepartien dieser Rhachis dunkler erscheinen als die darauf folgenden, was ohne Zweifel auf ein kleineres Lumen der hier befindlichen Zellen zurückzuführen ist, deren Wände dann wohl auch verdickt waren, wodurch diese Zonen infolge der Inkohlung nun dünkler erscheinen. Auch an dem mir zur Verfügung stehenden Dünnschliffe von Corda's *Chorionopteris*-Material (143 *A*), der ebenfalls die beiden *Anachoropteris*-Stücke *D* und *E* enthält, läßt sich eine genaue Beobachtung über den Bau der Epidermis nicht durchführen, da nur das Stück *D* die Epidermis zeigt, aber schief geschnitten ist (Photo 33, Taf. V), so daß ein einigermaßen klares Bild unmöglich wird. Trotz dieser ungünstigen Verhältnisse finden wir aber an mehreren Stellen der Rachisepidermis unzweifelhafte Reste von Haarbildungen. Schon nach den Haarstummeln, die an Objekt *D* in Schliff 143 *A* gesehen werden (Fig. 20) darf man wohl annehmen, daß die Haare mehrzellig waren. In Schliff 145 *A* findet sich dann glücklicherweise an Objekt *H* ein Haar, das bis zur Spitze vollständig erhalten ist (Photo 35, Taf. V), so daß also der ganze Bau eines Haares festgestellt werden kann. Dieses Haar besteht schon direkt von der Epidermis aus nur aus einer einzigen Reihe von Zellen, während bei dem einen abgebildeten Haarstummel (Fig. 20) eine mehrzellige Haarwurzel vorhanden ist. Ich kann

Fig. 20 *a*.

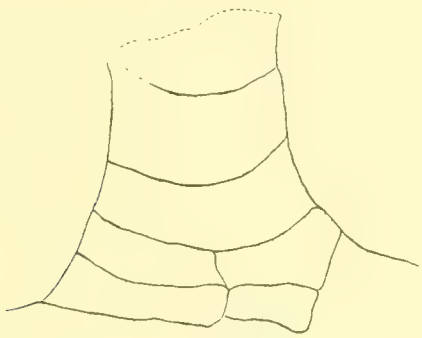
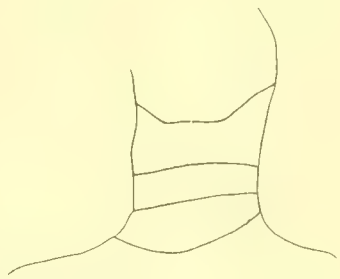


Fig. 20 *b*.



Haarstummeln von *Anachoropteris*, Objekt *D*, Schliff 143 *A*.

diesem Unterschied in unserem Falle, der mehrfach zu beobachten ist, keinen besonderen Wert beilegen, und lasse es bei dessen kurzen Verzeichnung bewenden. Die einzelnen Zellen der Haare sind ungleich groß gewesen und die Wände derselben waren dünn. Auch Corda hat bereits bei Lupenvergrößerung diese Haare gesehen und sie ganz gut in seinem Bilde, Taf. 56, Fig. 2, eingezeichnet, worüber man sich bei Vergleich von Corda's Bild und dem von derselben Stelle entnommenen Photo 52, Taf. VII, zur Genüge überzeugen kann. Allerdings konnte Corda den Detailbau der Haare nicht feststellen, was aber ihm nicht zum Vorwurf gemacht werden kann.

Die Behaarung muß, wie aus Corda's Zeichnung = Photo 52, aber auch aus Photo 35 und 55, zu entnehmen ist, zumindest stellenweise eine so ziemliche gewesen sein, doch waren die einzelnen Haare gerade nicht von besonderer Länge, denn das in Photo 35 vorkommende ganze Haar mißt nur 408 μ und jenes von Corda in Taf. 56, Fig. 2, rechts unten gezeichnete, das auch so ziemlich zur Gänze erhalten sein dürfte, ist sogar ein wenig kürzer; es hat nur 374 μ.

In ganz gleicher Weise wie bei *Calopteris* sehen wir auch hier die Lumengröße der Rindenzellen zentripetal zunehmen, wobei sie normale Parenchymzellen werden. Die Wände dieser Rindenzellen, die in Schliff 143 *A* bei *D* schief geschnitten sind, zeigen die gleiche netzige Skulpturierung, die wir bei den Sporangiumwandzellen von *Chorionopteris* gefunden haben, was um so interessanter ist, als *Chorionopteris*, wie wir noch sehen werden, die Fruktifikation von *Anachoropteris* darstellt und das Rindenparenchym von *Calopteris*, wie nachträglich bemerkt werden muß, die gleiche Skulpturierung zeigt. Fraglich ist allerdings die Natur dieser Erscheinung, wie schon p. 9 [559] bemerkt wurde. Ihr Auftreten in den Rindenparenchymzellen und den Sporangiumwandzellen spricht vielleicht gegen ihre tracheidale Natur. Allerdings denkt man infolge des Vorhandenseins dieser Skulpturen an den Rindenzellen unwillkürlich an die Möglichkeit der Wasserspeicherung in der Rinde, wie dies zum Beispiel bei Luftwurzeln vielfach der Fall ist, zumal *Anachoropteris* allem Anscheine nach ein Schling-Kletterfarn gewesen ist, wohin auch deuten mag, daß *Calopteris* konstant mit der Rinde von *Palmacites* (*Medullosa*) vergesellschaftet gefunden wurde (siehe auch p. 33 [583]) und dies ließe die Notwendigkeit einer Wasserspeicherung vollauf verständlich erscheinen. Auf jeden Fall scheinen mir aber diese Skulpturen nicht auf das Konto der Fossilisation zu gehören.

An den schief geschnittenen Rindenzellen von *Anachoropteris D* in Schliff 143 *A* kann man nun aber auch recht deutlich Querschnitte ihrer Zellwände beobachten, wobei man sehen kann oder zumindest den Eindruck bekommt, daß diese Zellwände keine eigentlichen Verdickungen aufweisen, daß das von der Fläche gebotene Bild vielmehr vielleicht durch eine kleine Wellung der Membran entsteht. Trifft dies zu, so bleibt allerdings noch immer die Frage offen, ob diese Wellung ursprünglich vorhanden war oder erst nachhinein, etwa durch Schrumpfung entstanden sein mag. Entschieden ist aber diese eigenartige Wandstruktur vorhanden, und zwar nicht allein in den Rindenzellen von *Anachoropteris* und *Calopteris* und den Sporangiumwandzellen von *Chorionopteris*, sondern auch, wenn auch weniger deutlich, aber doch zu erkennen, an den Wänden[1] der inhaltsreichen Synangiumwandzellen (Photo 9).

Da nun diese Struktur einesteils immer an Stellen auftritt, wo ein starker Wasserbedarf vorhanden war, denn auch die inhaltsreichen Synangiumwandzellen mögen einen solchen gehabt haben, andernteils wieder dort, wo die Wasserspeicherung ermöglicht wurde, so könnte dieser Struktur, mag sie nun so oder so zu deuten sein,[2] vielleicht tatsächlich eine ganz besondere ökologische Bedeutung zukommen.

Ob die Rinde mit einer Endodermis nach innen abschloß oder nicht, ob ein Perizykel um die Stele ausgebildet war, ist an keinem der mir vorliegenden Schnitte und Schliffe festzustellen. Stets befindet sich hier ein klaffender, von Gesteinsmasse ausgefüllter Spalt, was vielleicht dahin deuten mag, daß an dieser Stelle ein feines, sehr leicht zerstörbares Gewebe ausgebildet gewesen war.

Vom Gefäßbündel ist nur das Xylem erhalten, das eine eigenartige Gestalt hat. Was Corda 1845 hierüber schrieb: »Ich habe in der jetztweltlichen Farnvegetation noch keine Blattrhachis auffinden können, welche wie *Anachoropteris* nach rückwärts gerollte Gefäßbündel besitzt, und aus unserer Abbildung (Corda, Taf. 56, Fig. 2) ist deutlich ersichtlich, daß die Rinne nach oben liegt«, dürfte wohl auch noch heute gelten, denn auch mir ist kein rezenter Farnblattstiel bekannt, der einen völlig gleichen Bau besäße. Auch die von Corda vorgenommene Orientierung mit der Rinne der Rhachis nach oben ist wohl als richtig anzusehen, sie stimmt mit jener, die wir entgegen Corda's Annahme bei *Calopteris* vornahmen, auch überein. Von der Rollung des Gefäßbündels wollen wir aber vielleicht besser in dem Sinne sprechen, daß diese nach unten und innen erfolgte, wie ja so deutlich an Photo 31, Taf. V, zu sehen ist.

Das Xylem besteht aus Tracheiden (Hydroiden), die meist in einer Reihe stehen und im allgemeinen großlumig sind. Nach mehreren Messungen betragen die Querschnittsmaße für große Tracheiden, ohne aber die größten ausgesucht zu haben, $0{\cdot}149 \times 0{\cdot}108$, $0{\cdot}203 \times 0{\cdot}108$, $0{\cdot}086 \times 0{\cdot}108$, $0{\cdot}135 \times 0{\cdot}054$ $0{\cdot}108 \times 0{\cdot}162$, $0{\cdot}143 \times 0{\cdot}089$, $0{\cdot}135 \times 0{\cdot}108\,\mu$.

---

[1] Wurde bei Besprechung von *Chorionopteris* mit Absicht nicht erwähnt, um hier vermerkt zu werden.

[2] Auch ein Hinweis auf »Küster, Über Zonenbildung in kolloidalen Medien, Jena 1913«, scheint nicht unangebracht zu sein.

An den beiden Ecken, wo sich der Horizontalbalken des Xylems nach unten umzubiegen beginnt, unterbricht das Xylem für einen Augenblick seine direkte Biegung und bildet beiderseits zwei sogenannte Ösen[1] (Photo 31, im Detail Photo 36 und 37), wo die Tracheiden gewöhnlich in mehreren Reihen stehen, und zwar so, daß die größten Tracheideh dem Rhachiszentrum zugewendet, also auf der Innenseite der Öse, stehen und die kleineren bis kleinsten sich auf den Außenseiten (Flanken) der Ösen gruppieren. An den schiefen Anachoropterisschnitten von *D* in 143 *A* und *G* in 145 *A* läßt sich nun völlig einwandfrei fesstellen, daß die großen Tracheiden dieser Ösen wie auch alle anderen großen Tracheiden des Xylems netzige, an typische Hoftüpfel anklingende Wandverdickungen haben (Photo 38, Taf. V); bei den am Außenrande der Ösen liegenden kleineren Tracheiden ist jedoch Treppentüpfelung (Photo 38) vorhanden und bei den kleinsten, wie an demselben Photo an einer Stelle zu sehen ist, finden sich unzweifelhaft ringförmig-schraubige Wandverdickungen, mit anderen Worten, hier in den Ösen ist das Protoxylem zu suchen.

Der freie Raum zwischen den Windungen des Xylems wird, so weit man nach dem erhaltenen Gewebe urteilen kann, von einem kleinzelligen parenchymatischen Gewebe ausgefüllt, dessen Wände auch Andeutungen jener wabigen Skulpturierung zeigen, die wir am Rindengewebe feststellen konnten und die eben vorher besprochen wurde.

Bereits 1911 hatte ich die Beobachtung gemacht, daß die eben geschilderte Gestalt des *Anachoropteris*-Xylems keine beständige ist. Aber erst durch die Zusammenbringung des mir heute zur Verfügung stehenden Materiales, das unter den gegebenen Umständen ein reiches zu nennen ist, war es mir möglich gewesen, die vermuteten Umänderungen des Xylems zu verfolgen und die sich hieraus ergebenden Folgerungen mit hohem Sicherheitsprozentsatze zu ziehen. Um klar zu sein, dürfte es sich nun empfehlen, die einzelnen zur Verfügung stehenden *Anachoropteris*-Exemplare *D* bis *H* der Reihe nach durchzunehmen und die an den einzelnen beobachteten Umbildungen von jedem Stücke allein festzuhalten und dann erst den Versuch zu machen, diese Ergebnisse zu vereinigen. Von *G* und *H* besitze ich nur je einen Schnitt in Schliff 145 *A*, sie fallen also von vornherein hier weg und für *F* werde ich noch den schon früher erwähnten Beweis zu erbringen haben, daß die beiden hier zusammengelegten Stücke auch tatsächlich zusammengehören. Von *D* und *E* besitze ich aber unzweifelhafte, vor meinen Augen beinahe entstandene Serien von Schnitten (cf. p. 20 [570] und mit diesen wollen wir daher beginnen. Es handelt sich jetzt nur um die Xylemumwandlungen, alles andere bleibt also weg.

D.

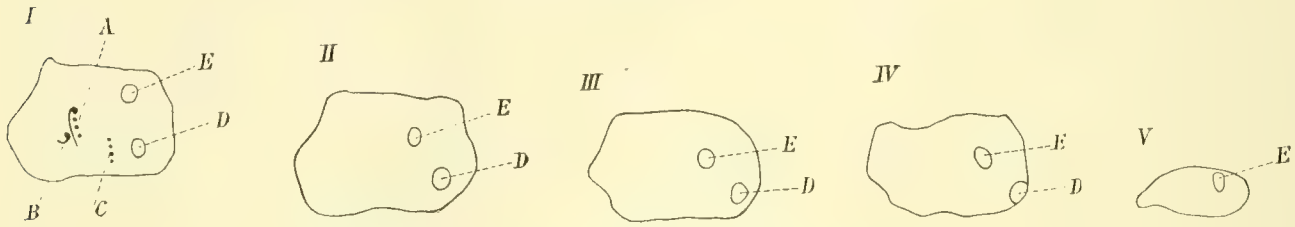
Auf der Oberseite von Corda's *Chorionopteris*-Platte liegt knapp neben Sorus V (Fig. 21, I) das *Anachoropteris*-Stück *D* (Photo 30), das aber hier für die erste Orientierung einen ungünstigen, schiefen Querschnitt bildet. 3 *mm* später tritt diese *Anachoropteris* auf der Unterseite der Platte (Photo 32) abermals heraus und hievon wurde Photo 31 angefertigt, nachdem der Stein ein wenig anpoliert worden war, um ein besseres Bild zu bekommen, wie an früherer Stelle bereits begründet worden ist. Die Reihenfolge der Photos ist also Photo 30, 31, 32. Hierauf folgt Photo 33 von dem sich anschließenden Schliffe 143 *A*, dann das Photo 34 von der Oberseite meiner Platte, womit die Bildserie von *D* abgeschlossen ist, denn *D* ist auf der Unterseite dieser Platte nicht mehr erhalten (Fig. 21, V).

Überblickt man nun diese Reihe von Bildern, so findet man auf den ersten Blick beinahe gar keine Veränderung im Bau des Xylems. Bei genauerem Durchmustern fallen aber doch die Unterschiede im Bau der Ösen der verschiedenen Schnitte mehr als deutlich genug auf. Im ersten Schnitte (Photo 30) ist die linke Öse weit und offen, die rechte klein und noch nicht als eigentliche Öse differenziert, da das Proto-

[1] Wie bei *Calopteris dubia* Cda, p. 14 [564].

xylem nur als im rechten Winkel vom Xylem abspringender Zahn differenziert ist. In den folgenden Schnitten (Photo 31[1] und dem gleichen Photo 32) wie auch im Schliffe 143*A* (Photo 33) wird die linke Öse mehr geschlossen und die rechte bekommt bereits die bogige Vertiefung der Öse. Hiebei kann auch darauf aufmerksam gemacht werden, daß der Tracheidenbogen der linken Öse im ersten Schnitte (Photo 30) relativ dünner ist als in den späteren Schnitten, wo viel mehr Tracheiden an seinem Aufbau beteiligt sind, wie man auch bereits aus den dem Photo 31 entstammenden Detailphoto 36 ersehen kann. In Photo 34, dem letzten Schnitte des Exemplares *D*, ist endlich die

Fig. 21.



I bis V Reihenfolge der Schnittflächen für die *Anachoropteris*-Exemplare *D* + *E*.

I Deckglasseite (Oberseite) von Corda's Originalplatte für *Chorionopteris* = Fig. 1.
II Unterseite dieser Platte.
III Schliff 143 *A*, der sich nun anschließt.
IV Oberseite der restlichen Steinplatte.
V Unterseite derselben Platte, wo nur mehr *Anachoropteris E* erhalten ist.

Alle Umrisse in natürlicher Größe.

linke Öse völlig geschlossen, ihre äußere Wand besteht aus kleinen, die innere aus großen Tracheiden, die aber auch mit dem linken eingekrümmten Endstück des Xylems nun anastomosieren, wie wohl zur Genüge aus dem Detailphoto 39 von diesem Schnitte zu ersehen ist. Wohin die im Photo 33 (Schliff 143*A*) noch vorhandenen Tracheiden des Xylemendes oberhalb der Anastomose (bei *x* in Photo 34) gekommen sind, ist nicht ganz klar, zumal die Photos 34 und 39 unmittelbar, das heißt genauer, nur durch die von der Säge für Schliff 143 (*A*) mitgenommene Steinschichte getrennt, an Photo 33 anschließen, andererseits nach Photo 34 und 39 nicht unbedingt, obwohl dies so scheint, behauptet werden kann, daß diese Tracheiden bei der Fossilisation zerstört worden sind. Da aber das Material gerade hier zu versagen beginnt, muß diese Frage ungelöst bleiben, denn wir könnten doch nur müßige Kombinationen versuchen, aber keine positiven Daten anführen.

Von weiterem Interesse an dieser Serie ist der Horizontalbalken des Xylems. In den Schnitten der Photos 34, 33, 32 und 31 besteht dieser Xylemteil aus einer Reihe großer Tracheiden, denen viele kleinere Tracheiden beigesellt sind. In dem Ausgangsschliffe dieser Serie (Photo 30) ist der Horizontalbalken jedoch schwächer ausgebildet und an einer Stelle (Photo 40, Taf. VI) glaubt man eine völlige Unterbrechung in diesem Horizontalbalken sehen zu können. Völlig einwandfrei ließ sich diese Stelle nicht enträtseln, da ich hier nur mit einer 100×Vergrößerung arbeiten konnte und die Stelle noch dazu recht ungünstig in einer Vertiefung auf der Platte liegt, so daß eine völlig sichere Feststellung unmöglich war. Es macht den Eindruck, daß an dieser Stelle nur eine einzige Tracheide ausgebildet war, die aber minder erhalten ist oder vielleicht infolge ihrer Jugendlichkeit nicht anders erhalten wurde. Ganz sicher kann man aber in diesem Sinne nicht entscheiden, es kann auch sein, daß überhaupt hier eine Unterbrechung des Horizontalbalkens vorhanden war, die in den folgenden Schnitten aber bereits verschwunden ist. Die Tatsache einer Schwächung des Horizontalbalkens bleibt aber auf jeden Fall unbestritten bestehen.

[1] Achtung auf die ungleiche Orientierung der Bilder. Zur Vermeidung von Irrtümern sind die einander gleichwertigen Seiten stets mit Buchstaben bezeichnet: *l* = links, *r* = rechts.

E.

Für Objekt *E* stehen den bei *D* vorhandenen Schnitten völlig gleichwertige Schnitte zur Verfügung (Fig. 21, I bis V), nur daß noch ein weiterer 5. Schnitt von der Unterseite der kleinen Platte dazukommt, wo *E* zum Unterschiede von *D* noch erhalten ist. Die von diesem Stücke stammenden Bilder sind, in der gleichen Reihenfolge wie für *D* angeführt, die Photos 41 bis 46, Taf. VI, wobei Photo 42 im Vergleiche mit Photo 43 noch mehr als Photo 31 im Vergleiche mit Photo 32 dartun dürfte, wie notwendig die von mir vorgenommene Glättung der Unterseite dieser Platte war.

Beim ersten Blicke fällt nun in Photo 41 die große Unterbrechung im Horizontalbalken auf. Beinahe über der Mitte der umgebogenen Xylemenden hört beiderseits das Xylem auf, was man noch besser an Photo 47, wo diese Partie stärker vergrößert ist, sehen kann als an dem Übersichtsbilde 41 und am besten an Photo 48, wo man zur Genüge ersehen kann, daß die Grenze zwischen den Tracheiden und dem Parenchym hier eine außerordentlich scharfe ist, daß aber auch die anstoßenden Parenchymzellen kaum als junge Tracheiden aufgefaßt werden können, denn diese Zellen sind normale, kleinlumige Parenchymzellen, während die Tracheiden, welche hier sein sollten, viel größere Lumina besitzen würden. Es kann übrigens an diesem Schnitte beobachtet werden, daß ein parenchymatisches Gewebe hier mehrfach direkt den Tracheiden angelagert ist und zwischen diesen Zellen und den Innenrinden- und Markzellen kein Unterschied zu finden ist. An beiden Flanken des Xylems finden wir je zwei deutliche und zwar besonders an der rechten Seite vorspringende Höcker, zwischen denen die Tracheiden im Bogen stehen, der nach außen offen ist. Nach unserer Beobachtung von früher wissen wir, daß dies die Protoxyleme sind, die später zu der bekannten Ösenbildung schreiten. An der Unterseite dieser Platte, 3 *mm* weiter (Photo 42 und dann 43), ist der Horizontalbalken bereits wieder vorhanden, allerdings sind in dem neugebildeten Mittelstücke die Tracheiden noch nicht so großlumig wie sie zum Beispiel in Photo 31 von *D* ausgebildet sind; dies ist erst wieder in Photo 45 (auch schon in Photo 44) und noch mehr in Photo 46 der Fall, aber die geschlossene Ösenbildung, wie wir sie in Photo 34 bei *D* so deutlich gesehen haben, ist hier noch nicht zustande gekommen, die Protoxyleme liegen in diesem letzten Schnitte von *E* — 8 bis 9 *mm* von dem ersten Schnitte (Photo 41) entfernt — an den Flanken offener Ösen, noch ganz so wie in dem ersten Schnitte dieses Exemplares in Photo 41.

F.

Zu diesem Objekte stelle ich zwei mir getrennt vorliegende Stücke, von denen jedes zwei Schnitte gegeben hat. 1911 bekam ich von Prof. Frič ein kaum $^1/_2\,cm^2$ großes Steinstückchen, das von einem *Anachoropteris*-Stücke stammen sollte. Ich konnte hieraus eine Platte gewinnen, auf deren beiden Seiten eine *Anachoropteris* zu sehen war. Hievon stammen die Photos 49 und 50, Taf. VII. Mein einstiges Bemühen um abermalige Einsichtnahme in Corda's Original von *Anachoropteris pulchra* war auch vergebens gewesen und als ich jetzt das Stück erhielt, konnte ich — meine kleine Platte war durch das Schleifen bereits anders gestaltet — nicht mehr sicher feststellen, ob meine Platte von diesem Originale stamme. Immerhin zeigte das Originalstück eine rohe, recht frische Schnittfläche, die ich nun im Laufe der Untersuchung ebenfalls glättete, und es mag sein, daß mein Plättchen tatsächlich von diesem Originalstücke stammt. Wie dem auch sein mag, so dürfte aber die Besprechung der Xylemumwandlungen (Größe und Gestalt können nicht zur Identifizierung verwendet werden, da sie in unserem Falle nicht genügen), die wir in diesen beiden Stücken sehen werden, zur Genüge erhärten, daß die beiden Stücke sicher zusammen gehören und zwar in der Reihenfolge der Bilder 49 und 50 von meiner Platte und 51 und 52 von Corda's Stück, wobei Photo 52[1] mit Corda's Fig. 2, Taf. 56, zusammenfällt.

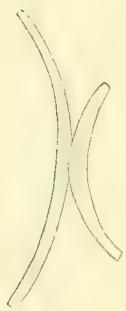
---

[1] Photo 52 mußte aus 2 Aufnahmen zusammengestellt werden, da es nicht möglich war, von der sehr ungünstig gelegenen Stelle mit einer Aufnahme beide Flanken scharf zu erhalten. So konnte aber schon durch die Aufnahme allein gezeigt werden, daß die rechte Xylemflanke keine Unterbrechung besitzt, wie dies Corda in Fig. 2, T. 56, gezeichnet hat.

An Photo 49 erkennen wir sofort das *Anachoropteris*-Gefäßbündel wieder; es ist normal ausgebildet, nur an seinen beiden Flanken zeigen sich dem normalen, uns bisher gewohnten Stadium gegenüber Veränderungen. Besonders an der linken Seite können wir sehen, wie sich das Xylem ausgebuchtet hat, eine nach dem Zentrum der Rhachis offene, mit Mark erfüllte Schlinge bildet, die aus gleich großen Tracheiden besteht wie das angrenzende Xylem. An der oberen Außenseite der Schlinge springen zwei aus kleinen Tracheiden bestehende Höcker vor, wie man wohl schon an Photo 49, aber deutlicher bei stärkerer Vergrößerung an Photo 53, Taf. VII, beobachten kann. Zwischen diesen Höckern befindet sich ein kleiner Bogen, der auffallend an die beiden Protoxylemhöcker und den dazwischenliegenden Bogen mahnt, die wir an jeder Flanke der *Anachoropteris*-xyleme gesehen hatten. Mir erscheint es denn wohl auch nicht möglich, diese vorspringenden Xylemspitzen für etwas anderes anzusehen. Da nun an dem angrenzenden Teile des Rhachisxylems an der üblichen Stelle auch noch zwei Protoxylemhöcker zu sehen sind (Photo 53, Taf. VII), so muß wohl unbedingt angenommen werden, daß sich diese durch Teilung vermehrt haben, wovon eine Gruppe am eigentlichen Rhachisxyleme verblieb, die andere für die Xylemflankenschlinge verwendet wurde. Wie sich diese Teilung vollzogen hat, können wir nicht mehr feststellen, denn dieser Schnitt (Photo 49) ist unzweifelhaft der unterste in der ganzen Serie, wie sich bei dem Vergleiche mit den nachfolgenden Schnitten ohne weiters ergeben wird.

Das Bild der rechten Flanke dieses Schnittes (Photo 54, Taf. VII) ist bei weitem nicht so klar wie das der linken Seite. Vor allem erscheint das Gewebe hier einigermaßen zusammengequetscht, wodurch das Bild sehr unklar wird. Auch hier befindet sich in der Flanke des Xylems eine Auszweigung, doch hat dieselbe keine Schlingengestalt wie jene der linken Seite, sondern scheint, wie man wohl mit ziemlicher Sicherheit feststellen kann und was auch im Detailphoto 54 etwas zu sehen ist, einen nach außen offenen sehr flachen Bogen zu bilden, der aber an seiner Rückenseite mit dem Rhachisxyleme noch in Verbindung zu stehen scheint (Fig. 22).[1] Daß dieses Stadium aber wohl einen Fortschritt gegenüber dem auf der linken Flanke bedeutet, glaube ich daraus ersehen zu können, daß die Rinde auf der rechten Seite eine deutliche Raumaussparung für das sich ablösende Gefäßbündel besitzt, eine Erscheinung, die, soweit meine Erfahrungen reichen, sonst nicht auf das Konto des Erhaltungszustandes zu setzen ist.

Fig. 22.



Gestaltung der rechten Xylemflanke von Photo 54. Skizze. Näheres im Texte.

In Photo 50 zeigt die linke Flanke keine besondere Weiterentwicklung der Schlinge. Vielleicht darf man sagen, daß die Tracheiden des Schlingenaußenbogens kleiner geworden sind, was allerdings auch auf einen Schnitt in der Nähe der Tracheidenspitzen zurückgeführt werden könnte; weiters hat sich aber die Weite des Verbindungsganges zwischen Schlingeninnerem und Mark der Rhachis gegenüber dem früheren Schnitte unzweifelhaft verringert, was an den beiden Photos 49 und 50, die genau bei gleicher Vergrößerung aufgenommen wurden, zur Genüge ersichtlich ist; auch die Protoxylemspitzen stehen mehr auseinander als in Photo 49. Der Gefäßbündelzweig der rechten Flanke liegt nun bereits tief in der Rinde, und bildet einen nach außen weit offenen Bogen. Wo sich an diesem die Protoxyleme befinden, ließ sich nicht feststellen. Das Rhachisxylem besitzt auf seinem Horizontalbalken zwei[2] deutliche, vermutlich doppelte Protoxylemgruppen, bietet aber sonst keine wie immer gearteten Besonderheiten.

In Photo 51 ist die sich linkerseits bildende Xylemschlinge bereits völlig von dem Rhachisxylem (Photo 55, Taf. VII) getrennt und bildet jetzt einen selbständigen und noch völlig geschlossenen Tracheidenkreis, der bereits ziemlich tief in einer Rindenausbuchtung liegt. Das Stadium ist noch nicht so

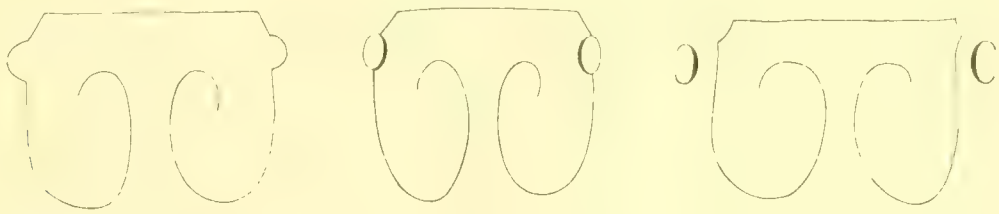
[1] Diese Verbindung ist aber wohl nur auf die Quetschung des Gewebes zurückzuführen, in Wirklichkeit also nicht vorhanden, wie aus der Entwicklung der linken Flanke in den Photos 50 und 51 gefolgert werden kann. In Photo 51 ist die noch geschlossene linke Xylemschlinge von dem Rhachisxyleme bereits weit entfernt, in Photo 49 ist aber die rechte Xylemschlinge bereits zu einem offenen Bogen geworden, das ist ein späteres Stadium, so daß also der Bogen kaum mehr mit dem Rhachisxyleme in Verbindung sein kann.

[2] Die eine Protoxylemgruppe (an der linken Flanke) ist am Photo 50 nicht sichtbar, da die Steinplatte hier schief abbricht.

weit fortgeschritten als jenes von der rechten Flanke in Photo 50, wo die losgelöste Schlinge sich bereits wieder zu einem offenem Bogen umgestaltet hat und vielleicht auch schon tiefer in der Rinde liegt. Das Xylem der Rhachis besteht an der Loslösungsstelle aus sehr kleinen Tracheiden, was sowohl dahin gedeutet werden kann, daß es erst wieder erstarken muß oder aber, daß in der Flanke überhaupt eine Lückenbildung eintreten werde, zu welcher Auffassung man auf Grund der Verhältnisse der rechten Flanke kommen kann (cf. p. 29 [579]). Hier hat sich der losgelöste Xylembogen bereits sehr weit von der Ursprungstelle entfernt und liegt mitten im Gewebe der abzweigenden Rhachis nächst niederer Ordnung. Das Xylem dieser Rhachis hat noch immer Bogengestalt (Photo 56, Taf. VII), ist aber doch so ungünstig zu sehen, daß man nähere Details nicht feststellen kann. In der rechten Xylemflanke der Hauptrhachis scheint aber hier eine Unterbrechung zu sein, doch ist dies nicht mit Sicherheit festzulegen, denn man sieht doch Andeutungen einer Tracheidenreihe, die aber infolge der völligen Schwärze dieser Partie so ganz und gar undeutlich erscheint, daß eine positive Entscheidung auf Grund der Beobachtung im auffallenden Lichte — also ohne Dünnschliff — hier nicht gefällt werden kann. Da aber dieser Schnitt von dem Corda'schen Originalbelegstücke des Museums stammt, so muß diese Frage unentschieden bleiben, wenngleich sie einiges theoretisches Interesse und Bedeutung hat, wie wir späterhin noch erfahren werden (cf. p, 29 [579]. Die übrigen Teile des Hauptrhachisxylems bieten nichts Neues und wir können nun den letzten verfügbaren Schnitt, Corda's Stelle, die zirka 6 *mm* von der eben besprochenen Schnittebene entfernt ist, in Photo 52, Taf. VII, betrachten. Hier zeigt das Xylem bereits wieder ein völlig normales Bild, das in seiner Gänze — bis auf die eine Öse — dem ersten Bilde des Exemplares *D* (Photo 30, besser 31) gleicht. Innerhalb der 6 *mm*, die zwischen den beiden Photos 51 und 52 liegen, haben sich die beiden seitlichen Rhachiden niederer Ordnung völlig von der Mutterrhachis gelöst und zwar dürfte diese Loslösung so ziemlich gleichzeitig erfolgt sein. Wie man schon nach Photo 51 urteilen kann, waren diese beiden neuen Rhachiden kleiner dimensioniert als die Mutterrhachis, was ja auch in der verschwindenden Kleinheit ihrer Xyleme gegenüber jenem der Mutterrhachis in genügender Deutlichkeit zum Ausdruck kam.

Fassen wir nun die Ergebnisse der Betrachtung dieser drei Schnittserien von *D*, *E* und *F* zusammen, so haben wir erstens einmal feststellen können, wie sich von der Hauptrhachis zwei laterale Rhachiden nächst niederer Ordnung und zwar so gut wie simultan loslösen (Fig. 23) und daß deren Xyleme, so weit

Figur 23.

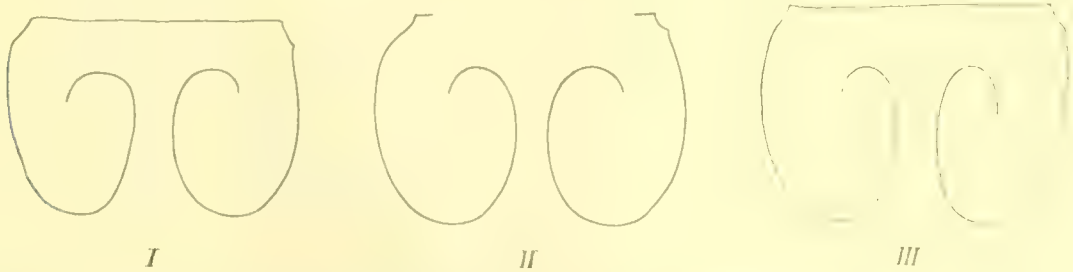


I *II* *III*

Schema der Loslösung der beiden lateralen Rhachiden von der Hauptrhachis *Anachoropteris*.

wir sehen konnten, zuerst zumindest offene Bogenform annehmen,[1] und zweitens sahen wir, daß ab und zu bei *Anachoropteris pulchra* auch der Horizontalbalken fehlt (*E*, [Fig. 24]), wobei allerdings Protoxyleme

Fig. 24.



I *II* *III*

Schema der Horizontalbalkenunterbrechung von *Anachoropteris*.

[1] Siehe p. 29 [579] bezüglich Photo 57, wo die kleine Rhachis ein bogenförmiges Xylem hat.

an den beiden Flanken des Xylems für die Hauptrhachis erhalten geblieben sind. Die Horizontalbalken werden dann wieder regeneriert, so dass also das *Anachoropteris*-Xylem wieder hergestellt wird.

Der Horizontalbalken ist ein recht beträchtliches Stück Xylem und man darf wohl annehmen, daß das mit demselben versorgte Organ auch kein kleines gewesen sein dürfte, sondern vielmehr ein der Mutterrhachis vielleicht wohl gleichwertiges Stück, daß sich also die Mutterrhachis einfach gegabelt hat.[1] In welcher Gestalt dieser Querbalken in die neue Rhachis übergetreten ist, ist unbekannt, mir fehlt auch das beweisende Material dazu, doch können wir uns leicht vorstellen, daß dieser Horizontalbalken durch einfaches Strecken und Einrollen seiner Enden bald wieder das normale *Anachoropteris*-Xylem ausgebildet hatte. Diese Gabelung muß in der Natur eine sehr häufige gewesen sein, denn Corda sagt gleich zu Beginn seiner Artbeschreibung: Gewöhnlich finden sich zwei Fragmente (siehe seine Fig. 3 in Taf. 56),[2] die eigentlich eine solche Gabelung darstellt, nebeneinanderliegend«, was doch bei dem auch nicht gar zu reichen Materiale Corda's auffallen muß und nur dadurch erklärt werden kann, daß tatsächlich in der Natur die Gabelung eine sehr häufige war; denn auf das Konto des Zufalles die Häufigkeit dieser Stücke zu setzen, scheint mir doch ein wenig gewagt.

Calopteris ein Stadium von Anachoropteris.

Wir können aber die Zusammenfassung unserer Resultate nicht beginnen, ohne noch einmal auf *Calopteris dubia* zurückzukommen. Bereits Corda hatte bei dieser Art bemerkt, »daß nach oben zu (rekte nach unten, wie früher schon richtiggestellt worden ist) die Rinde und die Marksubstanz der Rhachis zerstört und verworfen sei« und hatte auch seine Zeichnung, Taf. 19, Fig. 3, in diesem Sinne ausgeführt. Ein Gleiches fand ich bei allen 6 Schnittebenen, die ich von den 2 *Calopteris*-Exemplaren gewinnen konnte, was ich ja an gegebener Stelle schon ausgeführt habe. Zerstört und verworfen ist aber das Gewebe an der Unterseite der Rhachis nicht, sondern nur »schief« geschnitten, weil eben hier der Verlauf der Zellen ein anderer war als der der benachbarten Rindenzellen, was mit anderen Worten auf eine Verzweigung der *Calopteris*-Rhachis auf ihrer Unterseite hinweist, wodurch diese Richtungsänderung und dadurch der schiefe Schnitt durch die dortigen Rindenzellen verständlich wird.

Wir haben allerdings keinen direkten Beweis für diese Verzweigung der *Calopteris*, doch glaube ich keinen Fehler zu begehen, wenn ich annehme, daß *Calopteris dubia* nichts anderes ist als eine *Anachoropteris pulchra*, die sich in gleicher Weise wie früher in der Richtung der Oberseite der Rhachis nun nach der Unterseite hin verzweigt (gegabelt) hat. Man überdecke nur einmal und zwar in Photo 51, Taf. VII den unteren Xylemteil der *Anachoropteris*-Rhachis und zwar bis zu der Höhe, wo an der rechten Flanke die Xylemunterbrechung einzusetzen scheint, so bleiben — (die abzweigenden seitlichen Rhachiden niederer Ordnung fallen hier nicht als Störung auf und gehen uns hiebei nichts an, denn es bleibt sich gleich, an welchem normalen *Anachoropteris*-Xylem wir dies tun, wie man sich ja überzeugen kann) — der Horizontalbalken des Xylems und innerhalb desselben die beiden halbmondförmigen Xylemstücke übrig, die ja doch nichts anderes als die drei Xyleme der *Calopteris dubia* sind! Ich glaube, die Sachlage ist so klar, daß man trotz des Fehlens des direkten Beweises in diesem Falle kaum zweifeln kann, zumal ja auch die sonstigen histologischen Details von *Calopteris* und *Anachoropteris* so völlig übereinstimmen. So stimmen, wie man aus Text und Bildern ersehen kann, der Bau der Rinden und Tracheiden völlig überein und wichtig ist auch, daß beide Rhachiden mit völlig gleichartigen Haaren besetzt sind. Ich kann zwar nicht behaupten, daß unter den Břazer Sphaerosideritpflanzen nur diese beiden Typen derlei Haare hatten, Corda selbst hat sonst bei keiner der von ihm aus den Sphaerosideriten von Radnitz angeführten 12 Pflanzen derlei Haare angegeben, was er wohl getan hätte, wenn sie so deutlich wie bei *Anachoropteris pulchra* erhalten gewesen wären. Allerdings fand sie Corda bei *Calopteris dubia*

[1] Es ist dies aber keine so vollständige Gabelung mehr wie bei einer *Lepidodendronstele.*

[2] Vielleicht befindet sich deren Original auch in Prag; ich bekam es nicht zu Gesicht.

auch nicht. Eine entscheidende Bedeutung will ich aber diesen Haaren nicht zuschreiben, sie bedeuten für mich nur eine kleine weitere Stütze. Es kann ergänzend auch noch bemerkt werden, daß an der Corda'schen *Calopteris*-Zeichnung linkerseits [1] die Rinde zwei nach außen vorspringende Spitzen besitzt. Meiner Ansicht nach sind diese Spitzen nichts anderes, als die letzten Andeutungen einer vollzogenen lateralen Verzweigung, deren Werden bei *Anachoropteris F* von uns verfolgt wurde. Daß gerade an einem *Calopteris*-Stadium diese Reste noch zu sehen sind (auch an 1 bis 2 Stellen meiner 6 *Calopteris*-Schnitte sind Andeutungen hievon zu sehen!) erscheint mir deshalb bedeutungsvoll, als bei *Anachoropteris F* nach Loslösung der lateralen Xylemschlingen nicht völlig dezidiert entschieden werden konnte, ob nachhinein dann noch eine völlige Ruptur (cf. p. 27 [577]) der Rhachisxylemflanken eintritt oder nicht. Im positiven Falle würde dann bald aus der *Anachoropteris*-Rhachis die *Calopteris*-Rhachis entstehen und da knapp vorher, quasi als Einleitung für das *Calopteris*-Stadium, die laterale Verzweigung stattgefunden hat, so wäre das Finden der letzten Spuren dieser Verzweigung in dem *Calopteris*-Stadium vollauf begreiflich. Ob diese Reihenfolge sich tatsächlich so ausgebildet hatte, kann aber infolge Materialbehinderung nicht dezidiert entschieden werden.

Da nun *Calopteris dubia* ein Stadium von *Anachoropteris pulchra* darstellt, *Calopteris dubia* aber mit *Chorionopteris gleichenioides* in Verbindung gefunden worden ist, so ist also *Chorionopteris gleichenioides* die Fruktifikation von *Anachoropteris pulchra*! Bei Beobachtung verschiedener *Calopteris*- und *Anachoropteris*-Schnitte kann man feststellen, daß die beiden Höcker entlang der Längsfurche auf der Oberseite der *Calopteris*- und *Anachoropteris*-Rhachiden verschieden groß sind, was vielleicht dahin deuten soll, daß an den längeren Höckern die *Chorionopteris*-Fiederchen befestigt waren, die also nicht nur auf den kleinen lateral entstehenden Rhachiden, sondern auch an den großen, *Anachoropteris*- und *Calopteris*-Bau zeigenden Spindeln als sogenannte Zwischenfiedern (?) standen. Allerdings ist diese Sache nicht ganz geklärt und es fehlt mir auch der Beweis, woher diese auf den Höckern inserierten Blättchen die Gefäßbündel bekamen. Ich vermute, von den Ösenbildungen, die wir besonders bei Rhachis *D* so deutlich sich schließen sahen. Andererseits könnte ja sein, daß die lateralen Abzweigungen keine Rhachiden niederer Ordnung darstellen, sondern Blattbildungen sind, wogegen allerdings die in den Photos 51, 25, 26 und 27, dargestellten Schnitte sprechen, denn in Photo 51 ist die rechte sich von der Mutterrhachis loslösende Gewebemasse unmöglich als irgend ein Blattschnitt anzusprechen und in den Photos 25 bis 27 sieht man nur zu deutlich, wie das Blättchen mit dem einen Rhachishöcker in Verbindung steht. Es wird also doch wohl so gewesen sein, daß die Fiederchen auf den beiden Höckern der primären Rhachiden *Anachoropteris* und *Calopteris* bald rechts, bald links als Zwischenfiedern, die auch fertil waren, standen, aber auch an den kleineren sekundären Rhachiden, deren näheren Bau wir aber nicht kennen. Photo 57, Taf. VII zeigt vermutlich eine solche sekundäre Rhachis, die mit dem daneben liegenden Blättchen in Verbindung war. Nähere Details ließen sich aber leider weder an diesem noch an anderen gleichartigen und nicht seltenen Resten feststellen (siehe Fußnote auf p. 27 [577]).

Die Rhachis von *Anachoropteris* gabelt sich also häufig und zwar wird die neue Gabel vermutlich abwechselnd von der Ober- und Unterseite gebildet, wobei vermutlich zwischen hinein immer eine Abgabe von zwei beinahe gleich hoch stehenden lateralen, senkrecht auf diese Gabelungsebene orientierten kleineren Rhachiden erfolgt (es ist also eine Art dekussierter Stellung vorhanden); die Fiederchen stehen als Zwischenfiedern längs der Oberseite der primären Rhachis und an den lateralen Rhachiden; erstere sind fertil (*Chorionopteris*) und wohl auch letztere, doch wissen wir über die letzteren nichts näheres.

[1] Auch rechterseits läßt sich das Gleiche vermuten, wenn auch die Andeutungen unklar sind.

Zusammenfassung.

Klipp und klar, so dürfen wir wohl sagen, haben wir also den Beweis erbringen können, daß *Calopteris dubia* Cda ein Verzweigungsstadium von *Anachoropteris pulchra* Cda ist und *Chorionopteris gleichenioides* Cda deren Fruktifikation. Nach Festlegung dieser Tatsachen ergibt sich nun von selbst die Frage nach der systematischen Stellung dieser Fossilien oder wohl besser, dieser fossilen Pflanze, über deren Namen schwer eine Entscheidung zu fällen ist.

Chorionopteris gleichenioides ist seit ihrer Aufstellung von Corda für die Autoren ein sehr rätselhaftes Objekt gewesen. Dies darf bei der von Corda gegebenen Beschreibung nicht Wunder nehmen, denn je nach Auffassung des Einzelnen ließ sich *Chorionopteris* tatsächlich da und dort hineinzwängen, ohne jedoch auch je wirklich vollauf der ihr zugewiesenen systematischen Stellung zu entsprechen.

Corda selbst hatte diesen Sorus interim zu den Gleicheniaceen gestellt, womit er, mit Rücksicht auf die Vierzahl der Sporangien — die ursprünglicheren Typen der Gleicheniaceen, zum Beispiel *Gleichenia flabellata*, haben typisch nur 4 Sporangien — den bei den Gleichenien noch ab und zu vorkommenden synangialen Bau des Sorus und ihre Eigenschaft, bezüglich der Sporangienbildung eine Übergangstype zwischen Eusporangiaten und Leptosporangiaten darzustellen, eine gute systematische Empfindung bekundet hat, wenn auch *Chorionopteris* in Wirklichkeit nicht zu den Gleicheniaceen zu stellen ist, denn sichere fertile Gleicheniaceen scheinen erst in der Trias aufzutreten. Eine gewisse Beziehung zwischen *Chorionopteris* und den Gleichenien mag aber doch vorhanden sein, wie wir späterhin auch noch erwähnen werden. Die gleiche Ansicht vertrat Renault, der *Chorionopteris* und *Hawlea* zu den Gleicheniaceen rechnete.

Stur brachte *Chorionopteris* in Verbindung mit seiner Gattung *Callymotheca*, was natürlich durch unsere heutige Erkenntnis der Natur von *Callymotheca* längst hinfällig wurde, wenn auch Stur's Auffassung sich ebenfalls verteidigen ließ.

Zeiller denkt sogar an eine Unterbringung bei den Hydropteridineen, bei denen sie auch Seward — scheinbar, um dieses interessante Fossil doch irgendwie anzuführen — erwähnt, ohne jedoch selbst hiezu irgendwie eine besondere Meinung zu äußern, da ihm das bekannte Tatsachenmaterial zu ungenügend erschien.

Schimper endlich führt *Chorionopteris* bei den Cyatheaceen an, ist sich aber der Unsicherheit dieser Zuweisung vollends bewußt. Für Schimper ist die dicke Synangiumwand ein Indusium, das 4 dünnwandige Sporangien umhüllt.

Blicken wir nun auf die von uns an *Chorionopteris gleichenioides* festgestellten Tatsachen zurück, so fallen uns folgende Momente ganz besonders auf:

I. Der ganze Sorus stellt ein unzweifelhaftes Synangium aus 4 Sporangien dar. Die einzelnen Sporangien, deren Wände einschichtig sind, werden von einer mehrschichtigen Außenwand umhüllt und zwischen den einzelnen Sporangien befinden sich noch dünnwandige Parenchymzellen. Der Sorus öffnete sich scheinbar durch das Auseinanderweichen der 4 Sporangien, die Sporangien selbst wurden wohl hiebei an den dünnen Innenwänden aufgerissen, es funktionierte also die mächtige Außenwand vielleicht nach Art eines Ringes.

II. Die 4 Sporangien eines Sorus befinden sich stets auf der gleichen Entwicklungsstufe und alle Sporen sind gleichartig.

III. Die Zahl der Sporen eines Sporangiums mag an 2000 betragen.

Versuchen wir nun diese Farnfruktifikation — an der Farnnatur von *Chorionopteris* kann nach allem wohl nicht gezweifelt werden — auf Grund dieser Tatsachen im System einzugliedern, so stellen wir mit Vergnügen fest, daß alle die erwähnten Merkmale nur nach einer einzigen Richtung, nach den ältesten Farntypen, hinweisen.

Durch die Vereinigung der Sporangien zu Synangien finden wir einen Hinweis auf die *Primofilices*[1] und Marattiaceen, die zu den ältesten Farntypen zählen oder sie überhaupt darstellen; die Sporangien dieser Farne stehen vielfach in Synangien. So kann zum Beispiel nochmals auf *Ptychocarpus unitus* Zeiller, ein Synangium aus dem Oberkarbon Frankreichs, hingewiesen werden, das im Querschnittsbilde vielfach an *Chorionopteris gleichenioides* erinnert, aber mit ihr nicht identisch ist, denn die Synangien von *Ptychocarpus* sitzen in größerer Anzahl auf der flachen Unterseite von »pecopteridischen« Fiederchen 1. Ordnung und jedes Synangium hat 5 bis 8 Sporangien, alles Tatsachen, die mit *Chorionopteris* nicht übereinstimmen. Nach den mir zur Verfügung stehenden Kopien der Originalzeichnung ist jedes Sporangium auch von einer besonderen dünnen Sporangiumwand umhüllt, wie dies auch bei *Chorionopteris* der Fall ist.

Die seit langem gewohnte Einteilung der Farne in *Eu-* und *Leptosporangiatae* ist für paläobotanische Zwecke vielfach nicht gut verwendbar, da man hier, durch das Material begründet, die Ontogenese so gut wie nie feststellen kann. Bower verdanken wir die Kenntnis eines neuen Einteilungsmomentes der Farne: die Reihenfolge der Entwicklung der Sporangien in den Soris. Die erzielte Einteilung stimmt mit den geologisch-paläobotanischen Daten sehr gut überein, wie sich an vielen schon bekannten Objekten ausgezeichnet erweisen ließ. Als *Simplices* bezeichnet Bower jene Farne, bei denen alle Sporangien eines Sorus simultan entwickelt werden, bei den Gradaten besteht bei der Entwicklung der Sporangien eines Sorus eine gewisse Reihenfolge in Zeit und Raum und bei den Mixten stehen junge und alte Sporangien im Sorus bunt durcheinander.

Chorionopteris gleichenioides gehört natürlich zu den *Simplices*, da alle Sporangien eines Sorus auf gleicher Entwicklungsstufe stehen und zu den *Simplices* stellen wir von den Farnfamilien die Primofilices, Marattiaceen, Osmundaceen, Schizaeaceen, Gleicheniaceen und Matoniaceen, lauter Familien, von denen seit längerem oder kürzerem zur Genüge bekannt ist, daß sie alte Typen sind. Wir finden in dieser Gruppe abermals die Primofilices und Marattiaceen, auf welche wir bereits vorher durch den Sorusbau von *Chorionopteris* verwiesen wurden, wir wissen aber auch, daß die Osmundaceen, Schizaeaceen, Gleicheniaceen und Matoniaceen für die Zugehörigkeit von *Chorionopteris* nicht in Betracht kommen können, da bei diesen keine Synangien mehr vorhanden sind; nur bei den Osmundaceen und Gleicheniaceen finden sich noch mehr minder deutliche Anklänge an diese Sorusbauart, wodurch ersichtlich ist, daß Corda mit seinem Speziesnamen »*gleichenioides*« doch einigermaßen Recht hatte.

Wollen wir nun noch die Sporenanzahl zum Vergleiche heranziehen, so können wir an der Hand bekannter Tatsachen feststellen, daß die große Sporenanzahl bei *Chorionopteris gleichenioides* auf dieselben alten Farngruppen hinweist wie die anderen Merkmale. Je jünger die Farntypen sind, umso kleiner aber auch zahlreicher sind ihre Sporangien, aber auch umso ärmer jedes Sporangium an Sporen. So haben Polypodiaceen (*Mixtae*) durchschnittlich 48 bis 64 Sporen; *Loxsoma* (*Gradatae*) 64 Sporen; Simplices: *Osmunda regalis* 256 bis 512, *Gleichenia rupestris* 256, *Gleichenia flabellata* (ein alter Typ!) 512 bis 1024, *Angiopteris* 1450, *Danaea* 1750, *Marattia* 2500, (*Kaulfussia* 7850); von Primofilices liegen keine genaueren Berechnungen vor, nur eine grobe Schätzung nach Zeichnungen von Renault, die rund 1000 Sporen ergab. Da nun kein einziges von Bower untersuchtes Sporangium der *Simplices* weniger als 128 Sporen zählte, so kann kein Zweifel an der Zugehörigkeit von *Chorionopteris* zu den *Simplices* bestehen, ja die hohe Sporenzahl deutet wieder direkt auf jene zwei Familien, Primofilices und Marattiaceen, auf welche wir auch bei den zwei früheren Merkmalen mit voller Sicherheit kamen.

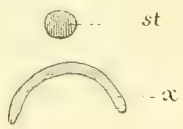
[1] Renault nannte diese Farne einstens Botryopterideen. Nachdem sich aber die Kenntnis dieser Farne erweitert hatte und eine Zwei-, vielmehr Dreiteilung dieser Familie notwendig wurde, bildete Arber, wenn auch teils aus anderen Gründen, für alle hieher zu stellenden Farne den Namen *Primofilices* (1906). Bertrand erfand 1909 den Namen *Inversicatenales* und Seward nannte sie 1910 Coenopteriden. Ich bin mir der Bedenken, die gegen die Bezeichnung dieser Farne als »*Primofilices*« angeführt werden, vollauf bewußt, doch verwende ich diese Bezeichnung als älteste, begründet notwendig gewordene Umbenennung und überlasse es anderen Autoren, eventuell noch weitere neue Namen für die *Primofilices* zu bilden. Wohin wir aber, bei der ohnedies gezwungenermaßen großen Menge von Namen, in der Paläobotanik auf diesem Wege kommen können, kann leicht eingesehen werden.

Leicht ließ sich also die Zuweisung von *Chorionopteris gleichenioides* zu den beiden Familien, den Primofilices und den Marattiaceen, vollziehen. Auf Grund unserer bisherigen Ausführungen könnten wir nun *Chorionopteris* sowohl zu den Primofilices als auch zu den Marattiaceen stellen, denn in beiden Familien läßt sich *Chorionopteris* gut unterbringen. Dies ist aber keine Entscheidung, die wir doch wollen, denn sonst kämen wir ja auch nicht viel weiter als die früheren Autoren. Meines Erachtens läßt sich nun aber tatsächlich auf diesem Wege keine weitere Entscheidung fällen, denn unsere Kenntnisse bezüglich der Fruktifikationen der Primofilices sind heute noch viel zu gering, wobei allerdings schon verschiedene Typen bekannt wurden, was diesbezüglich sogar erschwerend wirkt, um entscheidend bei systematischen Zuweisungen in die Wagschale geworfen werden zu können. Wir haben wohl über den anatomischen Bau der Stämme und Wedelstiele, ganz besonders der Zygopterideen, einer Unterfamilie der Primofilices, in den letzten Jahren sehr viel erfahren, aber völlig positiv kennen wir heute — ich finde mich hier im vollen Einklange mit Jongman's — noch keine Beblätterung und die dazugehörigen Sori im Abdrucke, und so könnten wir also für die Sori und die kleinen Blättchen allein wohl kaum eine entschiedene, sichere Familienzuweisung erreichen, diese Frage müßte also offen bleiben.

Der Gang der Untersuchung hat uns aber gezeigt, daß *Chorionopteris gleichenioides* ein integrierender Teil von *Anachoropteris pulchra* (= *Calopteris dubia*) ist und dieses Fossil kann die oben ungelöst gebliebene Frage mit einem Schlage lösen.

Mit unumstößlicher Sicherheit haben wir an *Calopteris dubia* die Insertion der Fiederchen, der Sori wie auch die Anatomie des Blattes feststellen können und dadurch Ober- und Unterseite des Wedelstieles festgelegt. Wir wissen nun, daß der Oberseite des Wedelstieles parallel laufend und zwar direkt unter ihr der Xylemhorizontalbalken verläuft, daß also die konvexe Seite des Wedelstielxylems dem Stamme des Farnes zugewendet ist (Fig. 25), eine Tatsache, die nur, so weit unsere Erfahrungen reichen, bei den Primofilices zu beobachten ist, dieweil bei allen anderen Farnen, also auch den Marattiaceen, unterhalb der

Fig. 25.



Schema der Lage und Gestalt des Rhachisxylems (*x*) zur Stammaxe (*st*) bei *Chorionopteris*.

Fig. 26.

Schema der Lage und Gestalt des Rhachisxylems (*x*) zur Stammaxe (*st*) bei allen Farnen mit Ausnahme der Primofilices.

Blattstieloberseite die offene (konkave) Seite des Wedelstielxylemes liegt und sohin auch dem Stamme die konkave Seite (Fig. 26) zuwendet. *Anachoropteris pulchra* gehört also in die Gruppe der Primofilices, worin auch alle Autoren, die sich mit diesem Fossil beschäftigt haben, übereinstimmen.

Die Primofilices stellen meiner Auffassung nach eine recht gemengte und verschiedenst differenzierte, uneinheitliche Gruppe von Farnen dar. Potonié teilte sie in neuerer Zeit im Einvernehmen mit Bertrand in zwei Unterfamilien — die Zygopterideen und Botryopterideen — von denen die letztere die Gattungen *Botryopteris*, *Anachoropteris* und *Grammatopteris* umfaßt.

Die Xyleme der Blattstiele von *Grammatopteris* und *Botryopteris* sind viel einfacher gebaut als jenes von *Anachoropteris*. Wenn nun auch der Stamm zum Vergleiche nicht herangezogen werden kann, da er nur von *Grammatopteris* und *Botryopteris* bekannt ist, wo er jedesmal eine Protostele enthält, so kann vielleicht trotzdem die Frage aufgeworfen werden, ob diese drei Gattungen unbedingt in eine Familie gestellt werden müssen. Mir dünkt es besser, wie es Bertrand einstens getan hat, *Anachoropteris* als Vertreterin einer eigenen Unterfamilie der *Primofilices* aufzufassen, denn der Rhachisxylembau deutet auf eine recht weit abgeleitete Form hin, dieweil *Botryopteris* und *Grammatopteris*, besonders letztere, in dieser Hinsicht viel einfacher gebaut sind. Gehören die von Renault für *Botryopteris forensis* beschriebenen Sporangien tatsächlich hiezu, so ergibt sich auch hierin ein Unterschied, Einzelsporangien auf der einen Seite und typische Synangien auf der anderen Seite, so daß wohl eine Scheidung der zwei, vielmehr drei Gattungen in zwei Unterfamilien stattfinden sollte, wenn auch wir zum Beispiel bei den

Marattiaceen bezüglich der Sporangien das Gleiche feststellen können. Eine definitive Entscheidung dürfte aber wohl erst nach der Auffindung des Stammes von *Anachoropteris* gefällt werden können und es erscheint mir daher heute vernünftiger, mich mehr mit der Festlegung unbestreitbarer Tatsachen zu begnügen, mich also in diesen unsicheren Fragen kürzer zu fassen und Möglichkeiten lieber nur anzudeuten.

Diese Unkenntnis des Stammes bringt uns noch auf einen anderen heikligen Punkt, die Frage der Nomenklatur. Wie wichtig im allgemeinen die Histologie des Stammes für die systematische Eingruppierung sein mag, so fällt gerade bei den *Primofilices* auf, daß allem Anscheine nach die Gestalt und der Bau des Rhachisgefäßbündels den systematischen Hauptfaktor bedeutet, denn die meisten oder vielleicht gar alle *Primofilices* sind zuerst in ihren Blattstielen bekannt und auch benannt worden, so daß sogar die Feststellung der Fruktifikation, die eventuell auch schon unter einem anderen Namen bekannt gewesen sein mag und sonst für die systematische Zuweisung von ausschlaggebender Bedeutung ist, hier etwas zur Seite geschoben zu sein scheint. In Anbetracht dieser Umstände mag es denn bei den *Primofilices* vielleicht berechtigt sein, auch die ganze Pflanze, wenn man einmal alle ihre Teile erkannt hat, mit dem der Rhachis gegebenen Namen zu bezeichnen, also in unserem Falle mit *Anachoropteris pulchra* Cda, als deren Teile *Calopteris dubia* Cda und *Chorionopteris gleichenioides* Cda bekannt sind.

Außer *Anachoropteris pulchra* finden sich in der Literatur noch etliche andere *Anachoropteris*-Arten angeführt, über welche einzelne kurze Bemerkungen angefügt werden sollen.

Über Cordas *Anachoropteris rotundata* kann ich keine Auskunft geben, da ich hiezu kein Material hatte. *Anachoropteris rotundata* könnte aber ganz gut mit *Anachoropteris pulchra* zusammenfallen — was übrigens Bertrand kurzwegs annimmt — und nichts anderes sein, als der Schnitt durch eine dünnere Rhachis. Vielleicht kann ich auf diese Frage später einmal zurückkommen.[1]

Die von Renault 1869 aufgestellte *Anachoropteris Decaisnei* ist, wie ich aus dem Vergleiche der Abbildungen zu ersehen glaube und übrigens auch Bertrand behauptet, überhaupt keine *Anachoropteris*, sondern ein *Ankyropteris*-Stämmchen. Das Gleiche gilt dann auch für die von Sterzel in der Beschreibung des großen *Psaronius* der Stadt Chemnitz erwähnte *Anach. Decaisnei*, die in der Rinde dieses *Psaronius* emporwuchs. Dieses Wachsen in der Rinde ist die Wiederholung der gleichen Tatsache, die wir bei *Calopteris dubia* vermuteten, die (scheinbar) regelmäßig mit Medullosaresten vorkommt, Tatsachen, die auf die Lebensgewohnheiten der *Primofilices* Lichtblicke werfen können. Leider ist dieser Fund von Sterzel nicht gut beschrieben worden und erfordert daher eine gute Neubearbeitung, wobei auch ein an gleicher Stelle erwähntes weiteres Exemplar einer *Anachoropteris Decaisnei* Ren. aus der Rinde eines *Psaronius* in Freiberg, das wohl auch eine *Ankyropteris* sein dürfte, mituntersucht werden sollte.

Auch eine andere von Renault 1896 aufgestellte Art, *Anachoropteris elliptica* fällt nach Bertrand hier weg, da dieses Fossil mit *Etapteris Lacattei* Renault identisch ist.

Mehr als diese 4 Arten: *Anachoropteris pulchra, A. rotundata, A. Decaisnei* und *A. elliptica* scheinen — zumindest aus europäischem Materiale — nicht beschrieben worden zu sein. Da nun *A. Decaisnei* und *A. elliptica* überhaupt zu anderen Gattungen gehören, *A. rotundata* vielleicht mit *A. pulchra* zusammenfällt, so bleibt als einzige sichere Art *A. pulchra* übrig, die wir zum Vorwurfe unserer Untersuchung gewählt haben. Wenn auch nicht alle auftauchenden Fragen gelöst werden konnten, so gelang zumindest der sichere Beweis der Zusammengehörigkeit von *Anachoropteris pulchra* Cda, *Calopteris dubia* Cda und *Chorionopteris gleichenioides* Cda, wobei ganz besonders zu bedenken ist, daß gerade die Feststellung der Fruktifikation von *Anachoropteris pulchra* eine besondere Bedeutung hat, da sie uns eine *Primofilicinee* vorführt, wo nicht, wie gewöhnlich angegeben, an modifizierten Fiederchen letzter Ordnung die Sporangien saßen, sondern nach Art der anderen Farne an der Unterseite oder besser gesagt, am Rande normaler Fiederchen.

[1] Zu erwähnen wäre noch, daß Williamson eine Farnrhachis unter dem Namen *Rhachiopteris gleiche* beschrieben hat. Felix hat (l. c.) die von Williamson angestellte nomenklatorische Konfusion schon genügend festgelegt. Felix wie auch P. Bertrand stellen dieses Fossil zu *Anachoropteris rotundata*, die für P. Bertrand mit *A. pulchra* identisch ist.

Literaturnachweis.

1. Bertrand P., Études sur la fronde des Zygopteridées, 1909.
2. Bower F. O., Studies in the morphology of spore-producing members., IV. The leptosporangiate Ferns. Transact. of the R. S. of L., Ser. *B*, Vol. 192, 1900.
3. — The origin of a Landflora, 1908.
4. Corda A. J., Beiträge zur Flora der Vorwelt (Flora protogaea), 1845.
5. Felix J., Untersuchungen über den inneren Bau westphälischer Carbonpflanzen, Berlin 1886.
6. Jongmans W. J., Paläobotanik, Die Kultur der Gegenwart, III/IV/4, 1914.
7. Kubart B., Corda's Sphärosiderite aus dem Steinkohlenbecken Radnitz-Břaz in Böhmen, .. Sitzber. kais. Akad. Wiss., Wien, mathem.-naturw. Klasse, Bd. 120.
8. Küster E., Über Zonenbildung in kolloidalen Medien, Jena 1913.
9. Lotsy J. P., Vorträge über botan. Stammgeschichte, 2. Bd., 1909.
10. Potonié H., Pflanzenpaläontologie, 1899.
11. — Kurze Übersicht unserer Kenntnisse über die intuskrustiert erhaltenen fossilen *Filicales* Palaeobotan. Zeitschrift, I/1, 1912.
12. Renault M. B., Étude du quelques végétaux silicifiés des environs d'Autun, Annal. des scienc. nat., Botanique, V. Ser., Bd. 12, 1869.
13. Schenk-Schimper, Palaeophytologie, 1890.
14. Seward A. C., Fossil plants, Bd. II, 1910.
15. Solms-Laubach, Palaeophytologie, 1887.
16. Sterzel T., Über den großen *Psaronius* in der naturwissenschaftl. Sammlung der Stadt Chemnitz, X. Bericht der naturw. Ges. zu Chemnitz, 1887.
17. Williamson W. C., On the organization of the fossil plants of the coalmeasures, Part IX, Trans. of the R. S. of L., 1877/78.
18. Zeiller R., Éléménts de Paléobotanique, 1900.

Erklärung zu den Tafeln I bis VII.

Die Photos 1, 2, 3, 5, 6, 17, 18, 19, 20, 21, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 36, 37, 39, 40, 41, 42, 43, 45 bis 57 sind mikrophotographische Aufnahmen ohne Dünnschliff in auffallendem (reflektiertem) Lichte, worauf mit Absicht aufmerksam gemacht wird, da dieser Umstand bei Beurteilung dieser Photos stets mitberücksichtigt werden soll. Alle anderen Photos sind normale Mikrophotographien.

Die Vergrößerungsangaben mehrfach nur annähernd.

Sämtliche Photos sind vom Autor selbst aufgenommen.

Tafel I.

Tafel I.

Chorionopteris gleichenioides Corda.

Photo 1. Die mit I bis IV bezeichneten Sori gehören zur Mittelrippe »*A*« und stellen sohin Corda's Original für seine Figur 11, *T* 54, Flora der Vorwelt dar. Sorus VI gehört der Mittelrippe »*B*« an und ist mit der Mittelrippe »*A*« nicht in Verbindung, was aus Photo 18 noch besser zu ersehen ist. Vergr. 12 ×,

2 und 3. Mittelrippe »*C*« aus Fig. 1, ebenfalls von Corda's Originalstück; der median geschnittene in Photo 3 in stärkerer Vergrößerung wiedergegebene Sorus entspricht Corda's Zeichnung 15, T. 54, Flora der Vorwelt. Vergr. 12× und 20·5×.

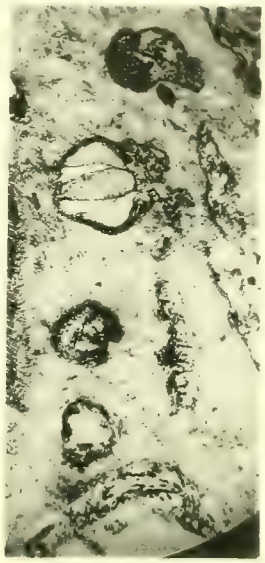
4. Sorus 13 aus Schliff Sammlung Kubart 142 *A* (387). Der Sorus ist seitlich zusammengequetscht. Vergr. 57×.

5. Sorus 1 und 2 mit dem anschließenden Stücke des »Mittelnerves« stärker vergrößert. Vergr. 33×.

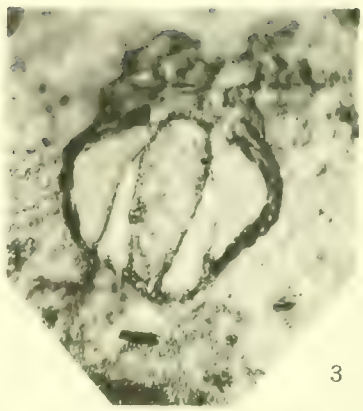
6. Sorus 1 mit Einstellung auf die zentrale Höhlung, um die von den Sporangien einstens eingenommene Höhlung zu zeigen. Vergr. 20×.

7. Sorus 7 aus Schliff Sammlung Kubart 143 *A* (388). Vergr. 70×.

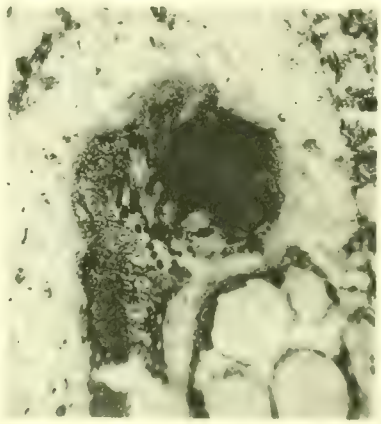
1



2

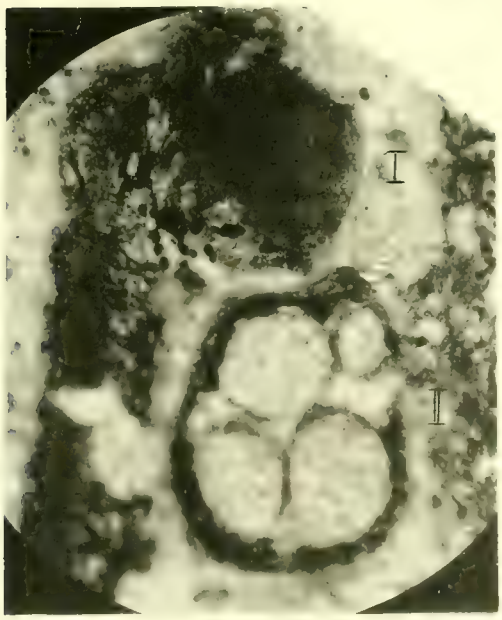


3



6

4



5

7

Aut. phot. Chorionopteris gleichenioides Corda. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel II.

Tafel II.

Chorionopteris gleichenioides Corda.

Photo 8. Querschnitt durch die Epidermis eines Sorus. Schliff Sammlung Kubart 143*A* (388). Vergr. 250×.

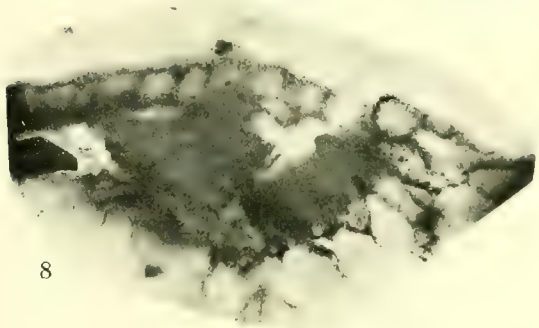
9. Stück der Synangiumaußenwand von einem Soruslängsschnitt, Schliff wie vorher. Vergr. 180×.

10. Tangentialschnitt durch einen Sorus unterhalb der Epidermis. Schliff wie vorher. Vergr. 180×.

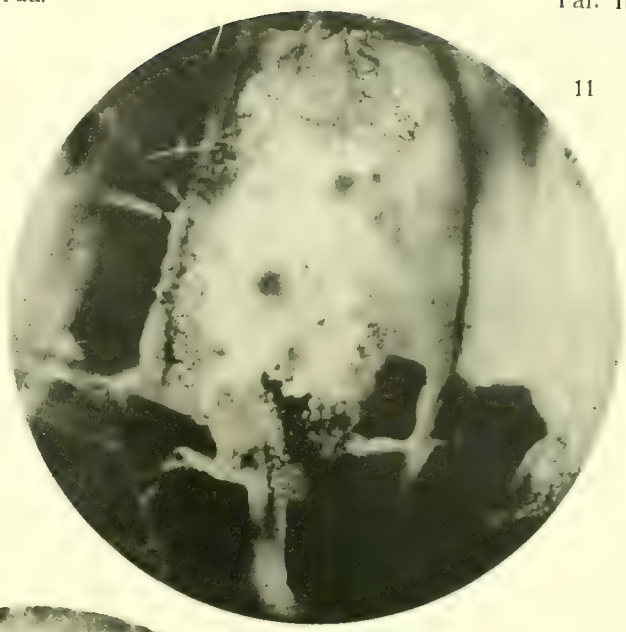
11. Tangentialschnitt durch Sorus 11. Dieser Schnitt liegt aber tiefer im Sorus als jener von Photo 10. Schliff wie vorher. Vergr. 11×.

» 12. Dieselbe Stelle von Sorus 11 (Photo 10), jedoch bei tieferer Einstellung. Vergr. 180×.

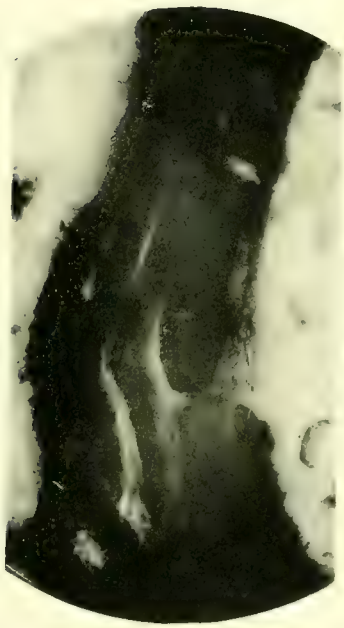
13. Detailbild aus Photo 7. Verbindung der Wandzellen des rechten Sporangiums mit den Hydroiden des Gefäßbündelendes. Vergr. 15×.



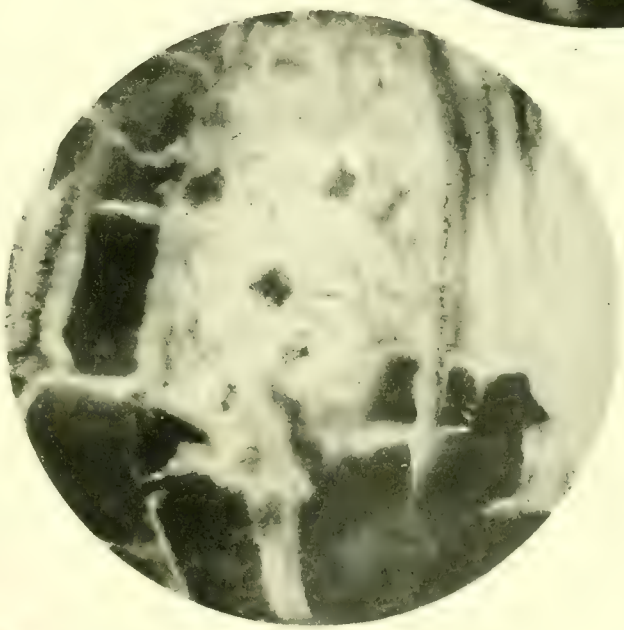
8



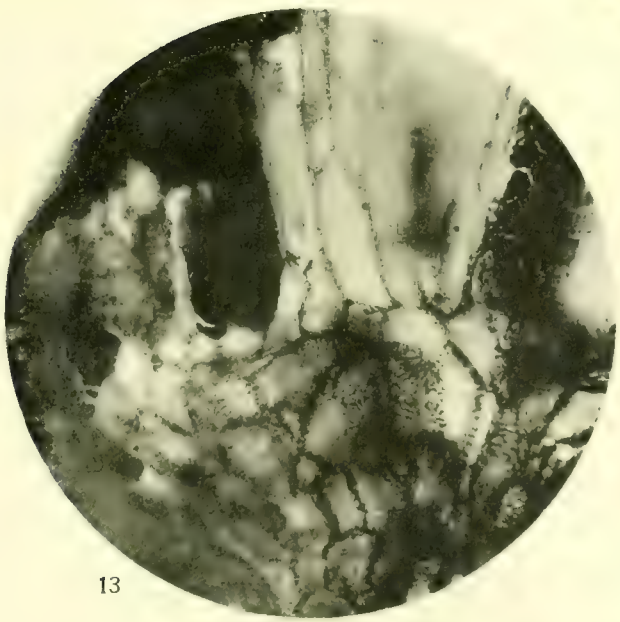
11



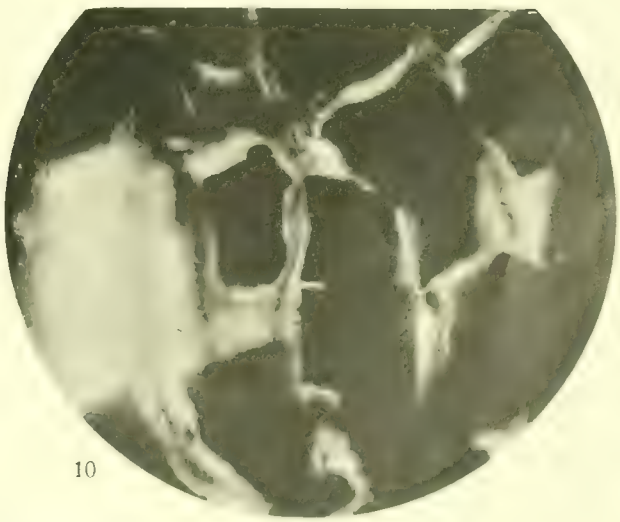
9



12



13



10

Aut. phot.

Chorionopteris gleichenioides Corda.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel III.

Tafel III.

Chorionopteris gleichenioides Corda.

Photo 14. Gefäßbündelende im Rezeptakulum des Sorus 13. *p* = Palisadenparenchym des Blattes, vergleiche Photo 4, Schliff Sammlung Kubart 142 *A* (387). Vergr. 14×.

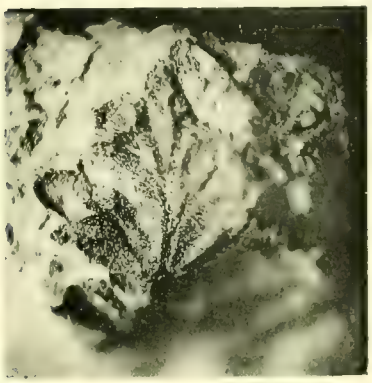
» 15. Stück eines Sorusquerschnittes. Der Raum zwischen den 2 Sporangien — das linke untere ist am Bilde nicht zu sehen — wird von einem Füllgewebe eingenommen, dessen mittelste, zarteste und in radialer Richtung gestreckte Zellen (Figur 9 bei der Öffnung des Sorus von Bedeutung sein dürften. Diese zarten Zellen ließen sich im Photo nicht recht zum Ausdruck bringen. Vergr. 15×.

» 16. Spore mit Verdickungsleisten im Exosporium. Vergr. 250×.

» 17. Das den Soris 3 und 4 gegenüberliegende Stück der Mittelrippe »*A*« stärker vergrößert. Vergr. 24×.

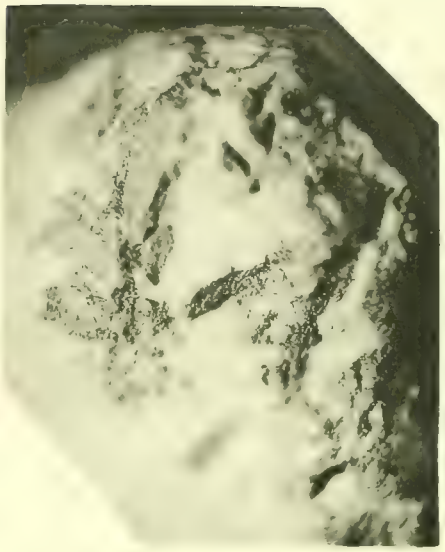
18. Unterster Teil der Mittelrippe »*A*« mit Sorus 6 in stärkerer Vergrößerung. Vergr. 32×.

» 19 bis 21. Drei verschiedene Aufnahmen eines *Chorionopteris*-Blättchens, das mit der *Calopteris*-Rhachis der Photos 25—29 in Verbindung steht, was besonders durch Photo 21 erhärtet wird. Näheres im Texte. Vergr. 12×.



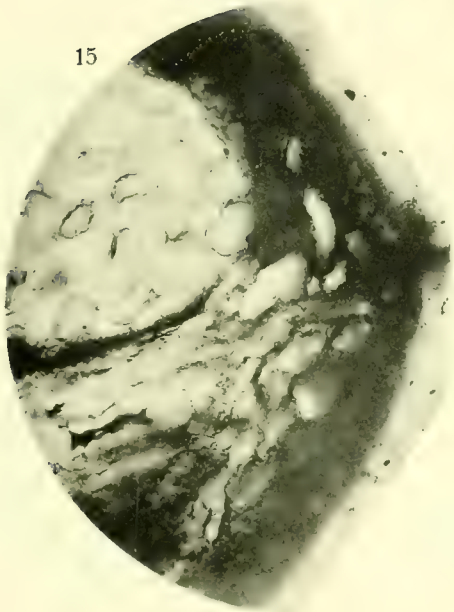
19

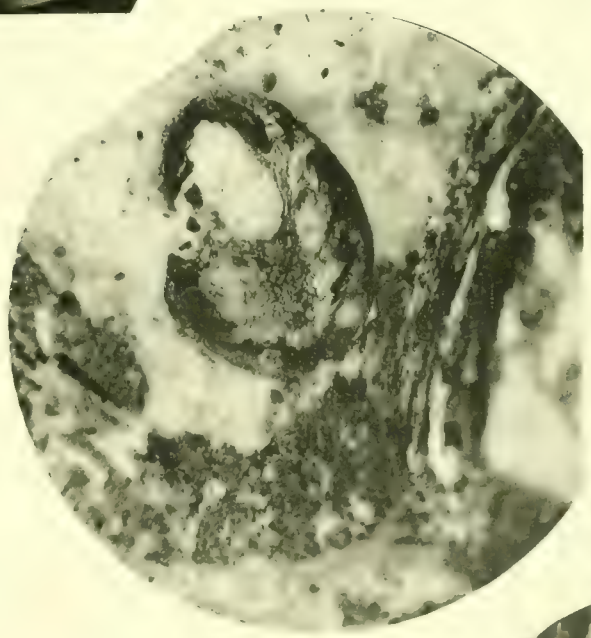
20



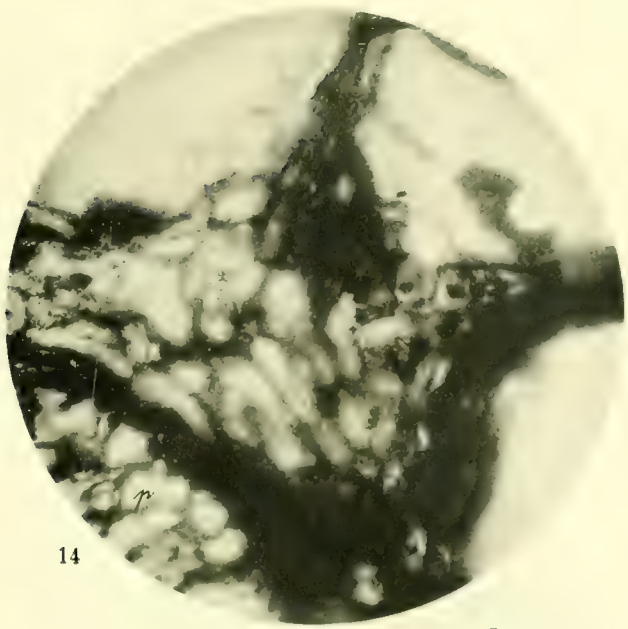
21

15

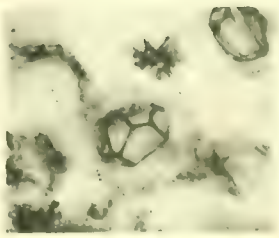




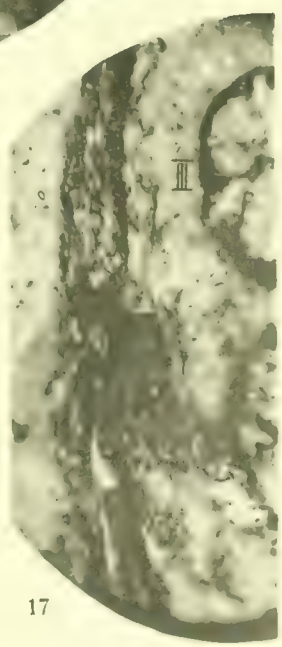
18



14



16



17

Aut. phot.

Chorionopteris gleichenioides Corda.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

Tafel IV.

Tafel IV.

Calopteris dubia Corda und Chorionopteris gleichenioides Corda.

Photo 22. Querschnitt durch den Wedelstiel (Rhachis) *Calopteris dubia*. Schliff Sammlung Kubart 144*A* (389). Vergr. 15×.

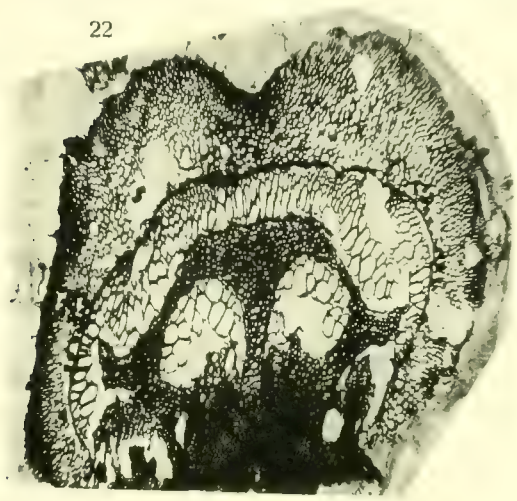
» 23. Leiterförmig verdickte Hydroiden aus einer Öse des Xylems von *Calopteris dubia*. Derselbe Schliff. Vergr. 300×.

24. Netzhydroiden aus dem Xylem von *Calopteris dubia*. Derselbe Schliff. Vergr. 350×.

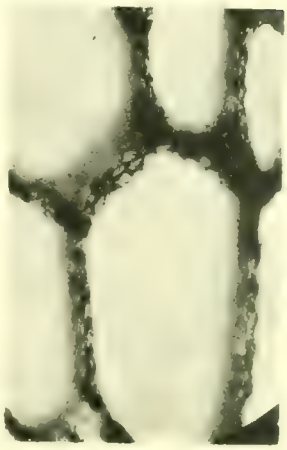
» 25 bis 27. Diese drei in gleichem Maßstabe hergestellten Aufnahmen entsprechen den drei Schnittebenen *A*, *B* und *C* (Fig. 13), die von dem auf p. 15—20 [565—570] behandelten *Chorionopteris-Calopteris* Objekte vorhanden sind. In allen drei Aufnahmen ist meist, zumindest an den wichtigen Stellen, auch der Rand der Steinplatte zu sehen, was ganz besonders bei Photo 27 zum näheren Verständnis der Lage der einzelnen Sori in Fig. 16 wichtig ist. Vergr. 12×.

28. Blick auf die etwas geneigte Schnittfläche *C* (Fig. 13), um die Verbindung des Sorus η mit der *Calopteris*-Rhachis festzustellen. Vergr. 12×.

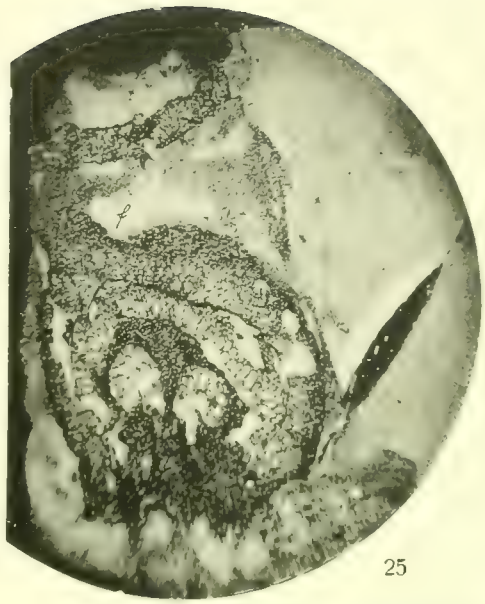
» 29. Eine gleichen Zweck wie Photo 28 verfolgende Aufnahme, doch ist hier das Steinstückchen noch mehr schräg gestellt, was ohne weiters aus dem Vergleiche der Photos 27, 28 und 29 erhellt. Der *Calopteris*-Querschnitt wie auch ganz besonders Sorus γ sind auf diesem Photo aber noch immer deutlich zu erkennen. Vergr. 12×.



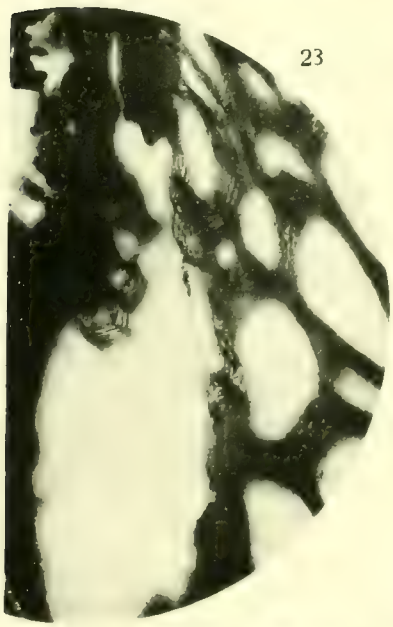
22



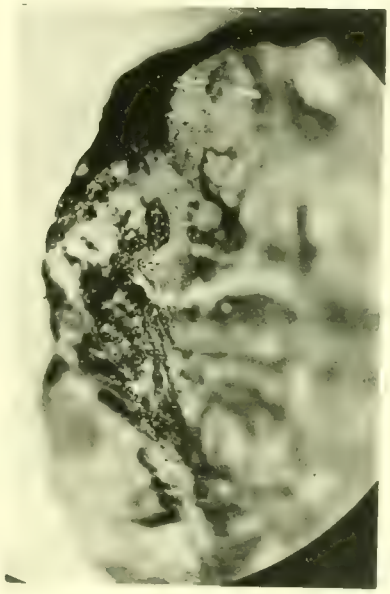
24



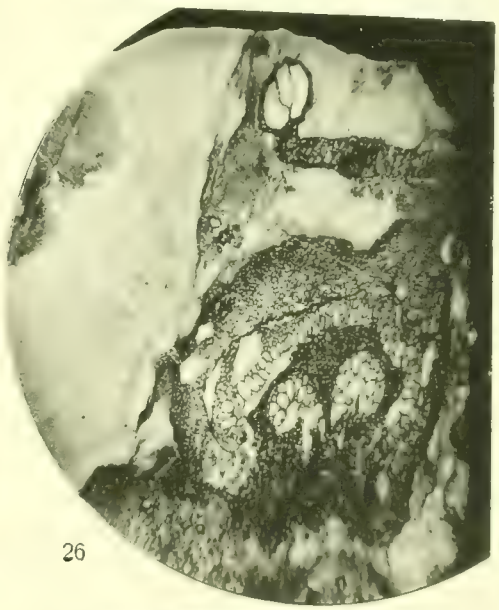
25



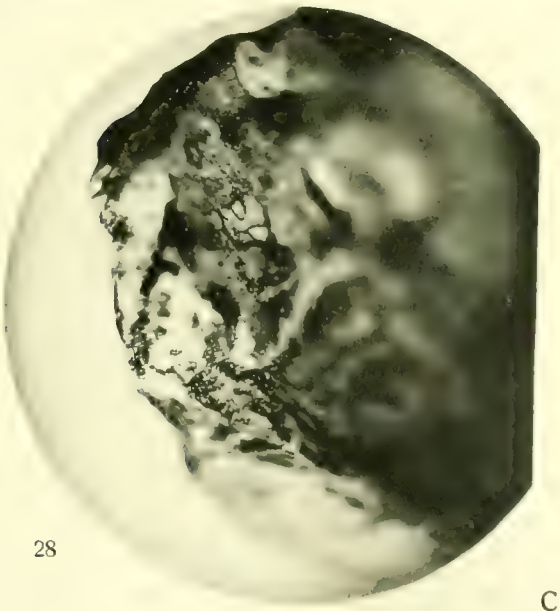
23



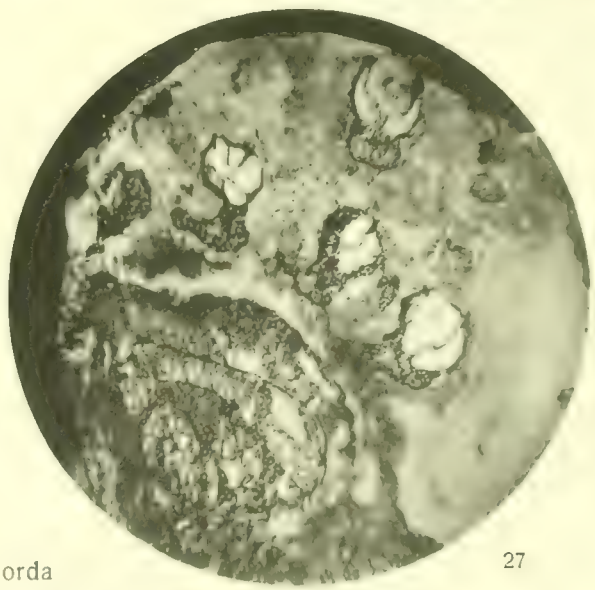
29



26



28



27

Calopteris dubia Corda
und Chorionopteris gleichenioides Corda.

Aut. phot.

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel V.

Tafel V.

Anachoropteris pulchra Corda.

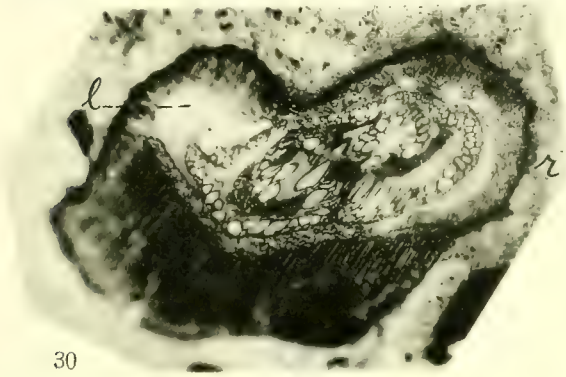
Photo 30 bis 34. Aufeinanderfolgende Querschnitte der Rhachis »*D*«. Vergr. 12×.

» 35. Haare von Rhachis »*H*«. Vergr. 160×.

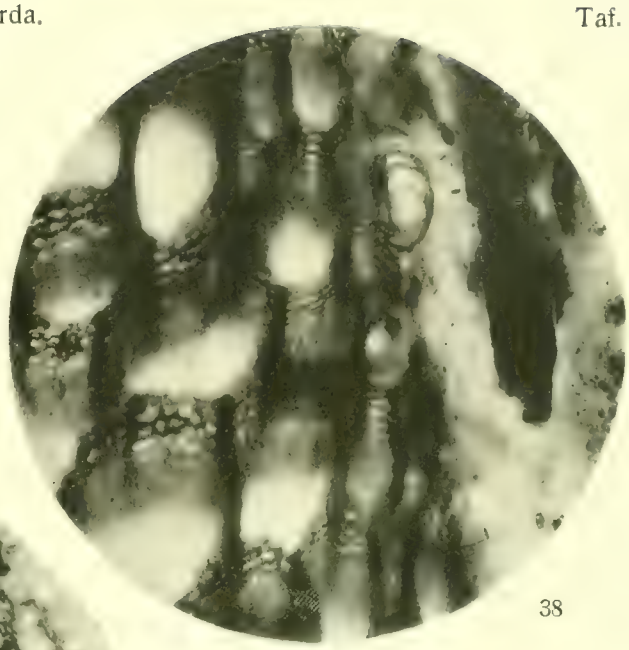
36 und 37. Die beiden Xylemösen aus Photo 31 in stärkerer Vergrößerung. Vergr. 32×.

» 38. Netz-, Treppen- und Schraubenhydroiden aus einer Xylemöse der Rhachis »G«. Schliff Sammlung Kubart 145*A*. Vergr. 350×.

» 39. Detail aus Photo 34. Vergr. 64×.

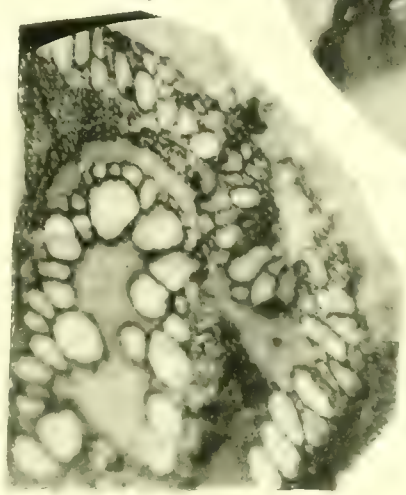


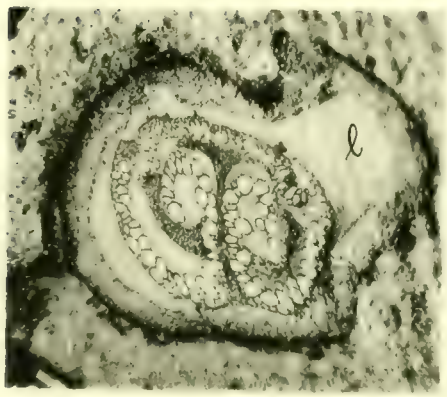
30



38

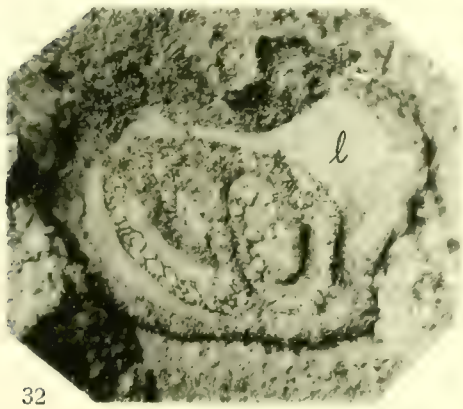
36





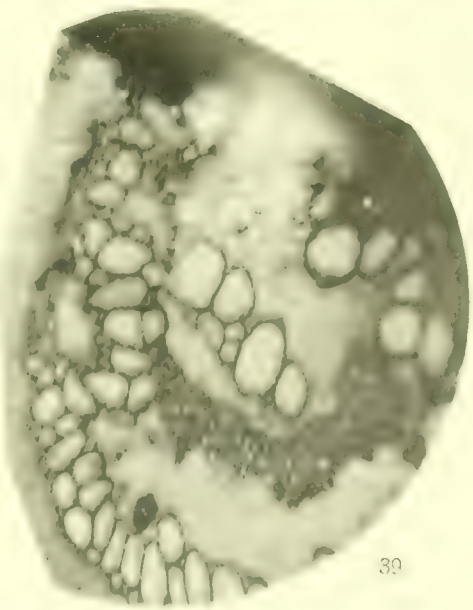
31

35



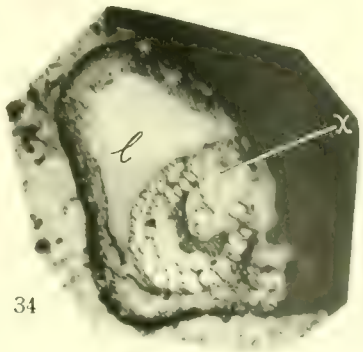
32

37



39

33



34

Aut. phot. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Anachoropteris pulchra Corda.

Tafel VI.

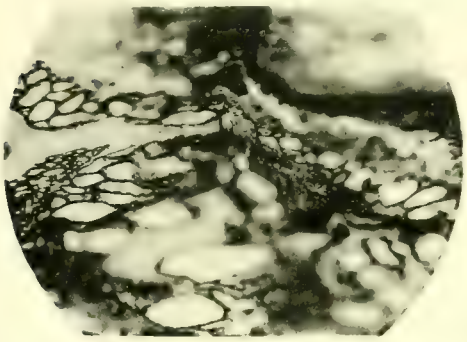
Tafel VI.

Anachoropteris pulchra Corda.

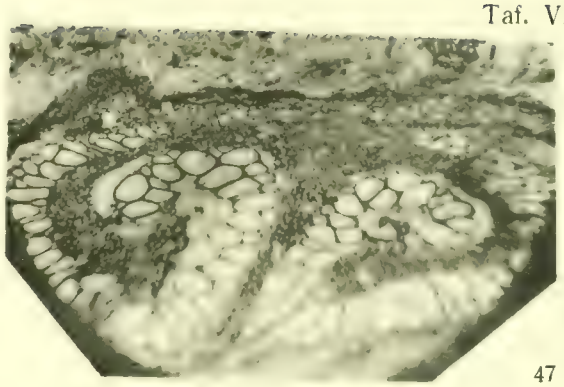
Photo 40. Das Mittelstück des Horizontalbalkens der Rhachis »*D*« aus Photo 30 in stärkerer Vergrößerung. Vergr. 42×.

» 41 bis 46. Den Photos 30 bis 34 entsprechende Reihe von Aufnahmen der Rhachis »*E*«. »*E*« besitzt noch eine Schnittfläche mehr als »*D*« (Fig. 20), doch liegt diese Schnittfläche (Photo 46) für die Aufnahme sehr ungünstig. Vergr. 12×.

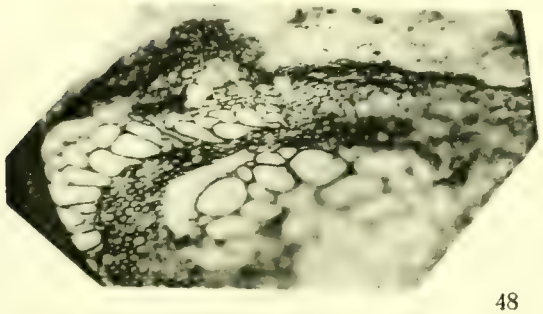
» 47 und 48. Detailaufnahmen von der Unterbrechung des Horizontalbalkens in Photo 41. Vergr. 22·5 und 44×.



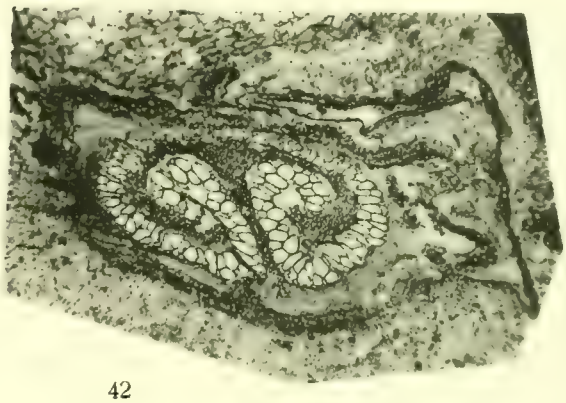
40



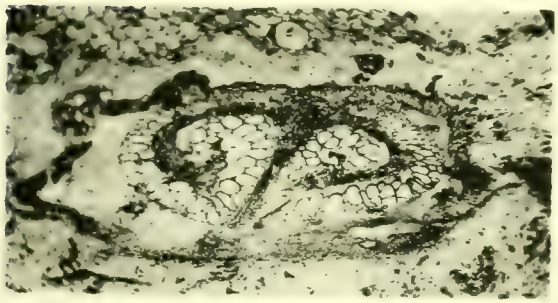
47



48

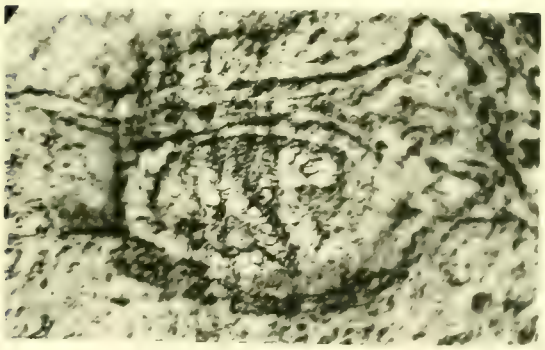


42

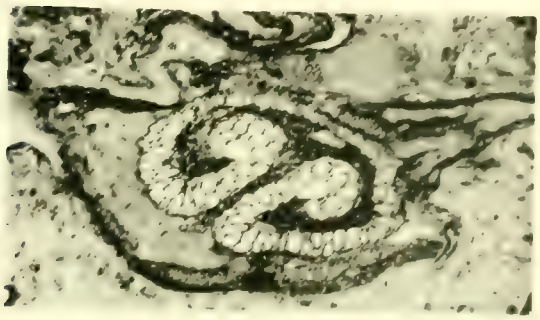


41

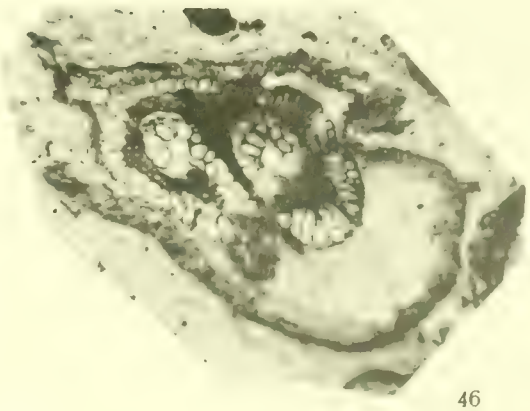
44



43



45



46

Aut. phot. Anachoropteris pulchra Corda. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

Tafel VII.

Tafel VII.

Anachoropteris pulchra Corda.

Photo 49 bis 52. Aufeinanderfolgende Schnitte der Rhachis »*F*«. Photo 52 mußte aus zwei Aufnahmen zusammengesetzt werden. Vergr. 12×.

53. Detail der linken Seite des Xylems aus Photo 49. Vergr. 65×.

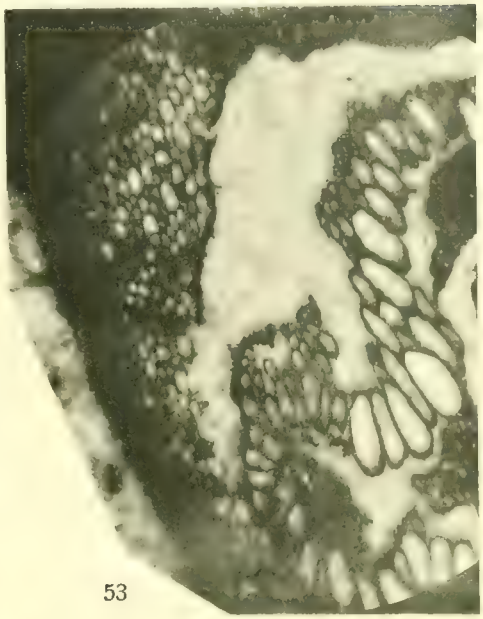
54. Detail der rechten Seite des Xylems von Photo 49. Vergr. 64×. Das Gewebe ist hier sehr dunkel, also sehr ungünstig für Beobachtung und Aufnahme, zumal in auffallendem Lichte. Vergr. 65×.

55. Detail der linken Seite des Xylems von Photo 51. Vergr. 65×.

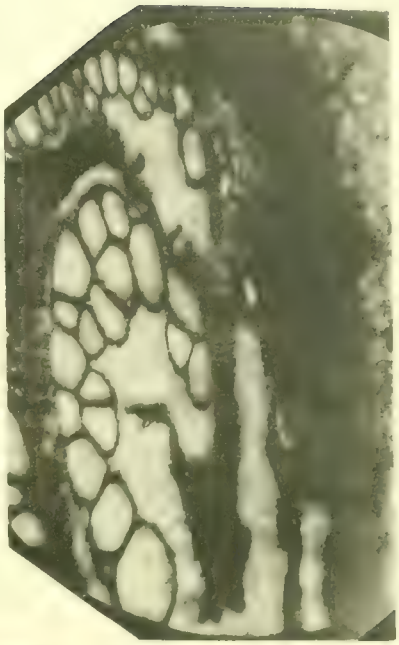
56. Detail der rechten Seite des Xylems von Photo 51. Schwärze des Materials behindert die Beobachtung und Aufnahme. Vergr. 65×.

57. Querschnitt einer kleinen (sekundären), vermutlich zu *Anachoropteris* gehörenden Rhachis in Verbindung mit einem Blattquerschnitte. Vergr. 12×.

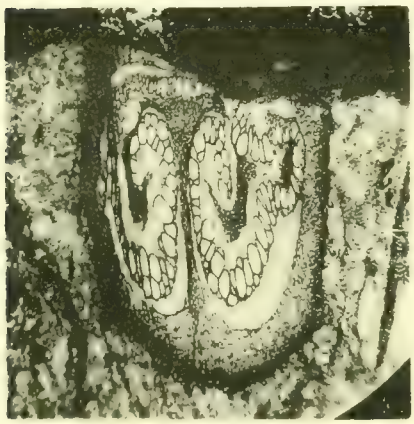
49



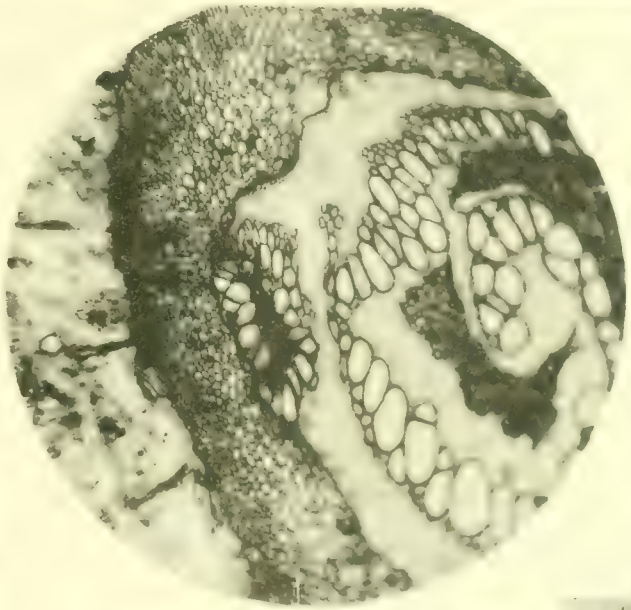
53



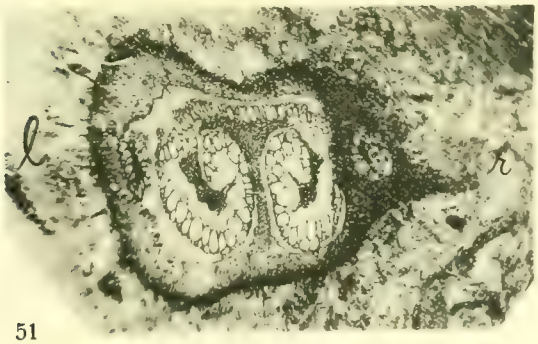
54



50

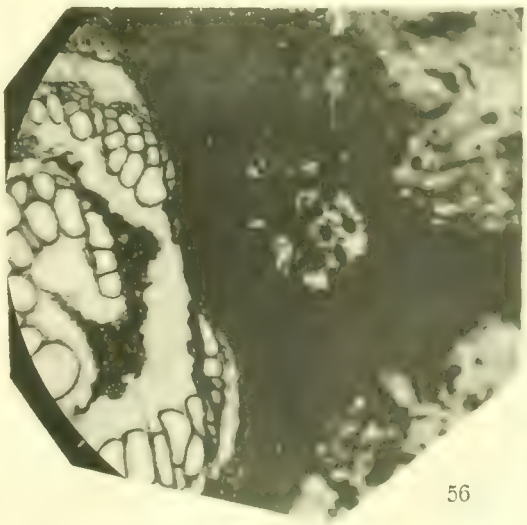


55

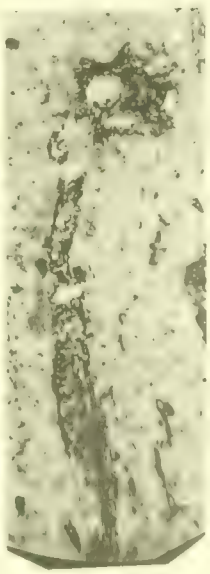


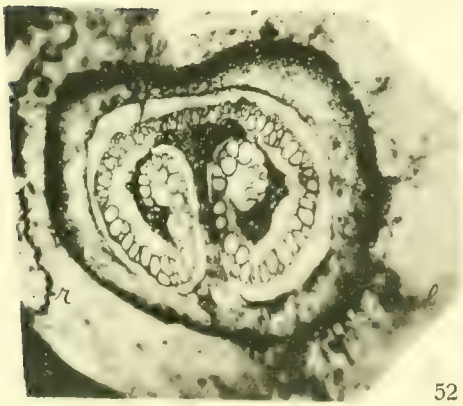
51

57



56





52

Aut. phot. Anachoropteris pulchra Corda. Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien

ÜBER DIE DARSTELLUNG GEGEBENER FUNKTIONEN DURCH SINGULÄRE INTEGRALE

1. MITTEILUNG

VON

HANS HAHN

(BONN)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 30. MÄRZ 1916

Bekanntlich führen viele Probleme der Analysis auf die Frage, ob für einen gegebenen »Kern« $\varphi(\xi, x, n)$ und eine (unter gewissen Beschränkungen verschiedener Art) willkürliche Funktion $f(\xi)$ die Beziehung gilt:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = f(x). \tag{1}$$

Soll diese Formel insbesondere an allen Stetigkeitsstellen von $f(\xi)$ bestehen, und gehören zu den zugelassenen Funktionen f speziell auch diejenigen, die in einem Intervalle $= 1$, außerhalb dieses Intervalles $= 0$ sind, so muß der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ folgende Eigenschaft haben: für jedes Intervall I, das den Punkt x im Inneren enthält, ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_I \varphi(\xi, x, n)\,d\xi = 1,$$

während, wenn x außerhalb I liegt:

$$\lim_{n=\infty} \int_I \varphi(\xi, x, n)\,d\xi = 0$$

ist. Das in Formel (1) auftretende Integral heißt dann ein singuläres Integral mit der singulären Stelle x.

Eine umfassende Untersuchung solcher singulärer Integrale rührt von H. Lebesgue her.[1] An die Ergebnisse dieser Untersuchung wird hier angeknüpft. Wir stellen der von Lebesgue mit großer Vollständigkeit gelösten Frage, für welche Kerne die Beziehung (1) an allen Stetigkeitsstellen von $f(\xi)$ gilt, die Frage an die Seite, für welche Kerne die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = f^{(m)}(x) \tag{2}$$

überall dort gilt, wo die m-te Ableitung $f^{(m)}(x)$ von $f(x)$ existiert. Dabei legen wir dem Begriffe der m-ten Ableitung nicht die übliche Definition zugrunde: »$f^{(m)}(x)$ ist die erste Ableitung von $f^{(m-1)}(x)$«, sondern

[1] Annales de Toulouse, Serie 3, Bd. 1, p. 25 ff. — Kurz vorher hatte einige hieher gehörige Theoreme bewiesen E. W. Hobson Proc. of the London math. Soc. Serie 2, Bd. 6, p. 349.

wir definieren in weiter tragender Weise[1]: existieren an der Stelle x die Ableitungen bis zur $(m-1)$-ten Ordnung und gilt die Entwicklung:

$$f(x+h) = f(x) + \frac{h}{1!}f'(x) + \ldots + \frac{h^{m-1}}{(m-1)!}f^{(m-1)}(x) + a.h^m + \omega(h).h^m,$$

wo a eine Konstante und $\lim_{h=0} \omega(h) = 0$ ist, so wird die m-te Ableitung definiert durch $f^{(m)}(x) = m!.a$.

Aus der Beantwortung der Frage nach der Gültigkeit von (2) lassen sich einerseits nun Bedingungen herleiten, unter denen (1) nicht nur an allen Stetigkeitsstellen von $f(\xi)$ gilt, sondern überall dort, wo $f(\xi)$ m-te Ableitung jener Funktion ist, die aus $f(\xi)$ durch m hintereinander ausgeführte unbestimmte Integrationen entsteht[2]; andrerseits gewinnt man aus der Beantwortung unserer Frage Bedingungen, unter denen Beziehung (1) m-mal nach x differenziert werden darf, und zwar in der Weise, daß man auf der linken Seite unter dem Integralzeichen differenziert.

Nach diesen allgemeinen Untersuchungen werden nun drei Typen singulärer Integrale näher betrachtet, die ich als den Stieltjes'schen Typus, den Weierstrass'schen Typus und den Poisson'schen Typus bezeichne. Der erste dieser Typen führt nämlich in einem besonders einfachen Falle auf eine Formel, die in einem Briefe von Stieltjes an Hermite enthalten ist, und die mit Formeln von Laplace und Darboux in engem Zusammenhange steht.[3] Der zweite dieser Typen diente Weierstrass zu seinem berühmten Beweise, daß jede stetige Funktion unbeschränkt durch Polynome approximierbar ist. Der dritte endlich enthält als Spezialfall das bekannte Poisson'sche Integral, das die erste Randwertaufgabe der Potentialtheorie für den Kreis löst und auf die sogenannte Poisson'sche Summierung nicht konvergenter Fourier'scher Reihen führt. Ein noch einfacherer Fall dieses dritten Typus liefert eine Formel, die als das Analogon der Poisson'schen Summierung für das Fourier'sche Integraltheorem betrachtet werden kann, da sie aus der Poisson'schen Summierung der Fourier'schen Reihe durch denselben Grenzübergang hergeleitet werden könnte, durch den die Fourier'sche Reihe ins Fourier'sche Integral übergeht.

§ 1. Einige Sätze von Lebesgue und ihre Übertragung auf unendliche Intervalle.

Sei $<a, b>$ ein endliches Intervall[4]: $a \leqq x \leqq b$. Wir bezeichnen im Folgenden: mit $\mathfrak{F}_1$ die Klasse aller in $<a, b>$ integrierbaren[5] Funktionen; mit $\mathfrak{F}_2$ die Klasse aller in $<a, b>$ meßbaren Funktionen, deren Quadrat in $<a, b>$ integrierbar ist; mit $\mathfrak{F}_3$ die Klasse aller in $<a, b>$ geschränkten, meßbaren Funktionen; mit $\mathfrak{F}_4$ die Klasse aller Funktionen, die in $<a, b>$ nur Unstetigkeiten erster Art besitzen.[6]

Es bedeute $\varphi(\xi, n)$ eine für alle ξ von $<a, b>$ und alle nicht negativen ganzzahligen n definierte, als Funktion von ξ in $<a, b>$ integrierbare Funktion. Wir setzen (allemal wenn dieses Integral existiert):

$$I_n(f) = \int_a^b f(\xi)\varphi(\xi, n)\, d\xi.$$

---

[1] Diese Definition setzt nicht, wie die übliche, voraus, daß $f^{(m-1)}(\xi)$ in einer Umgebung der Stelle x existiert.

[2] Man beachte die zugrunde gelegte Definition der m-ten Ableitung. Bei der üblichen Definition würde der Satz für beliebiges m nicht mehr aussagen, als für $m = 1$, für welchen Fall er sich (in etwas abweichender Form und mit anderem Beweise) schon bei Lebesgue findet: a. a. O. p. 80.

[3] Wir verweisen diesbezüglich auf eine kleine Abhandlung, die Lebesgue dieser Formel widmet: Ann. de Toul. Serie 3, Bd. 1, p. 119 ff.

[4] Es bedeutet stets $< \alpha, \beta >$ ein Intervall mit Einschluß, (α, β) ein Intervall mit Ausschluß seiner Endpunkte.

[5] Das Wort »integrierbar« ist hier, wie im Folgenden, im Sinne der Lebesgue'schen Integration zu verstehen.

[6] Das heißt: jede Funktion von $\mathfrak{F}_4$ hat in einem inneren Punkt von $< a, b >$ einen rechtsseitigen und einen linksseitigen, im Punkt a einen rechtsseitigen, im Punkt b einen linksseitigen endlichen Grenzwert.

Von H. Lebesgue wurden folgende Sätze bewiesen:[1]

I. Damit $\lim_{n=\infty} I_n(f) = 0$ sei für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_1$, ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, n)$ den Bedingungen genügt:

1. Es gibt eine Konstante M, so daß, abgesehen von Nullmengen:[2]

$$|\varphi(\xi, n)| < M \qquad \text{für alle } n \text{ und alle } \xi \text{ von } < a, b >.$$

2. Für jedes Teilintervall[3] $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi(\xi, n)\, d\xi = 0.$$

II. Damit $\lim_{n=\infty} I_n(f) = 0$ sei für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_2$, ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, n)$ den Bedingungen genügt:

1. Es gibt eine Konstante M, so daß:

$$\int_a^b (\varphi(\xi, n))^2\, d\xi < M \quad \text{für alle } n.$$

2. Für jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi(\xi, n)\, d\xi = 0.$$

III. Damit $\lim_{n=\infty} I_n(f) = 0$ sei für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_3$, ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, n)$ den Bedingungen genügt:

1. Zu jedem $\mu > 0$ gibt es ein $\lambda > 0$, so daß für jede Menge I sich nicht überdeckender, in $< a, b >$ gelegener Intervalle, deren Gesamtinhalt $\leqq \lambda$ ist, die Ungleichung besteht:

$$\int_I |\varphi(\xi, n)|\, d\xi < \mu \quad \text{für alle } n.$$

2. Für jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi(\xi, n)\, d\xi = 0.$$

IV. Damit $\lim_{n=\infty} I_n(f) = 0$ sei für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_4$, ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, n)$ den Bedingungen genügt:

1. Es gibt eine Konstante M, so daß

$$\int_a^b |\varphi(\xi, n)|\, d\xi < M \quad \text{für alle } n.$$

2. Für jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi(\xi, n)\, d\xi = 0.$$

Diese Sätze können, mit geringfügigen Abänderungen, auch auf Intervalle übertragen werden, die sich ins Unendliche erstrecken. Es wird genügen, dies für das Intervall $(-\infty, +\infty)$ zu besprechen.

---

[1] Ann. de Toulouse, Serie 3, Bd. 1, p. 51 ff. Dabei ist bei Anschreiben von $\lim_{n=\infty} I_n(f)$ stets mitverstanden, daß $I_n(f)$ für alle n existiert.

[2] Unter einer »Nullmenge« wird eine Menge verstanden, die, im Sinne von Lebesgue, den Inhalt 0 hat.

[3] Zu den Teilintervallen $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$, nicht aber zu denen von (a, b), rechnen wir auch das Intervall $< a, b >$ selbst

Man erhält die Sätze für dieses unendliche Intervall am einfachsten, indem man sie durch die Substitution:

$$u = \frac{e^{\xi}-1}{e^{\xi}+1}, \qquad \xi = \lg \frac{1+u}{1-u}$$

auf die Sätze für das endliche Intervall $< -1, 1 >$ zurückführt. Die Substitutionsformeln lauten:

$$(1) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi)\, d\xi = 2 \int_{-1}^{1} F\left(\lg \frac{1+u}{1-u}\right) \frac{1}{1-u^2}\, du$$

$$(2) \qquad \int_{-1}^{1} G(u)\, du = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} G\left(\frac{e^{\xi}-1}{e^{\xi}+1}\right) \frac{e^{\xi}}{(e^{\xi}+1)^2}\, d\xi.$$

Die Definition der Klassen $\mathfrak{F}_i$ bleibt für unendliche Intervalle dieselbe wie für endliche Intervalle. Dabei hat man, was die Definition von $\mathfrak{F}_1$ anlangt, zu beachten, daß wir eine Funktion $f(\xi)$ dann und nur dann als integrierbar in $(-\infty, +\infty)$ bezeichnen, wenn:

$$\lim_{x=+\infty} \int_{-x}^{x} |f(\xi)|\, d\xi$$

einen endlichen Wert hat, so daß auch im unendlichen Intervall jede integrierbare Funktion absolut integrierbar ist. — Was die Definition von $\mathfrak{F}_4$ anlangt, so verlangen wir, daß für die zu $\mathfrak{F}_4$ gehörigen Funktionen auch die beiden Grenzwerte:

$$\lim_{\xi=-\infty} f(\xi) \qquad \text{und} \qquad \lim_{\xi=+\infty} f(\xi)$$

existieren und endlich sein sollen.

Dies vorausgeschickt erhalten wir, wenn wir nun:

$$J_n(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, n)\, d\xi$$

setzten, folgende Sätze:

I *a.* »Damit $\lim_{n=\infty} J_n(f) = 0$ sei für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_1$, ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, n)$ den Bedingungen genügt:

1. Es gibt eine Konstante M, so daß abgesehen von Nullmengen:

$$|\varphi(\xi, n)| < M \qquad \text{für alle } n \text{ und alle } \xi.$$

2. Für jedes endliche Intervall $< \alpha, \beta >$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \varphi(\xi, n)\, d\xi = 0.«$$

Die Bedingungen sind notwendig. Für 2. ersieht man dies, indem man für f die zu $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion wählt, die in $< \alpha, \beta >$ gleich 1, sonst $= 0$ ist.

Angenommen es wäre 1. nicht erfüllt, so wäre für:

$$(3) \qquad \psi(u, n) = \varphi\left(\lg \frac{1+u}{1-u}, n\right)$$

in $< -1, 1 >$ Bedingung 1. von Satz I nicht erfüllt; es gäbe also eine in $< -1, 1 >$ integrierbare Funktion $g(u)$, für die nicht:

$$(4) \qquad \lim_{n=\infty} \int_{-1}^{1} g(u)\, \psi(u, n)\, du = 0$$

ist. Nach Formel (2) ist die Funktion

$$f(\xi) = 2\,g\left(\frac{e^{\xi}-1}{e^{\xi}+1}\right)\cdot\frac{e^{\xi}}{(e^{\xi}+1)^2}$$

integrierbar in $(-\infty, +\infty)$. Und vermöge derselben Formel folgt aus dem Nichtbestehen von (4) auch das Nichtbestehen von:

$$\lim_{n=\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\,\psi(\xi, n)\,d\xi = 0.$$

Damit sind die Bedingungen als notwendig erwiesen.

Die Bedingungen sind hinreichend. In der Tat, wegen unserer Bedingung 1. genügt der Kern (3) der Bedingung 1. von Satz I in $<-1, 1>$, und wegen unserer Bedingung 2. ist, nach (1), in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-1, 1)$:

$$\lim_{n=\infty}\int_{\alpha}^{\beta}\psi(u, n)\frac{1}{1-u^2}\,du = 0.$$

Da $\dfrac{1}{1-u^2}$ in $<\alpha, \beta>$ geschränkt ist, genügt der Kern:

$$\psi(u, n)\cdot\frac{1}{1-u^2}$$

in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-1, 1)$ beiden Bedingungen von Satz I, so daß wir nach Satz I haben:

$$\lim_{n=\infty}\int_{\alpha}^{\beta}\psi(u, n)\,du = \lim_{n=\infty}\int_{\alpha}^{\beta}(1-u^2)\cdot\psi(u, n)\frac{1}{1-u^2}\,du = 0.$$

Es ist nun leicht einzusehen, daß auch:

$$\lim_{n=\infty}\int_{-1}^{1}\psi(u, n)\,du = 0. \tag{5}$$

In der Tat, da (abgesehen von Nullmengen):

$$|\psi(u, n)| < M \quad \text{für alle } n \text{ und alle } u \text{ von } (-1, 1),$$

gibt es zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\eta > 0$, so daß für alle n:

$$\left|\int_{-1}^{-1+\eta}\psi(u, n)\,du\right| < \frac{\varepsilon}{4}; \quad \left|\int_{1-\eta}^{1}\psi(u, n)\,du\right| < \frac{\varepsilon}{4}. \tag{6}$$

Da, wie bereits gezeigt:

$$\lim_{n=\infty}\int_{-1+\eta}^{1-\eta}\psi(u, n)\,du = 0$$

ist, so haben wir:

$$\left|\int_{-1+\eta}^{1-\eta}\psi(u, n)\,du\right| < \frac{\varepsilon}{2} \quad \text{für alle } n \geqq n_0,$$

und somit, wegen (6):

$$\left|\int_{-1}^{1}\psi(u, n)\,du\right| < \varepsilon \quad \text{für alle } n \geqq n_0,$$

womit (5) bewiesen ist.

So sehen wir, daß die Beziehung

$$\lim_{n=\infty}\int_{\alpha}^{\beta}\psi(u, n)\,du = 0$$

nicht nur für alle Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-1, 1)$, sondern auch für alle Teilintervalle von $<-1, 1>$ besteht. — Es genügt also der Kern $\psi(u, n)$ in $<-1, 1>$ beiden Bedingungen von Satz I.

Ist nun $f(\xi)$ integrierbar in $(-\infty, +\infty)$, so ist nach (1) die Funktion

$$g(u) = 2f\left(\lg\frac{1+u}{1-u}\right)\frac{1}{1-u^2}$$

integrierbar in $<-1, 1>$. Nach Satz I ist also:

$$\lim_{n=\infty} J_n(f) = \lim_{n=\infty}\int_{-1}^{1} g(u)\,\psi(u, n)\,du = 0.$$

Damit sind die Bedingungen 1. und 2. als hinreichend erwiesen.

Bemerken wir noch ausdrücklich, daß Bedingung 2. nur von endlichen Intervallen $<\alpha, \beta>$ handelt. Folgendes Beispiel zeigt, daß sie in Intervallen, die sich ins Unendliche erstrecken, nicht erfüllt zu sein braucht: es sei:

$$\varphi(\xi, n) = \begin{cases} 1 & \text{in } (n, n+1) \\ 0 & \text{außerhalb } (n, n+1). \end{cases}$$

Dann ist für jede in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare Funktion:

$$\lim_{n=\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\,\varphi(\xi, n)\,d\xi = 0,$$

während wir für jedes n haben:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(\xi, n)\,d\xi = 1.$$

II *a*. »Damit $\lim_{n=\infty} J_n(f) = 0$ sei für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_2$, ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, n)$ den Bedingungen genügt:

1. Es gibt eine Konstante M, so daß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}(\varphi(\xi, n))^2\,d\xi < M \quad \text{für alle } n.$$

2. Für jedes endliche Intervall $<\alpha, \beta>$ ist:

$$\lim_{n=\infty}\int_{\alpha}^{\beta}\varphi(\xi, n)\,d\xi = 0.«$$

Die Bedingungen sind notwendig. Für 2. ist dies wieder evident. Wäre 1. nicht erfüllt, so würde, wegen (1), der Kern:

$$\psi(u, n) = \sqrt{2}\,\varphi\left(\lg\frac{1+u}{1-u},\ n\right)\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \tag{7}$$

in $<-1, 1>$ der Bedingung 1. von Satz II nicht genügen; es gäbe also eine in $<-1, 1>$ samt ihrem Quadrate integrierbare Funktion $g(u)$, für die nicht:

$$\lim_{n=\infty}\int_{-1}^{1} g(u)\,\psi(u, n)\,du = 0 \tag{8}$$

ist. Nach Formel (2) ist das Quadrat der Funktion:

$$f(\xi) = g\left(\frac{e^{\xi}-1}{e^{\xi}+1}\right)\cdot\frac{\sqrt{2e^{\xi}}}{e^{\xi}+1}$$

in $(-\infty, +\infty)$ integrierbar. Da aber:

$$\int_{-1}^{1} g(u)\,\psi(u, n)\,du = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\,\varphi(\xi, n)\,d\xi$$

ist, folgt aus dem Nichtbestehen von (8) auch das Nichtbestehen von $\lim_{n=\infty} J_n(f) = 0$.

Die Bedingungen sind hinreichend. In der Tat, wegen Bedingung 1. und Formel (1) genügt Kern (7) der Bedingung 1. von Satz II. Ferner folgt aus unserer Bedingung 2., daß in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-1, 1)$:

$$\lim_{n=\infty} 2\int_{\alpha}^{\beta} \varphi\left(\lg\frac{1+u}{1-u}\right)\frac{du}{1-u^2} = \lim_{n=\infty} \sqrt{2}\int_{\alpha}^{\beta} \psi(u, n)\frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = 0$$

ist. Da $\frac{1}{1-u^2}$ in $<\alpha, \beta>$ geschränkt ist, folgt, daß zugleich mit dem Kerne $\psi(u, n)$ auch der Kern $\sqrt{2}\frac{\psi(u, n)}{\sqrt{1-u^2}}$ in $<\alpha, \beta>$ der Bedingung 1. von Satz II genügt. Er genügt also in $<\alpha, \beta>$ beiden Bedingungen von Satz II, so daß, nach Satz II:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \psi(u, n)\,du = \lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\frac{1-u^2}{2}} \cdot \psi(u, n) \cdot \sqrt{\frac{2}{1-u^2}}\,du = 0$$

ist. Wie oben sehen wir, daß hieraus wieder Gleichung (5) folgt, nur haben wir uns beim Beweise von (6) diesmal darauf zu berufen, daß nach der Schwarz'schen Ungleichung:

$$\left|\int_{1-\eta}^{1} \psi(u, n)\,du\right| < \sqrt{\eta \cdot \int_{1-\eta}^{1} (\psi(u, n))^2\,du} < \sqrt{\eta \cdot M}$$

ist. — Wir sehen nun wieder, daß der Kern $\psi(u, n)$ in $<-1, 1>$ beiden Bedingungen von Satz II genügt.

Gehört nun $f(\xi)$ in $(-\infty, +\infty)$ zu $\mathfrak{F}_2$, so gehört die Funktion

$$g(u) = \sqrt{2} f\left(\lg\frac{1+u}{1-u}\right)\sqrt{\frac{1}{1-u^2}}$$

in $<-1, 1>$ zu $\mathfrak{F}_2$. Nach Satz II ist also:

$$\lim_{n=\infty} J_n(f) = \lim_{n=\infty} \int_{-1}^{1} g(u)\,\psi(u, n)\,du = 0,$$

womit bewiesen ist, daß die Bedingungen von Satz II *a* hinreichend sind. Wie bei Satz I *a* sieht man, daß Bedingung 2. auch hier nur für endliche Intervalle $<\alpha, \beta>$ erfüllt sein muß.

III *a*. »Damit $\lim_{n=\infty} J_n(f) = 0$ sei für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_3$, ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, n)$ den Bedingungen genügt:

1. Zu jedem $\mu > 0$ gibt es ein $\lambda > 0$, so daß für jede Menge I sich nicht überdeckender Intervalle, deren Gesamtinhalt $\leqq \lambda$ ist, die Ungleichung besteht:

$$\int_I |\varphi(\xi, n)|\,d\xi < \mu \quad \text{für alle } n.$$

Und zu jedem $\mu > 0$ gibt es ein A, so daß:

$$\int_{-\infty}^{-A} |\varphi(\xi, n)|\,d\xi < \mu; \quad \int_{A}^{+\infty} |\varphi(\xi, n)|\,d\xi < \mu \quad \text{für alle } n. \tag{9}$$

2. Für jedes endliche Intervall $<\alpha, \beta>$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \varphi(\xi, n)\,d\xi = 0.«$$

Die Bedingungen sind notwendig. Für 2. ist das trivial. Wäre 1. nicht erfüllt, so sieht man sofort, daß der Kern:

$$\psi(u, n) = 2\varphi\left(\lg\frac{1+u}{1-u}, n\right)\frac{1}{1-u^2} \tag{9}$$

im Intervalle $< -1, 1 >$ Bedingung 1. von Satz III nicht erfüllen würde; es gäbe also eine in $< -1, 1 >$ zu $\mathfrak{F}_3$ gehörige Funktion $g(u)$, für die nicht:

$$\lim_{n=\infty}\int_{-1}^{1} g(u)\,\psi(u, n)\,du = 0$$

wäre. Setzt man:

$$f(\xi) = g\left(\frac{e^{\xi}-1}{e^{\xi}+1}\right),$$

so gehört $f(\xi)$ in $(-\infty, +\infty)$ zu $\mathfrak{F}_3$ und es wird:

$$\int_{-1}^{1} g(u)\,\psi(u, n)\,du = \int_{\infty}^{+\infty} f(\xi)\,\varphi(\xi, n)\,d\xi,$$

so daß auch nicht $\lim_{n=\infty} J_n(f) = 0$ wäre.

Die Bedingungen sind hinreichend. In der Tat folgt aus unserer Bedingung 1., daß der Kern (9) in $< -1, 1 >$ der Bedingung 1. von Satz III genügt. Ferner folgt aus unserer Bedingung 2., daß für jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $(-1, 1)$:

$$\lim_{n=\infty}\int_{\alpha}^{\beta}\psi(u, n)\,du = 0$$

ist. Wie bisher entnimmt man hieraus, daß auch:

$$\lim_{n=-\infty}\int_{-1}^{1}\psi(u, n)\,du = 0$$

ist, nur hat man sich diesmal beim Beweise von (6) auf den zweiten Teil unserer Bedingung 1. zu berufen. — Es genügt also $\psi(u, n)$ in $< -1, 1 >$ beiden Bedingungen von Satz III.

Gehört nun $f(\xi)$ in $(-\infty, +\infty)$ zu $\mathfrak{F}_3$, so gehört

$$g(u) = f\left(\lg\frac{1+u}{1-u}\right)$$

in $< -1, 1 >$ zu $\mathfrak{F}_3$. Somit ist:

$$\lim_{n=\infty} J_n(f) = \lim_{n=\infty}\int_{-1}^{1} g(u)\,\psi(u, n)\,du = 0$$

und Satz III *a* ist bewiesen.

Da die Funktion $f(\xi) = 1$ (oder $f(\xi) = 1$ für $\xi \geqq 0$, $f(\xi) = 0$ für $\xi < 0$) zu $\mathfrak{F}_3$ gehört, ist es hier notwendig, daß auch für unendliche Intervalle Bedingung 2. erfüllt sei:

$$\lim_{n=\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(\xi, n)\,d\xi = 0; \quad \lim_{n=\infty}\int_{0}^{+\infty}\varphi(\xi, n)\,d\xi = 0.$$

Doch braucht dies in Bedingung 2. nicht ausdrücklich aufgenommen zu werden, da es vermöge Bedingung 1. aus der Gültigkeit von 2. für endliche Intervalle von selbst folgt.

IV *a*. Damit $\lim_{n=\infty} J_n(f) = 0$ sei für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_4$, ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, n)$ den Bedingungen genügt:

1. Es gibt eine Konstante M, so daß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(\xi, n)| d\xi < M \quad \text{für alle } n.$$

2. Für jedes endliche Intervall $<\alpha, \beta>$ ist

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \varphi(\xi, n)\, d\xi = 0,$$

und es ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{0} \varphi(\xi, n)\, d\xi = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_{0}^{\infty} \varphi(\xi, n)\, d\xi = 0.$$

Der Beweis wird geführt wie für Satz III *a*. Nur folgt diesmal die Tatsache, daß der Kern (9) in $<-1, 1>$ der Bedingung 2. von Satz IV genügt, unmittelbar aus unserer Bedingung 2.

Hier wäre es nicht hinreichend, Bedingung 2. bloß für endliche Intervalle auszusprechen, wie wieder das schon einmal verwendete Beispiel zeigt:

$$\varphi(\xi, n) = \begin{cases} 1 & \text{in } (n, n+1) \\ 0 & \text{außerhalb } (n, n+1). \end{cases}$$

Es genügt dieses φ der Bedingung 1., sowie der Bedingung 2. für endliche Intervalle, während wenn wir $f = 1$ wählen, wir für jedes n haben:

$$J_n(1) = 1.$$

§ 2. Ein Hilfssatz von Haar und Lebesgue.

Wir kehren wieder zur Betrachtung endlicher Intervalle zurück, und beweisen folgenden Satz, den wir weiterhin verwenden werden:[1]

V. Ist die Menge der Zahlen

$$\int_{a}^{b} \varphi(\xi, n)\, d\xi$$

$(n = 1, 2, \ldots)$ nicht geschränkt, so gibt es eine in $<a, b>$ stetige, in endlich vielen vorgegebenen Punkten $x_1, x_2, \ldots, x_p$ von $<a, b>$ verschwindende Funktion $f(x)$, für die nicht $\lim_{n=\infty} I_n(f) = 0$ ist.

Wir erinnern daran, daß (bei gegebenem n) zu jedem $\sigma > 0$ ein $\tau_n > 0$ gehört, derart, daß für jede in $<a, b>$ gelegene meßbare Menge $\mathfrak{A}$, deren Inhalt $< \tau_n$ ist, die Ungleichung gilt:

$$\int_{\mathfrak{A}} |\varphi(\xi, n)| d\xi < \sigma. \tag{1}$$

Bezeichnen wir mit $h_n(\xi)$ die Funktion, die $= 1$ ist, wo $\varphi(\xi, n) \geqq 0$, und $= -1$, wo $\varphi(\xi, n) < 0$, so gibt es nach Voraussetzung eine (wachsende) Indizesfolge n_i mit $\lim_{i=\infty} n_i = \infty$, so daß:

$$\lim_{i=\infty} \int_{a}^{b} |\varphi(\xi, n_i)| d\xi = \lim_{i=\infty} \int_{a}^{b} h_{n_i}(\xi)\, \varphi(\xi, n_i)\, d\xi = +\infty. \tag{2}$$

Wir zeigen zunächst, daß es auch eine Folge in $<a, b>$ stetiger Funktionen $g_n(\xi)$ gibt, die, ebenso wie die $h_n(\xi)$ der Ungleichung genügen:

$$|g_n(\xi)| \leqq 1, \tag{3}$$

[1] H. Lebesgue, a. a. O., p. 61. A. Haar, Math. Ann. 69, p. 335. Der im Text gegebene Beweis unterscheidet sich nicht wesentlich vom Lebesgue'schen Beweise.

die sämtlich in $x_1, x_2, \ldots, x_p$ verschwinden, und für die gleichfalls:

$$\lim_{i=\infty} \int_a^b g_{n_i}(\xi)\, \varphi(\xi, n_i)\, d\xi = +\infty. \tag{4}$$

Sei also $\sigma > 0$ beliebig gegeben. Wir schließen die Menge $\mathfrak{M}_n$ aller Punkte von $< a, b >$, in denen $\varphi(\xi, n) \geqq 0$ ist, in eine abzählbare Menge I_n sich nicht überdeckender Intervalle ein, deren Gesamtlänge den Inhalt von $\mathfrak{M}_n$ um weniger als $\frac{\tau_n}{2}$ übersteigt.[1] Von den unendlich vielen Intervallen von I_n behalten wir eine endliche Menge J_n bei, deren Inhalt hinter dem von I_n um weniger als $\frac{\tau_n}{2}$ zurückbleibt.

Bezeichnen wir nun mit $h_n^*(\xi)$ die Funktion, die $= 1$ ist in den Punkten von J_n, sonst $= -1$; dann unterscheiden sich h_n und h_n^* voneinander nur in den Punkten einer Menge, deren Inhalt $\leqq \tau_n$ ist, und zwar ist in den Punkten dieser Menge:

$$|h_n(\xi) - h_n^*(\xi)| = 2.$$

Es ist also zufolge (1):

$$\left| \int_a^b h_n(\xi)\, \varphi(\xi, n)\, d\xi - \int_a^b h_n^*(\xi)\, \varphi(\xi, n)\, d\xi \right| < 2\sigma. \tag{5}$$

Die Funktion $h_n^*(\xi)$ ist auch noch unstetig, hat aber nur mehr endlich viele Unstetigkeitspunkte $\xi_1^{(n)}, \xi_2^{(n)}, \ldots, \xi_q^{(n)}$. Wir umgeben jeden derselben mit einem Intervalle $< \xi_i^{(n)} - h_i^{(n)}, \xi_i^{(n)} + h_i^{(n)} >$, wo die $h_i^{(n)} (> 0)$ so klein gewählt seien, daß alle diese Intervalle in (a, b) liegen, keine zwei einen Punkt gemein haben und:

$$2\,(h_1^{(n)} + h_2^{(n)} + \ldots + h_q^{(n)}) < \tau_n \tag{6}$$

ist. Nun definieren wir eine Funktion $g_n^*(\xi)$ durch die Vorschrift: es ist $g_n^*(\xi) = h_n^*(\xi)$ außerhalb der Intervalle $(\xi_i^{(n)} - h_i^{(n)}, \xi_i^{(n)} + h_i^{(n)})$; in jedem dieser Intervalle ist $g_n^*(\xi)$ gleich derjenigen linearen Funktion, die in den beiden Endpunkten des Intervalles mit $h_n^*(\xi)$ übereinstimmt. Dann unterscheiden sich g_n^* und h_n^* voneinander nur in den Punkten einer Menge, deren Inhalt $< \tau_n$ ist (wegen (6)) und in den Punkten dieser Menge ist:

$$|h_n^*(\xi) - g_n^*(\xi)| \leqq 2,$$

so daß, wegen (1):

$$\left| \int_a^b h_n^*(\xi)\, \varphi(\xi, n)\, d\xi - \int_a^b g_n^*(\xi)\, \varphi(\xi, n)\, d\xi \right| < 2\sigma. \tag{7}$$

Die Funktion $g_n^*(\xi)$ ist bereits stetig, genügt der Ungleichung $|g_n^*(\xi)| \leqq 1$, erfüllt aber noch nicht die Bedingung, in $x_1, x_2, \ldots, x_p$ zu verschwinden.

Um auch das zu erreichen, legen wir um jeden dieser Punkte ein Intervall[2] $< x_i - k_i^{(n)}, x_i + k_i^{(n)} >$, wo die $k_i^{(n)} (> 0)$ so klein gewählt seien, daß alle diese Intervalle in $< a, b >$ liegen, keine zwei einen Punkt gemein haben und:

$$2\,(k_1^{(n)} + k_2^{(n)} + \ldots + k_p^{(n)}) < \tau_n$$

ist. Sodann definieren wir die Funktion $g_n(\xi)$ durch die Vorschrift: es ist $g_n(\xi) = g_n^*(\xi)$ außerhalb der Intervalle $(x_i - k_i^{(n)}, x_i + k_i^{(n)})$; in jedem der Intervalle $< x_i - k_i^{(n)}, x_i >$, beziehungsweise $< x_i, x_i + k_i^{(n)} >$ ist $g_n(\xi)$ gleich derjenigen linearen Funktion, die in x_i verschwindet und in $x_i - k_i^{(n)}$, beziehungsweise $x_i + k_i^{(n)}$ mit $g_n^*(\xi)$ übereinstimmt. Dann unterscheiden sich g_n und g_n^* nur in den Punkten einer Menge, deren Inhalt $> \tau_n$ ist, und in den Punkten dieser Menge ist:

$$|g_n(\xi) - g_n^*(\xi)| < 2,$$

---

[1] Dabei bedeutet τ_n die zufolge der eingangs gemachten Bemerkung der Größe σ zugeordnete Größe.

[2] Fällt der Punkt x_i mit a oder mit b zusammen, hat es statt dessen zu heißen:

$$< a,\ a + k_i^{(n)} > \text{ oder } < b - k_i^{(n)},\ b >.$$

so daß, wegen (1):

$$\left|\int_a^b g_n^*(\xi)\,\varphi(\xi, n)\,d\xi - \int_a^b g_n(\xi)\,\varphi(\xi, n)\,d\xi\right| < 2\sigma. \tag{8}$$

Die Funktionen $g_n(\xi)$ sind nun stetig, genügen der Ungleichung (3) und verschwinden in $x_1\, x_2, \ldots, x_p$. Die Ungleichungen (5), (7) und (8) zusammengenommen ergeben:

$$\left|\int_a^b h_n(\xi)\,\varphi(\xi, n)\,d\xi - \int_a^b g_n(\xi)\,\varphi(\xi, n)\,d\xi\right| < 6\sigma,$$

und wegen (2) ist daher auch (4) bewiesen.

Wir setzen nun:

$$\int_a^b |\varphi(\xi, n)|\,d\xi = L_n. \tag{9}$$

Beim weiteren Beweise von Satz V können wir annehmen, es sei für alle i:

$$\lim_{n=\infty} I_n(g_i) = 0. \tag{10}$$

Wäre nämlich dies für ein i nicht der Fall, so wäre ja, indem wir $f = g_i$ nehmen, die Behauptung schon bewiesen.

Wir können dann aus der Folge der Indizes n_i eine wachsende Teilfolge n_{i_ν} (mit $n_{i_1} = n_1$ beginnend) so herausgreifen, daß folgende drei Eigenschaften bestehen:

1. Für $n \geqq n_{i_{\nu+1}}$ ist:

$$\left|I_n\left(g_{n_{i_1}} + \frac{1}{2\,L_{n_{i_1}}} g_{n_{i_2}} + \ldots + \frac{1}{2^{\nu-1} \cdot L_{n_{i_{\nu-1}}}} g_{n_{i_\nu}}\right)\right| < 1,$$

2. $$I_{n_{i_{\nu+1}}}(g_{n_{i_{\nu+1}}}) \geqq 2^{\nu+1}\, L_{n_{i_\nu}},$$

3. $$L_{n_{i_{\nu+1}}} > L_{n_{i_\nu}};$$

und zwar läßt sich dies für Eigenschaft 1. wegen (10), für Eigenschaft 2. wegen (4), für Eigenschaft 3. wegen (2) erreichen.

Schreiben wir nun der Kürze halber:

$$g_{n_{i_\nu}} = g^{(\nu)}\ ;\quad L_{n_{i_\nu}} = L^{(\nu)}\ ;\quad I_{n_{i_\nu}} = I^{(\nu)},$$

so haben wir:

$$\left|I^{(n)}\left((g^{(1)} + \frac{1}{2\,L^{(1)}} g^{(2)} + \ldots + \frac{1}{2^{\nu-1}\,L^{(\nu-1)}} g^{(\nu)}\right)\right| < 1 \quad \text{für } n \geqq \nu + 1. \tag{11}$$

$$I^{(\nu+1)}(g^{(\nu+1)}) \geqq 2^{\nu+1}\, L^{(\nu)}. \tag{12}$$

$$L^{(\nu+1)} > L^{(\nu)}. \tag{13}$$

Wir setzen:

$$f = g^{(1)} + \frac{1}{2L^{(1)}} g^{(2)} + \ldots + \frac{1}{2^{\nu-1} L^{(\nu-1)}} g^{(\nu)} + \ldots; \tag{14}$$

dann ist, wegen (3), diese Reihe gleichmäßig konvergent, und somit f eine stetige Funktion, und es verschwindet f in den vorgeschriebenen Punkten $x_1, x_2, \ldots, x_p$.

Wir bilden:

$$I^{(\nu)}(f) = I^{(\nu)}\left(g^{(1)} + \frac{1}{2\,L^{(1)}} g^{(2)} + \ldots + \frac{1}{2^{\nu-2}\,L^{(\nu-2)}} g^{(\nu-1)}\right) + I^{(\nu)}\left(\frac{1}{2^{\nu-1}\,L^{(\nu-1)}} g^{(\nu)}\right) + I^{(\nu)}\left(\frac{1}{2^{\nu}\,L^{(\nu)}} g^{(\nu+1)} + \ldots\right)$$

Hierin ist, wegen (11):

$$\left| I^{(\nu)}\left(g^{(1)} + \frac{1}{2\,L^{(1)}} g^{(2)} + \ldots + \frac{1}{2^{\nu-2}\,L^{(\nu-2)}} g^{(\nu-1)} \right) \right| < 1 \tag{15}$$

und wegen (12):

$$I^{(\nu)}\left(\frac{1}{2^{\nu-1}\,L^{(\nu-1)}} g^{(\nu)} \right) \geqq 2. \tag{16}$$

Endlich ist, wegen der gleichmäßigen Konvergenz von (14):

$$I^{(\nu)}\left(\frac{1}{2^{\nu}\,L^{(\nu)}} g^{(\nu+1)} + \frac{1}{2^{\nu+1}\,L^{(\nu+1)}} g^{(\nu+2)} + \ldots \right) = \frac{1}{2^{\nu}\,L^{(\nu)}} I^{(\nu)}(g^{(\nu+1)}) + \frac{1}{2^{\nu+1}\,L^{(\nu+1)}} I^{(\nu)}(g^{(\nu+2)}) + \ldots,$$

und somit, wegen (3), (9) und (13):

$$\left| I^{(\nu)}\left(\frac{1}{2^{\nu}\,L^{(\nu)}} g^{(\nu+1)} + \frac{1}{2^{\nu+1}\,L^{(\nu+1)}} g^{(\nu+2)} + \ldots \right) \right| \leqq$$

$$\frac{1}{2^{\nu}\,L^{(\nu)}} \cdot L^{(\nu)} + \frac{1}{2^{\nu+1}\,L^{(\nu+1)}} L^{(\nu)} + \ldots \leqq \frac{1}{2} \quad (\text{für } \nu > 1). \tag{17}$$

Die Ungleichungen (15), (16), (17) ergeben nun zusammen:

$$I^{(\nu)}(f) = I_{n_{i_\nu}}(f) \geqq \frac{1}{2}$$

und da $\lim_{\nu=\infty} n_{i_\nu} = \infty$ war, so ist nicht $\lim_{n=\infty} I_n(f) = 0$, womit Satz V erwiesen ist.

§ 3. Darstellung der Ableitungen einer gegebenen Funktion.

Wir nehmen nun an, es sei $\varphi(\xi, x, n)$ für jedes nicht negative ganzzahlige n und für alle x des endlichen Intervalles (a, b) in $< a, b >$ als integrierbare Funktion von ξ gegeben; wir bezeichnen $\varphi(\xi, x, n)$ mit einem der Theorie der Integralgleichungen entlehnten Ausdruck als Kern und setzen:

$$I_n(f, x) = \int_a^b f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi.$$

Es wurde von H. Lebesgue folgender Satz bewiesen:[1]

VI. »Damit für alle der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörigen Funktionen f, die im gegebenen Punkte x von (a, b) stetig sind, die Gleichung gelte:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} I_n(f, x),$$

ist notwendig und hinreichend, daß der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ folgenden Bedingungen genügt:

1. In jedem den Punkt x nicht enthaltenden Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ ist Bedingung 1. desjenigen der Sätze I bis IV erfüllt, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht.

2. Für jedes den Punkt x nicht enthaltende Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi(\xi, x, n)\,d\xi = 0.$$

3. Es gibt eine Konstante N, so daß

$$\int_a^b |\varphi(\xi, x, n)|\,d\xi < N \quad \text{für alle } n.$$

[1] A. a. O., p. 69 ff.

4. Es ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1.«$$

Wir wollen nun im Folgenden den Satz beweisen:

VII. Damit für alle der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörigen Funktionen f, die im gegebenen Punkte x von (a, b) endliche Ableitungen der m ersten Ordnungen haben, die Gleichung gelte:

$$f^{(m)}(x) = \lim_{n=\infty} I_n(f, x), \tag{1}$$

ist notwendig und hinreichend, daß der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ folgenden Bedingungen genüge:

1. In jedem den Punkt x nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $<a, b>$ ist Bedingung 1. desjenigen der Sätze I bis IV erfüllt, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht.[1]

2. Für jedes den Punkt x nicht enthaltende Teilintervall $<\alpha, \beta>$ von $<a, b>$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0.$$

3. Es gibt eine Konstante N, so daß

$$\int_a^b |(\xi - x)^m \varphi(\xi, x, n)|\, d\xi < N \quad \text{für alle } n. \tag{2}$$

4. Es ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b (\xi - x)^i \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0 \quad (i = 0\ 1, 2 \ldots, m-1), \tag{3}$$

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b (\xi - x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = m! \tag{4}$$

Die Bedingungen sind hinreichend: In der Tat, wenn $f(\xi)$ im Punkte x endliche Ableitungen der ersten m Ordnungen hat, so können wir schreiben:

$$f(\xi) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \frac{(\xi - x)^i}{i!} f^{(i)}(x) + (\xi - x)^m \cdot \omega(\xi), \tag{5}$$

wo:

$$\lim_{\xi = x} \omega(\xi) = 0 \tag{6}$$

ist; setzen wir also $\omega(x) = 0$, so ist die Funktion $\omega(\xi)$ im Punkte x stetig.

Wegen (5) ist nun:

$$I_n(f, x) = f(x) \int_a^b \varphi(\xi, x, n)\, d\xi + \sum_{i=1}^{m} \frac{f^{(i)}(x)}{i!} \int_a^b (\xi - x)^i \varphi(\xi, x, n)\, d\xi + \int_a^b \omega(\xi)(\xi - x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi.$$

Wegen (3) und (4) erhält man daraus:

$$\lim_{n=\infty} \left(I_n(f, x) - \int_a^b \omega(\xi)(\xi - x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi \right) = f^{(m)}(x),$$

so daß zum Beweise von (1) nur mehr zu zeigen ist, daß:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b \omega(\xi)(\xi - x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0 \quad \text{ist.} \tag{7}$$

---

[1] Die in dieser Bedingung auftretende Konstante M (beziehungsweise bei der Klasse $\mathfrak{F}_3$ die Konstante λ) braucht keineswegs für alle diese Intervalle dieselbe zu sein.

Sei, um das nachzuweisen, $\varepsilon > 0$ beliebig gegeben. Es gibt wegen (6) ein $h > 0$, derart, daß:

$$|\omega(\xi)| < \varepsilon \quad \text{in} \quad < x-h, x+h >.$$

Wegen (2) ist dann:

$$\left|\int_{x-h}^{x+h} \omega(\xi)(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi\right| < \varepsilon \cdot N \quad \text{für alle } n. \tag{8}$$

Zufolge (5) gehört $(\xi-x)^m \cdot \omega(\xi)$ zugleich mit $f(\xi)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_i$. Wegen Bedingung 1. und 2. hat man daher, unter Berufung auf denjenigen der Sätze I bis IV, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^{x-h} \omega(\xi)(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_{x+h}^{b} \omega(\xi)(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0,$$

und somit gibt es ein n_0, so daß für $n \geqq n_0$:

$$\left|\int_a^{x-h} \omega(\xi)(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi\right| < \varepsilon; \quad \left|\int_{x+h}^{b} \omega(\xi)(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi\right| < \varepsilon. \tag{9}$$

Die Ungleichungen (8) (9) zusammengenommen ergeben:

$$\left|\int_a^b \omega(\xi)(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi\right| < (N+2)\cdot\varepsilon \quad \text{für } n \geqq n_0,$$

und da ε beliebig war, ist damit (7) und somit auch (1) bewiesen.

Die Bedingungen sind notwendig: Wäre in der Tat 1. oder 2. für ein den Punkt x nicht enthaltendes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ nicht erfüllt, so gäbe es, nach demjenigen der Sätze I bis IV, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht, in $< \alpha, \beta >$ eine der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörige Funktion $g(\xi)$, für die nicht:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta g(\xi) \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0$$

gilt. Definieren wir dann $f(\xi)$ durch die Vorschrift:

$$f(\xi) = g(\xi) \text{ in } < \alpha, \beta >, \quad f(\xi) = 0 \text{ außerhalb } < \alpha, \beta >,$$

so gehört $f(\xi)$ auch in $< a, b >$ zur Klasse $\mathfrak{F}_i$ und es ist $f^{(m)}(x) = 0$, während die Gleichung:

$$\lim_{n=\infty} I_n(f, x) \left(= \lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta g(\xi) \varphi(\xi, x, n)\, d\xi \right) = 0$$

nicht gilt.

Angenommen es sei Bedingung 3. nicht erfüllt. Dann gibt es, nach Satz V, eine in $< a, b >$ stetige für $\xi = x$ verschwindende Funktion $\omega(\xi)$, für die nicht:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b \omega(\xi)(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0$$

ist. Wir setzen:

$$f(\xi) = (\xi-x)^m \omega(\xi).$$

Dann besitzt $f(\xi)$ im Punkte x eine m-te Ableitung und es ist:

$$f^{(m)}(x) = 0,$$

während die Gleichung:

$$\lim_{n=\infty} I_n(f, x) = 0$$

nicht gilt.

Bedingung 4. ergibt sich als notwendig, indem man für $f(\xi)$ die Funktionen wählt:

$$f(\xi) = (\xi-x)^i \quad (i = 0, 1, \ldots, m).$$

Die Sätze VI und VII können ohne weiteres auf unendliche Intervalle ausgedehnt werden. Wir setzen:

$$J_n(f, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi,$$

bezeichnen, für $\varepsilon > 0$, mit $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ die Funktion von ξ, die in $< x-\varepsilon, x+\varepsilon >$ den Wert 0 hat, sonst mit $\varphi(\xi, x, n)$ übereinstimmt, und haben:

VI *a*. »Damit für alle in $(-\infty, +\infty)$ der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörigen Funktionen f, die im gegebenen Punkte x stetig sind, die Gleichung gelte:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} J_n(f, x),$$

ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, x, n)$ folgenden Bedingungen genügt:

1. und 2. Für jedes $\varepsilon > 0$ genügt der Kern $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ den Bedingungen 1. und 2. desjenigen der Sätze I *a* bis IV *a*, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht.

3. Zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es ein N, so daß

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} |\varphi(\xi, x, n)|\, d\xi < N \quad \text{für alle } n.$$

4. Für jedes $\varepsilon > 0$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1.«$$

VII *a*. »Damit für alle in $(-\infty, +\infty)$ der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörigen Funktionen, die im gegebenen Punkte x von (a, b) endliche Ableitungen der m ersten Ordnungen haben, die Gleichung gelte:

$$f^{(m)}(x) = \lim_{n=\infty} J_n(f, x),$$

ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(\xi, x, n)$ folgenden Bedingungen genügt:

1. und 2. wie in Satz VI *a*.

3. Zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es ein N, so daß:

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} |(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)|\, d\xi < N \quad \text{für alle } n.$$

4. Für jedes $\varepsilon > 0$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (\xi-x)^i \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0 \quad (i = 0, 1, \ldots m-1),$$

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = m!«$$

Zum Beweise von VI *a* und VII *a* hat man nur zu bemerken, daß wegen der Bedingungen 1. und 2. nach dem in Betracht kommenden der Sätze I *a* bis IV *a* für jedes $\varepsilon > 0$:

$$\lim_{n=\infty} \left\{ J_n(f, x) - \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi \right\} = \lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \psi(\xi, x, n, \varepsilon)\, d\xi = 0$$

ist, wodurch die Betrachtung von $\lim_{n=\infty} J_n(f, x)$ auf die von

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi$$

zurückgeführt ist. Auf dieses Integral aber sind die Sätze VI und VII anwendbar.

§ 4. Darstellung der verallgemeinerten Ableitungen.

Das Resultat von § 3 läßt sich noch ein wenig verallgemeinern, wenn wir annehmen, daß der Kern in einer Umgebung der Stelle x, etwa für $|t| \leqq k$, einer der zwei Bedingungen genügt:

$$\varphi(x+t, x, n) = \varphi(x-t, x, n), \tag{1}$$

$$\varphi(x+t, x, n) = -\varphi(x-t, x, n). \tag{2}$$

Den Ausführungen von § 3 lag folgende Definition der m-ten Ableitung einer Funktion zugrunde:

Sei $f(u)$ eine in der Umgebung der Stelle u_0 definierte Funktion, die in u_0 Ableitungen der $m-1$ ersten Ordnungen besitzt:

$$f'(u_0), \quad f''(u_0), \ldots, f^{(m-1)}(u_0).$$

Gibt es dann eine endliche Zahl a, so daß in einer Umgebung von u die Entwicklung gilt:

$$f(u)-f(u_0) - \sum_{i=1}^{m-1} \frac{(u-u_0)^i}{i!} f^{(i)}(u_0) = a(u-u_0)^m + \omega(u)\cdot(u-u_0)^m,$$

wo:

$$\lim_{u=u_0} \omega(u) = 0$$

ist, so wird:

$$m!\, a = f^{(m)}(u_0)$$

gesetzt und als die m-te Ableitung von $f(u)$ an der Stelle u_0 bezeichnet.

Diese Definition wurde von Ch. J. de la Vallée-Poussin in folgender Weise verallgemeinert: [1]

Sei $f(u)$ eine in der Umgebung der Stelle u_0 definierte Funktion, und es gelte für alle hinlänglich kleinen $|t|$ $(\neq 0)$ eine der beiden Entwicklungen:

$$\frac{f(u_0+t)+f(u_0-t)}{2} = a_0 + \sum_{i=1}^{m} a_{2i} \frac{t^{2i}}{(2i)!} + \omega(t)\, t^{2m} \tag{3}$$

$$\frac{f(u_0+t)-f(u_0-t)}{2} = \sum_{i=0}^{m} a_{2i+1} \frac{t^{2i+1}}{(2i+1)!} + \omega(t)\, t^{2m+1}, \tag{4}$$

worin:

$$\lim_{t=0} \omega(t) = 0 \tag{5}$$

sei. Es heißen dann, wenn (3) gilt, die Koeffizienten a_i $(i = 0, 2, \ldots, 2m)$ [2], und wenn (4) gilt, die Koeffizienten a_i $(i = 1, 3, \ldots, 2m+1)$ die verallgemeinerten Ableitungen i-ter Ordnung von $f(u)$ an der Stelle u_0.

Vergleicht man diese Definition mit der oben angeführten Definition der i-ten Ableitungen, so erkennt man sofort: wo die i-te Ableitung $(i > 0)$ von $f(u)$ existiert, existiert auch die verallgemeinerte i-te Ableitung und ist gleich der i-ten Ableitung.

Wir werden die verallgemeinerte i-te Ableitung von $f(u)$ mit $\overset{*}{f}{}^{(i)}(u)$ bezeichnen.

Wir haben dann folgende Sätze:

---

[1] Acad. Bruxelles, Bulletin, Classe des Sciences 1908, p. 214.

[2] Wie man sieht, ist eine »0-te Ableitung« von f an der Stelle u_0 sicher vorhanden, wenn f dort einen rechts- und einen linksseitigen Grenzwert $f(u_0+0)$, beziehungsweise $f(u_0-0)$ besitzt. Und zwar ist die 0-te Ableitung dann nichts anderes als das arithmetische Mittel $\frac{1}{2}(f(u_0+0)+f(u_0-0))$ dieser beiden einseitigen Grenzwerte.

VIII. Es genüge für ein gegebenes x von (a, b) und für alle $|t| \leqq k$ der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ der Relation (1). Damit für alle der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörigen Funktionen, die im Punkte x eine verallgemeinerte Ableitung $\overset{*}{f}^{(2m)}(x)$ besitzen, die Gleichung gelte:

$$\overset{*}{f}^{(2m)}(x) = \lim_{n=\infty} I_n(f, x), \tag{6}$$

ist notwendig und hinreichend, daß noch folgende Bedingungen erfüllt seien:[1]

1. und 2. Es sind die Bedingungen 1. und 2. von Satz VI erfüllt.

3. Es gibt eine Konstante N, so daß

$$\int_a^b |(\xi - x)^{2m} \varphi(\xi, x, n)| \, d\xi < N \quad \text{für alle } n.$$

4. Es ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b (\xi - x)^i \varphi(\xi, x, n) \, d\xi = 0 \quad (i = 0, 2, \ldots 2m-2), \tag{7}$$

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b (\xi - x)^{2m} \varphi(\xi, x, n) \, d\xi = (2m)! \tag{8}$$

Es genüge für ein gegebenes x von (a, b) und alle $|t| \leqq k$ der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ der Relation (2). Damit für alle der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörigen Funktionen, die im Punkte x eine verallgemeinerte Ableitung $\overset{*}{f}^{(2m+1)}(x)$ besitzen, die Gleichung gelte:

$$\overset{*}{f}^{(2m+1)}(x) = \lim_{n=\infty} I_n(f, x), \tag{6a}$$

ist notwendig und hinreichend, daß noch folgende Bedingungen erfüllt seien:

1. und 2. Es sind die Bedingungen 1. und 2. von Satz VI erfüllt.

3. Es gibt eine Konstante N, so daß:

$$\int_a^b |(\xi - x)^{2m+1} \varphi(\xi, x, n)| \, d\xi < N \quad \text{für alle } n.$$

4. Es ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b (\xi - x)^i \varphi(\xi, x, n) \, d\xi = 0 \quad (i = 1, 3, \ldots, 2m-1), \tag{7a}$$

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b (\xi - x)^{2m+1} \varphi(\xi, x, n) \, d\xi = (2m+1)! \tag{8a}$$

Wir beweisen die erste Hälfte dieses Satzes. Es handelt sich nur darum, daß die Bedingungen hinreichend sind; denn der Beweis, daß sie notwendig sind, ist derselbe wie in § 3.

Um nachzuweisen, daß unter den gemachten Voraussetzungen Gleichung (6) besteht, schreiben wir:

$$I_n(f, x) = \int_a^{x-k} f(\xi) \varphi(\xi, x, n) \, d\xi + \int_{x+k}^b f(\xi) \varphi(\xi, x, n) \, d\xi + \int_{x-k}^{x+k} f(\xi) \varphi(\xi, x, n) \, d\xi.$$

Da die Bedingungen 1. und 2. erfüllt sind, ist hierin, auf Grund desjenigen der Sätze I bis IV, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^{x-k} f(\xi) \varphi(\xi, x, n) \, d\xi = 0 \; ; \; \lim_{n=\infty} \int_{x+k}^b f(\xi) \varphi(\xi, x, n) \, d\xi = 0.$$

[1] Dies gilt auch für $m = 0$. Die Gleichungen (7) fallen dann weg, und in (8) steht auf der rechten Seite: 1.

Um also (6) zu beweisen, haben wir nur nachzuweisen:

$$\overset{*}{f}^{(2m)}(x) = \lim_{n=\infty} \int_{x-k}^{x+k} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi. \tag{9}$$

Da aber für $|t| \leqq k$ Beziehung (1) gilt, können wir schreiben:

$$\int_{x-k}^{x+k} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = \int_0^k \{f(x+t) + f(x-t)\}\, \varphi(x+t, x, n)\, dt.$$

Setzen wir hierin die Entwicklung (3) ein ($u_0 = x$), so haben wir weiter:

$$\int_{x-k}^{x+k} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 2a_0 \int_0^k \varphi(x+t, x, n)\, dt + 2\sum_{i=1}^{m} \frac{a_{2i}}{(2i)!} \int_0^k t^{2i}\, \varphi(x+t, x, n)\, dt +$$

$$+2\int_0^k \omega(t)\, t^{2m}\, \varphi(x+t, x, n)\, dt = a_0 \int_{x-k}^{x+k} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_{2i}}{(2i)!} \int_{x-k}^{x+k} (\xi-x)^{2i}\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi + \tag{10}$$

$$+ \int_{x-k}^{x+k} \omega(\xi-x)\, (\xi-x)^{2m}\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi,$$

wobei berücksichtigt ist, daß zufolge (3) $\omega(t)$ eine gerade Funktion von t ist.

Nun ist, wegen der Sätze von § 1:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^{x-k} (\xi-x)^{2i}\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0\ ; \quad \lim_{n=\infty} \int_{x+k}^{b} (\xi-x)^{2i}\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0 \quad (i = 0, 1, \ldots, m),$$

also, wegen (7) und (8):

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-k}^{x+k} (\xi-x)^{2i}\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0 \quad (i = 0, 1, \ldots, m-1)$$

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-k}^{x+k} (\xi-x)^{2m}\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = (2m)!$$

Berücksichtigt man dies, sowie die Tatsache, daß $a_{2m} = \overset{*}{f}^{(2m)}(x)$ ist, so sieht man aus (10), daß (9) und damit auch (6) bewiesen sein wird, wenn:

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-k}^{x+k} \omega(\xi-x)\, (\xi-x)^{2m}\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0$$

nachgewiesen sein wird. Dies aber beweist man, da (5) gilt, genau so, wie Gleichung (7) in § 3, was nicht noch einmal durchgeführt werde.

Damit ist die erste Hälfte des ausgesprochenen Satzes bewiesen. Der Beweis der zweiten Hälfte ist analog, nur hat man sich, statt auf (1) und (3), auf (2) und (4) zu stützen.

VIII *a*. »Man erhält aus Satz VIII einen für das Intervall $(-\infty, +\infty)$ gültigen Satz, indem man in Bedingung 1. und 2. von Satz VIII statt »Satz VI« setzt: »Satz VI *a*« und in Bedingung 3. und 4. von Satz VIII die Integrationsgrenzen a und b ersetzt durch $x-\varepsilon$ und $x+\varepsilon$ $(\varepsilon > 0)$.«

§ 5. Bedingungen für gleichmäßige Konvergenz.

Wir wollen nun Bedingungen dafür aufstellen, daß die Konvergenz von $I_n(f, x)$ gegen $f^{(m)}(x)$ eine gleichmäßige sei.

Es hänge in den Sätzen von § 1 die Funktion $\varphi(\xi, n)$ noch ab von einem Parameter α und werde deshalb geschrieben $\varphi(\xi, \alpha, n)$. Und zwar sei φ für alle einer Menge $\mathfrak{A}$ angehörigen Werte des Parameters α als in $< a, b >$ meßbare Funktion von ξ gegeben. Wir setzen:

$$I_n(f, \alpha) = \int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, \alpha, n)\, d\xi.$$

IX. Damit für jede Funktion f der Klasse $\mathfrak{F}_i$ die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} I_n(f, \alpha) = 0 \tag{0}$$

gleichmäßig für alle α von $\mathfrak{A}$ gelte, ist notwendig und hinreichend, daß φ folgenden Bedingungen genügt:[1]

1 *a*. Für jedes einzelne α genügt φ der Bedingung 1. desjenigen der Sätze I bis IV, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht.[2]

1 *b*. Für die Klasse $\mathfrak{F}_1$: Es gibt einen Index n_0 und eine Konstante M, so daß, abgesehen von Nullmengen:

$$|\varphi(\xi, \alpha, n)| < M \quad \text{für alle } \xi \text{ von } < a, b >, \text{ alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } \alpha \text{ von } \mathfrak{A}.$$

Für die Klasse $\mathfrak{F}_2$: Es gibt einen Index n_0 und eine Konstante M, so daß:

$$\int_a^b (\varphi(\xi, \alpha, n))^2 \, d\xi < M \quad \text{für alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } \alpha \text{ von } \mathfrak{A}.$$

Für die Klasse $\mathfrak{F}_3$: Zu jedem $\mu > 0$ gehört ein $\lambda > 0$ und ein Index n_0, so daß für jede Menge I sich nicht überdeckender Teilintervalle von $< a, b >$, deren Gesamtlänge $< \lambda$ ist, für alle $n \geqq n_0$ und alle α von $\mathfrak{A}$:

$$\int_I |\varphi(\xi, \alpha, n)| \, d\xi < \mu.$$

Für die Klasse $\mathfrak{F}_4$: Es gibt einen Index n_0 und eine Konstante M, so daß:

$$\int_a^b |\varphi(\xi, \alpha, n)| \, d\xi < M \quad \text{für alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } \alpha \text{ von } \mathfrak{A}.$$

2. Für jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ gilt die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi(\xi, \alpha, n) \, d\xi = 0$$

gleichmäßig für alle α von $\mathfrak{A}$.

Die Bedingungen sind notwendig. Dies ist trivial für 1 *a* und 2. Wäre 1 *b* nicht erfüllt, so gäbe es eine Folge von zu $\mathfrak{A}$ gehörigen Werten α_i und von Indizes n_i mit $\lim_{i=\infty} n_i = \infty$, so daß für $\bar{\varphi}(\xi, i) = \varphi(\xi, \alpha_i, n_i)$ Bedingung 1. des in Frage kommenden der Sätze I bis IV nicht erfüllt wäre. Es gäbe also in $\mathfrak{F}_i$ eine Funktion f, für die nicht

$$\lim_{i=\infty} \int_a^b f(\xi) \, \bar{\varphi}(\xi, i) \, d\xi = 0$$

wäre, so daß für dieses f Beziehung (0) nicht gleichmäßig für alle α von $\mathfrak{A}$ gelten würde.

Die Bedingungen sind hinreichend. Denn sind sie erfüllt, so genügt für jede Folge α_i aus $\mathfrak{A}$ und jede Indizesfolge n_i mit $\lim_{i=\infty} n_i = \infty$ die Funktion $\bar{\varphi}(\xi, i) = \varphi(\xi, \alpha_i, n_i)$ den Bedingungen 1. und 2. des in Frage kommenden der Sätze I bis IV, so daß (für alle solchen Folgen α_i und n_i): $\lim_{i=\infty} I_{n_i}(f, \alpha_i) = 0$ ist, was gleichbedeutend ist mit der gleichmäßigen Konvergenz von (0).

---

[1] Vgl. H. Lebesgue, a. a. O., p. 68.

[2] Dabei kann die in dieser Bedingung auftretende Konstante M (beziehungsweise, bei der Klasse $\mathfrak{F}_3$, die Konstante λ) noch von α abhängen.

Sei wie bisher der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ für jedes x von (a, b) als eine in $< a, b >$ integrierbare Funktion von ξ gegeben. Sei ε irgend eine positive Zahl. Wir leiten, wie schon einmal, aus dem Kerne $\varphi(\xi, x, n)$ einen Kern $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ her durch folgende Vorschrift:

$$\psi(\xi, x, n, \varepsilon) = \begin{cases} 0 & \text{in } < x-\varepsilon, x+\varepsilon > \\ \varphi(\xi, x, n) & \text{in } < a, b > \text{ außerhalb } < x-\varepsilon, x+\varepsilon >. \end{cases}$$

Dann gilt folgender Satz: [1]

X. Für den Kern $\varphi(\xi, x, n)$ seien die nachstehenden Bedingungen erfüllt:

1. und 2. Für jedes gegebene $\varepsilon > 0$ genügt der dem Kerne $\varphi(\xi, x, n)$ zugeordnete Kern $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ im Intervalle $< a, b >$ den Bedingungen 1 a, 1 b, 2. des Satzes IX für die Klasse $\mathfrak{F}_i$, wenn unter α die Veränderliche x, unter $\mathfrak{A}$ ein Teilintervall $< a', b' >$ von (a, b) verstanden wird.

3. Zu jedem (hinlänglich kleinen) $\varepsilon > 0$ gehört ein N, so daß:

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} |\varphi(\xi, x, n)|\, d\xi < N \quad \text{für alle } n \text{ und alle } x \text{ von } < a', b' >.$$

4. Für jedes (hinlänglich kleine) $\varepsilon > 0$ gilt die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$.

Dann gilt für jede der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörige Funktion f, die in jedem Punkte von $< a', b' >$ stetig ist [2], die Beziehung:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} I_n(f, x)$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$.

Wir geben ein $\eta > 0$ beliebig vor, und zeigen zunächst: es gibt ein $\varepsilon > 0$, so daß:

$$|f(\xi) - f(x)| < \eta \text{ für alle } x \text{ von } < a', b' > \text{ und alle } \xi \text{ von } < x-\varepsilon, x+\varepsilon >.$$

In der Tat, da f stetig ist in $< a', b' >$, gibt es, zufolge des Satzes von der gleichmäßigen Stetigkeit, ein $\varepsilon_1 > 0$, so daß:

$$|f(\xi) - f(x)| < \eta$$

für alle x von $< a', b' >$ und alle gleichfalls zu $< a', b' >$ gehörigen ξ von $< x-\varepsilon_1, x+\varepsilon_1 >$.

Da aber f auch stetig ist in a' und in b', so gibt es ein $\varepsilon_2 > 0$, so daß:

$$|f(\xi) - f(a')| < \frac{\eta}{2} \text{ für alle } \xi \text{ von } < a'-\varepsilon_2, a'+\varepsilon_2 >,$$

$$|f(\xi) - f(b')| < \frac{\eta}{2} \text{ für alle } \xi \text{ von } < b'-\varepsilon_2, b'+\varepsilon_2 >,$$

und somit:

$$|f(\xi) - f(x)| < \eta \text{ für alle } x \text{ von } < a', a'+\varepsilon_2 > \text{ und alle } \xi \text{ von } < a'-\varepsilon_2, a' >,$$

$$|f(\xi) - f(x)| < \eta \text{ für alle } x \text{ von } < b'-\varepsilon_2, b' > \text{ und alle } \xi \text{ von } < b', b'+\varepsilon_2 >.$$

Wie man sieht, hat man für das ε unserer Behauptung lediglich die kleinere der beiden Größen ε_1 und ε_2 zu nehmen, und diese Behauptung ist bewiesen.

---

[1] Vgl. H. Lebesgue, a. a. O., p. 73.

[2] Es muß also f auch in a' und b' stetig (nicht etwas bloß rechtsseitig, beziehungsweise linksseitig stetig) sein.

Sei also zum vorgegebenen η das ε in dieser Weise bestimmt. Wir wählen es obendrein so klein, daß $< a'-\varepsilon, b'+\varepsilon >$ in $< a, b >$ liegt. Da der mit diesem ε gebildete Kern $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ in $< a, b >$ den Voraussetzungen von Satz IX genügt, [1] so sehen wir: es gibt ein n_0, so daß:

$$(1) \qquad \int_a^b f(\xi)\,\psi(\xi, x, n, \varepsilon)\,d\xi < \eta \quad \text{für } n \geqq n_0 \text{ und alle } x \text{ von } < a', b' >.$$

Nun kann geschrieben werden:

$$I_n(f, x) = f(x)\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \varphi(\xi, x, n)\,d\xi + \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (f(\xi)-f(x))\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi + \int_a^b f(\xi)\,\psi(\xi, x, n, \varepsilon)\,d\xi.$$

Weil $f(x)$ in $< a', b' >$, zufolge der Stetigkeit, geschränkt ist, kann, nach Bedingung 4. n_0 auch so groß gewählt werden, daß:

$$f(x)\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \varphi(\xi, x, n)\,d\xi - f(x) < \eta \quad \text{für } n \geqq n_0 \text{ und alle } x \text{ von } < a', b' >.$$

Wegen Bedingung 3. und unserer Wahl von ε haben wir weiter:

$$\left|\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (f(\xi)-f(x))\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi\right| < \eta \cdot N \quad \text{für alle } n \text{ und alle } x \text{ von } < a', b' >,$$

und die beiden letzten Ungleichungen, zusammen mit (1) ergeben sofort:

$$|I_n(f, x)-f(x)| < (2+N)\cdot\eta \quad \text{für alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } x \text{ von } < a', b' >.$$

Da η beliebig war, ist damit Satz X bewiesen.

XI. Für den Kern $\varphi(\xi, x, n)$ seien die nachstehenden Bedingungen erfüllt:

1. und 2. Der dem Kerne $\varphi(\xi, x, n)$ zugeordnete Kern $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ genügt den Bedingungen 1. und 2. von Satz X.

3. Zu jedem (hinlänglich kleinen) $\varepsilon > 0$ gehört ein N, so daß:

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} |(\xi-x)^m\,\varphi(\xi, x, n)|\,d\xi < N \quad \text{für alle } n \text{ und alle } x \text{ von } < a', b' >.$$

4. Für jedes (hinlänglich kleine) $\varepsilon > 0$ gelten die Beziehungen:

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (\xi-x)^i\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = 0; \quad (i = 0, 1, \ldots, m-1)$$

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (\xi-x)^m\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = m!$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$.

Dann gilt für jede der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörige Funktion f, die im Teilintervall $< a', b' >$ von (a, b) m-mal stetig differenzierbar [2] ist, die Beziehung:

$$f^{(m)}(x) = \lim_{n=\infty} \int_a^b f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$.

---

[1] Dabei ist unter α die Veränderliche x, unter $\mathfrak{A}$ das Intervall $< a', b' >$ zu verstehen.

[2] Die Funktion f heißt m-mal stetig differenzierbar in $< \alpha, \beta >$, wenn in jedem Punkte x von $< \alpha, \beta >$ die m-te Ableitung $f^{(m)}(x)$ existiert, und $f^{(m)}(x)$ in jedem Punkte von (α, β) stetig, in α rechtsseitig, in β linksseitig stetig ist.

Wir setzen zum Beweise,[1] wenn x ein Wert von $< a', b' >$ ist:

$$R_m(\xi, x) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \frac{(\xi - x)^i}{i!} f^{(m)}(x)$$

und:

$$\omega(\xi, x) = \frac{f(\xi) - R_m(\xi, x)}{(\xi - x)^m} \quad (\xi \neq x).$$

Wir behaupten: ist $\eta > 0$ beliebig gegeben, so gibt es ein $\varepsilon > 0$, so daß:

(2) $$|\omega(\xi, x)| < \eta \quad \text{für alle } x \text{ von } < a', b' > \text{ und alle } \xi \text{ von } < x - \varepsilon, x + \varepsilon >.$$

Liegt nicht nur x, sondern auch ξ in $< a', b' >$, so haben wir:

$$\omega(\xi, x) = \frac{1}{m!} \{ f^{(m)}(x + \vartheta(\xi - x)) - f^{(m)}(x) \} \quad (0 < \vartheta < 1).$$

Weil aber $f^{(m)}(\xi)$ als in $< a', b' >$ stetig vorausgesetzt wurde, gibt es ein $\varepsilon_1 > 0$, so daß:

$$|f^{(m)}(x') - f^{(m)}(x)| < \eta$$

für alle x und x' von $< a', b' >$, für die $|x - x'| \leqq \varepsilon_1$. Wir haben also bereits:

$$|\omega(\xi, x)| < \eta$$

für alle x von $< a', b' >$ und alle gleichfalls zu $< a', b' >$ gehörigen ξ von $< x - \varepsilon_1, x + \varepsilon_1 >$.

Da $f(\xi)$ in a' und in b' eine m-te Ableitung hat, so gibt es ein $\varepsilon_2 > 0$, so daß:

(3) $$|\omega(\xi, a')| < \frac{\eta}{2} \text{ für alle } \xi \text{ von } < a' - \varepsilon_2, a' + \varepsilon_2 >,$$

(3′) $$|\omega(\xi, b')| < \frac{\eta}{2} \text{ für alle } \xi \text{ von } < b' - \varepsilon_2, b' + \varepsilon_2 >.$$

Wir zeigen weiter, daß es ein $\varepsilon_3 > 0$ gibt, so daß:

(3a) $$|R_m(\xi, x) - R_m(\xi, a')| < \frac{\eta}{2}(x - \xi)^m$$

für alle ξ von $< a' - \varepsilon_3, a' >$ und alle x von $< a', a' + \varepsilon_3 >$; und ebenso:

(3′a) $$|R_m(\xi, x) - R_m(\xi, b')| < \frac{\eta}{2}(\xi - x)^m$$

für alle ξ von $< b', b' + \varepsilon_3 >$ und alle x von $< b' - \varepsilon_3, b' >$.

Sei in der Tat $g(\xi)$ die Funktion, die in $< a', b' >$ übereinstimmt mit $f(\xi)$, in $< a, a' >$ mit $R_m(\xi, a')$, und in $< b', b >$ mit $R_m(\xi, b')$. Dann ist $g(\xi)$ in ganz $< a, b >$ m-mal stetig differenzierbar, so daß wir nun für jedes x von $< a', b' >$ und jedes ξ von $< a, b >$ haben:

$$g(\xi) - R_m(\xi, x) = \frac{(\xi - x)^m}{m!} (g^{(m)}(x + \vartheta(\xi - x)) - g^{(m)}(x)) \quad (0 < \vartheta < 1).$$

Weil $g^{(m)}$ in ganz $< a, b >$ stetig ist, gibt es ein $\varepsilon_4 > 0$, so daß:

$$|g^{(m)}(x') - g^{(m)}(x)| < \frac{\eta}{4}$$

---

[1] Der Beweis wird viel einfacher, wenn man sich darauf beschränkt zu beweisen, daß die Konvergenz von $I_n(f, x)$ gegen $f^{(m)}(x)$ gleichmäßig ist in jedem Teilintervalle $< a'', b'' >$ von (a', b').

für alle x und x' von $< a, b >$, für die $|x-x'| \leqq \varepsilon_4$ ist. – Wir setzen $\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_4}{2}$. Liegt dann x in $< a', a'+\varepsilon_3 >$ und ξ in $< a'-\varepsilon_3, a' >$, so haben wir:

$$|R_m(\xi, a') - g(\xi)| < \frac{\eta}{4}(a'-\xi)^m,$$

$$|R_m(\xi, x) - g(\xi)| < \frac{\eta}{4}(x-\xi)^m,$$

woraus sich ergibt:

$$|R_m(\xi, x) - R_m(\xi, a')| < \frac{\eta}{2}(x-\xi)^m.$$

Damit ist (3 a) bewiesen, und ebenso beweist man (3′ a).

Liegt nun wieder x in $< a', a'+\varepsilon_3 >$ und ξ sowohl in $< a'-\varepsilon_2, a' >$ als in $< a'-\varepsilon_3, a' >$, so gelten (3) und (3 a) gleichzeitig und wir haben, wenn ϑ eine Zahl zwischen -1 und 1 bezeichnet:

$$\omega(\xi, x) = \frac{f(\xi) - R_m(\xi, x)}{(\xi-x)^m} = \frac{f(\xi) - R_m(\xi, a') - \vartheta \cdot \frac{\eta}{2}(x-\xi)^m}{(\xi-x)^m} = \omega(\xi, a') \cdot \frac{(\xi-a')^m}{(\xi-x)^m} \pm \vartheta \cdot \frac{\eta}{2}$$

und somit, wegen (3):

$$|\omega(\xi, x)| < \eta.$$

Ebenso beweist man die Gültigkeit dieser Ungleichung, wenn x in $< b'-\varepsilon_3, b' >$ und ξ sowohl in $< b', b'+\varepsilon_2 >$ als in $< b', b'+\varepsilon_3 >$ liegt.

Diese Ungleichung ist also jetzt bewiesen:

1. Wenn x in $< a', b' >$ und ξ sowohl in $< a', b' >$ als auch in $< x-\varepsilon_1, x+\varepsilon_1 >$; 2. wenn x in $< a', a'+\varepsilon_3 >$ und ξ sowohl in $< a'-\varepsilon_2, a' >$ als in $< a'-\varepsilon_3, a' >$; 3. wenn x in $< b'-\varepsilon_3, b' >$ und ξ sowohl in $< b', b'+\varepsilon_2 >$ als in $< b', b'+\varepsilon_3 >$ liegt. Versteht man also unter ε die kleinste der drei Zahlen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, so gilt die Ungleichung für alle x von $< a, b >$ und alle ξ von $< x-\varepsilon, x+\varepsilon >$: das aber war die Behauptung (2).

Wir bilden nun mit diesem ε den Kern $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ und sehen wieder durch Berufung auf Satz IX: es gibt einen Index n_0, so daß:

$$(4) \qquad \left| \int_a^b f(\xi)\, \psi(\xi, x, n, \varepsilon)\, d\xi \right| < \eta \quad \text{für alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } x \text{ von } < a'\ b' >.$$

Für jedes x von $< a', b' >$ und jedes ξ von $< a'-\varepsilon, b'+\varepsilon >$ gilt die Entwicklung:

$$f(\xi) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \frac{(\xi-x)^i}{i!} f^{(i)}(x) + (\xi-x)^m \omega(\xi, x).$$

Wir haben also:

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = f(x) \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi$$

$$(5) \qquad + \sum_{i=1}^{m} \frac{f^{(i)}(x)}{i!} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (\xi-x)^i \varphi(\xi, x, n)\, d\xi + \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \omega(\xi, x)(\xi-x)^m \varphi(\xi, x, n)\, d\xi.$$

Wegen Bedingung 4. kann n_0 so groß gewählt werden, daß:

$$(6) \qquad \left| \left\{ f(x) \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi + \sum_{i=1}^{m} \frac{f^{(i)}(x)}{i!} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (\xi-x)^i \varphi(\xi, x, n)\, d\xi \right\} - f^{(m)}(x) \right| < \eta$$

für $n \geqq n_0$ und alle x von $< a', b' >$.

Wegen (2) und Bedingung 3. haben wir:

$$\left|\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \omega\,(\xi, x)\,(\xi-x)^m\,\varphi\,(\xi, x, n)\,d\xi\right| < \eta \cdot N \tag{7}$$

für alle n und alle x von $<a', b'>$.

Wir haben also aus (5), (6) und (7):

$$\left|\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f\,(\xi)\,\varphi\,(\xi, x, n)\,d\xi - f^{(m)}(x)\right| < \eta\,(1+N) \tag{8}$$

für alle $n \geqq n_0$ und alle x von $<a', b'>$.

Beachten wir endlich noch, daß:

$$\int_a^b f\,(\xi)\,\psi\,(\xi, x, n, \varepsilon)\,d\xi = \int_a^{x-\varepsilon} f(\xi)\,\varphi\,(\xi, x, n)\,d\xi + \int_{x+\varepsilon}^b f\,(\xi)\,\varphi\,(\xi, x, n)\,d\xi,$$

so sehen wir, daß aus (4) und (8) folgt:

$$|I_n\,(f, x) - f^{(m)}(x)| < \eta\,(2+N)$$

für alle $n \geqq n_0$ und alle x von $<a', b'>$. Da aber η beliebig war, so ist damit Satz XI bewiesen.

Die Übertragung der Sätze X und XI auf unendliche Intervalle bietet keine Schwierigkeit. Zunächst tritt an Stelle von Satz IX folgender Satz:

IX *a*. »Damit für jede Funktion f von $\mathfrak{F}_i$ die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f\,(\xi)\,\varphi\,(\xi, \alpha, n)\,d\xi = 0$$

gleichmäßig für alle α von $\mathfrak{A}$ gelte, ist notwendig und hinreichend, daß φ folgenden Bedingungen genügt:

1 *a*. Für jedes einzelne α von $\mathfrak{A}$ genügt φ der Bedingung 1. desjenigen der Sätze I *a* bis IV *a*, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht.

1 *b*. Für die Klasse $\mathfrak{F}_1$: Es gibt einen Index n_0 und eine Konstante M, so daß, abgesehen von Nullmengen:

$$|\varphi\,(\xi, \alpha, n)| < M \quad \text{für alle } \xi, \text{ alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } \alpha \text{ von } \mathfrak{A}.$$

Für die Klasse $\mathfrak{F}_2$: Es gibt einen Index n_0 und eine Konstante M, so daß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi\,(\xi, \alpha, n))^2\,d\xi < M \quad \text{für alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } \alpha \text{ von } \mathfrak{A}.$$

Für die Klasse $\mathfrak{F}_3$: Zu jedem $\mu > 0$ gehört ein $\lambda > 0$ und ein Index n_0, so daß für jede Menge I sich nicht überdeckender Intervalle, deren Gesamtlänge $< \lambda$ ist, für alle $n \geqq n_0$ und alle α von $\mathfrak{A}$:

$$\int_I |\varphi\,(\xi, \alpha, n)|\,d\xi < \mu;$$

und zu jedem $\mu > 0$ gehört ein A und ein Index n_0, so daß:

$$\int_{-\infty}^{-A} |\varphi\,(\xi, \alpha, n)|\,d\xi < \mu; \quad \int_A^{+\infty} |\varphi\,(\xi, \alpha, n)|\,d\xi < \mu \quad \text{für alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } \alpha \text{ von } \mathfrak{A}.$$

Für die Klasse $\mathfrak{F}_4$: Es gibt einen Index n_0 und eine Konstante M, so daß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi\,(\xi, \alpha, n)|\,d\xi < M \quad \text{für alle } n \geqq n_0 \text{ und alle } \alpha \text{ von } \mathfrak{A}.$$

2. Für jedes endliche Intervall $< \alpha, \beta >$ gilt die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \varphi(\xi, \alpha, n)\, d\xi = 0$$

gleichmäßig für alle α von $\mathfrak{A}$. Im Falle der Klasse $\mathfrak{F}_4$ gilt dies auch für die Beziehungen:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{0} \varphi(\xi, \alpha, n)\, d\xi = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_{0}^{+\infty} \varphi(\xi, \alpha, n)\, d\xi = 0.\text{«}$$

Unter Berufung auf diesen Satz IX *a* erkennt man dann sofort die Richtigkeit der beiden Sätze:

X *a*. »Für den Kern $\varphi(\xi, x, n)$ seien die nachstehenden Bedingungen erfüllt:

1. und 2. Für jedes $\varepsilon > 0$ genügt der dem Kerne $\varphi(\xi, x, n)$ zugeordnete Kern $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ den Bedingungen 1 *a*, 1 *b* und 2. von Satz IX *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_i$, wenn unter α die Veränderliche x, unter $\mathfrak{A}$ das Intervall $< a', b' >$ verstanden wird.

3. und 4. Es ist Bedingung 3. und 4. von Satz X erfüllt.

Dann gilt für jede der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörige Funktion f, die in jedem Punkte von $< a', b' >$ stetig ist, die Beziehung:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$.«

XI *a*. »Genügt der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ den Bedingungen 1. und 2. von Satz X *a* und den Bedingungen 3. und 4. von Satz XI, so gilt für jede der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörige Funktion f, die in $< a', b' >$ m-mal stetig differenzierbar ist, die Beziehung:

$$f^{(m)}(x) = \lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$.«

§ 6. Darstellung von $f(x)$ in gewissen Unstetigkeitspunkten.

Ein einfaches Korollar von Satz VII ist folgende, von H. Lebesgue direkt bewiesene Tatsache,[1] die, unter spezielleren Voraussetzungen über den Kern $\varphi(\xi, x, n)$, eine wesentliche Verschärfung von Satz VI enthält: Sei x ein fest gegebener Punkt von (a, b); dann gilt der Satz:

XII. Der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ sei (als Funktion von ξ betrachtet) absolut stetig in einer Umgebung $< x-h, x+h >$ des Punktes x von (a, b), in der außerdem für jedes $\xi \neq x$ die Beziehung gelte:

(1) $$\lim_{n=\infty} \varphi(\xi, x, n) = 0.$$

Ferner genüge der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ noch folgenden Bedingungen:

1. und 2. Es genügt $\varphi(\xi, x, n)$ den Bedingungen 1. und 2. von Satz VI.

3. Zu jedem hinlänglich kleinen $h > 0$ gibt es ein N, so daß:

$$\int_{x-h}^{x+h} \left| (\xi - x) \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(\xi, x, n) \right| d\xi < N \quad \text{für alle } n.$$

4. Es ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{a}^{b} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1.$$

[1] A. a. O. p. 80.

Dann gilt für jede der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörige Funktion f, die im Punkte x die erste Ableitung ihres unbestimmten Integrales ist, die Gleichung:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} I_n(f, x). \tag{2}$$

Wir schicken die Bemerkung voraus, daß die in Bedingung 3. auftretende Ableitung $\frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(\xi, x, n)$ in einer Umgebung $< x-h, x+h >$ von x überall, abgesehen von einer Nullmenge, als endliche Zahl existiert: dies folgt, nach einem bekannten Satze, daraus, daß f in einer solchen Umgebung als absolut stetig vorausgesetzt wurde.

Die Bedeutung des zu beweisenden Satzes liegt darin, daß, wenn seine Bedingungen in allen Punkten x von (a, b) erfüllt sind, die Gleichung $f(x) = \lim_{n=\infty} I_n(f, x)$ für jede Funktion f von $\mathfrak{F}_i$ überall in (a, b) gilt, abgesehen von einer Nullmenge, denn es ist jede Funktion von $\mathfrak{F}_i$ überall, abgesehen von einer Nullmenge, Ableitung ihres unbestimmten Integrales.

Um nun Satz XII aus Satz VII herzuleiten, setzen wir:

$$F_1(\xi) = \int_a^{\xi} f(t)\, dt.$$

Wir wählen ein $k\ (> 0)$ so klein, daß in $< x-k, x+k >$ die über φ gemachten Voraussetzungen gelten und insbesondere auch Bedingung 3. angewendet werden kann.

Durch partielle Integration, die wegen der absoluten Stetigkeit von φ angewendet werden darf, erhalten wir:

$$\int_{x-k}^{x+k} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = F_1(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\Big]_{x-k}^{x+k} - \int_{x-k}^{x+k} F_1(\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi.$$

Nun ist, wegen Bedingung 1. und 2.:

$$\lim_{n=\infty} \left\{ I_n(f, x) - \int_{x-k}^{x+k} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi \right\} = 0.$$

Ferner ist, wegen (1):

$$\lim_{n=\infty} F_1(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\Big]_{x-k}^{x+k} = 0.$$

Es wird also, um (2) nachzuweisen, genügen zu zeigen, daß:

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-k}^{x+k} F_1(\xi) \left\{ -\frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(\xi, x, n) \right\} d\xi = f(x) \tag{2a}$$

ist. Da wir voraussetzen, daß im Punkte x die Funktion f Ableitung ihres unbestimmten Integrales sei, das heißt, daß:

$$f(x) = F_1'(x)$$

sei, da weiter $F_1(\xi)$ stetig ist und mithin zur Klasse $\mathfrak{F}_4$ gehört, so wird $(2a)$ bewiesen sein, wenn wir zeigen, daß der Kern:

$$\Phi(\xi, x, n) = -\frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(\xi, x, n)$$

im Intervalle $< x-k, x+k >$ allen Voraussetzungen von Satz VII für die Klasse $\mathfrak{F}_4$ und für $m = 1$ genügt.

Bedingung 2. von VII ist erfüllt wegen:

$$\int_\alpha^\beta \frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = \varphi(\xi, x, n)\Big]_\alpha^\beta \tag{3}$$

und wegen (1). — Bedingung 3. von VII (für das Intervall $<x-k, x+k>$) ist identisch mit unserer Bedingung 3. — Um nachzuweisen, daß Bedingung 1. von VII erfüllt ist, sei $<\alpha, \beta>$ ein beliebiges, den Punkt x nicht enthaltendes Teilintervall von $<x-k, x+k>$. Es liege etwa in $(x, x+k)$. Wir haben zu zeigen, daß es ein M gibt, so daß:

$$\int_\alpha^\beta \left|\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\right| d\xi < M \quad \text{für alle } n. \tag{4}$$

Schreiben wir:

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n) = \frac{1}{\xi - x}\cdot\left\{(\xi - x)\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\right\},$$

so haben wir:

$$\int_\alpha^\beta \left|\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\right| d\xi \leqq \frac{1}{\alpha - x}\int_\alpha^\beta \left|(\xi - x)\cdot\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\right| d\xi,$$

und somit nach Bedingung 3.

$$\int_\alpha^\beta \left|\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\right| d\xi < \frac{N}{\alpha - x},$$

womit (4) erwiesen ist.

Was endlich Bedingung 4. von Satz VII anlangt, so sind die beiden Gleichungen zu beweisen:

$$\lim_{n=\infty}\int_{x-k}^{x+k} \frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = 0,$$

$$\lim_{n=\infty}\int_{x-k}^{x+k} (\xi - x)\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = -1.$$

Die erste folgt wegen (1) unmittelbar aus (3), angewendet auf $<x-k, x+k>$; die zweite folgt vermöge:

$$\int_{x-k}^{x+k} \varphi(\xi, x, n)\,d\xi = (\xi - x)\,\varphi(\xi, x, n)\Big]_{x-k}^{x+k} - \int_{x-k}^{x+k} (\xi - x)\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi$$

unter Berücksichtigung von (1) unmittelbar aus unseren Bedingungen 2. und 4.

Damit ist Satz XII nachgewiesen. Es sei, ohne Beweis, noch Folgendes bemerkt: Hält man an den Voraussetzungen von Satz XII, mit Ausnahme von Bedingung 3., fest, so ist, damit (2) für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_1$ gelte, die im Punkte x Ableitungen ihres unbestimmten Integrales sind, notwendig, daß die Bedingung erfüllt sei:

3 *a*. Zu jedem hinlänglich kleinen $h > 0$ gibt es ein N, so daß

$$\int_\alpha^\beta \left|(\xi - x)\frac{\partial}{\partial \xi}\,\varphi(\xi, x, n)\right| d\xi < N$$

für alle n und alle Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $<x-h, x+h>$.

Satz XII läßt sich sofort noch etwas verallgemeinern:

XIII. Gelten alle Voraussetzungen und Bedingungen von Satz XII und ist noch für alle hinlänglich kleinen $|t|$ die Beziehung

$$\varphi(x+t, x, n) = \varphi(x-t, x, n) \tag{5}$$

erfüllt, so gilt (2) für jede Funktion f, die im Punkte x verallgemeinerte erste Ableitung ihres unbestimmten Integrales ist.

In der Tat, aus (5) folgt:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(x+t, x, n) = -\frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(x-t, x, n),$$

so daß statt Satz VII Satz VIII verwendet werden kann.

Die Bedingung, daß f verallgemeinerte erste Ableitung seines unbestimmten Integrales sei, kann noch etwas umgeformt werden. Es ist nämlich nach § 4 die verallgemeinerte erste Ableitung von $F(\xi)$ im Punkte x nichts anderes als die erste Ableitung nach t für $t = 0$ von

$$\frac{F(x+t)-F(x-t)}{2}.$$

Ist $F_1(\xi)$ unbestimmtes Integral von $f(\xi)$, so wird:

$$F_1(x+t)-F_1(x-t) = \int_{-t}^{t} f(x+u)\, du = \int_0^t (f(x+u)+f(x-u))\, du.$$

Es wird also $f(\xi)$ im Punkte x verallgemeinerte erste Ableitung seines unbestimmten Integrales sein, wenn:

$$\lim_{t=0} \frac{1}{2t} \int_{-t}^{t} f(x+u)\, du = f(x)$$

ist, oder, noch anders formuliert, wenn:

$$\lim_{t=0} \frac{1}{t} \int_0^t (f(x+t)+f(x-t)-2f(x))\, dt = 0$$

ist. In dieser letzteren Form findet sich die Bedingung bei H. Lebesgue.

§ 7. Darstellung von $f(x)$ in allgemeineren Unstetigkeitspunkten.

Die Sätze XII und XIII sind die einfachsten in einer Kette analoger, immer schärferer Sätze, die nun ausgesprochen und bewiesen werden sollen:

XIV. Der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ besitze in einer Umgebung $< x-h, x+h >$ des Punktes x von (a, b) eine absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung[1] $\frac{\partial^{m-1}}{\partial \xi^{m-1}} \varphi(\xi, x, n)$, und es gelten in dieser Umgebung für $\xi \neq x$ die Beziehungen:

$$(1) \qquad \lim_{n=\infty} \varphi(\xi, x, n) = 0, \quad \lim_{n=\infty} \frac{\partial^i}{\partial \xi^i} \varphi(\xi, x, n) = 0 \qquad (i = 1, 2 \ldots, m-1).$$

Ferner genüge der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ noch folgenden Bedingungen:

1. und 2. Es genügt $\varphi(\xi, x, n)$ den Bedingungen 1. und 2. von Satz VI.

3. Zu jedem hinlänglich kleinen $h > 0$ gibt es ein N, so daß:

$$\int_{x-h}^{x+h} \left| (\xi - x)^m \frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \varphi(\xi, x, n) \right| d\xi < N \quad \text{für alle } n.$$

4. Es ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1.$$

---

[1] Daraus folgt, daß $\frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \varphi(\xi, x, n)$ in $< x-h, x+h >$ überall, abgesehen von einer Nullmenge, als endliche Zahl existiert.

Dann gilt für jede der Klasse $\mathfrak{F}_i$ angehörige Funktion f, die im Punkte x m-te Ableitung ihres m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist, die Gleichung:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} I_n(f, x). \tag{2}$$

Dabei ist unter dem m-fach iterierten unbestimmten Integrale von f die Funktion F_m verstanden, die definiert ist durch:

$$F_1(\xi) = \int_a^\xi f(t)\,dt; \quad F_{i+1}(\xi) = \int_a^\xi F_i(t)\,dt.$$

Zum Beweise von Satz XIV wählen wir nun ein k (> 0) so klein, daß in der Umgebung $< x-k,\ x+k >$ von x alle über $\varphi(\xi, x, n)$ gemachten Voraussetzungen gelten, insbesondere auch Bedingung 3. angewendet werden kann.

Durch m-malige partielle Integration (was wegen der absoluten Stetigkeit von $\frac{\partial^{m-1}\varphi}{\partial\xi^{m-1}}$ und der daraus folgenden absoluten Stetigkeit von $\frac{\partial^i\varphi}{\partial\xi^i}$ $(i < m-1)$ und von φ zulässig ist) erhalten wir:

$$\int_{x-k}^{x+k} f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = F_1(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\Big]_{x-k}^{x+k} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{m-1} (-1)^i F_{i+1}(\xi)\,\frac{\partial^i}{\partial\xi^i}\,\varphi(\xi, x, n)\Big]_{x-k}^{x+k} + (-1)^m \int_{x-k}^{x+k} F_m(\xi)\,\frac{\partial^m}{\partial\xi^m}\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi.$$

Wegen (1) verschwinden beim Grenzübergange die rechts außerhalb des Integralzeichens stehenden Glieder. Wegen der Bedingungen 1. und 2. haben wir:

$$\lim_{n=\infty}\left\{\int_a^b f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi - \int_{x-k}^{x+k} f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi\right\} = 0.$$

Es wird also, um (2) nachzuweisen, genügen zu zeigen, daß:

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-k}^{x+k} F_m(\xi)\left\{(-1)^m \frac{\partial^m}{\partial\xi^m}\,\varphi(\xi, x, n)\right\} d\xi = f(x) \tag{2a}$$

ist. Da wir voraussetzen, daß im Punkte x die Funktion f die m-te Ableitung von F_m sei, da weiter F_m zur Klasse $\mathfrak{F}_4$ gehört, so wird (2 a) bewiesen sein, wenn wir zeigen, daß der Kern $(-1)^m \frac{\partial^m}{\partial\xi^m}\,\varphi(\xi, x, n)$ im Intervalle $< x-k,\ x+k >$ allen Voraussetzungen von Satz VII für die Klasse $\mathfrak{F}_4$ genügt.

Für Bedingung 2. von VII folgt dies wieder unmittelbar aus (1) und der Relation:

$$\int_\alpha^\beta \frac{\partial^m}{\partial\xi^m}\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = \frac{\partial^{m-1}}{\partial\xi^{m-1}}\,\varphi(\xi, x, n)\Big]_\alpha^\beta.$$

Bedingung 3. von VII (für das Intervall $< x-k,\ x+k >$) ist identisch mit unserer Bedingung 3. Für Bedingung 1. von VII wird es ganz analog wie in § 6 aus unserer Bedingung 3. hergeleitet. Was endlich Bedingung 4. von VII anlangt, so sind die Gleichungen zu beweisen:

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-k}^{x+k} (\xi - x)^i \frac{\partial^m}{\partial\xi^m}\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = 0 \qquad (i = 0, 1, \ldots, m-1),$$

$$\lim_{n=\infty} \int_{x-k}^{x+k} (\xi - x)^m \frac{\partial^m}{\partial\xi^m}\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi = (-1)^m m!$$

Sie folgen vermöge der Gleichungen (1) und unserer Bedingungen 2. und 4. aus der für $i < m$ gültigen Formel: [1]

$$\int_{x-k}^{x+k} (\xi - x)^i \frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = \sum_{r=0}^{i} (-1)^r\, i\,(i-1)\ldots(i-r+1)\,(\xi-x)^{i-r} \frac{\partial^{m-r-1}}{\partial \xi^{m-r-1}} \varphi(\xi, x, n) \Bigg]_{x-k}^{x+k}$$

und der Formel:

$$\int_{x-k}^{x+k} (\xi - x)^m \frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = \sum_{r=0}^{m-1} (-1)^r\, m\,(m-1)\ldots(m-r+1)\,(\xi-x)^{m-r} \frac{\partial^{m-r-1}}{\partial \xi^{m-r-1}} \varphi(\xi, x, n) \Bigg]_{x-k}^{x+k} +$$

$$+ (-1)^m \cdot m! \int_{x-k}^{x+k} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi.$$

Unser Satz ist damit bewiesen.

Auch hier können wir ihn sofort noch etwas verallgemeinern:

XV. Gilt, außer den Voraussetzungen und Bedingungen von Satz XIV noch für alle hinlänglich kleinen $|t|$ die Beziehung:

$$\varphi(x+t, x, n) = \varphi(x-t, x, n), \tag{3}$$

so gilt (2) für jede Funktion f, die im Punkte x verallgemeinerte m-te Ableitung ihres m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist.

In der Tat haben wir aus (3):

$$\frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \varphi(x+t, x, n) = (-1)^m \frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \varphi(x-t, x, n),$$

so daß Satz VIII angewendet werden kann.

Auch Satz XIV und XV können ohneweiters auf unendliche Intervalle ausgedehnt werden:

XIV a und XV a: »Man erhält aus den Sätzen XIV und XV Sätze für das Intervall $(-\infty, +\infty)$, indem man in den Bedingungen 1. und 2. statt »Satz VI« setzt »Satz VI a« und in Bedingung 4. die Integrationsgrenzen a und b ersetzt durch $x-h$ und $x+h$ $(h > 0)$.«

§ 8. Differenziation singulärer Integrale.

Die Sätze VII und VIII gestatten es auch, Theoreme über die Differenziation von Darstellungen gegebener Funktionen durch singuläre Integrale herzuleiten.

Nehmen wir an, es genüge $\varphi(\xi, x, n)$ für alle x von (a, b) den Bedingungen von Satz VI. Insbesondere ist dann für jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$, das den Punkt x nicht enthält:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0, \tag{1}$$

während für das Intervall $< a, b >$ gilt:

$$\lim_{n=\infty} \int_{a}^{b} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1. \tag{2}$$

Ist $f(x)$ stetig in allen Punkten von (a, b), so haben wir in ganz (a, b):

$$f(x) = \lim_{n=\infty} \int_{a}^{b} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi. \tag{3}$$

---

[1] Es ist in dieser Formel $\frac{\partial^0 \varphi}{\partial \xi^0}$ durch φ zu ersetzen und $i\,(i-1)\ldots(i-r+1)$ für $r = 0$ zu ersetzen durch 1.

Differenzieren wir Formel (1), die nichts anderes ist als Formel (3) für diejenige Funktion f, die $= 1$ ist in $< \alpha, \beta >$ und $= 0$ außerhalb $< \alpha, \beta >$, m-mal nach x und nehmen an, was natürlich durchaus nicht immer der Fall ist, es könne die Differenziation unter dem Limes- und Integralzeichen ausgeführt werden, so erhalten wir:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\partial^m}{\partial x^m} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0,$$

das heißt es genügt der Kern $\frac{\partial^m}{\partial x^m} \varphi(\xi, x, n)$ der Bedingung 2. von Satz VII.

Schreiben wir neben Formel (2), die nichts anderes ist als (3) für $f = 1$, noch die aus (3) für $f = \xi^i$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ entstehenden Formeln auf:

$$\lim_{n=\infty} \int_{a}^{b} \xi^i \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = x^i \qquad (i = 1, 2, \ldots, m). \tag{4}$$

Differenzieren wir die Formeln (2) und (4) m-mal nach x und nehmen wir wieder an, es könne die Differenziation unter dem Limes- und Integralzeichen ausgeführt werden, so erhalten wir:

$$\lim_{n=\infty} \int_{a}^{b} \xi^i \frac{\partial^m}{\partial x^m} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0 \qquad (i = 0, 1, \ldots, m-1),$$

$$\lim_{n=\infty} \int_{a}^{b} \xi^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = m!$$

Hieraus folgt unmittelbar, daß der Kern $\frac{\partial^m}{\partial x^m} \varphi(\xi, x, n)$ der Bedingung 4. von Satz VII genügt. Nehmen wir also an, er genüge auch noch den Bedingungen 1. und 3. von Satz VII, welch letztere wir nun aufschreiben als Bedingung:

3 *a*. Es gibt ein N, so daß:

$$\int_{a}^{b} \left| (\xi - x)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} \varphi(\xi, x, n) \right| d\xi < N \quad \text{für alle } n,$$

so kann Satz VII angewendet werden, und wir haben das Resultat:

Genügt sowohl der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ als auch der Kern $\frac{\partial^m}{\partial x^m} \varphi(\xi, x, n)$ der Bedingung 1. von Satz VI, genügt der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ ferner den Bedingungen 2., 3. und 4. von Satz VI und unserer Bedingung 3 *a*, und darf Formel (3) für $f = \xi^i$ $(i = 0, 1, \ldots, m)$ sowie für die Funktionen f, die in einem den Punkt x nicht enthaltenden Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ den Wert 1, sonst den Wert 0 haben, m-mal unter dem Limes- und Integralzeichen nach x differenziert werden, so gilt dies für jedes f von $\mathfrak{F}_b$, das im Punkte x eine m-te Ableitung besitzt.

Ein befriedigenderes Resultat erhalten wir, wenn wir uns auf den (von H. Lebesgue ausschließlich betrachteten) Fall beschränken, daß der Kern die Form hat: $\varphi(\xi - x, n)$. Wir können dann den Satz aussprechen:

XVI. Sei $\varphi(u, n)$ eine im Intervalle $(-l, l)$ gegebene Funktion, die eine in jedem Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $(-l, l)$ absolut stetige Ableitung $(m-1)$-ter Ordnung[1] besitzt.[2]

Ferner sei für jedes $u \neq 0$ von $(-l, l)$:

$$\lim_{n=\infty} \varphi(u, n) = 0; \quad \lim_{n=\infty} \varphi^{(i)}(u, n) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m-1). \tag{5}$$

[1] Es ist (im Falle $m = 1$) unter der Ableitung 0-ter Ordnung hier wie im Folgenden die Funktion $\varphi(u, n)$ selbst zu verstehen.

[2] Daraus folgt, daß in $(-l, l)$ auch die m-te Ableitung $\varphi^{(m)}(u)$ überall, abgesehen von einer Nullmenge, als endliche Zahl existiert.

Damit für jede im Intervalle $< a, a+l >$ zur Klasse $\mathfrak{F}_i$ gehörige Funktion, die im beliebigen Punkte x von $(a, a+l)$ endliche Ableitungen der m ersten Ordnungen besitzt, die Formeln gelten:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} \int_a^{a+l} f(\xi)\, \varphi(\xi - x, n)\, d\xi, \tag{6}$$

$$f^{(i)}(x) = \lim_{n=\infty} (-1)^i \int_a^{a+l} f(\xi)\, \varphi^{(i)}(\xi - x, n)\, d\xi \qquad (i = 1, 2, \ldots, m), \tag{7}$$

ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(u, n)$ folgenden Bedingungen genügt:

1. In jedem Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $(-l, l)$, das den Punkt 0 nicht enthält, genügt $\varphi^{(m)}(u, n)$ der Bedingung 1. desjenigen der Sätze I bis IV, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht.[1]

2. Für jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $(-l, l)$, das den Punkt 0 nicht enthält, ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi(u, n)\, du = 0.$$

3. Es gibt ein N und ein $h > 0$, so daß:

$$\int_{-h}^{h} |u^m \varphi^{(m)}(u, n)|\, du < N \quad \text{für alle } n. \tag{8}$$

4. Es gibt ein $h > 0$, für das:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-h}^{h} \varphi(u, n)\, du = 1. \tag{9}$$

Die Bedingungen sind hinreichend. Bemerken wir zunächst, daß man durch partielle Integration erhält:[2]

$$\int_0^h |u^{m-1} \varphi^{(m-1)}(u, n)|\, du = \frac{u^m}{m} |\varphi^{(m-1)}(u, n)| \Big]_0^h - \frac{1}{m} \int_0^h u^m \cdot \operatorname{sgn} \varphi^{(m-1)}(u, n)\, \varphi^{(m)}(u, n)\, du.$$

Es gibt also, wegen (8) und (5), ein M, so daß:

$$\int_0^h |u^{m-1} \varphi^{(m-1)}(u, n)|\, du < M \quad \text{für alle } n.$$

Ebenso sieht man, daß es ein M gibt, so daß:

$$\int_{-h}^0 |u^{m-1} \varphi^{(m-1)}(u, n)|\, du < M \quad \text{für alle } n.$$

Wir sehen also schließlich, daß aus (8) folgt: es kann N so groß angenommen werden, daß:

$$\int_{-h}^{h} |u^{m-1} \varphi^{(m-1)}(u, n)|\, du < N \quad \text{für alle } n. \tag{10}$$

Ebenso wie (10) aus (8) hergeleitet wurde, kann aus (10) hergeleitet werden: es kann N auch so groß angenommen werden, daß:

$$\int_{-h}^{h} |u^{m-2} \varphi^{(m-2)}(u, n)|\, du < N \quad \text{für alle } n,$$

---

[1] Daraus folgt, daß dasselbe auch für $\varphi(u, n)$ und $\varphi^{(i)}(u, n)$ $(i = 1, 2, \ldots, m-1)$ gilt.

[2] In der folgenden Gleichung bedeutet $\operatorname{sgn} \varphi^{(m-1)}$ das Vorzeichen von $\varphi^{(m-1)}$, wo $\varphi^{(m-1)} \neq 0$ ist, und den Wert 0, wo $\varphi^{(m-1)} = 0$ ist.

und indem man so weiter schließt, sieht man, daß aus Bedingung 3. und (5) folgt: es gibt ein N, so daß:

$$\int_{-h}^{h} |u^i \varphi^{(i)}(u, n)| du < N \quad \text{für alle } n \qquad (i = 1, 2, \ldots, m) \tag{11}$$

$$\int_{-h}^{h} |\varphi(u, n)| \, du < N \quad \text{für alle } n. \tag{12}$$

Ferner erhält man durch partielle Integration:[1]

$$\int_{-h}^{h} u^j \varphi^{(i)}(u, n) \, du = \sum_{r=0}^{j} (-1)^r j(j-1)\ldots(j-r+1) \, u^{j-r} \varphi^{(i-r-1)}(u, n) \Big]_{-h}^{h} \qquad (0 < j < i \leqq m)$$

$$\int_{-h}^{h} u^i \varphi^{(i)}(u, n) \, du = \sum_{r=0}^{i-1} (-1)^r \cdot i(i-1)\ldots(i-r+1) \, u^{i-r} \varphi^{(i-r-1)}(u, n) \Big]_{-h}^{h} +$$

$$+ (-1)^i \cdot i! \int_{-h}^{h} \varphi(u, n) \, du \qquad (0 < i \leqq m),$$

so daß wir wegen (9) und (5) die Formeln haben:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-h}^{h} u^j \varphi^{(i)}(u, n) \, du = 0 \qquad (0 < j < i \leqq m) \tag{13}$$

$$\lim_{n=\infty} \int_{-h}^{h} u^i \varphi^{(i)}(u, n) \, du = (-1)^i \cdot i! \qquad (0 < i \leqq m). \tag{14}$$

Endlich folgt aus:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \varphi^{(i)}(u, n) \, du = \varphi^{(i-1)}(u, n) \Big]_{\alpha}^{\beta}$$

wegen (5) unmittelbar für jedes den Punkt 0 nicht enthaltende Intervall $< \alpha, \beta >$, sowie für jedes Intervall $< -h, h >$:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \varphi^{(i)}(u, n) \, du = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m). \tag{15}$$

Bedingung 1., 2., 4. unseres Satzes zusammen mit Ungleichung (12) besagt nun aber: liegt x in $(a, a + l)$, so genügt der Kern $\varphi(\xi, x, n) = \varphi(\xi - x, n)$ im Intervalle $< a, a + l >$ der Veränderlichen ξ allen Bedingungen von Satz VI. Ferner besagen die Bedingungen 1. und 3. unseres Satzes zusammen mit den Ungleichungen (11) und den Gleichungen (13), (14), (15): der Kern $\varphi(\xi, x, n) = (-i)^i \cdot \varphi^{(i)}(\xi - x, n)$ $(i = 1, 2 \ldots, m)$ genügt allen Bedingungen von Satz VII für $m = i$. Damit aber sind unsere Bedingungen als hinreichend erwiesen.

Die Bedingungen sind notwendig. Angenommen in der Tat, es wäre Bedingung 1. für ein den Nullpunkt nicht enthaltendes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $(-l, l)$ nicht erfüllt. Da die Länge von $< \alpha, \beta >$ gewiß $< l$ ist, gäbe es in $(a, a + l)$ einen Punkt x, so daß $< \alpha, \beta >$ in $< a - x, a - x + l >$ enthalten wäre. Dann aber würde der Kern $\varphi^{(m)}(\xi - x, n)$ im Intervalle $< a, a + l >$ der Veränderlichen ξ nicht der Bedingung 1. von Satz VII genügen, so daß (7) für $i = m$ nicht für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_i$ gelten könnte. Angenommen, Bedingung 2. wäre für ein den Nullpunkt nicht enthaltendes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $(-l, l)$ nicht erfüllt, so sieht man ebenso, daß für ein gewisses x von $(a, a + l)$ der Kern $\varphi(\xi - x, n)$ in $< a, a + l >$ der Bedingung 2. von Satz VI nicht genügen würde, so daß (6) nicht für alle Funktionen von $\mathfrak{F}_i$ gelten könnte. Wäre Bedingung 3. nicht erfüllt, so könnte $\varphi^{(m)}(\xi - x, n)$ für kein x von $(a, a + l)$ der Bedingung 3. von Satz VII genügen. Bedingung 4. ergibt sich als notwendig durch Betrachtung der Funktion, die in $< x - h, x + h >$ den Wert 1, außerhalb $< x - h, x + h >$ den Wert 0 hat.

[1] In den folgenden Formeln ist φ^0 durch φ und $j \cdot (j-1) \ldots (j-r+1)$ für $r = 0$ durch 1 zu ersetzen.

Satz XVI wird ergänzt durch:

XVII. Genügt die Funktion $\varphi(u, n)$ außer den Voraussetzungen und Bedingungen von Satz XVI noch für alle hinlänglich kleinen $|u|$ der Beziehung:

$$\varphi(u, n) = \varphi(-u, n),$$

so gilt Satz XVI auch noch, wenn man darin die Ableitung $f^{(i)}(x)$ durch die verallgemeinerte i-te Ableitung $\overset{*}{f}{}^{(i)}(x)$ ersetzt.

Der Beweis ist derselbe, wie für Satz XVI, nur hat man sich, statt auf Satz VII, diesmal auf Satz VIII zu berufen.

Auch die Sätze XVI und XVII können sofort auf das Intervall $(-\infty, +\infty)$ übertragen werden. Wir führen zu diesem Zwecke wieder die Funktion $\psi(u, n, h)$ ein, die aus $\varphi(u, n)$ dadurch entsteht, daß man die Funktionswerte im Intervalle $<-h, h>$ durch 0 ersetzt. Die i-te Ableitung von $\psi(u, n, h)$ sei $\psi^{(i)}(u, n, h)$.

XVI *a*. »Sei $\varphi(u, n)$ eine für alle reellen u gegebene Funktion, die eine in jedem endlichen Intervalle $<\alpha, \beta>$ absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung besitzt. Ferner sei für jedes $u \neq 0$:

$$\lim_{n=\infty} \varphi(u, n) = 0; \quad \lim_{n=\infty} \varphi^{(i)}(u, n) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m-1).$$

Damit für jede in $(-\infty, +\infty)$ zu $\mathfrak{F}_i$ gehörige Funktion, die im beliebigen Punkte x endliche Ableitungen der m ersten Ordnungen besitzt, die Gleichungen gelten:

$$(6\,a) \qquad f(x) = \lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi - x, n)\, d\xi,$$

$$(7\,a) \qquad f^{(i)}(x) = \lim_{n=\infty} (-1)^i \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi^{(i)}(\xi - x, n)\, d\xi \qquad (i = 1, 2, \ldots, m),$$

ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(u, n)$ folgenden Bedingungen genügt:

1. Für jedes $h > 0$ genügen $\psi(u, n, h)$ und $\psi^{(i)}(u, n, h)$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ der Bedingung 1. desjenigen der Sätze I *a* bis IV *a*, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht.

2. In jedem endlichen, den Nullpunkt nicht enthaltenden Intervalle $<\alpha, \beta>$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \varphi(u, n)\, du = 0,$$

und wenn es sich um $\mathfrak{F}_4$ handelt, ist außerdem für jedes $h > 0$:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{-h} \varphi(u, n)\, du = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_{h}^{+\infty} \varphi(u, n)\, du = 0,$$

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{-h} \varphi^{(i)}(u, n)\, du = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_{h}^{+\infty} \varphi^{(i)}(u, n)\, du = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

3. und 4. Es sind die Bedingungen 3. und 4. von Satz XVI erfüllt.«

XVII *a*. »Ist außerdem für alle hinlänglich kleinen $|u|$:

$$\varphi(u, n) = \varphi(-u, n),$$

so kann in XVI *a* die Ableitung $f^{(i)}(x)$ auch durch die verallgemeinerte i-te Ableitung $\overset{*}{f}{}^{(i)}(x)$ ersetzt werden.«

§ 9. Bedingungen für gleichmäßige Konvergenz.

Wir geben nun Bedingungen an, unter denen die Konvergenz in den Formeln (6) und (7) von § 8 ein gleichmäßige ist.

Sei $\varphi(u, n)$ für alle nicht negativen ganzzahligen n als Funktion von u gegeben in $(-l, l)$. Ist $h > 0$ irgendwie gegeben, so bezeichnen wir wieder mit $\psi(u, n, h)$ die Funktion, die in $<-h, h>$ gleich 0, sonst gleich $\varphi(u, n)$ ist.

XVIII. Sei $\varphi(u, n)$ eine in $(-l, l)$ gegebene, in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ für jedes einzelne n geschränkte Funktion, für die die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \varphi(u, n) = 0 \tag{1}$$

gleichmäßig in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ gilt und die außerdem folgenden Bedingungen genügt:[1]

3. Es gibt ein $h > 0$ und ein N, so daß:

$$\int_{-h}^{h} |\varphi(u, n)|\, du < N \quad \text{für alle } n.$$

4. Es gibt ein $h > 0$, so daß:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-h}^{h} \varphi(u, n)\, du = 1.$$

Dann gilt für jede in $<a, a+l>$ zu $\mathfrak{F}_1$ gehörige[2] Funktion f die Formel:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} \int_{a}^{a+l} f(\xi)\, \varphi(\xi - x, n)\, d\xi$$

in jedem Punkte x von $(a, a+l)$, in dem f stetig ist; sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervall $<a', b'>$ von $(a, a+l)$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Zum Beweise genügt es zu zeigen, daß der Kern

$$\varphi(\xi, x, n) = \varphi(\xi - x, n)$$

den Bedingungen von Satz X für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ genügt.

Sei, um dies für Bedingung 1. von X nachzuweisen, $h > 0$ beliebig gegeben und x ein Punkt von $<a', b'>$. Die Werte von $\psi(\xi, x, n, h) = \psi(\xi - x, n, h)$ sind 0 in $<x-h, x+h>$ und stimmen in $<a, x-h>$ und $<x+h, a+l>$ überein mit denen von $\varphi(u, n)$ in $<a-x, -h>$ und $<h, a+l-x>$. Diese beiden letzteren Intervalle aber liegen für jedes x von $<a', b'>$ in den Intervallen $<a-b', -h>$ und $<h, a+l-a'>$, die ihrerseits den Nullpunkt nicht enthaltende Teilintervalle von $(-l, l)$ sind.

Wegen der gleichmäßigen Konvergenz von (1) gibt es also ein n_0, so daß:

$$|\varphi(u, n)| < 1 \quad \text{für } n \geqq n_0$$

für alle u dieser beiden Intervalle. Da aber nach Voraussetzung $\varphi(u, n)$ für jedes einzelne n in diesen Intervallen geschränkt ist, gibt es ein M $(\geqq 1)$, so daß:

$$|\varphi(u, n)| < M \quad (n = 1, 2 \ldots, n_0)$$

für alle u dieser beiden Intervalle. Wir sehen also, es ist:

$$|\psi(\xi, x, n, h)| < M \quad \text{für alle } n, \text{ alle } \xi \text{ von } <a, a+l>, \text{ alle } x \text{ von } <a', b'>.$$

Damit ist Bedingung 1. von X[3] nachgewiesen.

---

[1] Wir bezeichnen diese Bedingungen mit 3. und 4. wegen der Analogie mit unseren bisherigen Sätzen

[2] Und mithin auch für jede zu $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$, $\mathfrak{F}_4$ gehörige Funktion.

[3] Das heißt Bedingung 1 *a* und 1 *b* von Satz IX.

Sei, um Bedingung 2. nachzuweisen, $<\alpha, \beta>$ ein beliebiges Teilintervall von $<a, a+l>$. Es ist:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \psi(\xi, x, n, h)\, d\xi = \int_{\alpha-x}^{\beta-x} \psi(u, n, h)\, du.$$

Für alle x von $<a', b'>$ liegt das Integrationsintervall $<\alpha - x, \beta - x>$ in $<\alpha - b', \beta - a'>$, das seinerseits in $(-l, l)$ liegt. Es ist also:

$$\left| \int_{\alpha}^{\beta} \psi(\xi, x, n, h)\, d\xi \right| \leqq \int_{\alpha-b'}^{\beta-a'} |\psi(u, n, h)|\, du. \tag{2}$$

Nun ist aber, wegen der gleichmäßigen Konvergenz von (1):

$$\lim_{n=\infty} \psi(u, n, h) = 0$$

gleichmäßig in ganz $<\alpha - b', \beta - a'>$ und somit:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha-b'}^{\beta-a'} |\psi(u, n, h)|\, du = 0.$$

Da dieser Ausdruck von x nicht abhängt, ist zufolge (2) Bedingung 2. von X bewiesen.

Daß Bedingung 3. und 4. von X erfüllt sind, folgt wegen:

$$\int_{x-h}^{x+h} |\varphi(\xi, x, n)|\, d\xi = \int_{-h}^{h} |\varphi(u, n)|\, du; \qquad \int_{x-h}^{x+h} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = \int_{-h}^{h} \varphi(u, n)\, du$$

(wo die rechten Seiten von x nicht abhängen) sofort aus den Bedingungen 3. und 4. unseres Satzes.

XIX. Sei $\varphi(u, n)$ eine in $(-l, l)$ gegebene Funktion, die eine in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung besitzt.[1] Ferner möge die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \varphi^{(m-1)}(u, n) = 0 \tag{3}$$

gleichmäßig in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ gelten. Sind dann noch die Bedingungen 1., 2., 3. und 4. von Satz XVI erfüllt, so gelten die Gleichungen (6) und (7) von Satz XVI gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<a', b'>$ von $(a, a+l)$, in dem die zu $\mathfrak{F}_i$ gehörige Funktion f m-mal stetig differenzierbar ist.

Korollar zu Satz XIX. Existiert die Ableitung $\varphi^{(m)}(u, n)$ für jedes $u \neq 0$ von $(-l, l)$, ist sie für jedes einzelne n geschränkt in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ und ist:

$$\lim_{n=\infty} \varphi^{(m)}(u, n) = 0$$

gleichmäßig in jedem der genannten Teilintervalle $<\alpha, \beta>$, so ist in Satz XIX die die Beziehung (3) betreffende Voraussetzung sowie Bedingung 1. von Satz XVI für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ von selbst erfüllt.

Wir beweisen Satz XIX. Was die Gleichung (6) von XVI anlangt, braucht nur gezeigt zu werden, daß $\varphi(u, n)$ den Voraussetzungen und Bedingungen von Satz XVIII genügt: daß in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ $\varphi(u, n)$ geschränkt ist für jedes einzelne n, folgt unmittelbar aus unseren Voraussetzungen über $\varphi^{(m-1)}(u, n)$. Was die in Satz XVIII vorausgesetzte Beziehung (1) anlangt, so folgt aus dem gleichmäßigen Bestehen von (3), daß in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ eine Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \{\varphi(u, n) + c_0(n) + c_1(n)\, u + \ldots + c_{m-2}(n)\, u^{m-2}\} = 0$$

[1] Für $m = 1$ ist darunter die Funktion $\varphi(u, n)$ selbst zu verstehen.

gleichmäßig gilt, was mit Bedingung 2. von Satz XVI nur dann verträglich ist, wenn:

$$\lim_{n=\infty} c_0(n) = \lim_{n=\infty} c_1(n) = \ldots = \lim_{n=\infty} c_{m-2}(n) = 0$$

ist; damit ist das gleichmäßige Bestehen von (1) nachgewiesen. — Bedingung 3. von XVIII ist erfüllt, wegen (12) von § 8, und Bedingung 4. von XVIII ist identisch mit 4. von XVI.

Was die Gleichungen (7) von XVI anlangt, braucht nur gezeigt zu werden, daß die Bedingungen von Satz XI erfüllt sind, wenn unter dem Kerne $\varphi(\xi, x, n)$ von Satz XI verstanden wird der Kern $(-1)^i \varphi^{(i)}(\xi - x, n)$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$.

Um zu zeigen, daß Bedingung 1. von Satz XI erfüllt ist, bemerken wir: durchläuft in $\psi^{(i)}(\xi - x, n, h)$ die Veränderliche ξ das Intervall $< a, a + l >$, so durchläuft $\xi - x$ das Intervall $< a - x, a + l - x >$, und da $\psi^{(i)}(\xi - x, n, h)$ in $< x - h, x + h >$ den Wert 0 hat, kommt es nur an auf die Intervalle $< a - x, -h >$ und $< h, a + l - x >$, die, solange x in $< a', b' >$ liegt, ganz in den Intervallen $< a - b', -h >$ und $< h, a + l - a' >$ enthalten sind, die wieder ihrerseits Teilintervalle von $(-l, l)$ sind, die den Nullpunkt nicht enthalten. Es folgt also Bedingung 1. von XI für $i = m$ unmittelbar aus Bedingung 1. von XVI. — Für $i = m - 1$ beachte man, daß nach Voraussetzung $\varphi^{(m-1)}(u, n)$ in den Intervallen $< a - b', -h >$ und $< h, a + l - a' >$ absolut stetig und somit geschränkt ist, woraus, zusammen mit der gleichfalls vorausgesetzten gleichmäßigen Konvergenz von (3), wie wir schon beim Beweise von Satz XVIII gesehen haben, das Bestehen der Bedingung 1. von XI für die Klasse $\mathfrak{F}_1$, und damit auch für die Klassen $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$, $\mathfrak{F}_4$ leicht folgt. — Dasselbe gilt für $i = 1, 2, \ldots, m - 2$, da die Funktionen $\varphi^{(i)}(u, n)$ $(i = 1, 2, \ldots, m - 2)$ sicherlich gleichfalls absolut stetig sind und auch für sie die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \varphi^{(i)}(u, n) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m - 2) \tag{4}$$

gleichmäßig in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $(-l, l)$ gelten muß, was aus dem gleichmäßigen Bestehen dieser Beziehung für $i = m - 1$ und Bedingung 2. von XVI leicht folgt, wie wir gerade vorhin für $\varphi(u, n)$ gesehen haben.

Bedingung 2. von XI verlangt, daß in jedem Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $< a, a + l >$ die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \psi^{(i)}(\xi - x, n, h)\, d\xi = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m) \tag{5}$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$ gelte. Nun ist: [1]

$$\int_\alpha^\beta \psi^{(i)}(\xi - x, n, h)\, d\xi = \psi^{(i-1)}(u, n, h)\Big|_{\alpha - x}^{\beta - x} + \varphi^{(i-1)}(-h, n) - \varphi^{(i-1)}(h, n),$$

wenn (α, β) die beiden Punkte $x - h$ und $x + h$ enthält; ist einer dieser Punkte nicht in (α, β) enthalten, so ist diese Formel durch Weglassen eines oder beider Summanden $\varphi^{(i-1)}(-h, n)$, $\varphi^{(i-1)}(h, n)$ zu modifizieren. Ferner ist $\psi^{(i-1)}(u, n, h) = 0$ oder $= \varphi^{(i-1)}(u, n)$, je nachdem $|u| \leqq h$ oder $|u| > h$ ist. Solange nun x in $< a', b' >$ liegt, liegen $\alpha - x$ und $\beta - x$ in $< \alpha - b', \beta - a' >$, welches Intervall seinerseits in $(-l, l)$ liegt. Das gleichmäßige Bestehen von (5) folgt nun unmittelbar aus dem gleichmäßigen Bestehen von (3) und dem daraus folgenden gleichmäßigen Bestehen von (4) in den außerhalb $(-h, h)$ liegenden Teilen von $< \alpha - b', \beta - a' >$.

Endlich sind die Bedingungen 3. und 4. von XI erfüllt, wie die Formeln (11), (13), (14) und (15) von § 8 zeigen.

Es erübrigt noch, die Sätze XVIII und XIX für unendliche Intervalle auszusprechen.

XVIII *a*. »Sei $\varphi(u, n)$ eine für alle reellen u gegebene Funktion, für die die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \varphi(u, n) = 0 \tag{6}$$

[1] Hierin ist $\varphi^{(0)}$ durch φ und $\psi^{(0)}$ durch ψ zu ersetzen.

gleichmäßig in jedem endlichen den Nullpunkt nicht enthaltenden Intervalle gilt. Damit für jede in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_i$ gehörige Funktion in jedem Punkte x, in dem sie stetig ist, die Beziehung gelte:

$$(7) \qquad f(x) = \lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi - x, n)\, d\xi,$$

ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(u, n)$ folgenden Bedingungen genügt:

1. Für jedes $h > 0$ genügt $\psi(u, n, h)$ der Bedingung 1. desjenigen der Sätze Ia bis IVa, der sich auf die Klasse $\mathfrak{F}_i$ bezieht.

2. Im Falle der Klasse $\mathfrak{F}_4$ ist für jedes $h > 0$:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{-h} \varphi(u, n)\, du = 0; \qquad \lim_{n=\infty} \int_{h}^{+\infty} \varphi(u, n)\, du = 0.$$

3. und 4. Es sind die Bedingungen 3. und 4. von Satz XVIII erfüllt.

Unter diesen Voraussetzungen und Bedingungen ist die Konvergenz in (7) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $< a', b' >$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.«

Der Beweis wird geführt durch Berufung auf die Sätze VIa und Xa. Der einzige gegenüber dem Beweise von Satz XVIII neu hinzukommende Punkt ist der, im Falle der Klasse $\mathfrak{F}_4$ nun zu führende Beweis, daß die Beziehungen:

$$(8) \qquad \lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{0} \psi(\xi - x, n, h)\, d\xi = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_{0}^{+\infty} \psi(\xi - x, n, h)\, d\xi = 0$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$ gelten. Um dies etwa für die erste dieser Beziehungen zu zeigen, bemerken wir, daß:

$$\int_{-\infty}^{0} \psi(\xi - x, n, h)\, d\xi = \int_{-\infty}^{-x} \psi(u, n, h)\, du$$

ist. Wird $A > h$ und $> b'$ gewählt, so haben wir also:

$$\int_{-\infty}^{0} \psi(\xi - x, n, h)\, d\xi = \int_{-\infty}^{-A} \varphi(u, n)\, du + \int_{-A}^{-x} \psi(u, n, h)\, du.$$

Hierin hängt der erste Summand der rechten Seite von x nicht ab, und es ist wegen Bedingung 2.

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{-A} \varphi(u, n)\, du = 0.$$

Solange nun x in $< a', b' >$ liegt, liegt $< -A, -x >$ in $< -A, -a' >$, und es ist daher:

$$\left| \int_{-A}^{-x} \psi(u, n, h)\, du \right| \leqq \int_{-A}^{-a'} |\psi(u, n, h)|\, du.$$

Aus der vorausgesetzten gleichmäßigen Konvergenz von (6) folgt nun aber:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-A}^{-a'} |\psi(u, n, h)|\, du = 0,$$

und da dieser Ausdruck von x nicht abhängt, ist damit die gleichmäßige Konvergenz von (8) nachgewiesen.

XIXa. »Sei $\varphi(u, n)$ eine für alle reellen u gegebene Funktion, die eine in jedem endlichen Intervalle absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung besitzt, für die die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \varphi^{(m-1)}(u, n) = 0$$

gleichmäßig in jedem endlichen, den Nullpunkt nicht enthaltenden Intervalle $<\alpha, \beta>$ gilt. Damit für jede in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_i$ gehörige Funktion f, die im Punkte x endliche Ableitungen der m ersten Ordnungen besitzt, die Beziehungen gelten:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi\,(\xi - x, n)\, d\xi, \tag{9}$$

$$f^{(i)}(x) = \lim_{n=\infty} (-1)^i \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi^{(i)}\,(\xi - x, n)\, d\xi \quad (i = 1, 2, \ldots, m) \tag{10}$$

ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi\,(u, n)$ den Bedingungen 1., 2., 3., 4. von Satz XVI *a* genügt.

Unter diesen Voraussetzungen und Bedingungen ist die Konvergenz in (9) und (10) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $<a', b'>$, in dem f m-mal stetig differenzierbar ist.«

§ 10. Singuläre Integrale vom Stieltjes'schen Typus.

Wir wenden uns zum Studium eines besonders einfachen Spezialfalles.[1]

XX. Sei $\varphi\,(u)$ eine in $(-l, l)$ definierte, nicht negative Funktion. Im Punkte $u = 0$ sei sie stetig, und es sei $\varphi\,(0) = 1$, während in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ die obere Grenze von $\varphi\,(u)$ kleiner als 1 sei. Es sei $i_1, i_2, \ldots, i_n, \ldots$ eine wachsende Folge positiver Zahlen mit $\lim_{n=\infty} i_n = +\infty$, und es sei γ eine beliebige positive Zahl $< l$. Ist dann $c_1, c_2, \ldots, c_n, \ldots$ eine Folge von Zahlen, für die:

$$\lim_{n=\infty} c_n \cdot \int_{-\gamma}^{\gamma} (\varphi\,(u))^{i_n}\, du = 1$$

ist, so gilt für jede in $<a, a + l>$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion[2] f, die im Punkte x von $(a, a + l)$ stetig ist, die Beziehung:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} c_n \int_a^{a+l} f(\xi)\, (\varphi\,(\xi - x))^{i_n}\, d\xi.$$

Diese Beziehung gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<a', b'>$ von $(a, a + l)$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Zum Beweise berufen wir uns auf Satz XVIII, indem wir setzen:

$$\varphi\,(u, n) = c_n \cdot (\varphi\,(u))^{i_n}. \tag{1}$$

Dann ist zunächst klar, daß $\varphi\,(u, n)$ für jedes einzelne u in $(-l, l)$ geschränkt ist.

Wir setzen zur Abkürzung:

$$k_n = \int_{-\gamma}^{\gamma} (\varphi\,(u))^{i_n}\, du, \tag{2}$$

und haben somit:

$$\lim_{n=\infty} c_n \cdot k_n = 1. \tag{3}$$

Sei ein beliebiges, den Nullpunkt nicht enthaltendes Teilintervall $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ gegeben. Weil die obere Grenze von $\varphi\,(u)$ in $<\alpha, \beta>$ kleiner als 1 ist, gibt es ein $\eta > 0$, so daß:

$$0 \leqq \varphi\,(u) < 1 - \eta \quad \text{in } <\alpha, \beta>. \tag{4}$$

---

[1] Vgl. H. Lebesgue, a. a. O., p. 95.

[2] Und mithin erst recht für jede zu einer der Klassen $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$, $\mathfrak{F}_4$ gehörige Funktion.

Wegen der Stetigkeit von $\varphi(u)$ im Nullpunkte und wegen $\varphi(0) = 1$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß:

$$\varphi(u) > 1 - \frac{\eta}{2} \quad \text{in} < -\delta, \delta >.$$

Nehmen wir dieses δ kleiner an als das γ in (2), so haben wir:

$$k_n > 2\delta \cdot \left(1 - \frac{\eta}{2}\right)^{i_n},$$

und infolgedessen nach (3) für alle hinlänglich großen n:

$$c_n < \frac{1}{\delta} \frac{1}{\left(1 - \frac{\eta}{2}\right)^{i_n}}. \tag{5}$$

Nach (1) und (4) ist also in $< \alpha, \beta >$ für alle hinlänglich großen n:

$$|\varphi(u, n)| < \frac{1}{\delta} \left(\frac{1-\eta}{1 - \frac{\eta}{2}}\right)^{i_n}.$$

Da hierin $\frac{1-\eta}{1 - \frac{\eta}{2}} < 1$ ist, so ist damit gezeigt, daß:

$$\lim_{n=\infty} \varphi(u, n) = 0$$

gleichmäßig in $< \alpha, \beta >$ gilt. Die in Satz XVIII zunächst über $\varphi(u, n)$ gemachten Voraussetzungen sind also hier erfüllt.

Daß auch die Bedingungen 3. und 4. von XVIII erfüllt sind, erkennt man auf den ersten Blick, da wegen (3) und wegen $\varphi(u) \geqq 0$:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\gamma}^{\gamma} |\varphi(u, n)|\, du = \lim_{n=\infty} \int_{-\gamma}^{\gamma} \varphi(u, n)\, du = 1$$

ist. Satz XX ist damit bewiesen.

XX*a*. Sei $\varphi(u)$ eine für alle reellen u definierte, nicht negative Funktion. Im Punkte $u = 0$ sei sie stetig, und es sei $\varphi(0) = 1$, während in jedem, den Nullpunkt nicht enthaltenden endlichen Intervalle $< \alpha, \beta >$ die obere Grenze von $\varphi(u)$ kleiner als 1 sei. Es sei γ eine beliebige positive Zahl, und i_n und c_n mögen dieselbe Bedeutung haben wie in Satz XX. Damit für jede in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion, die im Punkte x stetig ist, die Beziehung gelte:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} c_n \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, (\varphi(\xi - x))^{i_n}\, d\xi, \tag{6}$$

ist notwendig und hinreichend, daß $\varphi(u)$ sich höchstens in einer Nullmenge unterscheide von einer Funktion $\varphi^*(u)$, für die:

$$\overline{\lim_{u=-\infty}}\ \varphi^*(u) < 1; \quad \overline{\lim_{u=+\infty}}\ \varphi^*(u) < 1. \tag{7}$$

Ist auch diese Bedingung erfüllt, so gilt (6) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $< a', b' >$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Die Bedingung (7) ist hinreichend: dies wird ebenso bewiesen wie Satz XX, nur hat man sich diesmal auf Satz XVIII *a* zu berufen und zu beachten, daß, abgesehen von Nullmengen, eine Ungleichung (4) nun auch (für $h > 0$) in jedem Intervalle $(-\infty, -h >$ und $< h, +\infty)$ gilt.

Die Bedingung (7) ist notwendig. In der Tat, es ist für jedes $\gamma > 0$:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\gamma}^{\gamma} (\varphi(u))^{in}\, du = 0. \tag{8}$$

Denn ist $\varepsilon > 0$ und $< \gamma$ beliebig gegeben, so gibt es ein $\eta > 0$, so daß:

$$0 \leqq \varphi(u) < 1 - \eta \quad \text{in} < -\gamma, -\frac{\varepsilon}{4} > \text{ und in } < \frac{\varepsilon}{4}, \gamma >.$$

Wegen $\varphi(u) \leqq 1$ ist also, indem man die Zerlegung:

$$\int_{-\gamma}^{\gamma} = \int_{-\gamma}^{-\frac{\varepsilon}{4}} + \int_{\frac{\varepsilon}{4}}^{\frac{\varepsilon}{4}} + \int_{\frac{\varepsilon}{4}}^{\gamma}$$

anwendet:

$$0 \leqq \int_{-\gamma}^{\gamma} (\varphi(u))^{in}\, du \leqq 2 \cdot (1-\eta)^{in} \cdot \gamma + \frac{\varepsilon}{2},$$

und daher für alle hinlänglich großen n:

$$0 \leqq \int_{-\gamma}^{\gamma} (\varphi(u))^{in}\, du < \varepsilon,$$

womit (8) bewiesen ist.

Aus (8) aber folgt wegen (3):

$$\lim_{n=\infty} c_n = +\infty. \tag{9}$$

Wäre nun Bedingung (7) nicht erfüllt, so gäbe es (außerhalb eines gegebenen endlichen Intervalles) eine Menge, die keine Nullmenge ist, und in deren Punkten $(\varphi(u))^{in} > \frac{1}{2}$ und somit $\varphi(u, n) > \frac{c_n}{2}$ wäre. Wegen (9) wäre also Bedingung 1. von Satz XVIII *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ nicht erfüllt.

XX *b*. Genügt die Funktion $\varphi(u)$ allen Voraussetzungen von Satz XX *a* und ist:

$$\overline{\lim_{u=-\infty}} \varphi(u) < 1; \quad \lim_{u=+\infty} \varphi(u) < 1,$$

so gilt Formel (6) auch für jede, in $(-\infty, +\infty)$ zu einer der Klassen $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$, $\mathfrak{F}_4$ gehörige Funktion, die im Punkte x stetig ist, vorausgesetzt, daß im Falle der Klasse $\mathfrak{F}_2$ das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi(u))^{2i_1}\, du,$$

im Falle der Klassen $\mathfrak{F}_3$ und $\mathfrak{F}_4$ das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi(u))^{i_1}\, du$$

existiert. Und zwar gilt dann die Beziehung (6) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $< a', b' >$, in dessen sämtlichen Punkten $f(x)$ stetig ist.

Zum Beweise bemerken wir, daß Ungleichung (5) offenbar auch so ausgesprochen werden kann: zu jedem $\zeta > 1$ gibt es ein n_0, so daß:

$$c_n < \zeta^{in} \quad \text{für } n \geqq n_0. \tag{10}$$

Für den Fall der Klasse $\mathfrak{F}_2$ wird XX *b* bewiesen sein, wenn wir zeigen: für jedes $h > 0$ ist:

$$\lim_{n=\infty} c_n^2 \int_{-\infty}^{h} (\varphi(u))^{2in}\, du = 0; \quad \lim_{n=\infty} c_n^2 \int_{h}^{+\infty} (\varphi(u))^{2in}\, du = 0. \tag{11}$$

Beweisen wir dies etwa für die zweite dieser Formeln. Nach Voraussetzung gibt es ein $\vartheta < 1$, so daß:

$$0 \leqq \varphi(u) < \vartheta \ (< 1) \quad \text{in} < h, +\infty).$$

Bezeichnen wir den Inhalt der Menge aller Punkte von $< h, +\infty)$, in denen:

$$\frac{\vartheta}{\nu+1} \leqq \varphi(u) < \frac{\vartheta}{\nu}$$

ist mit e_ν, so haben wir:

$$\int_h^{+\infty} (\varphi(u))^{2i_1} du \geqq \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{\vartheta}{\nu+1}\right)^{2i_1} e_\nu,$$

wo die rechts stehende Reihe wegen der vorausgesetzten Konvergenz des links stehenden Integrales konvergent ist. Es folgt hieraus sofort die Konvergenz der Reihen:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{\vartheta}{\nu}\right)^{2i_n} e_\nu,$$

so daß die Ungleichung aufgeschrieben werden kann:

$$\int_h^{+\infty} (\varphi(u))^{2i_n} du \leqq \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{\vartheta}{\nu}\right)^{2i_n} e_\nu .$$

Setzen wir noch:

$$s = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c_\nu}{\nu^{2i_1}},$$

so haben wir:

$$\int_h^{+\infty} (\varphi(u))^{2i_n} du \leqq s \cdot \vartheta^{2i_n},$$

und somit wegen (10):

$$c_n^2 \int_h^{+\infty} (\varphi(u))^{2i_n} du \leqq s \cdot (\zeta \cdot \vartheta)^{2i_n} \quad \text{für } n \geqq n_0 . \tag{12}$$

Hierin war ζ irgend eine Zahl > 1. Wählen wir sie gemäß:

$$1 < \zeta < \frac{1}{\vartheta},$$

so folgt nun aus (12) unmittelbar die zweite Gleichung (11). Ebenso beweist man die erste.

Im Falle der Klasse $\mathfrak{F}_3$ genügt es, folgende zwei Tatsachen zu beweisen:

a) Ist ein endliches, den Nullpunkt nicht enthaltendes Intervall $< \alpha, \beta >$ gegeben, so gehört zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\lambda > 0$, so daß für jede Menge I sich nicht überdeckender Intervalle von $< \alpha, \beta >$ deren Gesamtlänge $< \lambda$ ist:

$$c_n \int_I (\varphi(u))^{i_n} du < \varepsilon \quad \text{für alle } n. \tag{13}$$

b) Zu jedem $\varepsilon > 0$ gehört ein A, so daß:

$$c_n \int_{-\infty}^{-A} (\varphi(u))^{i_n} du < \varepsilon; \quad c_n \int_A^{+\infty} (\varphi(u))^{i_n} du < \varepsilon \quad \text{für alle } n. \tag{13a}$$

Um die Tatsache *a)* zu beweisen, zeigt man zuerst, wie beim Beweise von Satz XX, daß die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} c_n (\varphi(u))^{i_n} = 0$$

gleichmäßig in $<\alpha, \beta>$ gilt, woraus die Gleichung folgt:

$$\lim_{n=\infty} c_n \int_\alpha^\beta (\varphi(u))^{i_n}\, du = 0. \tag{14}$$

Ist sodann $\varepsilon > 0$ beliebig gegeben, so kann man n_0 so groß wählen, daß:

$$c_n \int_\alpha^\beta (\varphi(u))^{i_n}\, du < \varepsilon \quad \text{für } n > n_0. \tag{15}$$

Nun kann man, zufolge einer bekannten Eigenschaft der Lebesgue'schen Integrale für jedes einzelne n zu dem gegebenen ε ein λ_n so bestimmen, daß für dieses n und für $\lambda = \lambda_n$ Ungleichung (13) gilt. Wählt man nun für λ die kleinste der Zahlen $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{n_0}$, so gilt nun, bei Berücksichtigung von (15), Ungleichung (13) für alle n und die Tatsache *a)* ist bewiesen.

Um die Tatsache *b)* zu beweisen, zeigt man zuerst, daß:

$$\lim_{n=\infty} c_n \int_1^{+\infty} (\varphi(u))^{i_n}\, du = 0, \quad \lim_{n=\infty} c_n \int_{-\infty}^{-1} (\varphi(u))^{i_n}\, du = 0, \tag{16}$$

was ebenso bewiesen wird wie (11). Sodann wählt man n_0 so groß, daß:

$$c_n \int_1^{+\infty} (\varphi(u))^{i_n}\, du < \varepsilon \quad \text{für } n > n_0. \tag{17}$$

Für jedes einzelne n aber gibt es, da jedes Integral:

$$\int_1^{+\infty} (\varphi(u))^{i_n}\, du$$

konvergent ist, ein A_n, so daß:

$$c_n \int_{A_n}^{+\infty} (\varphi(u))^{i_n}\, du < \varepsilon. \tag{18}$$

Wählt man also A größer als die Zahlen $1, A_1, A_2, \ldots, A_{n_0}$, so gilt, wegen (17) und (18), die zweite Ungleichung (13 *a*) für alle n. Analog zeigt man, daß die erste Ungleichung (13 *a*) gilt, und Tatsache *b)* ist bewiesen.

Daß Satz XX *b* auch für die Klasse $\mathfrak{F}_4$ richtig ist, folgt aus (14) und (16).

§ 11. Die verallgemeinerte Stieltjes'sche Formel.

Es genüge wieder $\varphi(u)$ den Voraussetzungen von Satz XX (beziehungsweise XX *a* oder XX *b*). Wir wählen für die in diesen Sätzen auftretende Zahlenfolge $i_1, i_2, \ldots, i_n, \ldots$ nun der Einfachheit halber die Folge $1, 2, \ldots, n, \ldots$. Ersetzt man in (2) von § 10 die Zahl γ durch eine andere positive Zahl γ' von $(-l, l)$ (beziehungsweise eine beliebige andere positive Zahl γ') und setzt:

$$k_n = \int_{-\gamma}^{\gamma} (\varphi(u))^n\, du; \qquad k'_n = \int_{-\gamma'}^{\gamma'} (\varphi(u))^n\, du, \tag{1}$$

so gelingt es leicht, die Differenz $k_n - k'_n$ abzuschätzen. Sei etwa $\gamma' < \gamma$. Dann hat man:

$$k_n - k'_n = \int_{-\gamma}^{-\gamma'} (\varphi(u))^n\, du + \int_{\gamma'}^{\gamma} (\varphi(u))^n\, du.$$

Da in $<-\gamma, -\gamma'>$ sowie in $<\gamma', \gamma>$ die obere Grenze von $\varphi(u)$ kleiner als 1 ist, gibt es ein $\eta > 0$, so daß in diesen Intervallen:

$$0 \leqq \varphi(u) < 1 - \eta.$$

und somit:

$$k_n - k'_n < 2(\gamma - \gamma')(1-\eta)^n.$$

Wir haben also allgemein: es gibt ein positives $\vartheta < 1$, so daß für alle hinlänglich großen n:

$$|k_n - k'_n| < \vartheta^n \quad (0 < \vartheta < 1). \tag{2}$$

Diese einfache Bemerkung ermöglicht es, unter weiteren spezialisierenden Annahmen über das Verhalten von $\varphi(u)$ in der Umgebung des Nullpunktes, eine asymptotische Auswertung von k_n vorzunehmen und dadurch einfache Ausdrücke für die Konstanten c_n zu ermitteln.

Es habe $\varphi(u)$ außer den schon bisher geforderten Eigenschaften die Gestalt:

$$\varphi(u) = 1 - \alpha |u|^p + \omega(u) \cdot |u|^p, \tag{3}$$

worin:

$$\alpha > 0; \quad p > 0; \quad \lim_{u=0} \omega(u) = 0 \tag{4}$$

sei. Wir können dann, wenn ein $h > 0$ beliebig gegeben ist, γ' so klein wählen, daß in $< -\gamma', \gamma' >$ die Ungleichung gilt:

$$1 - (\alpha + h)|u|^p \leqq \varphi(u) \leqq 1 - (\alpha - h) \cdot |u|^p, \tag{5}$$

und somit auch:

$$2\int_0^{\gamma'} \{1 - (\alpha + h)|u|^p\}^n du \leqq \int_{-\gamma'}^{\gamma'} (\varphi(u))^n du \leqq 2\int_0^{\gamma'} \{1 - (\alpha - h)|u|^p\}^n du. \tag{6}$$

Dies führt uns auf die Aufgabe, eine asymptotische Auswertung des Integrales:

$$\varkappa_n(\beta, \sigma, p, q) = \int_0^{\sigma} u^q (1 - \beta u^p)^n du \qquad (\beta > 0, \sigma > 0, p > 0, q > 0) \tag{7}$$

vorzunehmen. Nehmen wir die Substitution:

$$v = \beta \cdot u^p \qquad \tau = \beta \cdot \sigma^p$$

vor, so erhalten wir:

$$\varkappa_n(\beta, \sigma, p, q) = \frac{1}{p} \cdot \beta^{-\frac{q+1}{p}} \int_0^{\tau} v^{\frac{q+1}{p} - 1} (1 - v)^n dv.$$

Wir wollen noch annehmen, es sei:

$$\tau = \beta \cdot \sigma^p < 1. \tag{7a}$$

Dann haben wir offenbar die Ungleichung:

$$\left| \varkappa_n(\beta, \sigma, p, q) - \frac{1}{p} \beta^{-\frac{q+1}{p}} \int_0^1 v^{\frac{q+1}{p} - 1} (1 - v)^n dv \right| < \frac{1}{p} \beta^{-\frac{q+1}{p}} (1 - \tau)^{n+1} \cdot \tau^{-1}. \tag{8}$$

Nun ist bekanntlich:

$$\int_0^1 v^{\frac{q+1}{p} - 1} (1 - v)^n dv = \frac{\Gamma\left(\frac{q+1}{p}\right) \Gamma(n+1)}{\Gamma\left(\frac{q+1}{p} + n + 1\right)},$$

und somit nach der Stirling'schen Formel:

$$\int_0^1 v^{\frac{q+1}{p} - 1} (1 - v)^n dv = \Gamma\left(\frac{q+1}{p}\right) n^{-\frac{q+1}{p}} A(n) \qquad (\lim_{n=\infty} A(n) = 1).$$

Man erhält daher aus (8) wegen:

$$\lim_{n=\infty} n^{\frac{q+1}{p}} (1 - \tau)^{n+1} = 0$$

die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} n^{\frac{q+1}{p}} \varkappa_n(\beta, \sigma, p, q) = \frac{1}{p} \beta^{-\frac{q+1}{p}} \Gamma\left(\frac{q+1}{p}\right). \tag{9}$$

Sie gilt, wegen (7 *a*), für $\beta \cdot \sigma^p < 1$.

Sei nun ein $h > 0$ beliebig gegeben; es kann dann γ' so klein gewählt werden, daß in $< -\gamma', \gamma' >$ die Ungleichungen (5) gelten. Wir haben dann nach (6):

$$2\varkappa_n(\alpha+h, \gamma', p, 0) \leqq \int_{-\gamma'}^{\gamma'} (\varphi(u))^n du \leqq 2\varkappa_n(\alpha-h, \gamma', p, 0).$$

Wählen wir γ' auch so klein, daß:

$$(\alpha+h) \cdot \gamma'^p < 1,$$

so können wir (9) anwenden und haben, wenn wir wieder von der Bezeichnungsweise (1) Gebrauch machen:

Ist $\eta > 0$ beliebig gegeben, so ist für alle hinlänglich großen n:

$$\frac{2}{p}(\alpha+h)^{-\frac{1}{p}} \Gamma\left(\frac{1}{p}\right) - \eta \leqq n^{\frac{1}{p}} k'_n \leqq \frac{2}{p}(\alpha-h)^{-\frac{1}{p}} \Gamma\left(\frac{1}{p}\right) + \eta,$$

und somit, bei Benützung von (2), wieder für alle hinlänglich großen n:

$$\frac{2}{p}(\alpha+h)^{-\frac{1}{p}} \Gamma\left(\frac{1}{p}\right) - n^{\frac{1}{p}} \vartheta^n - \eta \leqq n^{\frac{1}{p}} k_n \leqq \frac{2}{p}(\alpha-h)^{-\frac{1}{p}} \Gamma\left(\frac{1}{p}\right) + n^{\frac{1}{p}} \vartheta^n + \eta.$$

Da hierin h und η beliebig waren und $0 < \vartheta < 1$ ist, ist das gleichbedeutend mit:

$$\lim_{n=\infty} n^{\frac{1}{p}} k_n = \frac{2}{p} \alpha^{-\frac{1}{p}} \Gamma\left(\frac{1}{p}\right).$$

Zufolge von Gleichung (3) in § 10 können wir also setzen:

$$c_n = \frac{p}{2} \alpha^{\frac{1}{p}} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)} n^{\frac{1}{p}}.$$

Wir haben damit den Satz:

XXI. Sei $\varphi(u)$ eine in $(-l, l)$ gegebene, nicht negative Funktion der Form (3), (4), deren obere Grenze in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $(-l, l)$ kleiner als 1 ist. Dann gilt für jede in $< a, a+l >$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion, die im Punkte x von $(a, a+l)$ stetig ist, die Formel:

$$f(x) = \frac{p \cdot \alpha^{\frac{1}{p}}}{2 \cdot \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)} \lim_{n=\infty} n^{\frac{1}{p}} \int_a^{a+l} f(\xi) (\varphi(\xi - x))^n d\xi. \tag{10}$$

Diese Beziehung gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $< a', b' >$ von $(a, a+l)$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Formel (10) wurde für den Fall $p = 2$ aufgestellt von Stieltjes.[1] Man erhält wichtige Spezialfälle der Stieltjes'schen Formel, indem man für $(-l, l)$ das Intervall $(-1, 1)$ nimmt und setzt:[2]

$$\varphi(u) = 1 - u^2.$$

---

[1] Correspondance de Hermite et de Stieltjes, Bd. II, p. 185. Näheres hierüber: H. Lebesgue, a. a. O., p. 119

[2] E. Landau, Rend. Pal., Bd. 25, p. 337; Ch. J. de la Vallée-Poussin, Acad. Bruxelles, Bull. Classe des Sciences 1908, p. 193

oder indem man für $(-l, l)$ das Intervall $(-2\pi, 2\pi)$ nimmt und setzt:[1]

$$\varphi(u) = \left(\cos\frac{u}{2}\right)^2.$$

XXI*a*. Sei $\varphi(u)$ eine für alle reellen u gegebene nicht negative Funktion der Form (3), (4), deren obere Grenze in jedem Intervalle $(-\infty, -h>$ und $<h, +\infty)$ $(h>0)$ kleiner als 1 ist. Dann gilt für jede in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion, die im Punkte x stetig ist, die Formel:

$$(11) \qquad f(x) = \frac{p\cdot\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)} \lim_{n=\infty} n^{\frac{1}{p}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\,(\varphi(\xi-x))^n\,d\xi.$$

Diese Beziehung gilt gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $<a', b'>$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist. — Existiert das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi(u))^2\,du, \text{ beziehungsweise } \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(u)\,du,$$

so gilt dies auch für die in $(-\infty, +\infty)$ zu $\mathfrak{F}_2$, beziehungsweise zu $\mathfrak{F}_3$, gehörigen Funktionen f.

Einen bekannten Spezialfall[2] erhält man, indem man wählt:

$$\varphi(u) = e^{-u^2}.$$

§ 12. Konvergenz an Unstetigkeitsstellen und Differenziation.

Wir wollen nun auf den in den §§ 10 und 11 behandelten Typus singulärer Integrale Satz XII und XIII anwenden.

XXII. Es genüge $\varphi(u)$ außer den Voraussetzungen von Satz XXI noch folgenden Bedingungen: $\varphi(u)$ ist absolut stetig[3] in einer Umgebung des Nullpunktes und es genügt $\varphi'(u)$ in dieser Umgebung (abgesehen von einer Nullmenge) einer Ungleichung:

$$(1) \qquad |\varphi'(u)| < A\cdot|u|^{p-1} \qquad (A \text{ eine Konstante}).$$

Dann gilt Gleichung (10) von § 11 in jedem Punkte x von $(a, a+l)$, in dem die zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion f Ableitung ihres unbestimmten Integrales ist. — Ist außerdem in einer Umgebung des Nullpunktes $\varphi(-u) = \varphi(u)$, so gilt (10) von § 11 in jedem Punkte x von $(a, a+l)$, in dem f verallgemeinerte erste Ableitung seines unbestimmten Integrales ist.

Wir haben uns zu überzeugen, daß der Kern:

$$(2) \qquad \varphi(\xi, x, n) = \frac{p\cdot\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)} n^{\frac{1}{p}} (\varphi(\xi-x))^n$$

allen Voraussetzungen und Bedingungen von Satz XII genügt. Die absolute Stetigkeit wurde ausdrücklich vorausgesetzt. Daß Beziehung (1) von § 6 erfüllt ist, haben wir schon in § 10 gesehen. Ebenso wissen wir, daß die Bedingungen 1., 2. und 4. von Satz XII für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ erfüllt sind. Es bleibt also nur Bedingung 3. von XII nachzuweisen; das heißt, daß es ein $h>0$ und ein N gibt, so daß:

$$(3) \qquad \int_{x-h}^{x+h} \left|(\xi-x)\frac{\partial}{\partial\xi}\varphi(\xi, x, n)\right| d\xi < N \quad \text{für alle } n.$$

---

[1] Ch. J. de la Vallée Poussin, a. a. O., p. 227.

[2] Weierstraß, Werke, Bd. III, p. 1.

[3] Es existiert also $\varphi'(u)$, abgesehen von einer Nullmenge.

Dazu genügt es nachzuweisen, daß es ein $h > 0$ und ein N gibt, so daß:

$$n^{\frac{1}{p}+1}\int_{-h}^{h}|u\cdot\varphi'(u)\,(\varphi(u))^{n-1}|\,du < N \quad \text{für alle } n. \tag{4}$$

Nun haben wir aber, wenn γ hinlänglich klein gewählt wird, in $<-\gamma, \gamma>$, wegen (3) und (4) von § 11, für ein $\beta < \alpha$:

$$0 < \varphi(u) < 1-\beta|u|^p, \tag{5}$$

und somit bei Berücksichtigung von (1):

$$\int_{-\gamma}^{\gamma}|u\,\varphi'(u)\,(\varphi(u))^{n-1}|\,du < 2A\int_{0}^{\gamma}u^p(1-\beta u^p)^{n-1}\,du.$$

Dieses letztere Integral aber ist nach der Bezeichnungsweise (7) von § 11 nichts anderes als $\varkappa_{n-1}(\beta, \gamma, p, p)$. Wählen wir noch γ so klein, daß $\beta\cdot\gamma^p < 1$, so hat, nach (9) von § 11, $n^{\frac{p+1}{p}}\cdot\varkappa_{n-1}(\beta, \gamma, p, p)$ für $n = \infty$ einen endlichen Grenzwert. Damit ist also (4) und gleichzeitig (3) für $h = \gamma$ nachgewiesen und unser Satz ist bewiesen.

Der Spezialfall dieses Satzes $\varphi(u) = 1-u^2$ wurde von Fr. Riesz,[1] der Fall $\varphi(u) = \left(\cos\frac{u}{2}\right)^2$ von H. Lebesgue[2] bewiesen. Weitergehende Resultate erhält man durch Anwendung von Satz XIV und XV:

XXIII. Es genüge $\varphi(u)$ außer den Voraussetzungen von Satz XXI (beziehungsweise XXI*a*) noch folgenden Bedingungen: $\varphi(u)$ besitzt in einer Umgebung des Nullpunktes eine absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung, und es sind in dieser Umgebung, abgesehen von einer Nullmenge, die Ungleichungen erfüllt:

$$|\varphi^{(i)}(u)| < A\,|u|^{p-i} \quad (i = 1, 2, \ldots, m). \tag{6}$$

Dann gilt Gleichung (10) (beziehungsweise (11)) von § 11 in jedem Punkte x von $(a, a+l)$ (beziehungsweise in jedem Punkte x), in dem f m-te Ableitung seines m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist. — Ist außerdem in einer Umgebung des Nullpunktes $\varphi(-u) = \varphi(u)$, so gilt (10) (beziehungsweise (11)) von § 11 in jedem Punkte x von $(a, a+l)$ (beziehungsweise in jedem Punkte x) in dem f verallgemeinerte m-te Ableitung seines m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist.

Wir haben nachzuweisen, daß der Kern (2) allen Bedingungen von Satz XIV genügt. Die absolute Stetigkeit der $(m-1)$-ten Ableitung wurde ausdrücklich vorausgesetzt. Um einzusehen, daß die Beziehungen (1) von § 7 gelten, hat man nur zu beachten, daß die i-te Ableitung von $(\varphi(u))^n$ $(i = 1, 2, \ldots, m-1)$ eine Summe aus einer endlichen (von u unabhängigen) Anzahl von Summanden der Form:

$$P(n)\,(\varphi(u))^{n-j}\,(\varphi'(u))^{j_1}\cdot(\varphi''(u))^{j_2}\cdot\ldots\cdot(\varphi^{(i)}(u))^{j_i}$$

ist, wo $P(n)$ ein Polynom in n ist und die Exponenten $j, j_1, \ldots, j_i$ von u unabhängig sind. Da $|\varphi(u)| < 1$ ist für $u \neq 0$, haben für $u \neq 0$ alle diese Ausdrücke auch nach Multiplikation mit $n^{\frac{1}{p}}$ für $n = \infty$ den Grenzwert 0.

Daß die Bedingungen 1., 2. und 4. von Satz XIV erfüllt sind, ist uns schon bekannt. Es bleibt nur noch nachzuweisen, daß auch Bedingung 3. erfüllt ist. Dazu genügt es wieder nachzuweisen, daß für ein hinlänglich kleines γ eine Ungleichung besteht:

$$n^{\frac{1}{p}}\int_{0}^{\gamma}u^m\left|\frac{d^m}{du^m}(\varphi(u))^n\right|\,du < N \quad \text{für alle } n.$$

---

[1] Jahresber. Math. Ver., Bd. 17, p. 196.

[2] A. a. O., p. 100.

Nun ist, abgesehen von einer Nullmenge, $\frac{d^m}{du^m}(\varphi(u))^n$ eine Summe aus einer endlichen (von n unabhängigen) Anzahl von Summanden der Form:

$$P(n)\,(\varphi(u))^{n-j}\,(\varphi'(u))^{j_1}\cdot(\varphi''(u))^{j_2}\ldots(\varphi^{(m)}(u))^{j_m}.$$

Berücksichtigen wir Ungleichung (5) und (6), so wird es also genügen nachzuweisen, daß für jeden einzelnen dieser Summanden eine Ungleichung gilt:

$$(7)\qquad n^{\frac{1}{p}}P(n)\int_0^{\gamma}u^{m+j_1(p-1)+j_2(p-2)+j_m(p-m)}\,(1-\beta u^p)^{n-j}\,du<N\quad\text{(für alle } n).$$

Dieses Integral ist nichts anderes als:

$$\varkappa_{n-j}(\beta,\gamma,p,m+j_1(p-1)+j_2(p-2)+\ldots+j_m(p-m)).$$

Bezeichnen wir noch mit k den Grad des Polynoms $P(n)$, so verhält sich also nach Formel (9) von § 11 der Ausdruck (7) für unendlich wachsendes n wie:

$$n^{k-\frac{1}{p}(m+j_1(p-1)+j_2(p-2)+\ldots+j_m(p-m))}.$$

und unsere Behauptung wird bewiesen sein, wenn wir die Gleichheiten beweisen:

$$(8)\qquad \begin{aligned} j_1+2j_2+\ldots+mj_m&=m,\\ j_1+j_2+\ldots+j_m&=k.\end{aligned}$$

Im Falle $m=1$ sind diese Gleichheiten richtig. Denn die erste Ableitung von $(\varphi(u))^n$ besteht nur aus dem einen Gliede:

$$n\cdot(\varphi(u))^{n-1}\cdot\varphi'(u),$$

und es ist also $k=1$, $j_1=1$. Nehmen wir also an, die Gleichheiten (8) seien richtig für $m=i$, und zeigen wir, daß sie dann auch richtig sind für $m=i+1$.

Differenziert man das Glied:

$$(9)\qquad P(n)\,(\varphi(u))^{n-j}\,(\varphi'(u))^{j_1}\,(\varphi''(u))^{j_2}\ldots(\varphi^{(i)}(u))^{j_i}$$

von $\frac{d^i}{du^i}(\varphi(u))^n$ nach der Regel für die Differenziation eines Produktes, so erhält man $i+1$ Glieder von $\frac{d^{i+1}}{du^{i+1}}(\varphi(u))^n$. Die in diesen Gliedern auftretenden Zahlen $k, j_1, j_2, \ldots, j_{i+1}$ gehen aus den entsprechenden Zahlen von (9) in folgender Weise hervor: Differenziert man in (9) den Faktor $(\varphi(u))^{n-j}$ und läßt die übrigen ungeändert, so vermehrt sich in den als richtig vorausgesetzten Gleichheiten:

$$(10)\qquad \begin{aligned} j_1+2j_2+\ldots+ij_i&=i,\\ j_1+j_2+\ldots+j_i&=k,\end{aligned}$$

j_1 um $1, j_2, \ldots, j_i$ bleiben ungeändert, die Gradzahl k vermehrt sich um 1. Gleichzeitig geht i in $i+1$ über. Die Gleichheiten bleiben dabei bestehen. — Differenziert man in (9) den Faktor $(\varphi^{(h)}(u))^{j_h}$ $(h<i,$ $j_h>0)$ und läßt die andern ungeändert, so vermindert sich j_h um 1 und es vermehrt sich j_{h+1} um 1, die übrigen j und k bleiben ungeändert, i vermehrt sich um 1; die Gleichheiten bleiben dabei bestehen. Differenziert man den Faktor $(\varphi^{(i)}(u))^{j_i}$ und läßt die anderen ungeändert, so vermindert sich j_i um 1, die anderen j und k bleiben ungeändert, aus i wird $i+1$ und es tritt in (10) auf der linken Seite in der ersten Gleichheit der Summand $i+1$, in der zweiten der Summand 1 hinzu. Die Gleichheiten bleiben dabei bestehen. Damit ist (8) nachgewiesen und somit auch Satz XXIII bewiesen.

Nehmen wir nun an, es sei $\varphi^{(m-1)}(u)$ nicht nur in einer Umgebung des Nullpunktes, sondern in jedem Teilintervall $<\alpha,\beta>$ von $(-l, l)$ absolut stetig, so sind nun offenbar alle Bedingungen von Satz XIX erfüllt, so daß wir den Satz aussprechen können:

XXIV. Es genüge $\varphi(u)$ außer den Voraussetzungen von Satz XXI noch folgenden Bedingungen: $\varphi(u)$ besitzt eine in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung und es sind in jedem solchen Teilintervalle (abgesehen von einer Nullmenge) Ungleichungen der Gestalt:

$$|\varphi^{(i)}(u)| < A|u|^{p-i} \quad (i = 1, 2 \ldots, m) \tag{11}$$

erfüllt. Dann gilt in jedem Punkte x von $(a, a+l)$, in dem die in $<a, a+l>$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion f eine endliche Ableitung m-ter Ordnung besitzt, die Formel:

$$f^{(i)}(x) = -\frac{p\,\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)} \lim_{n=\infty} n^{\frac{1}{p}} \int_a^{a+l} f(\xi)\, \frac{\partial^i}{\partial x^i} (\varphi(\xi - x))^n\, d\xi \quad (i = 1, 2, \ldots, m), \tag{12}$$

und zwar gilt diese Beziehung gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<a', b'>$ von $(a, a+l)$, in dem $f(x)$ i-mal stetig differenzierbar ist. — Genügt $\varphi(u)$ in einer Umgebung des Nullpunktes auch der Relation $\varphi(-u) = \varphi(u)$, so gilt (12) auch für die verallgemeinerte i-te Ableitung $\overset{*}{f}{}^{(i)}(x)$.

Ist speziell p eine gerade natürliche Zahl, so kann es vorkommen, daß alle Ableitungen von $\varphi(u)$ existieren und absolut stetig sind. Gilt dann in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ für jedes i eine Ungleichung der Form:

$$|\varphi^{(i)}(u)| < A_i\, |u|^{p-i},$$

so gilt (12) für jedes i. Die Spezialfälle unseres Satzes: $\varphi(u) = 1 - u^2$ und $\varphi(u) = \left(\cos\frac{u}{2}\right)$ wurden von Ch. J. de la Vallée-Poussin bewiesen.[1]

Für unendliche Intervalle haben wir (unter Berufung auf Satz XIX *a*):

XXIV *a*. »Es genüge $\varphi(u)$ den Voraussetzungen von Satz XXI *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_i$. Ferner besitze $\varphi(u)$ eine in jedem endlichen Intervalle absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung; im Falle der Klasse $\mathfrak{F}_1$ sei ferner $\varphi^{(i)}(u)$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ geschränkt für alle u; im Falle der Klasse $\mathfrak{F}_2$ sei für alle hinlänglich großen $|u|$ (abgesehen von Nullmengen):

$$|\varphi^{(i)}(u)| < u^{\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)} \quad (\alpha > 0); \tag{13}$$

im Falle der Klasse $\mathfrak{F}_3$ sei für alle hinlänglich großen $|u|$ (abgesehen von Nullmengen):

$$\varphi^{(i)}(u) < u^{(1+\alpha)}.$$

Endlich mögen in jedem endlichen Intervalle Ungleichungen der Form (11) erfüllt sein. Dann gilt für jede in $(-\infty, +\infty)$ zu $\mathfrak{F}_i$ gehörige Funktion, die im Punkte x eine endliche Ableitung i-ter Ordnung besitzt, die Formel:

$$f^{(i)}(x) = \frac{p\,\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)} \lim_{n=\infty} n^{\frac{1}{p}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \frac{\partial^i}{\partial x^i} (\varphi(\xi - x))^n\, d\xi \quad (i = 1, 2 \ldots, m). \tag{14}$$

Diese Beziehung gilt gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $<a', b'>$, in dem f i-mal stetig differenzierbar ist. — Genügt $\varphi(u)$ in einer Umgebung des Nullpunktes der Relation $\varphi(u) = \varphi(-u)$, so gilt (14) auch für die verallgemeinerte i-te Ableitung $\overset{*}{f}{}^{(i)}(x)$.«

[1] A. a. O., p. 204 ff. u. p. 238 ff. Die Resultate von de la Vallée-Poussin sagen auch in diesen Spezialfällen insofern etwas weniger aus als die des Textes, als sie die gleichmäßige Konvergenz von (12) nur behaupten für jedes Intervall $<a'', b''>$, das ganz in einem Intervalle (a', b') liegt, in dem f i-mal stetig differenzierbar ist.

Um dies zu beweisen, hat man nur noch zu zeigen, daß Bedingung 1. von Satz XIX a [1] erfüllt ist, was man unmittelbar erkennt, indem man beachtet, daß $\frac{d^i}{du^i}(\varphi(u))^n$ sich aus einer endlichen Anzahl Glieder der Form (9) zusammensetzt. Sei der Beweis etwa für den Fall der Klasse $\mathfrak{F}_2$ angedeutet: es ist, wenn ϑ eine Zahl zwischen 0 und 1 bedeutet:

$$\int_h^{+\infty} \{P(u)\,(\varphi(u))^{n-j}\,(\varphi'(u))^{j_1}\,(\varphi''(u))^{j_2}\ldots.(\varphi^{(i)}(u))^{j_i}\}^2\,du \leqq$$

$$\leqq (P(u))^2\,\vartheta^{2(n-j)}\int_h^{+\infty}(\varphi'(u))^{2j_1}\,(\varphi''(u))^{2j_2}\ldots.(\varphi^{(i)}(u))^{2j_i}\,du\,.$$

Das rechts auftretende Integral hat wegen (13) einen endlichen Wert und es ist wegen $0<\vartheta<1$:

$$\lim_{n=\infty} n^{\frac{2}{p}}\,(P(u))^2\,\vartheta^{2(n-j)}=0\,.$$

So erkennt man, daß die Integrale:

$$n^{\frac{2}{p}}\int_h^{+\infty}\left\{\frac{d^i}{du^i}(\varphi(u))^n\right\}^2 du$$

geschränkt sind für alle n, wodurch Bedingung 1. von Satz XIX a (das ist Bedingung 1. von Satz XVI a) verifiziert erscheint. Ähnlich argumentiert man in den anderen Fällen.

§ 13. Singuläre Integrale vom Weierstraß'schen Typus.

Im Weierstraß'schen Falle:

$$\varphi(u)=e^{-u^2}$$

sind alle Voraussetzungen der Sätze XXI a, XXIII, XXIV a erfüllt, und zwar für jede unserer Klassen $\mathfrak{F}_i$. Die Sätze XXI a und XXIII lehren uns also, da bekanntlich:

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$$

ist, daß für jede in $(-\infty, +\infty)$ zu einer der Klassen $\mathfrak{F}_1$, $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$ gehörige Funktion die Formel:

$$f(x)=\lim_{n=\infty}\sqrt{\frac{n}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\,e^{-n(\xi-x)^2}\,d\xi$$

in jedem Punkte gilt, in dem f (für irgend ein m) verallgemeinerte m-te Ableitung seines m-fach iterierten Integrales ist, und daß sie gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $<a', b'>$ gilt, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist. — Satz XXIV a lehrt sodann, daß (für jedes i) die Formel:

$$f^{*(i)}(x)=\lim_{n=\infty}\sqrt{\frac{n}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\frac{d^i}{dx^i}\,e^{-n(\xi-x)^2}\,d\xi$$

in jedem Punkte gilt, in dem f eine verallgemeinerte endliche Ableitung i-ter Ordnung besitzt, und daß sie gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $<a', b'>$ gilt, in dem f i-mal stetig differenzierbar ist.

So wie diese Resultate als Spezialfälle der in den letzten Paragraphen durchgeführten Erörterungen aufgefaßt werden können, kann man sie auch als Spezialfälle eines anderen Typus singulärer Integrale auffassen, den wir als den Weierstraß'schen Typus bezeichnen wollen, und der in mancher Hinsicht

[1] Das heißt Bedingung 1. von Satz XVI a.

einfacher ist, als der in den letzten Paragraphen betrachtete Typus. Es ist für das Folgende bequemer, statt wie bisher Integrale der Form:

$$I_n(f, x) = \int_{\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi$$

zu betrachten, nunmehr Integrale der Form:

$$I(f, k, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, k)\, d\xi$$

zu betrachten, wo k alle Werte $\geqq 1$ durchläuft.

XXV. Sei $\varphi(u)$ eine für alle reellen u definierte Funktion, für die das verallgemeinerte Lebesgue'sche Integral:

$$\lim_{k=+\infty} \int_{-k}^{k} \varphi(u)\, du = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(u)\, du \; (= \omega) \tag{1}$$

existiert und einen von Null verschiedenen Wert ω besitzt.

Damit für jede in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_3$ gehörige Funktion f, die im Punkte x stetig ist, die Formel gelte:[1]

$$f(x) = \lim_{k=+\infty} \frac{k}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(k(\xi - x))\, d\xi, \tag{2}$$

ist notwendig und hinreichend, daß das Integral:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(u)|\, du \tag{3}$$

einen endlichen Wert habe. Ist dies der Fall, so gilt (2) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $< a', b' >$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Die Bedingung ist hinreichend (auch für gleichmäßige Konvergenz). Es genügt zu zeigen, daß für jede Folge positiver Werte k_n mit $\lim_{n=\infty} k_n = +\infty$ der Kern:

$$\psi(\xi, x, n) = \frac{k_n}{\omega}\, \varphi(k_n(\xi - x))$$

den Bedingungen von Satz X a für die Klasse $\mathfrak{F}_3$ genügt.

Um Bedingung 1. von Satz X a als erfüllt nachzuweisen, zeigen wir zunächst, daß für jedes $\varepsilon > 0$:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)|\, d\xi = 0 \tag{4}$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$ ist. In der Tat, es ist:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)|\, d\xi = \frac{k_n}{\omega} \left\{ \int_{-\infty}^{-\varepsilon} |\varphi(k_n u)|\, du + \int_{\varepsilon}^{+\infty} \varphi(k_n u)|\, du \right\} =$$

$$= \frac{1}{\omega} \left\{ \int_{-\infty}^{-k_n \varepsilon} |\varphi(v)|\, dv + \int_{k_n \varepsilon}^{+\infty} |\varphi(v)|\, dv \right\},$$

wodurch wegen der über das Integral (3) gemachten Voraussetzung und weil der letzte Ausdruck von x nicht abhängt, die gleichmäßige Konvergenz von (4) bewiesen ist.

Um nun zu beweisen, daß Bedingung 1. von X a für die Klasse $\mathfrak{F}_3$ erfüllt ist, zeigen wir zunächst: zu jedem $\mu > 0$ gibt es ein $\lambda > 0$, so daß für jede Menge I sich nicht überdeckender Intervalle, deren Gesamtlänge $< \lambda$ ist, sowie für alle x von $< a', b' >$

$$\int_I |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)|\, d\xi < \mu \quad \text{für alle } n$$

[1] Darunter ist hier wie im Folgenden auch mitverstanden, daß das in dieser Formel auftretende Integral für jedes $k \geqq 1$ existiert.

ist. Wir wählen zu dem Zwecke n_0 so groß, daß für $n > n_0$ und alle x von $< a', b' >$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)| \, d\xi < \mu,$$

was wegen (4) möglich ist; sodann bestimmen wir für jedes einzelne n ein λ_n, so daß für jede Menge $\mathfrak{A}$, deren Inhalt $< \lambda_n$ ist:

$$\frac{k_n}{\omega} \int_{\mathfrak{A}} |\varphi(k_n u) \, du < \mu$$

ist, was wegen eines bekannten Satzes über Lebesgue'sche Integrale sicher möglich ist. Wir haben nun für das gewünschte λ lediglich die kleinste der Zahlen $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{n_0}$ zu wählen.

Wir zeigen weiter: zu jedem $\eta > 0$ gibt es ein A, so daß:

$$\int_{-\infty}^{-A} |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)| \, d\xi < \eta; \quad \int_{A}^{+\infty} |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)| \, d\xi < \eta \tag{5}$$

für alle n und alle x von $< a', b' >$. Wir wählen wieder n_0 so groß, daß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)| \, d\xi < \eta$$

für $n > n_0$ und alle x von $< a', b' >$. Sodann beachten wir, daß:

$$\int_{A}^{+\infty} |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)| \, d\xi \leqq \frac{k_n}{\omega} \int_{A-x}^{+\infty} |\varphi(k_n u)| \, du,$$

und daher weiter für alle x von $< a', b' >$:

$$\int_{A}^{+\infty} |\psi(\xi, x, n, \varepsilon)| \, d\xi \leqq \frac{k_n}{\omega} \int_{A-b'}^{+\infty} |\varphi(k_n u)| \, du.$$

Nun kann aber zu jedem einzelnen n ein A_n so gewählt werden, daß:

$$\frac{k_n}{\omega} \int_{A_n - b'}^{+\infty} |\varphi(k_n u)| \, du < \eta.$$

Wir haben daher, um die zweite Ungleichung (5) zu befriedigen, für A lediglich die größte der Zahlen $A_1, A_2, \ldots, A_{n_0}$ zu wählen. Analog befriedigt man die erste Ungleichung (5). — Damit ist Bedingung 1. von X a als erfüllt nachgewiesen.

Daß Bedingung 2. von X a erfüllt ist, folgt unmittelbar aus dem gleichmäßigen Bestehen von (4) für alle x von $< a', b' >$.

Bedingung 3. von X a ist erfüllt, denn es ist:

$$\frac{k_n}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(k_n(\xi - x))| \, d\xi = \frac{1}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(u)| \, du,$$

wo die rechte Seite von n und x nicht abhängt und nach Voraussetzung endlich ist.

Bedingung 4. von X a ist erfüllt. Denn wegen der gleichmäßigen Konvergenz von (4) für alle x von $< a', b' >$ ist diese Bedingung nun gleichbedeutend mit folgender: es ist:

$$\lim_{n=\infty} \frac{k_n}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(k_n(\xi - x)) \, d\xi = 1$$

gleichmäßig für alle x von $< a', b' >$.

Das aber ist der Fall, wegen der Gleichungen:

$$k_n \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(k_n(\xi - x)) \, d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(u) \, du = \omega.$$

Die Bedingung ist notwendig. Dies erkennt man durch Berufung auf Satz VI *a*. In der Tat, es ist:

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} |\varphi(\xi, x, n)|\, d\xi = \frac{k_n}{\omega}\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} |\varphi(k_n(\xi - x))|\, d\xi = \frac{1}{\omega}\int_{-k_n\varepsilon}^{k_n\varepsilon} |\varphi(u)|\, du.$$

Hätte nun das Integral (3) nicht einen endlichen Wert, so wäre:

$$\lim_{n=\infty}\int_{-k_n\varepsilon}^{k_n\varepsilon} |\varphi(u)|\, du = +\infty,$$

und es wäre somit Bedingung 3. von VI *a* nicht erfüllt.

Man erkennt ohneweiters:

XXV *a*. »Genügt $\varphi(u)$ den zu Beginn von Satz XXV angeführten Voraussetzungen, so ist die das Integral (3) betreffende Bedingung auch notwendig und hinreichend dafür, daß in jedem Punkte x des beliebigen Intervalles (a, b), der ein Stetigkeitspunkt für die in $< a, b >$ zur Klasse $\mathfrak{F}_3$ gehörige Funktion f ist, die Formel gelte:

$$f(x) = \lim_{k=+\infty} \frac{k}{\omega}\int_a^b f(\xi)\, \varphi(k(\xi - x))\, d\xi. \tag{6}$$

Ist auch Bedingung (3) erfüllt, so gilt (6) gleichmäßig in jedem Teilintervalle $< a', b' >$ von (a, b), in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.«

Wir wenden uns nunmehr zum Studium von Formel (2) für Funktionen der Klassen $\mathfrak{F}_1$ und $\mathfrak{F}_2$. Da für diese Klassen Bedingung 3. von VI *a* dieselbe ist wie für die Klasse $\mathfrak{F}_3$, so sehen wir aus dem zuletzt geführten Beweise, daß Formel (2) jedenfalls nur dann für alle Funktionen, die in $(-\infty, +\infty)$ zu $\mathfrak{F}_1$ oder zu $\mathfrak{F}_2$ gehören, gelten kann, wenn die das Integral (3) betreffende Bedingung von Satz XXV erfüllt ist. Wir setzen also diese Bedingung von jetzt an als erfüllt voraus.

XXVI. Sei $\varphi(u)$ eine für alle reellen u definierte Funktion, für die das Integral (3) einen endlichen Wert hat, und für die der Wert ω des Integrales (1) nicht verschwindet. Damit Beziehung (2) für jede im Punkte x stetige Funktion gelte, die in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_2$ gehört, ist notwendig und hinreichend, daß zu jedem $h > 0$ ein A gehört, so daß:

$$\int_{-\infty}^{-u} (\varphi(v))^2\, dv < \frac{A}{u}; \quad \int_u^{+\infty} (\varphi(v))^2\, dv < \frac{A}{u} \quad \text{für } u \geqq h. \tag{7}$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so gilt (2) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $< a', b' >$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Die Bedingung ist hinreichend. Um Bedingung 1.° von X *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_2$ als erfüllt nachzuweisen, genügt es zu zeigen, daß es zu jedem $h > 0$ ein M gibt, so daß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\psi(\xi, x, k, h))^2\, d\xi < M \quad \text{für alle } k \geqq 1 \text{ und alle } x \text{ von } < a', b' >. \tag{8}$$

Nun ist:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\psi(\xi, x, k, h))^2\, d\xi = \frac{k^2}{\omega^2}\left\{\int_{-\infty}^{-h} (\varphi(ku))^2\, du + \int_h^{+\infty} (\varphi(ku))^2\, du\right\} =$$

$$= \frac{k}{\omega^2}\left\{\int_{-\infty}^{-kh} (\varphi(u))^2\, du + \int_{kh}^{+\infty} (\varphi(u))^2\, du\right\}.$$

Also haben wir bei Benützung von (7):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\psi(\xi, x, k, h))^2\, d\xi < \frac{2}{\omega^2} \cdot \frac{A}{h},$$

wodurch (8) bewiesen ist.

Daß Bedingung 2., 3. und 4. von X*a* erfüllt sind, haben wir schon beim Beweise von Satz XXV gesehen.

Die Bedingung ist notwendig. Wäre sie nicht erfüllt, so gäbe es ein $h > 0$ und eine Folge von Zahlen A_n mit:

$$\lim_{n=\infty} A_n = +\infty, \tag{9}$$

sowie eine Folge von Zahlen u_n, alle $\geqq h$ (oder alle $\leqq -h$), für die:

$$\int_{u_n}^{+\infty} (\varphi(v))^2\, dv = \frac{A_n}{u_n} \quad \left(\text{oder } \int_{-\infty}^{u_n} (\varphi(v))^2\, dv = \frac{A_n}{|u_n|}\right)$$

wäre. Sei etwa das erstere der Fall. Wir setzen: $u_n = k_n \cdot h$ (dann ist $k_n \geqq 1$) und haben:

$$k_n \int_{u_n}^{+\infty} (\varphi(v))^2\, dv = k_n^2 \int_h^{+\infty} (\varphi(k_n u))^2\, du = \frac{A_n}{h}.$$

Wegen (9) wäre also für den Kern:

$$\varphi(\xi, x, u) = \frac{k_n}{\omega} \varphi(k_n(\xi - x))$$

gewiss Bedingung 1. von Satz VI*a* für die Klasse $\mathfrak{F}_2$ nicht erfüllt. Damit ist unsere Behauptung erwiesen.

XXVI*a*. »Genügt $\varphi(u)$ allen zu Beginn von Satz XXVI angeführten Voraussetzungen, so ist notwendig und hinreichend dafür, daß in jedem Punkte x des beliebigen Intervalles (a, b), der ein Stetigkeitspunkt für die in $<a, b>$ zu $\mathfrak{F}_2$ gehörige Funktion f ist, die Formel (6) gelte, daß φ auch der Bedingung (7) genügt. Ist auch Bedingung (7) erfüllt, so gilt (6) gleichmäßig in jedem Teilintervalle (a', b') von $<a, b>$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.«

Die Bedingung ist hinreichend. Das folgt unmittelbar aus dem Beweise von Satz XXVI.

Die Bedingung ist notwendig. Um dies einzusehen, wird es genügen, statt der Notwendigkeit von (7) die Notwendigkeit der folgenden Bedingung nachzuweisen: Zu jedem $h > 0$ und $\lambda > 1$ gibt es ein A', so daß:

$$\int_{-\lambda u}^{-u} (\varphi(u))^2\, du < \frac{A'}{u}; \quad \int_{u}^{\lambda u} (\varphi(u))^2\, du < \frac{A'}{u} \quad \text{für } u \geqq h. \tag{10}$$

In der Tat, ist Bedingung (10) erfüllt, so ist auch Bedingung (7) erfüllt, denn es ist (für $u \geqq h$ und $\lambda > 1$):

$$\int_u^{+\infty} (\varphi(u))^2\, du = \int_u^{\lambda u} (\varphi(u))^2\, du + \int_{\lambda u}^{\lambda^2 u} (\varphi(u))^2\, du + \ldots + \int_{\lambda^n u}^{\lambda^{n+1} u} (\varphi(u))^2\, du + \ldots$$

und somit wegen (10):

$$\int_u^{+\infty} (\varphi(u))^2\, du < \frac{A'}{u}\left(1 + \frac{1}{\lambda} + \ldots + \frac{1}{\lambda^n} + \ldots\right) = \frac{A'\lambda}{\lambda - 1} \cdot \frac{1}{u};$$

das heißt: es ist auch Bedingung (7) erfüllt.

Angenommen nun, es wäre Bedingung (10) nicht erfüllt; dann gäbe es ein $h > 0$ und ein $\lambda > 1$, so daß für eine Folge in $< h, +\infty)$ oder in $(-\infty, -h >$ gelegener u_n (wir nehmen etwa das erstere an):

$$\int_{u_n}^{\lambda u_n} (\varphi(u))^2\, du = \frac{A_n}{u_n} \quad \left(\lim_{n=\infty} A_n = +\infty\right) \tag{11}$$

wäre. Sei x ein Punkt von (a, b). Wir wählen ein $\varepsilon > 0$, so daß:

$$\lambda \varepsilon \leqq b - x \quad \text{und} \quad \varepsilon \leqq h,$$

und setzen:

$$u_n = k_n \varepsilon.$$

Dann wird $k_n \geqq 1$ und nach (11):

$$k_n^2 \int_{x+\varepsilon}^{b} \{\varphi(k_n(\xi - x))\}^2 d\xi \geqq k_n \int_{k_n \varepsilon}^{k_n \lambda \varepsilon} (\varphi(u))^2 du = \frac{A_n}{\varepsilon},$$

so daß für den Kern:

$$\varphi(\xi, x, u) = k_n \varphi(k_n(\xi - x))$$

Bedingung 1. von Satz VI nicht erfüllt wäre.

XXVII. Sei $\varphi(u)$ eine für alle reellen u definierte Funktion, für die das Integral (3) einen endlichen Wert hat und für die der Wert ω des Integrales (1) nicht verschwindet. Damit Beziehung (2) für jede im Punkte x stetige Funktion gelte, die in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehört, ist notwendig und hinreichend, daß zu jedem $h > 0$ ein A gehört, so daß (abgesehen von Nullmengen):

$$|\varphi(u)| < \frac{A}{|u|} \quad \text{für } |u| \geqq h. \tag{12}$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so gilt (2) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $< a', b' >$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Die Bedingung ist hinreichend. Es handelt sich nur darum, nachzuweisen, daß Bedingung 1. von Satz X a für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ erfüllt ist; denn für Bedingung 2., 3. und 4. ist es uns schon bekannt.

Wir haben zu zeigen: ist $h > 0$ beliebig gegeben, so gibt es ein M, so daß (abgesehen von Nullmengen):

$$\frac{k}{\omega} |\varphi(ku)| < M \quad \text{für } |u| \geqq h \text{ und } k \geqq 1. \tag{13}$$

Nun folgt aus (12) (immer abgesehen von Nullmengen):

$$k |\varphi(ku)| < \frac{A}{|u|} \quad \text{für } |u| \geqq h \text{ und } k \geqq 1,$$

mithin auch:

$$k |\varphi(ku)| < \frac{A}{h} \quad \text{für } |u| \geqq h \text{ und } k \geqq 1,$$

womit (13) bewiesen ist.

Die Bedingung ist notwendig. Wäre sie nicht erfüllt, so hieße das: es gibt ein $h > 0$ und eine, sei es in $< h, +\infty)$, sei es in $(-\infty, -h >$ gelegene Folge von Mengen $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots, \mathfrak{M}_n \ldots$, deren jede einen von 0 verschiedenen Inhalt hat, und derart, daß in den Punkten von $\mathfrak{M}_n$:

$$|\varphi(u)| > \frac{n}{|u|}$$

ist. Nehmen wir etwa an, diese Mengen liegen in $< h, +\infty)$. Jedenfalls gibt es dann auch eine Folge von Punkten u_n $(\geqq h)$, so daß der in $< u_n, u_n + 1 >$ liegende Teil $\mathfrak{M}_n$ von $\mathfrak{M}_n$ nicht den Inhalt 0 hat. Setzen wir:

$$u_n = k_n \cdot h,$$

so ist $k_n \geqq 1$, und es wird in den Punkten der Menge $\mathfrak{M}_n^*$, die aus $\overline{\mathfrak{M}}_n$ durch Ähnlichkeitstransformation im Verhältnisse $k_n : 1$ hervorgeht:

$$k_n \varphi(k_n u) > \frac{n}{u} \geqq \frac{n}{\frac{1}{k_n}(u_n+1)} = \frac{n}{h+\frac{1}{k_n}} \geqq \frac{n}{h+1}.$$

Und da die Menge $\mathfrak{M}_n^*$ in $< h, +\infty)$ liegt, wäre also Bedingung 1. von Satz VI *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ nicht erfüllt.

XXVII *a*. »Genügt $\varphi(u)$ allen zu Beginn von Satz XXVII aufgezählten Bedingungen, so ist, damit in jedem Punkte x des beliebigen Intervalles (a, b), der für die in $< a, b >$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion f ein Stetigkeitspunkt ist, Formel (6) gelte, notwendig und hinreichend, daß $\varphi(u)$ auch der Bedingung (12) genüge. Ist auch Bedingung (12) erfüllt, so gilt (6) gleichmäßig in jedem Teilintervalle $< a', b' >$ von (a, b), in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.«

Eines Beweises bedarf hier nur die Behauptung, daß die Bedingung (12) notwendig ist. Wäre sie nicht erfüllt, so gäbe es wieder eine Folge, etwa in $< h, +\infty)$ gelegener Mengen $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots, \mathfrak{M}_n, \ldots$ mit von 0 verschiedenem Inhalte, so daß in den Punkten von $\mathfrak{M}_n$:

$$|\varphi(u)| > \frac{n}{u}. \tag{14}$$

Es gäbe also auch eine in $< h, +\infty)$ gelegene Punktfolge $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$ und in $< u_n, u_n + \frac{1}{n} >$ gelegene Mengen $\overline{\mathfrak{M}}_n$ mit von 0 verschiedenem Inhalte, auf denen (14) gilt.

Sei x ein Punkt von (a, b). Wir wählen ein $\varepsilon > 0$ gemäß:

$$\varepsilon \leqq h, \quad \varepsilon < b - x$$

und setzen:

$$k_n = \frac{u_n}{\varepsilon}; \quad u = k_n(\xi - x).$$

Gehört dann $k_n(\xi - x)$ zur Menge $\mathfrak{M}_n$, das heißt gehört ξ zur Menge $\mathfrak{M}_n^*$, die aus $\overline{\mathfrak{M}}_n$ durch die lineare Transformation $u = k_n(\xi - x)$ entsteht, so haben wir wegen (14):

$$k_n |\varphi(k_n(\xi - x))| > \frac{n}{\xi - x}.$$

Die Menge $\mathfrak{M}_n^*$ aber liegt im Intervalle $< x+\varepsilon, x+\varepsilon+\frac{1}{n k_n} >$ der Veränderlichen ξ. Wegen $k_n \geqq 1$ liegen diese Intervalle für hinlänglich großes n in $< x+\varepsilon, b >$, so daß für den Kern:

$$\varphi(\xi, x, n) = k_n \varphi(k_n(\xi - x))$$

sicherlich Bedingung 1. von Satz VI nicht erfüllt ist.

§ 14. Konvergenz an Unstetigkeitsstellen.

Besonders einfach gestaltet sich für den jetzt betrachteten Typus singulärer Integrale die Anwendung der Sätze von §§ 7, 8 und 9, wenn wir bemerken, daß hier die Bedingung:

$$\lim_{k=+\infty} \varphi(\xi, x, k) = 0 \quad \text{für } \xi \neq x$$

gleichbedeutend ist mit:

$$\lim_{u=-\infty} u \cdot \varphi(u) = 0; \quad \lim_{u=+\infty} u \cdot \varphi(u) = 0, \tag{1}$$

und daß wegen:

$$\frac{\partial^i}{\partial \xi^i}\varphi(\xi, x, k) = (-1)^i \frac{\partial^i}{\partial x^i}\varphi(\xi, x, k) = k^{i+1}\varphi^{(i)}(k(\xi - x))$$

jede der Beziehungen:

$$\lim_{k=+\infty} \frac{\partial^i}{\partial \xi^i}\varphi(\xi, x, k) = 0; \quad \lim_{k=+\infty} \frac{\partial^i}{\partial x^i}\varphi(\xi, x, k) = 0 \quad \text{für } \xi \neq x$$

gleichbedeutend wird mit:

$$(1a) \qquad \lim_{u=-\infty} u^{i+1}\varphi^{(i)}(u) = 0; \quad \lim_{u=+\infty} u^{i+1}\varphi^{(i)}(u) = 0.$$

Durch Anwendung von Satz XIV *a* und XV *a* finden wir also:

XXVIII. Sei $\varphi(u)$ eine für alle reellen u definierte Funktion, die eine in jedem endlichen Intervalle absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung besitzt, und es sei:

$$(2) \qquad \lim_{u=-\infty} u^m \varphi^{(m-1)}(u) = 0; \quad \lim_{u=+\infty} u^m \varphi^{(m-1)}(u) = 0.$$

Ferner existiere das verallgemeinerte Integral:

$$(3) \qquad \lim_{A=+\infty} \int_{-A}^{A} \varphi(u)\, du = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(u)\, du = \omega,$$

und es sei sein Wert $\omega \neq 0$. Endlich existiere das Integral:

$$(4) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} |u^m \varphi^{(m)}(u)|\, du.$$

Dann gilt für jede in $(-\infty, +\infty)$ zu einer der Klassen $\mathfrak{F}_1$, $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$ gehörige Funktion f die Beziehung:

$$(5) \qquad f(x) = \lim_{k=+\infty} \frac{k}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(k(\xi - x))\, d\xi$$

in jedem Punkte x, in dem f m-te Ableitung seines m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist. Ist $\varphi(u)$ eine gerade Funktion, so gilt (5) in jedem Punkte x, in dem f verallgemeinerte m-te Ableitung seines m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist.

Zum Beweise bemerken wir, daß gleichzeitig mit $\varphi^{(m-1)}$ auch $\varphi^{(m-2)}, \ldots, \varphi'$ und φ in jedem endlichen Intervalle absolut stetig sind. Daraus und aus der Existenz des verallgemeinerten Integrales (3) folgt ohneweiters: es gibt Punktfolgen u_n, $\bar{u}_n$, $u_n^{(i)}$, $\bar{u}_n^{(i)}$ mit:

$$(6) \qquad \lim_{n=\infty} u_n = +\infty, \quad \lim_{n=\infty} \bar{u}_n = -\infty, \quad \lim_{n=\infty} u_n^{(i)} = +\infty, \quad \lim_{n=\infty} \bar{u}_n^{(i)} = -\infty,$$

für die:

$$(7) \qquad \lim_{n=\infty} \varphi(u_n) = 0, \quad \lim_{n=\infty} \varphi(\bar{u}_n) = 0, \quad \lim_{n=\infty} \varphi^{(i)}(u_n^{(i)}) = 0, \quad \lim_{n=\infty} \varphi^{(i)}(\bar{u}_n^{(i)}) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m-1).$$

Aus (2) folgt: ist $\varepsilon > 0$ beliebig gegeben, so gibt es ein A, so daß:

$$|\varphi^{(m-1)}(u)| < \frac{\varepsilon}{u^m} \quad \text{für } u \geqq A.$$

Und daraus folgt durch Integration (für $u \geqq A$ und hinlänglich großes n):

$$|\varphi^{(m-2)}(u) - \varphi^{(m-2)}(u_n^{(m-2)})| \leqq \frac{\varepsilon}{m-1} \left| \frac{1}{u^{m-1}} - \frac{1}{(u_n^{(m-2)})^{m-1}} \right|.$$

Aus (6) und (7) folgt nun:

$$|\varphi^{(m-2)}(u)| \leqq \frac{\varepsilon}{m \quad 1} \frac{1}{u^{m-1}} \quad \text{für } u \geqq A,$$

oder, was dasselbe heißt:

$$\lim_{u=+\infty} u^{m-1} \varphi^{(m-2)}(u) = 0. \tag{8}$$

Ebenso beweist man:

$$\lim_{u=-\infty} u^{m-1} \varphi^{(m-2)}(u) = 0. \tag{8a}$$

So wie (8) und (8 a) aus (2) hergeleitet wurden, zeigt man, indem man in derselben Weise weiterschließt: es bestehen die Relationen:

$$\lim_{u=-\infty} u\varphi(u) = 0 \qquad \lim_{u=+\infty} u\varphi(u) = 0 \tag{9}$$

$$\lim_{u=-\infty} u^{i+1} \varphi^{(i)}(u) = 0 \qquad \lim_{u=+\infty} u^{i+1} \varphi^{(i)}(u) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m-1).$$

Wir zeigen sodann, daß aus unseren Voraussetzungen folgt, daß $\varphi(u)$ der Bedingung (3) von Satz XXV, der Bedingung (7) von Satz XXVI und der Bedingung (12) von Satz XXVII genügt.

Durch partielle Integration ergibt sich:

$$\int_0^u |v^{m-1} \varphi^{(m-1)}(v)| dv = \frac{v^m}{m} |\varphi^{(m-1)}(v)| \Big]_0^u - \frac{1}{m} \int_0^u v^m \, sgn \cdot \varphi^{(m-1)}(v) \cdot \varphi^{(m)}(v) \, dv.$$

Hierin haben wir, wegen (2):

$$\lim_{u=+\infty} \frac{v^m}{m} \varphi^{(m-1)}(v)| \Big]_0^u = 0,$$

der Subtrahend hat, wegen der vorausgesetzten Existenz des Integrales (4) einen endlichen Grenzwert für $u = +\infty$, so daß die Existenz des Integrales:

$$\int_0^\infty |u^{m-1} \varphi^{(m-1)}(u)| \, du$$

bewiesen ist. Ebenso beweist man die Existenz von:

$$\int_{-\infty}^0 |u^{m-1} \varphi^{(m-1)}(u)| \, du,$$

so daß aus der vorausgesetzten Existenz von (4) die Existenz von:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u^{m-1} \varphi^{(m-1)}(u)| \, du$$

folgt. Indem man (unter Benützung von (9)) so weiter schließt, beweist man der Reihe nach die Existenz von:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u^i \varphi^{(i)}(u)| \, du \quad (i = m-1, m-2, \ldots, 1) \quad \text{und} \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(u)| \, du. \tag{10}$$

Damit ist Bedingung (3) von Satz XXV erwiesen.

Wie aus der Stetigkeit von $\varphi(u)$ und den beiden ersten Relationen (9) unmittelbar folgt, gibt es eine Konstante B, so daß für alle u:

$$|\varphi(u)| < \frac{B}{|u|}. \tag{11}$$

Also haben wir für alle $u \geqq h$:

$$\int_{-\infty}^{-u} (\varphi(v))^2 \, dv < \frac{B^2}{u}; \quad \int_{u}^{+\infty} (\varphi(v))^2 \, dv < \frac{B^2}{u},$$

womit Bedingung (7) von Satz XXVI nachgewiesen ist. — Und durch Ungleichung (11) ist gleichzeitig Bedingung (12) von Satz XXVII als erfüllt nachgewiesen.

Daraus folgt aber, wie die Beweise von XXV, XXVI und XXVII gezeigt haben, das Bestehen der Bedingungen 1., 2. und 4. von Satz XIV *a* für jede der Klassen $\mathfrak{F}_1$, $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$. — Um einzusehen, daß auch Bedingung 3. von Satz XIV *a* erfüllt ist, schreiben wir:

$$\int_{x-h}^{x+h} \left| (\xi - x)^m \frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \varphi(\xi, x, u) \right| d\xi = \int_{-h}^{h} k^{m+1} |u^m \varphi^{(m)}(ku)| \, du = \int_{-k.h}^{k.h} |u^m \varphi^{(m)}(u)| \, du,$$

und dieser Ausdruck liegt, wegen der vorausgesetzten Existenz des Integrales (4), tatsächlich für alle $k \geqq 1$ unter einer endlichen Schranke N.

Damit ist Satz XXVIII bewiesen. Man beweist ebenso:

XXVIII *a*. »Genügt $\varphi(u)$ den Voraussetzungen von Satz XXVIII, so gilt für jede in $< a, b >$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion f die Beziehung

$$f(x) = \lim_{k=+\infty} \frac{k}{\omega} \int_a^b f(\xi) \, \varphi(k(\xi - x)) \, d\xi \tag{12}$$

in jedem Punkte x von (a, b), in dem f m-te Ableitung seines m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist. — Ist $\varphi(u)$ eine gerade Funktion, so gilt (12) in jedem Punkte x von (a, b), in dem f verallgemeinerte m-te Ableitung seines m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist.«

§ 15. Differenziation der Integrale des Weierstraßschen Typus.

Durch Berufung auf die Sätze XVI *a*, XVII *a*, XIX *a* finden wir:

XXIX. Es genüge $\varphi(u)$ allen Voraussetzungen von Satz XXVIII. Damit in jedem Punkte x, in dem die in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_3$ gehörige Funktion f eine endliche Ableitung m-ter Ordnung besitzt, die Beziehungen gelten:

$$f(x) = \lim_{k=+\infty} \frac{k}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \, \varphi(k(\xi - x)) \, d\xi, \tag{1}$$

$$f^{(i)}(x) = \lim_{k=+\infty} (-1)^i \frac{k^{i+1}}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \, \varphi^{(i)}(k(\xi - x)) \, d\xi \quad (i = 1, 2, \ldots, m), \tag{2}$$

ist notwendig und hinreichend, daß das Integral (4) von § 14 existiere. Ist dies der Fall, so gelten die Beziehungen (1), (2) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle, in dem f m-mal stetig differenzierbar ist. Ist $\varphi(u)$ eine gerade Funktion, so kann die Ableitung $f^{(i)}(x)$ durch die verallgemeinerte Ableitung $f^{(i)}(x)$ ersetzt werden.

Die Bedingung ist hinreichend (auch für die gleichmäßige Konvergenz). Es genügt zu beweisen, daß für den Kern

$$\varphi(u, k) = \frac{k}{\omega} \varphi(ku)$$

alle Voraussetzungen und Bedingungen von Satz XIX *a* erfüllt sind; zunächst gilt tatsächlich die Beziehung:

$$\lim_{k=+\infty} \varphi^{(m-1)}(u, k) = \lim_{k=+\infty} \frac{k^m}{\omega} \varphi^{(m-1)}(k \cdot u) = 0 \tag{3}$$

gleichmäßig in jedem endlichen, den Nullpunkt nicht enthaltenden Intervalle $<\alpha, \beta>$, wie unmittelbar aus (2) von § 14 folgt; denn sei etwa:

$$0 < \alpha < \beta.$$

Wegen (2) von § 14 ist, bei beliebig gegebenem $\varepsilon > 0$:

$$|u^m \varphi^{(m-1)}(u)| < \varepsilon \quad \text{für } u \geqq A.$$

Daher weiter für alle u von $<\alpha, \beta>$:

$$|k^m \varphi^{(m-1)}(uk)| < \frac{\varepsilon}{\alpha^m} \quad \text{für } k \geqq \frac{A}{\alpha},$$

womit das gleichmäßige Bestehen von (3) in $<\alpha, \beta>$ bewiesen ist.

Bedingung 1. von XIX a für die Klasse $\mathfrak{F}_3$ ist erfüllt, wenn für jedes $h > 0$ die Kerne $\psi(u, k, h)$ und $\psi^{(i)}(u, k, h)$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ der Bedingung 1. von Satz III a genügen. Für den Kern $\psi(u, k, h)$ haben wir schon beim Beweise von Satz XXV gezeigt, daß dies tatsächlich aus der Existenz des Integrales

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(u)|\, du$$

folgt. Zeigen wir es nun für den Kern $\psi^{(i)}(u, k, h)$.

Es wird wieder genügen zu zeigen, daß:

$$\lim_{k=+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi^{(i)}(u, k, h)|\, du = 0 \tag{4}$$

ist, da daraus das Bestehen der Bedingung 1. von III a für den Kern $\psi^{(i)}(u, k, h)$ ebenso gefolgert werden kann, wie beim Beweise von Satz XXV das Bestehen dieser Bedingung für den Kern $\psi(\xi, x, n, \varepsilon)$ aus der dortigen Relation (4) gefolgert wurde.

Um (4) zu beweisen, beachten wir, daß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi^{(i)}(u, k, h)|\, du = \frac{k^{i+1}}{\omega}\left\{\int_{-\infty}^{-h} |\varphi^{(i)}(ku)|\, du + \int_{h}^{+\infty} |\varphi^{(i)}(ku)|\, du\right\} = \tag{5}$$

$$= \frac{k^i}{\omega}\left\{\int_{-\infty}^{-kh} |\varphi^{(i)}(u)|\, du + \int_{kh}^{+\infty} |\varphi^{(i)}(u)|\, du\right\}.$$

Wegen der in § 14 bewiesenen Existenz des Integrales:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u^i \varphi^{(i)}(u)|\, du$$

gibt es zu einem beliebig vorgegebenen $\varepsilon > 0$ ein A, so daß:

$$\int_{-\infty}^{-u} |v^i \varphi^{(i)}(v)|\, dv < \varepsilon; \quad \int_{u}^{+\infty} |v^i \varphi^{(i)}(v)|\, dv < \varepsilon \quad \text{für } u \geqq A,$$

und somit auch:

$$\int_{-\infty}^{-u} |\varphi^{(i)}(v)|\, dv < \frac{\varepsilon}{u^i}; \quad \int_{u}^{+\infty} |\varphi^{(i)}(v)|\, dv < \frac{\varepsilon}{u^i} \quad \text{für } u \geqq A,$$

woraus man sofort entnimmt:

$$k^i \int_{-\infty}^{-kh} |\varphi^{(i)}(u)|\, du < \frac{\varepsilon}{h^i}; \quad k^i \int_{kh}^{+\infty} |\varphi^{(i)}(u)|\, du < \frac{\varepsilon}{h^i} \quad \text{für } k \geqq \frac{A}{h}.$$

Damit ist, im Hinblick auf (5), Beziehung (4) dargetan und mithin bewiesen, daß Bedingung 1. von Satz XIX a erfüllt ist.

Daß Bedingung 3. von XIX *a* erfüllt ist, entnimmt man daraus, daß:

$$(6)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} |u^m \varphi^{(m)}(u,k)|\,du = \frac{k^{m+1}}{\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} |u^m \varphi^{(m)}(ku)|\,du = \frac{1}{\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} |u^m \varphi^{(m)}(u)|\,du$$

ist. Daß Bedingung 4. von XIX *a* erfüllt ist, ist evident.

Gleichung (6) lehrt aber auch, daß die Bedingung von Satz XXIX notwendig ist,[1] womit dieser Satz völlig bewiesen ist.

Ebenso beweist man:

XXIX *a*. »Es genüge $\varphi(u)$ allen Voraussetzungen von Satz XXVIII. Damit in jedem Punkte x des beliebigen Intervalles (a, b), in dem die in $<a, b>$ zur Klasse $\mathfrak{F}_3$ gehörige Funktion f eine endliche Ableitung m-ter Ordnung besitzt, die Beziehungen gelten:

$$(7)\qquad f(x) = \lim_{k=+\infty} \frac{k}{\omega}\int_a^b f(\xi)\,\varphi(k(\xi - x))\,d\xi,$$

$$(8)\qquad f^{(i)}(x) = \lim_{k=+\infty} (-1)^i \frac{k^{i+1}}{\omega}\int_a^b f(\xi)\,\varphi^{(i)}(k(\xi - x))\,d\xi \qquad (i = 1, 2, \ldots, m),$$

ist notwendig und hinreichend, daß das Integral (4) von § 14 existiere. — Ist dies der Fall, so gelten die Beziehungen (7), (8) gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<a', b'>$ von (a, b), in dem f m-mal stetig differenzierbar ist. — Ist $\varphi(u)$ eine gerade Funktion, so kann die Ableitung $f^{(i)}(x)$ durch die verallgemeinerte Ableitung $\overset{*}{f}{}^{(i)}(x)$ ersetzt werden.«

Wir wenden uns nunmehr der Frage nach der Gültigkeit der Formeln (1), (2) für Funktionen der Klassen $\mathfrak{F}_1$ und $\mathfrak{F}_2$ zu.

XXX. Es genüge $\varphi(u)$ allen Voraussetzungen von Satz XXVIII. Damit in jedem Punkte x, in dem die in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_2$ gehörige Funktion f eine endliche Ableitung m-ter Ordnung besitzt, die Beziehungen (1), (2) bestehen, ist notwendig und hinreichend, daß das Integral (4) von § 14 existiere, und daß folgende Bedingung erfüllt sei: zu jedem $h > 0$ gehört ein A, so daß für $u \geqq h$:

$$(9)\qquad \int_{-\infty}^{-u} (\varphi^{(m)}(v))^2\,dv < \frac{A}{u^{2m+1}}; \quad \int_{u}^{+\infty} (\varphi^{(m)}(v))^2\,dv < \frac{A}{u^{2m+1}}.$$

Sind diese Bedingungen erfüllt, so gelten die Beziehungen (1), (2) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $<a', b'>$, in dem f m-mal stetig differenzierbar ist. — Ist $\varphi(u)$ eine gerade Funktion, so kann die Ableitung $f^{(i)}(x)$ ersetzt werden durch die verallgemeinerte Ableitung $\overset{*}{f}{}^{(i)}(x)$.

Die Bedingungen sind hinreichend. Es braucht nur mehr gezeigt zu werden, daß Bedingung 1. von Satz XIX *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_2$ erfüllt ist; es genügt also zu zeigen: zu jedem $h > 0$ gibt es ein M, so daß für alle $k \geqq 1$:

$$(10)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} (\psi(u, k, h))^2\,du < M,$$

$$(11)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} (\psi^{(i)}(u, k, h))^2\,du < M \qquad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Wir schreiben:

$$(12)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} (\psi^{(i)}(u, k, h))^2\,du = \frac{k^{2(i+1)}}{\omega^2}\left\{\int_{-\infty}^{-h} (\varphi^{(i)}(ku))^2\,du + \int_{h}^{+\infty} (\varphi^{(i)}(ku))^2\,du\right\} =$$

$$= \frac{k^{2(i+1)}}{\omega^2}\left\{\int_{-\infty}^{-h} (\varphi^{(i)}(u))^2\,du + \int_{kh}^{+\infty} (\varphi^{(i)}(u))^2\,du\right\}.$$

[1] Und zwar nicht nur, wenn f zu $\mathfrak{F}_3$ gehört, sondern auch, wenn f zu $\mathfrak{F}_1$ oder $\mathfrak{F}_2$ gehört.

Benützt man (9), so hat man daher weiter:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\psi^{(m)}(u,k,h))^2\,du \leqq \frac{2}{\omega^2}\,\frac{A}{h^{2m+1}},$$

womit (11) für $i=m$ bewiesen ist. Für $i=1, 2, \ldots, m-1$, sowie für (10) folgt dies wieder aus (12), beziehungsweise der analogen Formel für $\psi(u,k,h)$, wenn man bemerkt, daß es wegen der Stetigkeit von $\varphi, \varphi', \ldots, \varphi^{(m-1)}$ und wegen (9) von § 14 eine Konstante B gibt, so daß für alle u die Ungleichungen bestehen:

$$|\varphi(u)| < \frac{B}{|u|}, \quad \varphi^{(i)}(u) < \frac{B}{|u|^{i+1}} \qquad (i=1, 2, \ldots, m-1).$$

Die Bedingungen sind notwendig. Für die das Integral (4) von § 14 betreffenden Bedingung haben wir das schon oben bemerkt.[1] Was (9) anlangt, so nehmen wir an, diese Bedingung sei nicht erfüllt.

Es gibt dann einen Wert $h>0$ und eine sei es in $<h, +\infty)$, sei es in $(-\infty, -h>$ liegende Punktfolge $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$, für die die entsprechende der beiden Beziehungen:

$$\int_{u_n}^{+\infty} (\varphi^{(m)}(u))^2\,du = \frac{A_n}{u_n^{2m+1}}; \quad \int_{-\infty}^{u_n} (\varphi^{(m)}(u))^2\,du = \frac{A_n}{|u_n|^{2m+1}}$$

mit:

$$\lim_{n=\infty} A_n = +\infty$$

gilt. Nehmen wir etwa ersteren Fall an und setzen:

$$u_n = k_n \cdot h, \tag{13}$$

so haben wir $k_n \geqq 1$ und:

$$\int_{u_n}^{+\infty} (\varphi^{(m)}(u))^2\,du = k_n \int_{\frac{u_n}{k_n}}^{+\infty} (\varphi^{(m)}(k_n u))^2\,du = \frac{A_n}{{u_n}^{2m+1}},$$

oder wegen (13):

$$k_n^{2m+2} \int_h^{+\infty} (\varphi^{(m)}(k_n u))^2\,du = \frac{A_n}{h^{2m+1}},$$

es wäre also für $\psi^{(m)}(u, k_n, h)$ Bedingung 1. von Satz XVI a für die Klasse $\mathfrak{F}_2$ nicht erfüllt.

Damit ist Satz XXX nachgewiesen. In analoger Weise (man vergleiche den Beweis von Satz XXVI a) zeigt man:

XXX a. „Es genüge $\varphi(u)$ allen Voraussetzungen von Satz XXVIII. Damit in jedem Punkte x des beliebigen Intervalles (a, b), in dem die in $<a, b>$ zur Klasse $\mathfrak{F}_2$ gehörige Funktion f eine endliche Ableitung m-ter Ordnung besitzt, die Beziehungen (7), (8) gelten, ist notwendig und hinreichend, daß das Integral (4) von § 14 existiere und daß folgende Bedingung erfüllt sei: zu jedem $h>0$ gehört ein A, so daß für $u \geqq h$:

$$\int_{-\infty}^{-u} (\varphi^{(m)}(u))^2\,du < \frac{A}{u^{2m+1}}; \quad \int_{u}^{+\infty} (\varphi^{(m)}(u))^2\,du < \frac{A}{u^{2m+1}}. \tag{14}$$

Sind diese Bedingungen erfüllt, so gelten die Beziehungen (7), (8) gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<a', b'>$ von (a, b), in dem f m-mal stetig differenzierbar ist. — Ist $\varphi(u)$ eine gerade Funktion, so kann die Ableitung $f^{(i)}(x)$ ersetzt werden durch die verallgemeinerte Ableitung $\bar{f}^{(i)}(x)$.“

[1] Anmerkung auf p. 61 [645].

XXXI. In Satz XXX kann die Klasse $\mathfrak{F}_2$ ersetzt werden durch die Klasse $\mathfrak{F}_1$, wenn Bedingung (9) ersetzt wird durch die Bedingung: zu jedem $h > 0$ gibt es ein A, so daß (abgesehen von Nullmengen):

$$|\varphi^{(m)}(u)| < \frac{A}{|u|^{m+1}} \quad \text{für } |u| \geqq h. \tag{15}$$

Bedingung (15) ist hinreichend. Es genügt, gemäß Satz XIX *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_1$, nachzuweisen: Zu jedem $h > 0$ gibt es ein M, so daß (abgesehen von Nullmengen) für alle $k \geqq 1$:

$$|\varphi(u, k, h)| < M; \quad |\varphi^{(i)}(u, k, h)| < M \quad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Aus (15) und den Beziehungen (9) von § 14 folgt, daß es zu jedem $h > 0$ ein B gibt, so daß für $|u| \geqq h$:

$$|\varphi(u)| < \frac{B}{|u|}; \quad |\varphi^{(i)}(u)| < \frac{B}{|u|^{i+1}} \quad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Infolgedessen ist für $|u| \geqq h$ und $k \geqq 1$:

$$\left|\frac{k}{\omega}\varphi(ku)\right| < \frac{B}{\omega \cdot h}; \quad \left|\frac{k^{i+1}}{\omega}\varphi^{(i)}(ku)\right| < \frac{B}{\omega \cdot h^{i+1}} \quad (i = 1, 2, \ldots, m),$$

womit Bedingung 1. von XIX *a* für $\mathfrak{F}_1$ nachgewiesen ist.

Bedingung (15) ist notwendig. Wäre sie nicht erfüllt, so hieße das: es gibt ein $h > 0$ und eine sei es in $< h, +\infty)$, sei es in $(-\infty, -h >$ gelegene Folge von Mengen $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots, \mathfrak{M}_n, \ldots$ mit von 0 verschiedenem Inhalte, derart, daß in den Punkten von $\mathfrak{M}_n$:

$$|\varphi^{(m)}(u)| > \frac{n}{|u|^{m+1}}$$

ist. Nehmen wir etwa an, diese Mengen liegen in $< h, +\infty)$. Es gibt dann auch eine Folge von Punkten $u_n (\geqq h)$, so daß der in $< u_n, u_n + 1 >$ liegende Teil $\overline{m}_n$ von $\mathfrak{M}_n$ nicht den Inhalt 0 hat. Setzen wir:

$$u_n = k_n \cdot h,$$

so ist $k_n \geqq 1$, und es wird in den Punkten der Menge $\mathfrak{M}_n^*$, die aus $\overline{\mathfrak{M}}_n$ durch Ähnlichkeitstransformation im Verhältnisse $k_n : 1$ entsteht:

$$k_n^{m+1}\varphi^{(m)}(k_n u) > \frac{n}{u^{m+1}} \geqq \frac{n}{\left(\frac{1}{k_n}(u_n + 1)\right)^{m+1}} = \frac{n}{\left(h + \frac{1}{k_n}\right)^{m+1}} \geqq \frac{n}{(h+1)^{m+1}},$$

so daß also Bedingung 1. von Satz XVI für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ nicht erfüllt wäre.

Analog beweist man (vergleiche den Beweis von Satz XXVII *a*):

XXXI *a*. »In Satz XXX *a* kann die Klasse $\mathfrak{F}_2$ ersetzt werden durch die Klasse $\mathfrak{F}_1$, wenn Bedingung (14) ersetzt wird durch Bedingung (15).«

§ 16. Singuläre Integrale vom Poisson'schen Typus.

Wir betrachten nun einen Typus singulärer Integrale, den wir, weil in ihm das aus der Potentialtheorie bekannte Poisson'sche Integral als Spezialfall enthalten ist, als den Poisson'schen Typus bezeichnen wollen.

Sei $\varphi(u)$ eine in $(-l, l)$ definierte, im Nullpunkt verschwindende Funktion der Gestalt:

$$\varphi(u) = \alpha |u|^p + \omega(u) \cdot |u|^p, \tag{1}$$

worin:

$$\alpha > 0; \quad p > 1; \quad \lim_{u=0} \omega(u) = 0. \tag{2}$$

In jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $(-l, l)$ sei die untere Grenze von $\varphi(u)$ eine positive Zahl.

Sei $0 < \gamma < l$. Wir wollen für $k > 0$ eine Funktion $c(k)$ so bestimmen, daß:

$$\lim_{k=+\infty} c(k) \int_{-\gamma}^{\gamma} \frac{du}{1+k\varphi(u)} = 1 \tag{3}$$

wird. — Sei $h > 0$ beliebig gegeben. Wir können dann, zufolge (1) und (2), $\gamma' > 0$ so klein wählen, daß in $< -\gamma', \gamma' >$:

$$(\alpha - h)|u|^p \leqq \varphi(u) \leqq (\alpha + h)|u|^p, \tag{4}$$

und somit auch:

$$2\int_0^{\gamma'} \frac{du}{1+k\cdot(\alpha+h)u^p} \leqq \int_{-\gamma'}^{\gamma'} \frac{du}{1+k\cdot\varphi(u)} \leqq 2\int_0^{\gamma'} \frac{du}{1+k\cdot(\alpha-h)u^p}. \tag{5}$$

Dies führt uns auf die Aufgabe, eine asymptotische Auswertung des Integrales:

$$I(k, \beta, \sigma, p) = \int_0^{\sigma} \frac{du}{1+k\cdot\beta u^p}$$

vorzunehmen. Führen wir die Substitution:

$$v = k^{\frac{1}{p}} \cdot \beta^{\frac{1}{p}} \cdot u \qquad \tau = \beta^{\frac{1}{p}} \cdot \sigma$$

aus, so erhalten wir:

$$I(k, \beta, \sigma, p) = k^{-\frac{1}{p}} \beta^{-\frac{1}{p}} \int_0^{k^{\frac{1}{p}} \cdot \tau} \frac{dv}{1+v^p}.$$

Setzen wir noch:

$$\Omega(p) = \int_0^{+\infty} \frac{du}{1+u^p}, \tag{6}$$

so haben wir also:

$$\lim_{k=+\infty} k^{\frac{1}{p}} I(k, \beta, \sigma, p) = \beta^{-\frac{1}{p}} \Omega(p). \tag{7}$$

Nun kann (5) auch geschrieben werden:

$$2k^{\frac{1}{p}} I(k, \alpha+h, \gamma', p) \leqq k^{\frac{1}{p}} \int_{-\gamma'}^{\gamma'} \frac{du}{1+k\varphi(u)} \leqq 2k^{\frac{1}{p}} I(k, \alpha-h, \gamma', p).$$

Wegen (7) ist also, wenn $\eta > 0$ beliebig gegeben wird, für alle $k \geqq k_0$:

$$2(\alpha+h)^{-\frac{1}{p}} \Omega(p) \quad \eta \leqq k^{\frac{1}{p}} \int_{-\gamma'}^{\gamma'} \frac{du}{1+k\cdot\varphi(u)} \leqq 2(\alpha-h)^{-\frac{1}{p}} \Omega(p) + \eta.$$

Sei nun γ eine beliebige Zahl aus $(0, l)$ und es sei γ' $(< \gamma)$ entsprechend (4) gewählt. Da die untere Grenze von $\varphi(u)$ in $< \gamma', \gamma >$ sowie in $< -\gamma, -\gamma' >$ positiv (etwa $= \vartheta > 0$) ist, haben wir:

$$\left| \int_{-\gamma}^{\gamma} \frac{du}{1+k\varphi(u)} - \int_{-\gamma'}^{\gamma'} \frac{du}{1+k\varphi(u)} \right| \leqq \frac{2(\gamma-\gamma')}{1+k\vartheta}.$$

Wir haben also endlich für alle hinlänglich großen k:

$$2(\alpha+h)^{-\frac{1}{p}}\Omega(p) - k^{\frac{1}{p}} \frac{2\gamma}{1+k\vartheta} - \eta \leqq k^{\frac{1}{p}} \int_{-\gamma}^{\gamma} \frac{du}{1+k\cdot\varphi(u)} \leqq 2(\alpha-h)^{-\frac{1}{p}} \Omega(p) + k^{\frac{1}{p}} \frac{2\gamma}{1+k\cdot\vartheta} + \eta,$$

und da hierin h und η beliebig waren, so ist das gleichbedeutend mit:

$$\lim_{k=+\infty} k^{\frac{1}{p}} \int_{-\eta}^{\eta} \frac{du}{1+k\cdot\varphi(u)} = 2\cdot\alpha^{-\frac{1}{p}}\,\Omega(p).$$

Wir sehen also, daß wir in (3) wählen können:

$$c(k) = \frac{1}{2}\alpha^{\frac{1}{p}} - \frac{1}{\Omega(p)}k^{\frac{1}{p}}.$$

Wir können nun den Satz beweisen:

XXXII. Sei $\varphi(u)$ eine in $(-l, l)$ gegebene Funktion der Form (1), (2), deren untere Grenze in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ positiv ist. Mit $\Omega(p)$ werde der Wert (6) bezeichnet. Dann gilt für jede in $<a, a+l>$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion f, die im Punkte x von $(a, a+l)$ stetig ist, die Formel:

(8)
$$f(x) = \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} \lim_{k=+\infty} k^{\frac{1}{p}} \int_a^{a+l} f(\xi)\frac{d\xi}{1+k\varphi(\xi-x)}.$$

Diese Formel gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<a', b'>$ von $(a, a+l)$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Zum Beweise haben wir uns nur auf Satz XVIII zu berufen. Ist $<\alpha, \beta>$ ein den Nullpunkt nicht enthaltendes Teilintervall von $(-l, l)$, so haben wir nach Voraussetzung in $<\alpha, \beta>$:

$$\varphi(u) > \vartheta > 0$$

und somit, wenn:

$$\varphi(u, k) = \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} k^{\frac{1}{p}} \frac{1}{1+k\varphi(u)}$$

gesetzt wird:

(9)
$$0 < \varphi(u, k) < \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} \frac{k^{\frac{1}{p}}}{1+k\vartheta},$$

so daß:

$$\lim_{k=+\infty} \varphi(u, k) = 0$$

gleichmäßig in $<\alpha, \beta>$ ist, wie Voraussetzung (1) von Satz XVIII verlangt.

Daß Bedingung 3. und 4. von XVIII erfüllt sind, folgt aus der wegen (3) gültigen Beziehung:

$$\lim_{k=+\infty} \int_{-\eta}^{\eta} \varphi(u, k)\,du = \lim_{k=+\infty} \int_{-\eta}^{\eta} |\varphi(u, k)|\,du = 1.$$

Einen bekannten Spezialfall erhält man, indem man für $(-l, l)$ das Intervall $(-2\pi, 2\pi)$ wählt und:

$$\varphi(u) = 1 - \cos u$$

setzt. Man erhält so:

$$f(x) = \frac{1}{\pi\cdot\sqrt{2}} \lim_{k=+\infty} k^{\frac{1}{2}} \int_a^{a+2\pi} f(\xi)\frac{d\xi}{1+k\,(1-\cos(\xi-x))}.$$

Setzt man hierin:

$$k = \frac{2r}{(1-r)^2} \qquad (0<r<1)$$

und multipliziert unter dem Limeszeichen mit dem Faktor:

$$\frac{1+r}{2\sqrt{r}}$$

dessen $\lim_{r=1}$ gleich 1 ist, so erhält man die bekannte Poisson'sche Formel:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \lim_{r=1-0} \int_0^{2\pi} f(\xi) \frac{1-r^2}{1-2r\cos(\xi-x)+r^2} d\xi.$$

Die Übertragung von Satz XXXII auf unendliche Intervalle gelingt leicht durch Berufung auf Satz XVIII *a*:

XXXII *a*. »Sei $\varphi(u)$ eine für alle reellen u definierte Funktion der Gestalt (1), (2), deren untere Grenze in jedem endlichen, den Nullpunkt nicht enthaltenden Intervalle positiv ist. Mit $\Omega(p)$ werde der Wert (6) bezeichnet. Es gilt dann die Formel:

(10) $$f(x) = \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\Omega(p)} \lim_{k=+\infty} k^{\frac{1}{p}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \frac{d\xi}{1+k\varphi(\xi-x)}$$

in jedem Punkte x, in dem f stetig ist: *a)* für alle Funktionen, die in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehören wenn:

(11) $$\lim_{u=-\infty} \varphi(u) > 0; \quad \lim_{u=+\infty} \varphi(u) > 0.$$

b) für alle Funktionen, die in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_2$ gehören, wenn (11) erfüllt ist und:

(12) $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{(1+\varphi(u))^2}$$

existiert; *c)* für alle Funktionen, die in $(-\infty, +\infty)$ zur Klasse $\mathfrak{F}_3$ gehören, wenn (11) erfüllt ist und:

(13) $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{1+\varphi(u)}$$

existiert. In allen diesen Fällen gilt (10) gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $< a', b' >$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.«

In der Tat, ist Bedingung (11) erfüllt, so gibt es zu jedem $h > 0$ ein $\vartheta > 0$, so daß in $(-\infty, -h >$ und in $< h, +\infty)$:

$$\varphi(u) > \vartheta.$$

In diesen Intervallen ist daher Ungleichung (9) erfüllt, und somit $|\varphi(u, k)|$ geschränkt für alle k. Damit ist Bedingung 1. von XVIII *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ nachgewiesen.

Ferner hat man in den genannten Intervallen:

$$\frac{1+\varphi(u)}{1+k\varphi(u)} < \frac{1+\varphi(u)}{k\varphi(u)} < \frac{1}{k}\frac{\vartheta+1}{\vartheta}.$$

Existiert also das Integral (12), so hat man:

$$\int_h^{+\infty} (\varphi(u, k))^2 du = \frac{\alpha^{\frac{2}{p}}}{4(\Omega(p))^2} k^{\frac{2}{p}} \int_h^{+\infty} \frac{du}{(1+k\varphi(u))^2} \leqq$$

$$\leqq \frac{\alpha^{\frac{2}{p}}}{4(\Omega(p))^2} k^{2\left(\frac{1}{p}-1\right)} \left(\frac{\vartheta+1}{\vartheta}\right)^2 \int_h^{+\infty} \frac{du}{(1+\varphi(u))^2}.$$

Es sind also gewiß die Integrale:

$$\int_h^{+\infty} (\varphi(u, k))^2 du \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{-h} (\varphi(u, k))^2 du$$

geschränkt für alle $k \geqq 1$. Damit ist Bedingung 1. von XVIII *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_2$ nachgewiesen.

Ebenso beweist man, wenn das Integral (13) existiert, die Ungleichung:

$$\int_h^{+\infty} \varphi(u, k)\, du \leqq \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)}\, k^{\frac{1}{p}-1}\, \frac{\vartheta+1}{\vartheta} \int_h^{+\infty} \frac{du}{1+\varphi(u)},$$

woraus man entnimmt:

$$\lim_{k=+\infty} \int_h^{+\infty} \varphi(u, k)\, du = 0; \quad \lim_{k=+\infty} \int_{-\infty}^{-h} \varphi(u, k)\, du = 0.$$

Daraus aber kann man, wie wir nun schon wiederholt gesehen haben, weiter schließen, daß für jede Folge von Zahlen k_n mit $\lim_{n=\infty} k_n = +\infty$ der zum Kerne:

$$\varphi(u, n) = \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)}\, k_n^{\frac{1}{p}}\, \frac{1}{1 + k_n\, \varphi(u)}$$

gehörige Kern $\psi(u, n, h)$ für jedes $h > 0$ in $(-\infty, +\infty)$ der Bedingung 1. von Satz III *a* genügt, so daß Bedingung 1. von XVIII für die Klasse $\mathfrak{F}_3$ nachgewiesen ist. Damit ist Satz XXXII *a* bewiesen.

Als einfachsten Spezialfall erwähnen wir:[1]

$$\varphi(u) = u^2.$$

Man erhält so, indem man noch

$$\rho^2 = \frac{1}{k}$$

setzt, die in jedem Stetigkeitspunkte einer Funktion *f*, die in $(-\infty, +\infty)$ einer der drei Klassen $\mathfrak{F}_1$, $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$ angehört, gültige Formel:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{\rho=+0} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \frac{\rho}{\rho^2 + (\xi - x)^2}\, d\xi. \tag{14}$$

§ 17. Konvergenz an Unstetigkeitsstellen und Differenziation.

Wir wenden auch auf unseren jetzigen Typus singulärer Integrale Satz XIV und XV, beziehungsweise XIV *a* und XV *a* an. Wir erhalten:

XXXIII. Es genüge $\varphi(u)$ außer den Voraussetzungen von Satz XXXII (beziehungsweise den Voraussetzungen von Satz XXXII *a* für die Klasse $\mathfrak{F}_i$) noch folgenden Bedingungen: $\varphi(u)$ besitzt in einer Umgebung des Nullpunktes eine absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung und es sind in dieser Umgebung, abgesehen von einer Nullmenge, die Ungleichungen erfüllt:

$$|\varphi^{(i)}(u)| < A\, |u|^{p-i} \quad (i = 1, 2, \ldots, m); \tag{1}$$

dann gilt Gleichung (8) (beziehungsweise (10)), von § 16 in jedem Punkte x von $(a, a+l)$ (beziehungsweise in jedem Punkte x), in dem die zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ (beziehungsweise zur Klasse $\mathfrak{F}_i$) gehörige Funktion *f* m-te Ableitung ihres m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist. — Ist außerdem in einer Umgebung des Nullpunktes: $\varphi(-u) = \varphi(u)$, so gilt (8) (beziehungsweise (10)) von § 16 in jedem Punkte x von $(a, a+l)$ (beziehungsweise in jedem Punkte x), in dem *f* verallgemeinerte m-te Ableitung seines m-fach itererierten unbestimmten Integrales ist.

Wir haben nachzuweisen, daß der Kern:

$$\varphi(\xi, x, k) = \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)}\, k^{\frac{1}{p}}\, \frac{1}{1 + k\, \varphi(\xi - x)} \tag{2}$$

[1] Es ist dies gleichzeitig ein Spezialfall des Weierstraß'schen Typus.

allen Voraussetzungen und Bedingungen von Satz XIV genügt. Beachten wir zu dem Zwecke, daß die i-te Ableitung von $\frac{1}{1+k\varphi(u)}$ eine Summe aus einer endlichen Anzahl von Summanden der Form:

$$\frac{k^j (\varphi'(u))^{j_1} (\varphi''(u))^{j_2} \ldots (\varphi^{(i)}(u))^{j_i}}{(1+k\varphi(u))^{j+1}} \tag{3}$$

ist, wo für die Exponenten die Gleichheiten gelten:

$$j_1+2j_2+\ldots+ij_i=i \tag{4}$$

$$j_1+j_2+\ldots+j_i=j. \tag{5}$$

In der Tat gilt dies für $i=1$:

$$\frac{d}{du}\frac{1}{1+k\varphi(u)} = -\frac{k\cdot\varphi'(u)}{(1+k\varphi(u))^2},$$

und kann allgemein durch vollständige Induktion bewiesen werden, die genau so verläuft, wie beim analogen Beweise in § 12.

Zunächst sehen wir, daß in einer Umgebung der Stelle x für $\xi \neq x$ die Beziehung (1) von § 7:

$$\lim_{k=+\infty} \frac{\partial^i}{\partial \xi^i} \varphi(\xi, x, k) = 0 \quad (i=1, 2, \ldots, m-1) \tag{6}$$

besteht: in der Tat, zufolge (2) und (3) enthält jeder Summand von $\frac{\partial^i}{\partial \xi^i}\varphi(\xi, x, k)$ im Zähler den Faktor $k^{j+\frac{1}{p}}$, während der Nenner groß wird wie $(\varphi(u)k)^{j+1}$. Da $\varphi(u) \neq 0$ und $\frac{1}{p} < 1$ ist, folgt unmittelbar (6).

Es bleibt noch nachzuweisen, daß Bedingung 3. von Satz XIV erfüllt ist, oder, was dasselbe ist, daß für ein hinlänglich kleines $\gamma > 0$ eine Ungleichung besteht:

$$k^{\frac{1}{p}} \int_{-\gamma}^{\gamma} u^m \left| \frac{d^m}{du^m} \frac{1}{1+k\varphi(u)} \right| du < N \quad \text{für alle } k \geqq 1\,. \tag{7}$$

Nun besteht

$$\frac{d^m}{du^m}\frac{1}{1+k\varphi(u)}$$

aus einer endlichen Anzahl Summanden der Form (3). Wegen (1) von § 16 ist hierin, wenn $h > 0$ beliebig und dazu $\gamma > 0$ hinlänglich klein gewählt wurde:

$$1+k\varphi(u) > 1+k(\alpha-h)|u|^p,$$

und somit ist, wegen der Ungleichungen (1), das Integral in (7) kleiner als eine endliche Anzahl Summanden der Form (C bedeutet eine Konstante):

$$C k^{\frac{1}{p}+j} \int_0^{\gamma} \frac{u^{m+j_1(p-1)+j_2(p-2)+\ldots+j_m(p-m)}}{(1+k(\alpha-h)\cdot u^p)^{j+1}}\, du;$$

indem wir die Substitution $k^{\frac{1}{p}}.u=v$ vornehmen und (4) und (5) beachten (für $i=m$), sehen wir, daß hierin alle Faktoren k sich vollständig wegheben und dieser Ausdruck übergeht in:

$$C \int_0^{k^{\frac{1}{p}}\cdot\gamma} \frac{v^{pj}}{(1+(\alpha-h)v^p)^{j+1}}\, dv;$$

wegen $p > 1$ aber existiert das Integral:

$$\int_0^{+\infty} \frac{v^{pj}}{(1+(\alpha-h)v^p)^{j+1}}\, dv,$$

womit (7) nachgewiesen ist. Der Beweis von Satz XXXIII ist damit beendet.

Für das Poisson'sche Integral wurde der einfachste Fall dieses Satzes ($m = 1$) zuerst von P. Fatou[1] bewiesen.

Durch Anwendung von Satz XIX erhalten wir den Satz:

XXXIV. Es genüge $\varphi(u)$ außer den Voraussetzungen von Satz XXXII nach folgenden Bedingungen: $\varphi(u)$ besitzt eine in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ absolut stetige $(m-1)$-te Ableitung und es sind in jedem solchen Teilintervalle (abgesehen von einer Nullmenge) Ungleichungen der Gestalt:

$$|\varphi^{(i)}(u)| < A\,|u|^{p-i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, m) \tag{8}$$

erfüllt. Dann gilt in jedem Punkte x von $(a, a+l)$, in dem die in $<a, a+l>$ zur Klasse $\mathfrak{F}_1$ gehörige Funktion f eine endliche Ableitung m-ter Ordnung besitzt, die Formel:

$$f^{(i)}(x) = \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} \lim_{k=+\infty} k^{\frac{1}{p}} \int_a^{a+l} f(\xi)\, \frac{\partial^i}{\partial x^i}\, \frac{1}{1+k\,\varphi(\xi-x)}\, d\xi \qquad (i = 1, 2, \ldots, m). \tag{9}$$

Diese Beziehung gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<a', b'>$ von $(a, a+l)$, in dem f m-mal stetig differenzierbar ist. — Genügt $\varphi(u)$ in einer Umgebung des Nullpunktes der Beziehung $\varphi(-u) = \varphi(u)$, so gilt (9) auch für die verallgemeinerte i-te Ableitung $\overset{*}{f}{}^{(i)}(x)$.

Beim Beweise hat man nur zu beachten, daß in jedem den Nullpunkt nicht enthaltenden Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-l, l)$ die Beziehung:

$$\lim_{k=+\infty} k^{\frac{1}{p}}\, \frac{d^{m-1}}{du^{m-1}}\, \frac{1}{1+k\,\varphi(u)} = 0$$

gleichmäßig gilt. In der Tat gilt nach den in Satz XXXII über $\varphi(u)$ gemachten Voraussetzungen in $<\alpha, \beta>$ eine Ungleichung:

$$\varphi(u) > \vartheta > 0,$$

woraus nach der oben besprochenen Form von

$$\frac{d^{m-1}}{du^{m-1}}\, \frac{1}{1+k\,\varphi(u)}$$

die Behauptung unmittelbar folgt. Damit ist die Voraussetzung (3) vom Satz XIX erwiesen. Daß die übrigen Bedingungen dieses Satzes gelten ist evident.

Im speziellen Falle des Poisson'schen Integrales wurden die Behauptungen unseres Satzes bewiesen von Ch. J. de la Vallée-Poussin.[2]

Für unendliche Intervalle erhalten wir durch Berufung auf Satz XIX *a*:

XXXIV *a*. »Es genüge $\varphi(u)$ den zu Beginn von Satz XXXII *a* gemachten Voraussetzungen.

Ferner besitze $\varphi(u)$ eine in jedem endlichen Intervalle absolut stetige $(m-1)$ te Ableitung und es seien in $(-\infty, +\infty)$ Ungleichungen der Form:

$$\varphi(u) > \beta\,|u|^p \qquad (\beta > 0), \tag{10}$$

$$\varphi^{(i)}(u) < A\,|u|^{p-i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, m) \tag{11}$$

erfüllt. Dann gilt in jedem Punkte x, in dem die in $(-\infty, +\infty)$ zu einer der Klassen $\mathfrak{F}_1$, $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$ gehörige Funktion f eine endliche Ableitung m-ter Ordnung besitzt, die Formel:

[1] Acta Math., Bd. 30, p. 345, 373. Vgl. auch H. Lebesgue a. a. O., p. 87, und W. Groß, Sitzungsber. Akad. Wien, Abt. IIa, Bd. 124, p. 1020.

[2] Acad. Bruxelles, Bull. Classe des Sciences 1908, p. 245.

(12) $$f^{(i)}(x) = \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} \lim_{k=+\infty} k^{\frac{1}{p}} \int_{\infty}^{+\infty} f(\xi) \frac{\partial^i}{\partial x^i} \frac{1}{1+k\,\varphi(\xi-x)}\, d\xi \quad (i=1,2,\ldots,m).$$

Sie gilt gleichmäßig in jedem endlichen Intervalle $< a', b' >$, in dem f m-mal stetig differenzierbar ist. — Genügt $\varphi(u)$ in einer Umgebung des Nullpunktes der Beziehung $\varphi(-u) = \varphi(u)$, so gilt (12) auch für die verallgemeinerte i-te Ableitung $\overset{*}{f}{}^{(i)}(x)$.«

Es genügt, nach dem schon Bewiesenen, zu zeigen, daß Bedingung 1. von Satz XIXa erfüllt ist.

Zeigen wir dies zunächst für die Klasse $\mathfrak{F}_1$. Wir setzen:

$$\psi(u,k,h) = \begin{cases} \dfrac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} \cdot k^{\frac{1}{p}} \dfrac{1}{1+k\,\varphi(u)} & \text{außerhalb} < -h, h > \\ 0 & \text{in} < -h, h >. \end{cases}$$

und haben nach (10):

$$|\psi(u,k,h)| < \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} \cdot \frac{k^{\frac{1}{p}}}{1+k\beta \,.\, h^p},$$

also ist $|\psi(u,k,h)|$ geschränkt für alle u und alle k.

Ferner haben wir, unter Benützung von (3), (4), (5), (10) und (11), wenn durch das Symol Σ eine Summation über eine endliche Zahl von Summanden angedeutet wird:

(13) $$|\psi^{(i)}(u,k,h)| < \sum C \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} \cdot k^{\frac{1}{p}} \frac{k^j |u|^{pj-i}}{(1+\beta\cdot k\,|u|^p)^{j+1}} \quad (i=1,2,\ldots,m),$$

und indem wir $k\,|u|^p = v$ schreiben, haben wir außerhalb $< -h, h >$:

$$|\psi^{(i)}(u,k,h)| < \sum C \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{2\,\Omega(p)} h^{-(i+1)} \frac{v^{j+\frac{1}{p}}}{(1+\beta v)^{j+1}}.$$

Es ist also, da $\frac{1}{p} < 1$ ist, auch $\psi^{(i)}(u,k,h)$ $(i=1,2,\ldots,m)$ geschränkt für alle u und alle k. — Damit ist Bedingung 1. von XIXa für die Klasse $\mathfrak{F}_1$ nachgewiesen.

Wir gehen sogleich über zur Klasse $\mathfrak{F}_3$, da für die Klasse $\mathfrak{F}_2$ der Nachweis ganz analog ist: Aus (13) entnehmen wir sofort:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi^{(i)}(u,k,h)|\, du < \sum C \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{\Omega(p)} k^{\frac{1}{p}+j} \int_h^{+\infty} \frac{u^{pj-i}}{(1+\beta\cdot k\cdot u^p)^{j+1}}\, du,$$

oder vermöge der Substitution: $v = k^{\frac{1}{p}} \cdot u$

(14) $$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi^{(i)}(u,k,h)|\, du < \sum C \frac{\alpha^{\frac{1}{p}}}{\Omega(p)} k^{\frac{i}{p}} \int_{k^{\frac{1}{p}}\cdot h}^{+\infty} \frac{v^{pj-i}}{(1+\beta v^p)^{j+1}}\, dv.$$

Nun haben wir:

$$\frac{v^{pj-i}}{(1+\beta v^p)^{j+1}} < \frac{1}{\beta^{j+1}} v^{-(i+p)};$$

infolgedessen:

$$\int_{k^{\frac{1}{p}}\cdot h}^{+\infty} \frac{v^{pj-i}}{(1+\beta v^p)^{j+1}}\, dv < \frac{1}{\beta^{j+1}} \frac{1}{i+p-1} \cdot h^{-(i+p-1)} k^{-1-\frac{i-1}{p}},$$

und, indem man dies in (14) einführt und berücksichtigt, daß $p > 1$ ist:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi^{(i)}(u, k, h)|\, du < c \cdot k^{-\eta} \qquad (\eta > 0).$$

Wir haben also:

$$\lim_{k=+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi^{(i)}(u, k, h)|\, du = 0,$$

woraus zusammen mit der ähnlich zu bestätigenden Beziehung:

$$\lim_{k=+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(u, k, h)|\, du = 0$$

nach einem schon wiederholt durchgeführten Schlusse folgt, daß Bedingung 1. von XIX*a* für die Klasse $\mathfrak{F}_3$ erfüllt ist.

Wenden wir die Sätze XXXIII und XXXIV *a* auf den Spezialfall $\varphi(u) = u^2$ an, so sehen wir: Formel (14) von § 16 gilt für jede in $(-\infty, +\infty)$ einer der Klassen $\mathfrak{F}_1$, $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$ angehörende Funktion f, in jedem Punkte, in dem f verallgemeinerte m-te Ableitung seines m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist; und in jedem Punkte, in dem f eine verallgemeinerte m-te Ableitung $\overset{*}{f}^{(m)}(x)$ besitzt, wird sie (für jedes m) dargestellt durch:

$$\overset{*}{f}^{(m)}(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{\rho=+0} \rho \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \frac{\partial^m}{\partial x^m}\, \frac{1}{\rho^2 + (\xi - x)^2}\, d\xi. \tag{15}$$

Nun ist bekanntlich:

$$\frac{\rho}{\rho^2 + u^2} = \int_0^{+\infty} e^{-\rho\lambda} \cos \lambda u\, d\lambda; \quad \frac{d^m}{du^m}\, \frac{\rho}{\rho^2 + u^2} = \int_0^{+\infty} e^{-\rho\lambda}\, \frac{d^m}{du^m} \cos \lambda u\, d\lambda \qquad (\rho > 0).$$

Wir können Formel (14) von § 16 also auch so schreiben:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{\rho=+0} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \left\{ \int_0^{+\infty} e^{-\rho\lambda} \cos \lambda\xi \cdot \cos \lambda x\, d\lambda + \int_0^{+\infty} e^{-\rho\lambda} \sin \lambda\xi \cdot \sin \lambda x\, d\lambda \right\} d\xi. \tag{16}$$

Sie gilt in dieser Form für jede Funktion von $\mathfrak{F}_1$, $\mathfrak{F}_2$ oder $\mathfrak{F}_3$ in jedem Punkte, in dem f verallgemeinerte m-te Ableitung seines m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist. Die Formel (15) besagt, daß in jedem Punkte, in dem f eine verallgemeinerte m-te Ableitung besitzt, diese aus (16) durch m unter den Integralzeichen auszuführende Differenziationen nach x gewonnen wird.

Gehört f speziell zu $\mathfrak{F}_1$, so existieren die Ausdrücke:

$$A(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda\xi\, d\xi; \quad B(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \sin \lambda\xi\, d\xi.$$

Dann kann (16) auch so geschrieben werden:

$$f(x) = \lim_{\rho=+0} \int_0^{+\infty} e^{-\rho\lambda} (A(\lambda) \cos \lambda x + B(\lambda) \sin \lambda x)\, d\lambda, \tag{17}$$

und stellt für das Fourier'sche Integraltheorem das Analogon zur Poisson'schen Summierung der Fourier'schen Reihe dar. Formel (17) gilt für jede in $(-\infty, +\infty)$ absolut integrierbare Funktion f an jeder Stelle, wo sie verallgemeinerte m-te Ableitung ihres m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist. Wo eine verallgemeinerte m-te Ableitung von f existiert, wird sie aus (17) gewonnen, indem man unter dem Integralzeichen m-mal nach x differenziert.

ÜBER DIE DARSTELLUNG GEGEBENER FUNKTIONEN DURCH SINGULÄRE INTEGRALE

2. MITTEILUNG

VON

HANS HAHN

(BONN)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 11. MAI 1916

In dieser zweiten Mitteilung setze ich meine Untersuchungen über singuläre Integrale fort, und wende sodann die erhaltenen Resultate auf die Theorie der orthogonalen Funktionensysteme an. Es wird zunächst als Maß der Approximation des singulären Integrales:

$$I_n(f, x) = \int_a^b f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi$$

an die darzustellende Funktion $f(x)$ das Integral über den absoluten Betrag des Fehlers:

$$R_n = \int_a^b |f(x) - I_n(f, x)|\,dx$$

betrachtet. Unter sehr allgemeinen Bedingungen gelingt der Nachweis, daß:

$$\lim_{n=\infty} R_n = 0$$

ist. Von diesem Satze werden Anwendungen auf einige Spezialfälle, insbesondere auf die üblichen Summationsverfahren der Fourier'schen Reihe gemacht.

Sodann wird die Giltigkeit des sogenannten Parseval'schen Theoremes näher untersucht, und zwar sogleich für beliebige orthogonale Funktionensysteme. Es handelt sich um die Gleichung:

$$\int_a^b f(x)\,g(x)\,dx = \sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu g_\nu,$$

wo f_ν, g_ν die »Fourier'schen Konstanten« von $f(x)$ und $g(x)$ in Bezug auf ein vollständiges, normiertes Orthogonalsystem bedeuten. Es ist bekannt, daß diese Gleichung gilt, wenn die Quadrate von $f(x)$ und $g(x)$ integrierbar sind. Ein anderer typischer Fall, indem das Integral des Produktes $f(x) \cdot g(x)$ sicher existiert, ist der, daß von den beiden Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ die eine integrierbar, die andere geschränkt ist. Es gelingt eine sehr einfache, notwendige und hinreichende Bedingung anzugeben, der ein Orthogonalsystem genügen muß, damit auch in diesem Falle die fragliche Formel gelte. Eine ebenso einfache Bedingung ist

notwendig und hinreichend dafür, daß die Formel immer gelte, wenn von den zwei Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ die eine integrierbar, die andere von geschränkter Variation ist. Im Falle der trigonometrischen Reihen ist die erste dieser Bedingungen nicht erfüllt, wohl aber die zweite. Sodann werden Summationsverfahren für die Reihe:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu g_\nu$$

entwickelt, die stets gegen:

$$\int_a^b f(x)\, g(x)\, dx$$

konvergieren, wenn von den zwei Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ die eine integrierbar, die andere geschränkt ist. Im Falle der trigonometrischen Reihen entspricht jedem der bekannten Summationsverfahren auch ein analoges Summationsverfahren für die Reihe:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu, g_\nu .$$

Wendet man auf das singuläre Integral $I_n(f, x)$ die Parseval'sche Formel an, so erhält man Summationsverfahren für die Reihenentwicklung von f nach den Funktionen eines Orthogonalsystemes. Versteht man unter $I_n(f, x)$ ein Integral, das gegen die m-te Ableitung von $f(x)$ konvergiert (ich habe solche Integrale in meiner 1. Mitteilung eingehend behandelt), so erhält man Prozesse, die aus der Reihenentwicklung von $f(x)$ nach den Funktionen des Orthogonalsystemes Ausdrücke herleiten, die gegen $f^{(m)}(x)$ konvergieren überall, wo diese Ableitung existiert. Die Anwendung auf trigonometrische Reihen ergibt neben den bekannten Summationsverfahren bei Benützung der wohl einfachstmöglichen Kerne eine Kette sich immer verschärfender Verfahren, deren zwei erste Glieder die sogenannten Riemann'schen Summationsverfahren sind; ferner erhält man Summationsverfahren für die durch m-maliges gliedweises Differenzieren der Fourier'schen Reihe gebildeten Reihen, die überall gegen $f^{(m)}(x)$ konvergieren, wo diese Ableitung existiert.

Es hätte wohl keine Schwierigkeiten, all dies auch für kontinuierliche Orthogonalschaaren durchzuführen, deren wichtigstes Beispiel die Theorie der Fourier'schen Integrale bildet. Ich habe mich auf eine Bemerkung aus der Theorie der Fourier'schen Integrale beschränkt, die das Annalogon des Poisson'schen Summationsverfahrens, das ich in meiner ersten Mitteilung angegeben habe, sowie das Analogon des Summationsverfahrens von de la Vallée-Poussin betrifft.

---

§ 1.

Unter Benützung eines Gedankens von W. H. Young[1] beweisen wir den Satz:

I. Sei $\varphi(\xi, x)$ eine im Rechtecke $a \leqq \xi \leqq b$, $a' \leqq x \leqq b'$ meßbare Funktion der zwei Veränderlichen x, ξ. Als Funktion von x sei sie für alle Werte ξ aus $< a, b >$, abgesehen von einer Nullmenge, integrierbar[2] in $< a', b' >$, und es gebe ein M, so dass, wieder abgesehen von einer Nullmenge:

$$\int_{a'}^{b'} |\varphi(\xi, x)| dx < M \quad \text{für alle } \xi \text{ von } < a, b > . \tag{1}$$

[1] Comptes rendus, Bd. 155 (1912), p. 30.

[2] Das Wort »integrierbar« wird stets im Sinne der Lebesgue'schen Integration gebraucht.

Ist dann $f(\xi)$ eine in $<a, b>$ integrierbare Funktion, so existiert das Integral:

$$I(f, x) = \int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x)\, d\xi \tag{2}$$

für alle x von $<a', b',>$ abgesehen von einer Nullmenge, und ist eine in $<a', b'>$ integrierbare Funktion von x.

Wir beweisen den Satz zunächst unter der Annahme;

$$\varphi(\xi, x) \geqq 0; \quad f(\xi) \geqq 0. \tag{3}$$

Bezeichnen wir mit $\Phi_\nu(\xi, x)$ die Funktion, die aus $f(\xi) \cdot \varphi(\xi, x)$ entsteht, indem man alle Werte dieses Produktes, die $> \nu$ sind, durch ν ersetzt, so existiert das Doppelintegral:

$$\int_a^b \int_{a'}^{b'} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx$$

und man hat bekanntlich:[1]

$$\int_a^b \int_{a'}^{b'} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx = \int_a^b \left(\int_{a'}^{b'} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx \right) d\xi. \tag{4}$$

Wegen Voraussetzung (1) existiert nun das Integral:

$$\int_a^b f(\xi) \left(\int_{a'}^{b'} \varphi(\xi, x)\, dx \right) d\xi = \int_a^b \left(\lim_{\nu = \infty} \int_{a'}^{b'} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx \right) d\xi,$$

und nach einem bekannten Satze hat man daher weiter, da $\Phi_\nu(\xi, x)$ mit ν monoton wächst:

$$\int_a^b f(\xi) \left(\int_{a'}^{b'} \varphi(\xi, x)\, dx \right) d\xi = \lim_{\nu = \infty} \int_a^b \left(\int_{a'}^{b'} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx \right) d\xi;$$

wegen (4) aber heißt das nichts anderes als: es existiert das Doppelintegral:

$$\int_a^b \int_{a'}^{b'} f(\xi)\, \varphi(\xi, x)\, d\xi\, dx\,. \tag{5}$$

Nach dem schon vorhin benutzten Satze von Fubini existiert dann auch, abgesehen von einer Nullmenge, das Integral:

$$\int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x)\, d\xi,$$

stellt eine in $<a', b'>$ integrierbare Funktion von x dar, und es ist:

$$\int_{a'}^{b'} \left(\int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x)\, d\xi \right) dx = \int_a^b \int_{a'}^{b'} f(\xi)\, \varphi(\xi, x)\, d\xi\, dx. \tag{6}$$

Damit ist Satz I nachgewiesen unter der Annahme (3), und es ist obendrein der Wert des Integrales

$$\int_{a'}^{b'} I(f, x)\, dx$$

durch ein Doppelintegral ausgedrückt.

Den allgemeinen Fall führt man auf diesen speziellen zurück, indem man setzt:

$$\varphi(\xi, x) = \varphi_1(\xi, x) - \varphi_2(\xi, x) \qquad (\varphi_1(\xi, x) \geqq 0;\ \varphi_2(\xi, x) \geqq 0),$$
$$f(\xi) = f_1(\xi) - f_2(\xi) \qquad (f_1(\xi) \geqq 0;\ \ f_2(\xi) \geqq 0).$$

---

[1] Siehe etwa Ch. J. de la Vallée Poussin Cours d'analyse infinitésimale, II (2. éd), p. 122 (»Théorème de M. Fubini«).

Unter Berufung auf (6) ergänzen wir die Aussage von Satz I durch:

I'. Unter den Voraussetzungen von Satz I existiert das Doppelintegral (5) und der Wert von:

$$\int_{a'}^{b'} I(f, x)\, dx$$

ist gleich diesem Doppelintegrale.

Eine weitere Ergänzung von I liefert der ebenso zu beweisende Satz:

I''. Ersetzt man in Satz I die Voraussetzung (1) durch die Voraussetzung, es sei das Quadrat von:

$$\Phi(\xi) = \int_{a'}^{b'} |\varphi(\xi, x)|\, dx$$

integrierbar in $< a, b >$, so gilt die Behauptung von Satz I für jede Funktion f, deren Quadrat in $< a, b >$ integrierbar ist. — Ersetzt man in Satz I die Voraussetzung (1) durch die Voraussetzung, es sei $\Phi(\xi)$ integrierbar in $< a, b >$, so gilt die Behauptung von Satz I für jede in $< a, b >$ geschränkte, meßbare Funktion f.

Wir denken uns nun den Kern $\varphi(\xi, x)$ noch abhängig von der natürlichen Zahl n, und setzen, wo dieses Integral existiert:

$$I_n(f, x) = \int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi;$$

dann können wir folgenden Satz beweisen:

II. Sei $< a', b' >$ ein Teilintervall von $< a, b >$,[1] und es sei $\varphi(\xi, x, n)$ meßbar im Rechtecke $a \leqq \xi \leqq b$, $a' \leqq x \leqq b'$. Abgesehen von einer Nullmenge sei $\varphi(\xi, x, n)$ für jedes x von $< a', b' >$ nach ξ integrierbar in $< a, b >$. Ferner genüge $\varphi(\xi, x, n)$ folgenden Bedingungen:

1. Es gibt ein M, so daß für alle x von $< a', b' >$, abgesehen von einer Nullmenge, und für alle n:

$$\int_a^b |\varphi(\xi, x, n)|\, d\xi < M.$$

2. Es gibt ein M, so daß für alle ξ von $< a, b >$, abgesehen von einer Nullmenge, und für alle n:

$$\int_{a'}^{b'} |\varphi(\xi, x, n)|\, dx < M.$$

3. Abgesehen von einer Nullmenge, gelte für alle x von $< a', b' >$ folgendes: für jede im Intervalle $< a, b >$ der Veränderlichen ξ gelegene Punktmenge $\mathfrak{A}_x$, die im Punkte x die Dichte[2] 1 hat, sei:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{A}_x} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1.$$

---

[1] Es kann natürlich $< a', b' >$ auch mit $< a, b >$ identisch sein.

[2] Eine Punktmenge $\mathfrak{A}$ hat im Punkte x die Dichte ρ, wenn für den Inhalt $i(h)$ ihres ins Intervall $< x-h, x+h >$ fallenden Teiles die Beziehung gilt:

$$\lim_{h=0} \frac{1}{2h} \cdot i(h) = \rho.$$

Dann gilt für jede in $<a, b>$ integrierbare Funktion $f(\xi)$ die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \int_{a'}^{b'} |f(x) - I_n(f, x)|\, dx = 0. \tag{7}$$

Es sei zunächst folgendes bemerkt: nach Satz I angewendet auf den Spezialfall $f = 1$, existiert das in Bedingung 2 auftretende Integral:

$$\int_{a'}^{b'} |\varphi(\xi, x, n)|\, dx$$

für alle ξ von $<a, b>$, abgesehen von einer Nullmenge. Ebenso lehrt Satz I die Existenz von $I_n(f, x)$ für alle x von $<a', b'>$, abgesehen von einer Nullmenge.

Aus Bedingung 3 folgt, daß für jede im Intervalle $<a, b>$ der Veränderlichen ξ gelegene Punktmenge $\mathfrak{B}_x$, die im Punkte x von $<a', b'>$ die Dichte 0 hat:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{B}_x} |\varphi(\xi, x, n)|\, d\xi = 0 \tag{8}$$

ist. In der Tat sei $\mathfrak{B}_x^{(1)}$ der Teil von $\mathfrak{B}_x$, auf dem $\varphi(\xi, x, n) \geqq 0$, und $\mathfrak{B}_x^{(2)}$ der Rest von $\mathfrak{B}_x$. Sind dann $\mathfrak{A}_x^{(1)}$ und $\mathfrak{A}_x^{(2)}$ die Komplemente von $\mathfrak{B}_x^{(1)}$ und $\mathfrak{B}_x^{(2)}$ bezüglich des Intervalles $<a, b>$, so haben $\mathfrak{A}_x^{(1)}$ und $\mathfrak{A}_x^{(2)}$ im Punkte x die Dichte 1. Es ist also nach Bedingung 3:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1; \quad \lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{A}_x^{(1)}} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1; \quad \lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{A}_x^{(2)}} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1,$$

woraus sofort:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{B}_x^{(1)}} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{B}_x^{(2)}} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 0,$$

und somit auch (8) folgt.

Sei nun $\varepsilon > 0$ beliebig gegeben. Wir bezeichnen mit $\mathfrak{A}_x$ die Menge aller Punkte ξ von $<a, b>$, in denen:

$$|f(\xi) - f(x)| \leqq \varepsilon \tag{9}$$

ist, mit $\mathfrak{B}_x$ ihr Komplement bezüglich $<a, b>$. Nach einem bekannten Satze[1] hat dann für jedes x von $<a', b'>$, abgesehen von einer Nullmenge, $\mathfrak{A}_x$ im Punkte x die Dichte 1, und daher $\mathfrak{B}_x$ im Punkte x die Dichte 0.

Wir schreiben:

$$I_n(f, x) - f(x) = \int_{\mathfrak{A}_x} (f(\xi) - f(x))\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi + f(x) \left\{ \int_{\mathfrak{A}_x} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi - 1 \right\} + \int_{\mathfrak{B}_x} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi . \tag{10}$$

---

[1] »Abgesehen von einer Nullmenge ist, wenn $f(\xi)$ integrierbar ist, $|f(\xi) - c|$ überall Ableitung seines unbestimmten Integrales für alle Werte von c« (de la Vallée-Poussin, Cours d'analyse II, 2-éd, p. 115). Es ist also, wieder abgesehen von einer Nullmenge:

$$\lim_{h=0} \frac{1}{2h} \int_{-h}^{h} |f(x+t) - f(x)|\, dt = 0.$$

Ist also $i(h, \varepsilon)$ der Inhalt der Menge aller jener Punkte von $<x-h, x+h>$, in denen $|f(\xi) - f(x)| > \varepsilon$ ist, so haben wir:

$$\lim_{h=0} \frac{i(h, \varepsilon)}{2h} = 0.$$

Das aber ist die Behauptung des Textes.

Wegen (9) ist:

$$\left|\int_{\mathfrak{A}_x}(f(\xi)-f(x))\,\varphi(\xi,x,n)\,d\xi\right| \leqq \varepsilon\int_a^b|\varphi(\xi,x,n)|\,d\xi,$$

und mithin, wegen Bedingung 1:

$$\int_{a'}^{b'}\left|\int_{\mathfrak{A}_x}(f(\xi)-f(x))\,\varphi(\xi,x,n)\,d\xi\right|dx \leqq \varepsilon\,M\,(b'-a'). \tag{11}$$

Nach Bedingung 3 ist, abgesehen von einer Nullmenge, für alle x von $<a', b'>$:

$$\lim_{n=\infty}\left\{\int_{\mathfrak{A}_x}\varphi(\xi,x,n)\,d\xi-1\right\}=0,$$

und nach Bedingung 1 ist, wieder abgesehen von einer Nullmenge:

$$\left|\int_{\mathfrak{A}_x}\varphi(\xi,x,n)\,d\xi-1\right|<M+1.$$

Daraus folgt nach einem bekannten Satze:

$$\lim_{n=\infty}\int_{a'}^{b'}\left|f(x)\left\{\int_{\mathfrak{A}_x}\varphi(\xi,x,n)\,d\xi-1\right\}\right|dx=0. \tag{12}$$

Sei endlich $\bar{\varphi}(\xi,x,n)$ für jedes einzelne x in den Punkten von $\mathfrak{B}_x$ gleich $|\varphi(\xi,x,n)|$, sonst gleich 0. Dann ist, nach (8), abgesehen von einer Nullmenge, für alle x von $<a', b'>$:

$$\lim_{n=\infty}\int_a^b\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,d\xi=0. \tag{13}$$

Ferner ist:

$$\left|\int_{\mathfrak{B}_x}f(\xi)\,\varphi(\xi,x,n)\,d\xi\right| \leqq \int_a^b|f(\xi)|\cdot\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,d\xi. \tag{14}$$

Nach Satz I′ haben wir:

$$\int_{a'}^{b'}\left(\int_a^b|f(\xi)|\,\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,d\xi\right)dx=\int_a^b|f(\xi)|\left(\int_{a'}^{b'}\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,dx\right)d\xi. \tag{15}$$

Nach Bedingung 2 ist, abgesehen von einer Nullmenge, für alle ξ von $<a, b>$ und alle n:

$$0 \leqq \int_{a'}^{b'}\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,dx \leqq M. \tag{16}$$

Wegen Bedingung 1 ist, abgesehen von einer Nullmenge, für alle x von $<a', b'>$ und alle n:

$$0 \leqq \int_a^b\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,d\xi < M,$$

und somit wegen (13):

$$\lim_{n=\infty}\int_{a'}^{b'}\left(\int_a^b\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,d\xi\right)dx=0.$$

Da aber nach Satz I′:

$$\int_{a'}^{b'}\left(\int_b^b\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,d\xi\right)dx=\int_a^b\int_{a'}^{b'}\bar{\varphi}(\xi,x,n)\,d\xi\,dx$$

ist, so haben wir:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b \int_{a'}^{b'} \bar{\varphi}\,(\xi, x, n)\, d\xi\, dx = 0,$$

und somit, da $\bar{\varphi} \geqq 0$ ist, auch für jedes Teilintervall $<\alpha, \beta>$ von $<a, b>$:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \left(\int_{a'}^{b'} \bar{\varphi}\,(\xi, x, n)\, dx \right) d\xi = 0. \tag{17}$$

Setzen wir also:

$$\Phi\,(\xi, n) = \int_{a'}^{b'} \bar{\varphi}\,(\xi, x, n)\, dx,$$

so sehen wir aus (16) und (17), daß $\Phi\,(\xi, n)$ folgenden zwei Bedingungen genügt:

1. Es ist in $<a, b>$ abgesehen von einer Nullmenge:

$$|\Phi\,(\xi, n)| < M \quad \text{für alle } n.$$

2. Es ist für jedes Teilintervall $<\alpha, \beta>$ von $<a, b>$:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \Phi\,(\xi, n)\, d\xi = 0.$$

Nach einem Satze von Lebesgue[1] ist aber dann für jede in $<a, b>$ integrierbare Funktion $F(\xi)$:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b F\,(\xi)\, \Phi\,(\xi, n)\, d\xi = 0.$$

Nach (14) und (15) haben wir also auch:

$$\lim_{n=\infty} \int_{a'}^{b'} \int_{\mathfrak{A}} f\,(\xi)\, \varphi\,(\xi, x, n)\, d\xi\, dx = 0. \tag{18}$$

Die Formeln (10), (11), (12), (18) aber ergeben zusammen: es ist für alle hinlänglich großen n:

$$\int_{a'}^{b'} |I_n\,(f, x) - f\,(x)|\, dx < \varepsilon\,(M\,(b' - a') + 1),$$

und da ε beliebig war, ist das die Behauptung (7) von Satz II.

Man kann sich vielfach eine Untersuchung, ob Bedingung 3. von Satz II erfüllt ist, ersparen durch die Bemerkung:

II′. Ist bekannt, daß, abgesehen von einer Nullmenge, für jedes in $<a, b>$ integrierbare f in jedem Punkte x von $<a', b'>$, in dem:

$$\lim_{h=0} \frac{1}{h} \int_0^h |f\,(x + t) - f\,(x)|\, dt = 0 \tag{19}$$

ist, die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} I_n\,(f, x) = f\,(x) \tag{20}$$

gilt, so ist Bedingung 3. von Satz II erfüllt.

In der Tat, sei $\mathfrak{A}$ eine den Punkt x enthaltende Menge, die im Punkte x die Dichte 1 hat und sei $f(\xi) = 1$ in den Punkten von $\mathfrak{A}$, sonst $= 0$, so ist (19) erfüllt, es gilt somit wegen (20):

$$\lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{A}} \varphi\,(\xi, x, n)\, d\xi = 1,$$

somit ist Bedingung 3. von Satz II erfüllt.

---

[1] Annales de Toulouse, Serie 3, Bd. 1, p. 52 (Satz I meiner 1. Mitteilung.)

Von den zahlreichen Anwendungen von Satz II seien einige hervorgehoben.

Sei $r_n < 1$ und $\lim_{n=\infty} r_n = 1$. Wir setzen:

$$\varphi(\xi, x, n) = \frac{1}{2\pi} \frac{1-r_n^2}{1-2r_n \cos(\xi-x)+r_n^2}. \tag{21}$$

Da die Beziehung:

$$\lim_{r=1-0} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \frac{1-r^2}{1-2r\cos(\xi-x)+r^2} d\xi = f(x)$$

für jede in $< -\pi, \pi >$ integrierbare Funktion in jedem Punkte x von $(-\pi, \pi)$ gilt, in dem f Ableitung seines unbestimmten Integrales ist,[1] entnehmen wir aus II′ sofort, daß für den Kern (21) alle Bedingungen von Satz II erfüllt sind für $-\pi \leqq \xi \leqq \pi$; $-\pi \leqq x \leqq \pi$.

Setzen wir noch, der Übersichtlichkeit halber:[2]

$$P(r, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \frac{1-r^2}{1-2r\cos(\xi-x)+r^2} d\xi,$$

so haben wir also für die Annäherung des Poisson'schen Integrales an eine beliebige in $< -\pi, \pi >$ integrierbare Funktion $f(x)$:

$$\lim_{r=1-0} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - P(r, x)| \, dx = 0.$$

Diese Eigenschaft des Poisson'schen Integrales wurde bewiesen von W. Groß.[3]

Setzen wir:

$$\varphi(\xi, x, n) = \frac{1}{2n\pi} \left| \frac{\sin n \frac{\xi - x}{2}}{\sin \frac{\xi - x}{2}} \right|^2,$$

so wird:

$$F_n(x) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \varphi(\xi, x, n) \, d\xi$$

bekanntlich das Fejér'sche arithmetische Mittel aus den n ersten Gliedern der Fourier'schen Reihe von $f(x)$. Da die Fejér'schen Mittel für jedes in $< -\pi, \pi >$ integrierbare f überall in $(-\pi, \pi)$ konvergieren, wo:[4]

$$\lim_{h=0} \frac{1}{h} \int_0^h |f(x+t) - f(x)| \, dt = 0,$$

sind die Bedingungen von Satz II erfüllt, und wir erhalten folgenden Satz über die Konvergenz der Fejér'schen Mittel gegen $f(x)$: Es ist für jede in $< -\pi, \pi >$ integrierbare Funktion f:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - F_n(x)| \, dx = 0.$$

---

[1] Zuerst bewiesen von P. Fatou; siehe meine 1. Mitteilung, p. 69 [653].

[2] Es ist dies das sog. Poisson'sche Integral. Bekanntlich ist, wenn mit a_ν, b_ν die Koefizienten der Fourier'schen Reihe von $f(x)$ bezeichnet werden:

$$P(r, x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} r^\nu (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x) \quad (\text{für } 0 \leqq r < 1).$$

[3] Wien. Ber., Abt. II a, Bd. 124, p. 1024.

[4] H. Lebesgue Ann. de Toulouse, Serie 3, Bd. 1, p. 88.

Dasselbe gilt für die von de la Vallée Poussin angegebene Summierung der Fourier'schen Reihe: setzen wir:

$$\varphi(\xi, x, n) = \frac{1}{\pi} \cdot 2^{2n-1} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \left(\cos \frac{\xi - x}{2}\right)^{2n},$$

so wird,[1] wenn mit a_ν, b_ν die Koeffizienten der Fourier'schen Reihe von $f(x)$ bezeichnet werden:

$$V_n(x) = \int_{-\pi}^{+\pi} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{n} \frac{n(n-1)\ldots(n-\nu+1)}{(n+1)(n+2)\ldots(n+\nu)} (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x),$$

und es ist für jedes in $< -\pi, \pi >$ integrierbare f:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} V_n(x)$$

in jedem Punkte x von $(-\pi, \pi)$, in dem $f(x)$ Ableitung seines unbestimmten Integrales ist.[2] Es ist daher Satz II anwendbar, und ergibt für die de la Vallée Poussin'sche Summierung der Fourier'schen Reihe, bei beliebigem in $< -\pi, \pi >$ integrierbarem $f(x)$:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - V_n(x)|\, dx = 0.$$

Setzen wir endlich, nach Landau und de la Vallée Poussin:

$$\varphi(\xi, x, n) = \sqrt{\frac{n}{\pi}} \{1 - (\xi - x)^2\}^n,$$

so wird:

$$L_n(x) = \int_0^1 f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi$$

ein Polynom in x, und es ist für jedes in $< 0, 1 >$ integrierbare f:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} L_n(x)$$

in jedem Punkte x von $(0, 1)$, in dem $f(x)$ Ableitung seines unbestimmten Integrales ist.[3] Daher ist Satz II anwendbar und ergibt für die Annäherung der Landau'schen Polynome an die beliebige in $< -1, 1 >$ integrierbare Funktion $f(x)$:

$$\lim_{n=\infty} \int_0^1 |f(x) - L_n(x)|\, dx = 0.$$

§ 2.

Wir wollen nun die bisher bewiesenen Sätze auf unendliche Intervalle übertragen:

Ia. Sei $\varphi(\xi, x)$ eine in der ganzen ξx-Ebene meßbare Funktion. Als Funktion von x sei sie für alle ξ, abgesehen von einer Nullmenge, integrierbar in $(-\infty, +\infty)$, und es gebe ein M, so daß, wieder abgesehen von einer Nullmenge:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(\xi, x)|\, dx < M \quad \text{für alle } \xi. \tag{1}$$

[1] Ch. J. de la Vallée-Poussin, Bull. Bruxelles, Classe des sciences, 1908, p. 232.

[2] Zuerst bewiesen von H. Lebesgue, vgl. meine 1. Mitteilung, p. 47 [631].

[3] Zuerst bewiesen von Fr. Riesz; vgl. meine 1. Mitteilung, p. 47 [631].

Ist dann $f(\xi)$ integrierbar in $(-\infty, +\infty)$, so existiert das Integral:

$$J(f, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x)\, d\xi \tag{2}$$

für alle x, abgesehen von einer Nullmenge, und ist eine in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare Funktion.

Es genügt wieder, den Beweis unter der Annahme:

$$\varphi(\xi, x) \geqq 0, \quad f(\xi) \geqq 0 \tag{3}$$

zu führen. Wir zeigen zunächst, daß für jedes endliche Intervall $< a, b >$ das Integral:

$$J^*(f, x) = \int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x)\, d\xi$$

für alle x, abgesehen von einer Nullmenge, existiert und eine in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare Funktion von x darstellt. Wird $\Phi_\nu(\xi, x)$ eingeführt, wie beim Beweise von Satz I, so wird es genügen, die Existenz des Doppelintegrales:

$$\int_a^b \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx \tag{4}$$

nachzuweisen, da im übrigen der Beweis derselbe bleibt, wie für Satz I.

Für jedes endliche $A > 0$ existiert sicherlich das Doppelintegral:

$$\int_a^b \int_{-A}^{A} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx.$$

Wegen (3) ist $\Phi_\nu(\xi, x) \geqq 0$, so daß das Integral:

$$\int_{-A}^{A} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx$$

mit A monoton wächst. Es ist somit:

$$\int_a^b \left(\lim_{A=+\infty} \int_{-A}^{A} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx \right) d\xi = \lim_{A=+\infty} \int_a^b \left(\int_{-A}^{A} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx \right) d\xi,$$

wo das links stehende Integral sicher existiert, da wegen (1):

$$\int_{-A}^{A} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx \leqq f(\xi) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\xi, x)\, dx \leqq M f(\xi)$$

ist. Da nun aber:

$$\lim_{A=+\infty} \int_a^b \left(\int_{-A}^{A} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx \right) d\xi = \lim_{A=+\infty} \int_a^b \int_{-A}^{A} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx = \int_a^b \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx$$

ist, so ist die Existenz des Doppelintegrales (4) bewiesen.

Um nun Satz I *a* selbst zu beweisen, wird es wieder genügen, die Existenz des Doppelintegrales:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx \tag{5}$$

nachzuweisen. Nach dem eben Bewiesenen existiert für jedes endliche $A > 0$ das Integral:

$$\int_{-A}^{A} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx = \int_{-A}^{A} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_\nu(\xi, x)\, dx \right) d\xi \leqq \int_{-\infty}^{+\infty} \left(f(\xi) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\xi, x)\, dx \right) d\xi,$$

und wegen (1) hat die rechte Seite dieser Ungleichung einen endlichen Wert. Daraus folgt die Existenz eines endlichen Grenzwertes:

$$\lim_{A=+\infty} \int_{-A}^{A} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_\nu(\xi, x)\, d\xi\, dx,$$

da das unter dem Linuszeichen stehende Integral mit A monoton wächst. Dieser Grenzwert ist aber nichts anderes als das Doppelintegral (5), dessen Existenz hiemit bewiesen ist.

Wie Satz I, kann auch Satz I*a* ergänzt werden durch die Bemerkung:

I′ *a*. Unter den Voraussetzungen von Satz I*a* existiert das Doppelintegral:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x)\, d\xi\, dx$$

und der Wert von

$$\int_{-\infty}^{+\infty} J(f, x)\, dx$$

ist gleich diesem Doppelintegrale.

Auch die zu I″ analoge Bemerkung bleibt richtig.

Wir lassen wieder $\varphi(\xi, x)$ abhängen von einer natürlichen Zahl n und setzen:

$$J_n(f, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi.$$

Dann können wir den zu II analogen Satz beweisen:

II *a*. Sei $\varphi(\xi, x, n)$ für jede natürliche Zahl n meßbar in der ganzen ξx-Ebene. Abgesehen von einer Nullmenge sei $\varphi(\xi, x, n)$ für jedes x nach ξ integrierbar in $(-\infty, +\infty)$; ebenso sei, abgesehen von einer Nullmenge, $\varphi(\xi, x, n)$ für jedes ξ integrierbar nach x in $(-\infty, +\infty)$. Ferner genüge $\varphi(\xi, x, n)$ folgenden Bedingungen:

1. Es gibt ein M, so daß für alle x (abgesehen von einer Nullmenge) und alle n:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(\xi, x, n)\, d\xi < M.$$

2. Es gibt ein M, so daß für alle ξ (abgesehen von einer Nullmenge) und alle n:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(\xi, x, n)|\, dx < M.$$

3. Für jede geschränkte Punktmenge $\mathfrak{A}_x$ der Veränderlichen ξ, die im Punkte $\xi = x$ die Dichte 1 hat, gilt:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{A}_x} \varphi(\xi, x, n)\, d\xi = 1.$$

4. Für jedes $h > 0$ und jedes ξ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{\xi-h} |\varphi(\xi, x, n)|\, dx = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_{\xi+h}^{+\infty} |\varphi(\xi, x, n)|\, dx = 0.$$

Dann gilt für jede in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare Funktion $f(x)$ die Beziehung:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x) - J_n(f, x)|\, dx = 0. \tag{6}$$

Um das zu beweisen, können wir ganz ähnlich vorgehen, wie beim Beweise von Satz II. Sei $g(x)$ eine durchwegs positive, in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare Funktion, und sei $\varepsilon > 0$ beliebig gegeben.

Wir wählen ein beliebiges $h > 0$, bezeichnen mit $\mathfrak{A}_x$ die Menge aller Punkte ξ von $< x-h, x+h >$, in denen:

$$|f(\xi)-f(x)| \leqq \varepsilon \cdot g(x), \tag{7}$$

und bezeichnen mit $\mathfrak{B}_x$ das Komplement von $\mathfrak{A}_x$. Nun schreiben wir:

$$J_n(f,x)-f(x) = \int_{\mathfrak{A}_x} (f(\xi)-f(x))\,\varphi(\xi,x,n)\,d\xi + f(x)\left\{\int_{\mathfrak{A}_x} \varphi(\xi,x,n)\,d\xi - 1\right\} + \int_{\mathfrak{B}_x} f(\xi)\,\varphi(\xi,x,n)\,d\xi. \tag{8}$$

Aus (7) folgt:

$$\left|\int_{\mathfrak{A}_x} (f(\xi)-f(x))\,\varphi(\xi,x,n)\,d\xi\right| \leqq \varepsilon \cdot g(x) \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(\xi,x,n)|\,d\xi,$$

und mithin, wegen Bedingung 1.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\int_{\mathfrak{A}_x} (f(\xi)-f(x))\,\varphi(\xi,x,n)\,d\xi\right| \leqq \varepsilon \cdot M \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)\,dx. \tag{9}$$

Ganz so, wie Gleichung (12) in § 1 nachgewiesen wurde, wird hier gezeigt:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| f(x)\left\{\int_{\mathfrak{A}_x} \varphi(\xi,x,n)\,d\xi - 1\right\}\right| dx = 0. \tag{10}$$

Wir setzen auch hier: $\bar{\varphi}(\xi,x,n) = |\varphi(\xi,x,n)|$ in den Punkten von $\mathfrak{B}_x$, sonst $= 0$. Die durch (14) und (15) von § 1 ausgedrückte Schlußweise ergibt (bei Berufung auf Satz I′*a*):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\int_{\mathfrak{B}_x} f(\xi)\,\varphi(\xi,x,n)\,d\xi\right| dx \leqq \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{|f(\xi)| \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(\xi,x,n)\,dx\right\} d\xi. \tag{11}$$

Wir setzen nun zur Abkürzung:

$$\Phi(\xi,n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(\xi,x,n)\,dx,$$

und zeigen, daß $\Phi(\xi,n)$ folgenden zwei Bedingungen genügt:

α) Es gibt ein M, sodaß, abgesehen von einer Nullmenge, für alle ξ und alle n:

$$|\Phi(\xi,n)| < M.$$

β) In jedem endlichen Intervalle $< \alpha, \beta >$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha}^{\beta} \Phi(\xi,n)\,d\xi = 0. \tag{12}$$

Bedingung α) ist eine unmittelbare Folge von Bedingung 2. von Satz II*a*. Was Bedingung β) anlangt, so wählen wir A so groß, daß $< \alpha, \beta >$ in $(-A, A)$ liegt und setzen:

$$\Phi_1(\xi,n) = \int_{-A}^{A} \bar{\varphi}(\xi,x,n)\,dx$$

$$\Phi_2(\xi,n) = \int_{-\infty}^{-A} \bar{\varphi}(\xi,x,n)\,dx + \int_{A}^{+\infty} \bar{\varphi}(\xi,x,n)\,dx,$$

so daß wir haben:

$$\Phi(\xi,n) = \Phi_1(\xi,n) + \Phi_2(\xi,n).$$

Nun ist:

$$\int_\alpha^\beta \Phi_1(\xi, n)\, d\xi = \int_{-A}^{A} \left(\int_\alpha^\beta \overline{\varphi}(\xi, x, n)\, d\xi \right) dx.$$

Aus Bedingung 3. folgt unmittelbar für jedes x:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \overline{\varphi}(\xi, x, n)\, d\xi = 0;$$

aus Bedingung 1. folgt:

$$\left| \int_\alpha^\beta \overline{\varphi}(\xi, x, n)\, d\xi \right| < M \text{ für alle } n.$$

Es ist daher:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \Phi_1(\xi, n)\, d\xi = 0. \tag{13}$$

Ferner ist nach Bedingung 4. für alle ξ von $<\alpha, \beta>$:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{-A} \overline{\varphi}(\xi, x, n)\, dx = 0; \quad \lim_{n=\infty} \int_A^{+\infty} \overline{\varphi}(\xi, x, n)\, dx = 0,$$

und wegen Bedingung 2. für alle ξ von $<\alpha, \beta>$ und alle n:

$$\left| \int_{-\infty}^{-A} \overline{\varphi}(\xi, x, n)\, dx \right| < M; \quad \left| \int_A^{+\infty} \overline{\varphi}(\xi, x, n)\, dx \right| < M,$$

und somit:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \Phi_2(\xi, n)\, d\xi = 0. \tag{14}$$

Die Beziehungen (13) und (14) zeigen nun, daß (12) erfüllt ist, das heißt, daß $\Phi(\xi, n)$ auch der Bedingung β) genügt.

Da nun $\Phi(\xi, n)$ den Bedingungen α) und β) genügt, so ist [1] für jedes in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare F:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi)\, \Phi(\xi, n)\, d\xi = 0.$$

Es ist also insbesondere auch:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(\xi)| \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\varphi}(\xi, x, n)\, dx \right) d\xi = 0,$$

und mithin nach (11):

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \int_{\mathfrak{B}_x} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi \right| dx = 0. \tag{15}$$

Die Beziehungen (8), (9), (10) und (15) ergeben aber (6), so daß IIa bewiesen ist.

Es sei zunächst folgende Anwendung von Satz IIa erwähnt: wir setzen nach Weierstraß:

$$\varphi(\xi, x, k) = \frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 (\xi - x)^2}.$$

Dann wird für jedes $k > 0$, wenn $f(\xi)$ in $(-\infty, +\infty)$ integrierbar ist, der Ausdruck:

$$W(x, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi(\xi, x, k)\, d\xi \tag{16}$$

[1] Nach Satz Ia meiner 1. Mitteilung.

eine ganze transzendente Funktion [1] in x, und es gilt an jeder Stelle x, wo f Ableitung seines unbestimmten Integrales ist:[2]

$$f(x) = \lim_{k=+\infty} W(x, k).$$

Daraus entnimmt man, daß Bedingung 3 von Satz IIa erfüllt ist, und da die anderen Bedingungen dieses Satzes offenkundig erfüllt sind, haben wir: das Weierstrass'sche Integral (16) liefert zu jeder in $(-\infty, +\infty)$ integrierbaren Funktion $f(x)$ eine ganze Funktion $W(x, k)$, für die die Beziehung gilt:

$$\lim_{k=+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x) - W(x, k)|\, dx = 0. \tag{17}$$

Man könnte glauben, daß Bedingung 4 für die Giltigkeit von Satz IIa überflüssig ist. Es sei also noch an einem Beispiele gezeigt, daß eine Bedingung dieser Art jedenfalls erforderlich ist.

Sei $\varphi_n(u) = \frac{n}{2}$ in $< -\frac{1}{n}, \frac{1}{n} >$, $\varphi_n(u) = 1$ in $< n, n+1 >$, sonst $\varphi_n(u) = 0$. Wir setzen:

$$J_n(f, x) = \int_{\infty}^{+\infty} f(\xi)\, \varphi_n(\xi - x)\, d\xi,$$

und haben offenbar, wenn $f(x)$ integrierbar ist in $(-\infty, +\infty)$, in jedem Punkte x, in dem f Ableitung seines unbestimmten Integrales ist:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} J_n(f, x),$$

woraus man entnimmt, daß Bedingung 3 von Satz IIa erfüllt ist. Daß Bedingung 1 und 2 erfüllt sind, ist offenkundig, ebenso daß Bedingung 4 nicht erfüllt ist.

Wir haben:

$$J_n(f, x) - f(x) = \frac{n}{2} \int_{x-\frac{1}{n}}^{x+\frac{1}{n}} f(\xi)\, d\xi \quad f(x) + \int_{x+n}^{x+n+1} f(\xi)\, d\xi.$$

Aus Satz IIa folgt ohneweiteres, daß:

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| f(x) - \frac{n}{2} \int_{x-\frac{1}{n}}^{x+\frac{1}{n}} f(\xi)\, d\xi \right| dx = 0$$

ist. Hingegen haben wir:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{x+n}^{x+n+1} f(\xi)\, d\xi \right) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{x}^{x+1} f(\xi)\, d\xi \right) dx.$$

Diese Größe ist von n unabhängig, und im allgemeinen gewiß $\neq 0$, so daß (6) nicht bestehen kann.

Zum Schlusse seien noch von Satz IIa zwei Anwendungen auf die Theorie der Fourier'schen Integrale gemacht.

Wie ich in meiner 1. Mitteilung gezeigt habe, [3] gilt für jede in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare Funktion $f(x)$ die Beziehung:

$$f(x) = \lim_{\rho=+0} \frac{1}{\pi \rho} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \frac{1}{1 + \left(\frac{\xi - x}{\rho}\right)^2} d\xi$$

[1] Siehe zum Beispiel É. Borel, Leçons sur les fonctions de variables réelles, p. 53.

[2] Siehe meine 1. Mitteilung, p. 50 [334].

[3] p. 67 [651], 71 [655].

in jedem Punkte x, in dem $f(x)$ Ableitung seines unbestimmten Integrales ist. Daraus folgt, daß, wenn ρ_n irgend eine Folge positiver Zahlen mit $\lim_{n=\infty} \rho_n = 0$ bezeichnet, der Kern

$$\varphi(\xi, x, n) = \frac{1}{\pi \cdot \rho_n} \frac{1}{1 + \left(\frac{\xi - x}{\rho_n}\right)^2},$$

der offenbar den Bedingungen 1, 2 und 4 von Satz II a genügt, auch der Bedingung 3 dieses Satzes genügt. Setzen wir also:

$$\Pi(x, \rho) = \frac{1}{\pi \cdot \rho} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \frac{1}{1 + \left(\frac{\xi - x}{\rho}\right)^2} d\xi,$$

so lehrt Satz II a das Bestehen der Beziehung:

$$\lim_{\rho = +0} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x) - \Pi(x, \rho)| \, dx = 0 \tag{18}$$

für jede in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare Funktion $f(x)$. Nun hat man aber,[1] wenn gesetzt wird:

$$A(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda \xi \, d\xi; \quad B(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \sin \lambda \xi \, d\xi, \tag{19}$$

die Beziehung:

$$\Pi(x, \rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\rho\lambda} (A(\lambda) \cos \lambda x + B(\lambda) \sin \lambda x) \, d\lambda,$$

und es kann die Formel:

$$f(x) = \lim_{\rho = +0} \Pi(x, \rho)$$

als eine Summationsformel für das Fourier'sche Integral betrachtet werden, die, da sie der Poisson'schen Summierung der Fourier'schen Reihe analog ist, auch hier als die Poisson'sche Summierung bezeichnet werden möge.

Wir haben also, in Analogie mit einem in § 1 für die Poisson'sche Summierung der Fourier'schen Reihe bewiesenen Satze: Für die Poisson'schen Summierungsausdrücke $\Pi(x, \rho)$ des Fourier'schen Integrales einer beliebigen in $(-\infty, +\infty)$ integrierbaren Funktion $f(x)$ gilt die Beziehung (18).

Um ein zweites Resultat ähnlicher Natur zu erhalten, knüpfen wir an die bekannte Formel[2] an:

$$\int_0^{+\infty} e^{-v^2} \cos 2\alpha v \, dv = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\alpha^2}.$$

Setzen wir hierin:

$$\alpha = k(\xi - x); \quad 2kv = \lambda,$$

so erhalten wir:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} e^{-\left(\frac{\lambda}{2k}\right)^2} (\cos \lambda \xi \cos \lambda x + \sin \lambda \xi \sin \lambda x) \, d\lambda = \frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 (\xi - x)^2}.$$

Führt man dies ins Weierstrass'sche Integral (16) ein, so erhält man, wenn man wieder von der Bezeichnungsweise (19) Gebrauch macht: für jede in $(-\infty, +\infty)$ integrierbare Funktion $f(x)$ gilt in jedem Punkte, in dem sie Ableitung ihres unbestimmten Integrales ist, die Formel:

$$f(x) = \lim_{\rho = +0} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\rho\lambda^2} (A(\lambda) \cos \lambda x + B(\lambda) \sin \lambda x) \, d\lambda.$$

[1] Vgl. 1. Mitteilung, p. 71 [655].

[2] Siehe zum Beispiel Ch. J. de la Vallée-Poussin, Cours d'analyse II (2. éd.), p. 82.

Auch diese Formel kann als eine Summationsformel für das Fourier'sche Integral betrachtet werden. Da sie auch durch einen Grenzübergang aus der de la Vallée-Poussin'schen Summierung der Fourier'schen Reihe gewonnen werden kann, so möge sie als die de la Vallée-Poussin'sche Summierung des Fourier'schen Integrales bezeichnet werden.

Setzen wir noch:

$$V(x, \rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\rho\lambda^2} (A(\lambda) \cos \lambda x + B(\lambda) \sin \lambda x)\, d\lambda,$$

so lehrt die für das Weierstrass'sche Integral bewiesene Beziehung (17): für die de la Vallée-Poussin'schen Summierungsausdrücke $V(x, \rho)$ des Fourier'schen Integrales einer beliebigen in $(-\infty, +\infty)$ integrierbaren Funktion $f(x)$ gilt die Beziehung:

$$\lim_{\rho=+0} \int_{-\infty}^{+\infty} |(f(x) - V(x, \rho)\ dx = 0.$$

§ 3.

Wir müssen nun zwei Hilfsätze beweisen, die wir im Folgenden benötigen werden.[1]

III. Ist $\varphi_n(\xi)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ eine Folge in $< a, b >$ integrierbarer Funktionen, für die:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \int_a^b |\varphi_n(\xi)| d\xi = +\infty \tag{1}$$

ist, so gibt es eine in $< a, b >$ stetige Funktion $g(\xi)$, für die:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \int_a^b g(\xi)\, \varphi_n(\xi)\, d\xi = +\infty. \tag{2}$$

Sei $h_n(\xi)$ definiert durch:

$$h_n(\xi) = 1, \quad \text{wo } \varphi_n(\xi) \geqq 0$$
$$h_n(\xi) = -1, \quad \text{wo } \varphi_n(\xi) < 0.$$

Dann ist, wegen (1), auch:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \int_a^b h_n(\xi)\, \varphi_n(\xi)\, d\xi = +\infty.$$

Es hat keinerlei Schwierigkeit,[2] aus den, im allgemeinen unstetigen, $h_n(\xi)$ stetige Funktionen $g_n(\xi)$ herzuleiten, die der Ungleichung genügen:

$$|g_n(\xi)| \leqq 1, \tag{3}$$

und für die gleichfalls:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \int_a^b g_n(\xi)\, \varphi_n(\xi)\, d\xi = +\infty \tag{4}$$

ist. — Wäre nun für eine dieser stetigen Funktionen $g_i(\xi)$ die Folge der Integrale:

$$\int_a^b g_i(\xi)\, \varphi_n(\xi)\, d\xi \quad (n = 1, 2 \ldots) \tag{5}$$

---

[1] Der Beweis dieser Hilfssätze beruht auf einem von A. Haar und H. Lebesgue zu ähnlichem Zwecke verwendeten Gedanken. Vgl. § 2 meiner 1. Mitteilung.

[2] Vgl. meine 1. Mitteilung, p. 9 [593].

nicht geschränkt, so wäre damit unsere Behauptung bewiesen; wir hätten nur $g(\xi) = g_i(\xi)$ oder $= -g_i(\xi)$ zu wählen. Wir werden also annehmen, es sei für jedes einzelne i die Folge der Integrale (5) geschränkt:

$$\left|\int_a^b g_i(\xi)\,\varphi_n(\xi)\,d\xi\right| < M_i \quad (n = 1, 2\ldots). \tag{6}$$

Wir setzen noch zur Abkürzung:

$$\int_a^b |\varphi_n(\xi)|\,d\xi = L_n \quad \text{und} \quad I_n(u) = \int_a^b u(\xi)\,\varphi_n(\xi)\,d\xi.$$

Wir können nun aus der Folge der Indizes $n = 1, 2, \ldots$, eine Teilfolge $n_1, n_2, \ldots, n_i, \ldots$ herausgreifen nach folgender Vorschrift:

Es sei $n_1 = 1$. Ist n_i gefunden, so werde n_{i+1} $(> n_i)$ in nachstehender Weise bestimmt:

1. Es sei:

$$L_{n_{i+1}} > L_{n_i}. \tag{7}$$

2. Ist:

$$I_m\left(g_{n_1} + \frac{1}{2L_{n_1}} g_{n_2} + \ldots + \frac{1}{2^{i-1}L_{n_{i-1}}} g_{n_i}\right) < N_i \quad \text{für alle } m, \tag{8}$$

so werde n_{i+1} so groß gewählt, daß:

$$I_{n_{i+1}}(g_{n_{i+1}}) > (N_i + i + 1)\,2^i \cdot L_{n_i}. \tag{9}$$

Forderung 1 kann erfüllt werden, wegen Voraussetzung (1). Was Forderung 2 anlangt, so ist zunächst eine Ungleichung der Form (8) tatsächlich erfüllt für alle m wegen (6), und es kann n_{i+1} so groß gewählt werden, daß (9) gilt, wegen (4).

Setzen wir nun:

$$g(\xi) = g_{n_1}(\xi) + \frac{1}{2L_{n_1}} g_{n_2}(\xi) + \ldots + \frac{1}{2^{i-1}L_{n_{i-1}}} g_{n_i}(\xi) + \ldots,$$

so ist, wegen (3) und (7), diese Reihe gleichmäßig konvergent, und es ist daher $g(\xi)$ stetig in $< a, b >$. Ferner ist:

$$I_m(g) = I_m(g_{n_1}) + \frac{1}{2L_{n_1}} I_m(g_{n_2}) + \ldots + \frac{1}{2^{i-1}L_{n_{i-1}}} I_m(g_{n_i}) + \ldots$$

Wir haben also:

$$I_{n_i}(g) \geqq \frac{1}{2^{i-1}L_{n_{i-1}}} I_{n_i}(g_{n_i}) - \left|I_{n_i}\left(g_{n_1} + \frac{1}{2L_{n_1}} g_{n_2} + \ldots . + \frac{1}{2^{i-2}L_{n_{i-2}}} g_{n_{i-1}}\right)\right| - \left|\sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{1}{2^{k-1}L_{n_{k-1}}} I_{n_i}(g_{n_k})\right|. \tag{10}$$

Hierin ist, wegen (9):

$$\frac{1}{2^{i-1}L_{n_{i-1}}} I_{n_i}(g_{n_i}) > N_{i-1} + i; \tag{11}$$

sodann wegen (8):

$$I_{n_i}\left(g_{n_1} + \frac{1}{2L_{n_1}} g_{n_2} + \ldots + \frac{1}{2^{i-2}L_{n_{i-2}}} g_{n_{i-1}}\right) < N_{i-1}; \tag{12}$$

endlich folgt aus (3):

$$|I_{n_i}(g_{n_k})| \leqq L_{n_i},$$

und daher weiter, unter Berücksichtigung von (7):

$$\left| \sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{1}{2^{k-1} L_{n_{k-1}}} I_{n_i}(g_{n_k}) \right| \leqq 1. \tag{13}$$

Aus (10) zusammen mit (11), (12), (13) aber ergibt sich:

$$I_{n_i}(g) > i-1. \tag{14}$$

Damit ist unsere Behauptung (2) erwiesen. In ganz derselben Weise zeigt man:

III *a*. »Ist $\varphi_n(\xi)$ $(n=1, 2, \ldots)$ eine Folge in $(-\infty, +\infty)$ integrierbarer Funktionen, für die:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi_n(\xi)|\, d\xi = +\infty$$

ist, so gibt es eine in $(-\infty, +\infty)$ geschränkte, für jedes ξ stetige Funktion $g(\xi)$, für die:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\xi)\, \varphi_n(\xi)\, d\xi = +\infty\text{«}.$$

Wir kommen zum Beweise des zweiten Hilfsatzes:

IV. Ist $\varphi_n(\xi)$ $(n=1, 2, \ldots)$ eine Folge in $<a, b>$ integrierbarer Funktionen, und gibt es in $<a, b>$ eine Folge von Teilintervallen $<\alpha_i, \beta_i>$ und eine Folge von Indizes n_i mit $\lim_{i=\infty} n_i = \infty$, so daß:

$$\lim_{i=\infty} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_{n_i}(\xi)\, d\xi = +\infty, \tag{15}$$

so gibt es eine in $<a, b>$ absolut stetige Funktion $g(\xi)$, für die:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \int_{a}^{b} g(\xi)\, \varphi_n(\xi)\, d\xi = +\infty.$$

Wir beschränken nicht die Allgemeinheit, wenn wir die Voraussetzung (15) ersetzen durch:

$$\lim_{n=\infty} \int_{\alpha_n}^{\beta_n} \varphi_n(\xi)\, d\xi = +\infty, \tag{15a}$$

da das darauf hinausläuft, statt der vorgelegten Folge der $\varphi_n(\xi)$ eine Teilfolge zu betrachten.

Sei $h_n(\xi)$ definiert durch:

$$h_n(\xi) = 1 \quad \text{in } <\alpha_n, \beta_n>$$
$$h_n(\xi) = 0 \quad \text{außerhalb } <\alpha_n, \beta_n>.$$

Dann ist wegen (15 *a*) auch:

$$\lim_{n=\infty} \int_{a}^{b} h_n(\xi)\, \varphi_n(\xi)\, d\xi = +\infty.$$

Wir wählen nun ein $\sigma_n > 0$ so klein, daß:

$$\sigma_n < \frac{\beta_n - \alpha_n}{2},$$

und so klein, daß:

$$\int_{\alpha_n}^{\alpha_n+\sigma_n} |\varphi_n(\xi)|\, d\xi + \int_{\beta_n-\sigma_n}^{\beta_n} |\varphi_n(\xi)|\, d\xi < 1.$$

Sodann definieren wir $g_n(\xi)$ durch die Festsetzung: in $<\alpha_n + \sigma_n, \beta_n - \sigma_n>$ und außerhalb $<\alpha_n, \beta_n>$ stimmt $g_n(\xi)$ mit $h_n(\xi)$ überein, in $<\alpha_n, \alpha_n+\sigma_n>$ aber, sowie in $<\beta_n-\sigma_n, \beta_n>$ mit

derjenigen linearen Funktion, die in den Endpunkten des betreffenden Intervalles $= h_n(\xi)$ ist. Dann ist offenbar:

$$\int_a^b g_n(\xi)\,\varphi_n(\xi)\,d\xi - \int_a^b h_n(\xi)\,\varphi_n(\xi)\,d\xi \leqq 1,$$

und wir haben in den $g_n(\xi)$ eine Folge absolut stetiger Funktionen vor uns mit folgenden Eigenschaften: Es ist

$$0 \leqq g_n(\xi) \leqq 1;$$

die Totalvariation von $g_n(\xi)$ in $< a, b >$ hat den Wert 2, und es ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b g_n(\xi)\,\varphi_n(\xi)\,d\xi = +\infty. \tag{16}$$

Wäre nun für eine dieser Funktionen $g_i(\xi)$ die Folge der Integrale:

$$\int_a^b g_i(\xi)\,\varphi_n(\xi)\,d\xi \quad (n = 1, 2, \ldots)$$

nicht geschränkt, so wäre damit unsere Behauptung erwiesen, indem wir $g(\xi) = g_i(\xi)$ oder $= -g_i(\xi)$ setzen. Wir werden also annehmen, es gelte für jedes i eine Ungleichung der Form (6).

Die beim Beweise von Satz III eingeführten Abkürzungen L_n und $I_n(u)$ behalten wir bei. Wie dort bestimmen wir die Teilfolge der Indizes: $n_1, n_2, \ldots, n_i, \ldots$ Daß (7) erfüllt werden kann, folgt nun aus Voraussetzung (15), daß (9) erfüllt werden kann, aus (16).

Wie dort definieren wir die Funktion $g(\xi)$ und wollen uns überzeugen, daß sie absolut stetig ist in $< a, b >$. Das heißt wir haben zu zeigen: ist $\varepsilon > 0$ beliebig gegeben, so gehört dazu ein $\eta > 0$, so daß für jede Menge sich nicht überdeckender Teilintervalle $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_k, \ldots$ von $< a, b >$, deren Gesamtinhalt:

$$\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_k + \ldots < \eta \tag{17}$$

ist, die Ungleichung besteht: [1]

$$\sum_{k=1}^{\infty} V(g, \delta_k) < \varepsilon. \tag{18}$$

Da jedes $g_n(\xi)$ in $< a, b >$ die Totalvariation 2 hat, kann zunächst i_0 so groß gewählt werden, daß:

$$g^*(\xi) = \sum_{i=i_0+1}^{\infty} \frac{1}{2^{i-1} L_{n_{i-1}}} \cdot g_{n_i}(\xi)$$

in $< a, b >$ eine Totalvariation $< \frac{\varepsilon}{2}$ hat. Dann ist erst recht, für jede Menge sich nicht überdeckender Teilintervalle δ_k von $< a, b >$:

$$\sum_{k=1}^{\infty} V(g^*, \delta_k) < \frac{\varepsilon}{2}. \tag{19}$$

Da jede der endlich vielen Funktionen $g_{n_1}(\xi), g_{n_2}(\xi), \ldots, g_{n_{i_0}}(\xi)$ absolut stetig ist, kann $\eta > 0$ so klein gewählt werden, daß aus (17) folgt:

$$\sum_{k=1}^{\infty} V(g_{n_i}, \delta_k) < \frac{\varepsilon}{2^{i_0+1}} \quad (i = 1, 2 \ldots, i_0). \tag{20}$$

Aus (19) und (20) aber folgt (18), womit die absolute Stetigkeit von $g(\xi)$ nachgewiesen ist.

---

[1] Es bedeutet $V(g, \delta_k)$ die Totalvariation von g im Intervalle δ_k.

Endlich beweist man wie oben das Bestehen von Ungleichung (14), womit der Beweis von Satz IV beendet ist.

Ganz ebenso beweist man:

IV *a.* »Ist $\varphi_n(\xi)$ $(n=1, 2, \ldots)$ eine Folge in $(-\infty, +\infty)$ integrierbarer Funktionen, und gibt es eine Folge von Intervallen $<\alpha_i, \beta_i>$ und von Indizes n_i mit $\lim_{i=\infty} n_i = \infty$, so daß (15) gilt, so gibt es eine in $(-\infty, +\infty)$ geschränkte, in jedem endlichen Intervalle absolut stetige Funktion $g(\xi)$, für die:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\xi)\, \varphi_n(\xi)\, d\xi = +\infty.«$$

§ 4.

Sei $\omega_1(x), \omega_2(x), \ldots, \omega_\nu(x), \ldots$ ein normiertes Orthogonalsystem des Intervalles $<a, b>$, das heißt es sei:

$$\int_a^b \omega_\mu(x) \cdot \omega_\nu(x)\, dx = 0 \quad (\mu \neq \nu)$$

$$\int_a^b (\omega_\nu(x))^2\, dx = 1.$$

Das Orthogonalsystem heißt vollständig, wenn es keine Funktion $\omega(x)$ gibt, deren Quadrat in $<a, b>$ integrierbar ist, und für die:

$$\int_a^b \omega(x) \cdot \omega_\nu(x)\, dx = 0 \quad (\nu = 1, 2 \ldots); \qquad \int_a^b (\omega(x))^2\, dx \neq 0$$

wäre.

Für jede Funktion $f(x)$, deren Quadrat in $<a, b>$ integrierbar ist, existieren die »Fourier'schen Konstanten« in bezug auf unser Orthogonalsystem:[1]

$$f_\nu = \int_a^b f(\xi)\, \omega_\nu(\xi)\, d\xi \quad (\nu = 1, 2. \ .), \tag{1}$$

und bekanntlich ist das Orthogonalsystem ein vollständiges dann und nur dann, wenn für jede Funktion $f(x)$, deren Quadrat in $<a, b>$ integrierbar ist, die Gleichung besteht:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu^2 = \int_a^b (f(\xi))^2\, d\xi.$$

Eine unmittelbare Folge daraus ist, daß für jedes Paar in $<a, b>$ quadratisch integrierbarer Funktionen $f(x)$ und $g(x)$, deren Fourier'sche Konstanten in bezug auf unser Orthogonalsystem f_ν und g_ν seien, die Gleichung besteht:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu \cdot g_\nu = \int_a^b f(\xi) \cdot g(\xi)\, d\xi. \tag{2}$$

Wir wollen diese Formel als die Parseval'sche Formel bezeichnen,[2] weil sie die Verallgemeinerung des bekannten Parseval'schen Theoremes aus der Theorie der Fourier'schen Reihe[3] auf beliebige normierte vollständige Orthogonalsysteme darstellt.

---

[1] In der Tat ist in der Definition des normierten Orthogonalsystemes die Tatsache enthalten, daß jede seiner Funktion $\omega_\nu(x)$ in $<a, b>$ von integrierbarem Quadrate ist.

[2] D. Hilbert bezeichnet sie als »Vollständigkeitsrelation.«

[3] Siehe zum Beispiel Ch. J. de la Vallée Poussin, Cours d'analyse, tome II (2 éd), p. 165.

Es existieren die Fourier'schen Konstanten (1) nicht nur für jede in $< a, b >$ samt ihrem Quadrate integrierbare Funktion, sondern für jede in $< a, b >$ integrierbare Funktion dann und nur dann, wenn jede einzelne Funktion $\omega_\nu(x)$ unseres Orthogonalsystemes in $< a, b >$ geschränkt ist, abgesehen höchstens von einer Nullmenge.

In der Tat, ist ein $\omega_\nu(x)$ nicht geschränkt, und kann es auch nicht durch Abänderung seiner Werte in einer Nullmenge in eine geschränkte Funktion verwandelt werden, so gibt es sicher eine in $< a, b >$ integrierbare Funktion $f(x)$, für die das Integral:

$$\int_a^b f(x)\, \omega_\nu(x)\, dx$$

nicht existiert.[1]

Wir nehmen also an, es sei jedes einzelne $\omega_\nu(x)$ in $< a, b >$ geschränkt (abgesehen höchstens von einer Nullmenge). Ist dann $f(x)$ in $< a, b >$ integrierbar und $g(x)$ in $< a, b >$ geschränkt, so existiert das Integral:

$$\int_a^b f(\xi)\, g(\xi)\, d\xi,$$

und wir können die Frage aufwerfen, ob nun die Parseval'sche Formel (2) für jedes Funktionenpaar $f(x)$, $g(x)$ gilt, von denen in $< a, b >$ die eine integrierbar, die andere geschränkt ist.

Sei zunächst $g(x)$ eine gegebene in $< a, b >$ geschränkte Funktion. Dann gilt der Satz:

V. Damit bei gegebenem, in $< a, b >$ geschränkten $g(x)$ die Parseval'sche Formel (2) für jedes in $< a, b >$ integrierbare f gelte, ist notwendig und hinreichend, daß es ein M gibt, so daß für alle x von $< a, b >$, abgesehen von einer Nullmenge, und alle n:

$$\left| \sum_{\nu=1}^{n} g_\nu\, \omega_\nu(x) \right| < M. \tag{3}$$

In der Tat, die Frage nach der Giltigkeit von (2) ist gleichbedeutend mit der Frage nach der Giltigkeit von:

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b f(\xi) \left\{ g(\xi) - \sum_{\nu=1}^{n} g_\nu\, \omega_\nu(\xi) \right\} d\xi = 0. \tag{4}$$

Wir setzen:

$$g(\xi) - \sum_{\nu=1}^{n} g_\nu\, \omega_\nu(\xi) = \varphi_n(\xi).$$

Nach einem Satze von Lebesgue[2] gilt nun (4) für jedes in $< a, b >$ integrierbare f dann und nur dann, wenn $\varphi_n(\xi)$ folgenden Bedingungen genügt:

1. Es gibt ein M, so daß, abgesehen von einer Nullmenge, für alle x von $< a, b >$ und alle n:

$$|\varphi_n(\xi)| < M.$$

2. Für jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ ist:

$$\lim_{n=\infty} \int_\alpha^\beta \varphi_n(\xi)\, d\xi = 0.$$

Hievon ist, da nach Voraussetzung $g(\xi)$, abgesehen von einer Nullmenge, geschränkt ist, Bedingung 1. gleichbedeutend mit (3), und Bedingung 2. ist sicher erfüllt. In der Tat setzen wir: $f(\xi) = 1$ in

[1] H. Lebesgue, Ann. de Toul. Serie 3, Bd. 1, p. 38.

[2] Satz I meiner 1. Mitteilung.

$< \alpha, \beta >$ und $= 0$ außerhalb $< \alpha, \beta >$, so können wir, da die Funktionen $f(\xi)$ und $g(\xi)$ nun beide in $< a, b >$ samt ihrem Quadrate integrierbar sind, Formel (2) anwenden und erhalten:

$$\int_\alpha^\beta g(\xi)\, d\xi = \sum_{\nu=1}^{\infty} g_\nu \int_\alpha^\beta \omega_\nu(\xi)\, d\xi.$$

Damit ist Satz V bewiesen. Wir sind nun auch in der Lage, die aufgeworfene Frage zu beantworten:

VI. Damit die Parseval'sche Formel (2) für jedes Funktionenpaar $f(x), g(x)$ gelte, von denen in $< a, b >$ die eine geschränkt, die andere integrierbar ist, ist notwendig und hinreichend, daß es ein M gibt, so daß für alle x von $< a, b >$ (abgesehen von einer Nullmenge) und alle n:

$$\int_a^b \left| \sum_{\nu=1}^{n} \omega_\nu(\xi)\, \omega_\nu(x) \right| d\xi < M. \tag{5}$$

Die Bedingung ist hinreichend: in der Tat, sei $g(x)$ in $< a, b >$ geschränkt:

$$|g(x)| < G \quad \text{in } < a, b >.$$

Dann ist (abgesehen von einer Nullmenge):

$$\left| \sum_{\nu=1}^{n} g_\nu\, \omega_\nu(x) \right| = \left| \int_a^b \sum_{\nu=1}^{n} g(\xi)\, \omega_\nu(\xi)\, \omega_\nu(x)\, d\xi \right| \leqq G \int_a^b \left| \sum_{\nu=1}^{n} \omega_\nu(\xi)\, \omega_\nu(x) \right| d\xi < G \cdot M.$$

Es ist also für jedes einzelne geschränkte $g(x)$ Bedingung (3) von Satz V erfüllt.

Die Bedingung ist notwendig: angenommen, sie sei nicht erfüllt; es gäbe dann zu jeder natürlichen Zahl i eine in $< a, b >$ gelegene Menge M_i mit von Null verschiedenem Inhalte, so daß zu jedem Punkte x von M_i ein Index n_x gehört, für den:

$$\int_a^b \left| \sum_{\nu=1}^{n_\lambda} \omega_\nu(\xi)\, \omega_\nu(x) \right| d\xi > i. \tag{6}$$

Abgesehen von einer Nullmenge ist überall in $< a, b >$ $\omega_\nu(x)$ Ableitung seines unbestimmten Integrales. Es sind daher auch weiter überall in $< a, b >$, abgesehen von einer Nullmenge, sämtliche $\omega_\nu(x)$ Ableitung ihrer unbestimmten Integrale, und es gibt daher auch in jeder Menge M_i einen Punkt x_i, in dem jedes $\omega_\nu(x)$ Ableitung seines unbestimmten Integrales ist.

Wir entnehmen also aus (6): es gibt eine Punktfolge x_i in $< a, b >$, sowie eine Indizesfolge n_i, so daß:

$$\overline{\lim_{i=+\infty}} \int_a^b \left| \sum_{\nu=1}^{n_i} \omega_\nu(\xi)\, \omega_\nu(x_i) \right| d\xi = +\infty,$$

und so, daß in jedem Punkte x_i jedes $\omega_\nu(x)$ Ableitung seines unbestimmten Integrals ist.

Indem wir nun in Satz III setzen:

$$\varphi_i(\xi) = \sum_{\nu=1}^{n_i} \omega_\nu(\xi)\, \omega_\nu(x_i),$$

sehen wir: es gibt eine in $< a, b >$ geschränkte (und überdies stetige) Funktion $g(x)$, für die:

$$\overline{\lim_{i=\infty}} \int_a^b \sum_{\nu=1}^{n_i} g(\xi)\, \omega_\nu(\xi)\, \omega_\nu(x_i)\, d\xi = +\infty$$

ist. Da aber:

$$\int_a^b g(\xi)\,\omega_\nu(\xi)\,d\xi = g_\nu$$

ist, haben wir weiter:

$$\overline{\lim_{i=\infty}} \sum_{\nu=1}^{n_i} g_\nu\,\omega_\nu(x_i) = +\infty. \tag{7}$$

Zufolge der Wahl der Punkte x_i ist nun in jedem Punkte x_i die Funktion:

$$\sum_{\nu=1}^{n} g_\nu\,\omega_\nu(x) \tag{8}$$

Ableitung ihres unbestimmten Integrales, so daß (7) besagt: die rechtsseitige obere Ableitung des unbestimmten Integrales von (8) ist nicht nach oben geschränkt für alle n und alle x von $<a, b>$. Nun unterscheidet sich der Ausdruck (8) von dieser rechtsseitigen oberen Ableitung nur in einer Nullmenge; und da eine geschränkte rechtsseitige obere Ableitung ihre obere Grenze in einem Intervalle nicht ändert, wenn Nullmengen vernachlässigt werden,[1] so sehen wir, daß der Ausdruck (8) auch nicht durch bloße Wertänderung in einer Nullmenge in einen für alle x von $<a, b>$ und alle n geschränkten Ausdruck verwandelt werden kann; es genügt also die Funktion $g(x)$ der Bedingung (3) von Satz V nicht. Damit ist Bedingung (5) von Satz VI als notwendig erwiesen.

Als Beispiel eines die Bedingung von Satz VI erfüllenden Orthogonalsystemes diene das bekannte Haar'sche Orthogonalsystem.[2] Ein Beispiel eines die Bedingung von Satz VI nicht erfüllenden Orthogonalsystemes liefert das trigonometrische Orthogonalsystem; denn es ist bekanntlich:

$$\frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi}\sum_{\nu=1}^{n}(\cos\nu\xi\cos\nu x + \sin\nu\xi\sin\nu x) = \frac{1}{2\pi}\,\frac{\sin\dfrac{2n+1}{2}(\xi-x)}{\sin\dfrac{\xi-x}{2}} \tag{9}$$

und:

$$\lim_{n=\infty}\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left|\frac{\sin\dfrac{2n+1}{2}(\xi-x)}{\sin\dfrac{\xi-x}{2}}\right| d\xi = +\infty.$$

Es gibt also in $<-\pi, \pi>$ eine integrierbare Funktion f und eine stetige Funktion g, für die die Parseval'sche Formel aus der Theorie der Fourier'schen Reihen nicht gilt.

VII. Damit die Parseval'sche Formel (2) für jedes Funktionenpaar $f(x), g(x)$ gelte, von denen in $<a, b>$ die eine geschränkt und von geschränkter Variation, die andere integrierbar ist, ist notwendig und hinreichend, daß es ein M gibt, so daß für alle Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $<a, b>$, alle x von $<a, b>$, abgesehen von einer Nullmenge, und alle n:

$$\left|\int_\alpha^\beta \sum_{\nu=1}^{n}\omega_\nu(\xi)\,\omega_\nu(x)\,d\xi\right| < M. \tag{10}$$

Die Bedingung ist hinreichend. Denn ist

$$g(x)| < G \quad \text{in } <a, b>,$$

---

[1] Siehe zum Beispiel H. Lebesgue Leçons sur l'intégration, p. 80.

[2] Math. Ann. *69*, p. 361 ff.

und ist V die Totalvariation von g in $< a, b >$, so liefert der zweite Mittelwertsatz der Integralrechnung [1] (abgesehen von einer Nullmenge):

$$\left| \sum_{\nu=1}^{n} g_\nu \, \omega_\nu (x) \right| = \left| \int_a^b g(\xi) \sum_{\nu=1}^{n} \omega_\nu (\xi) \, \omega_\nu (x) \, d\xi \right| \leqq (G+V) \cdot M.$$

Es ist also für jedes einzelne $g(x)$ geschränkter Variation Bedingung (3) von Satz V erfüllt.

Die Bedingung ist notwendig. Angenommen, sie sei nicht erfüllt. Dann gibt es zu jeder natürlichen Zahl i eine Teilmenge M_i von $< a, b >$ mit von 0 verschiedenem Inhalte, zu deren jedem Punkte x ein Teilintervall $< \alpha_x, \beta_x >$ von $< a, b >$ und ein Index n_x gehört, so daß:

$$\left| \int_{\alpha_x}^{\beta_x} \sum_{\nu=1}^{n_x} \omega_\nu (\xi) \, \omega_\nu (x) \, d\xi \right| > i.$$

Wie beim Beweise von Satz VI sehen wir: es gibt in $< a, b >$ eine Folge von Teilintervallen $< \alpha_i, \beta_i >$ und eine Punktfolge x_i, sowie eine Indizesfolge n_i, so daß:

$$\lim_{i=\infty} \left| \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \sum_{\nu=1}^{n_i} \omega_\nu (\xi) \, \omega_\nu (x_i) \, d\xi \right| = + \infty,$$

und so, daß in jedem Punkte x_i jedes $\omega_\nu (x)$ Ableitung seines unbestimmten Integrales ist.

Somit gibt es also nach Satz IV (oder IVa) eine Funktion $g(x)$, die in $< a, b >$ geschränkt und von geschränkter Variation (ja sogar absolut stetig) ist und für die:

$$\overline{\lim_{i=+\infty}} \int_a^b g(\xi) \sum_{\nu=1}^{n_i} \omega_\nu (\xi) \, \omega_\nu (x_i) \, d\xi = \overline{\lim_{i=+\infty}} \sum_{\nu=1}^{n_i} g_\nu \, \omega_\nu (x_i) = + \infty,$$

woraus man, wie beim Beweise von Satz VI weiter schließt, daß $g(x)$ der Bedingung (3) von Satz V nicht genügt. Damit ist gezeigt, daß Bedingung (10) von Satz VII notwendig ist.

Satz VII lehrt für das trigonometrische Orthogonalsystem, daß die Parseval'sche Formel in der Theorie der Fourier'schen Reihen gilt für jedes Paar von Funktionen f und g, von denen in $< -\pi, \pi >$ die eine integrierbar, die andere von geschränkter Variation ist;[2] es folgt dies nach Satz VII unmittelbar daraus, daß für den Kern (9) bekanntlich eine Ungleichung gilt:

$$\left| \frac{1}{2\pi} \int_\alpha^\beta \frac{\sin \frac{2n+1}{2} (\xi - x)}{\sin \frac{\xi - x}{2}} \, d\xi \right| < M$$

für alle n, alle x von $< -\pi, \pi >$ und alle Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $< -\pi, \pi >$.

Wählt man für $g(x)$ speziell die Funktion, die $= 1$ ist in einem Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von $< -\pi, \pi >$, sonst $= 0$, so liefert die Parseval'sche Formel das bekannte Theorem [3] von der Integration der Fourier'schen Reihe einer beliebigen in $< -\pi, \pi >$ integrierbaren Funktion f.

Satz V liefert übrigens unmittelbar, indem man unter $g(x)$ die Funktion versteht, die $= 1$ ist in $< \alpha, \beta >$, sonst $= 0$:

Damit für jede in $< a, b >$ integrierbare Funktion f und jedes Teilintervall $< \alpha, \beta >$ von $< a, b >$ die Formel gelte:

$$\int_\alpha^\beta f(x) \, dx = \sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu \int_\alpha^\beta \omega_\nu (x) \, dx, \tag{11}$$

[1] Siehe zum Beispiel H. Lebesgue Ann. de Toul. Serie 3, Bd. 1, p. 37.

[2] Zuerst bemerkt von W. H. Young, Proc. Royal Soc. A, 85, p. 412.

[3] Siehe zum Beispiel de la Vallée Poussin, Cours d'analyse, tome II (2. éd), p. 134.

ist notwendig und hinreichend, daß zu jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $<a, b>$ ein M gehört, so daß für alle n, und alle x von $<a, b>$ (abgesehen von einer Nullmenge):

$$\left|\sum_{\nu=1}^{n}\int_{\alpha}^{\beta}\omega_\nu(\xi)\,d\xi\cdot\omega_\nu(x)\right| < M. \tag{12}$$

Diese Bedingung ist sicher erfüllt, wenn die Bedingung von Satz VII erfüllt ist.

Hingegen reicht Bedingung (12) noch keineswegs aus, um das Bestehen folgender Beziehung sicherzustellen, die wesentlich mehr besagt als (11):

$$\lim_{n=\infty}\int_a^b\left|f(x)-\sum_{\nu=1}^{n}f_\nu\,\omega_\nu(x)\right|dx=0. \tag{13}$$

Das Bestehen dieser Beziehung für jedes in $<a, b>$ integrierbare f hat nämlich, wie aus einem Satze von Lebesgue[1] folgt, das Bestehen der Parseval'schen Formel für jedes integrierbare f und geschränkte g zur Folge. Es kann also, wenn es sich zum Beispiel um Fourier'sche Reihen handelt, (13) nicht für jedes integrierbare f gelten.

§ 5.

Nachdem wir gesehen haben, daß die Parseval'sche Formel keineswegs für jedes vollständige normierte Orthogonalsystem $\omega_\nu(x)$ und jedes Paar von Funktionen $f(x), g(x)$ gilt, von denen die eine geschränkt, die andere integrierbar ist, wollen wir die Frage behandeln, ob sich nicht Summationsverfahren angeben lassen, durch die aus der Reihe:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}f_\nu g_\nu$$

eine Folge von Ausdrücken hergeleitet wird, die stets gegen:

$$\int_a^b f(x)\,g(x)\,dx$$

konvergiert, wenn von den beiden Funktionen f und g in $<a, b>$ die eine geschränkt, die andere integrierbar ist. Zur Lösung dieser Aufgabe werden wir geführt durch folgenden Satz:

VIII. Es genüge der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ allen Voraussetzungen von Satz II. Ist dann $f(x)$ in $<a, b>$ integrierbar und $g(x)$ in $<a, b>$ geschränkt, so ist:

$$\int_a^b f(x)\,g(x)\,dx=\lim_{n=\infty}\int_a^b I_n(f,x)\,g(x)\,dx. \tag{1}$$

In der Tat, nach Satz II ist:

$$\lim_{n=\infty}\int_a^b|f(x)-I_n(f,x)|\,dx=0,$$

daher, wenn $g(x)$ in $<a, b>$ geschränkt ist, auch:

$$\lim_{n=\infty}\int_a^b|g(x)\cdot|f(x)-I_n(f,x)|\,dx=0,$$

und somit auch:

$$\lim_{n=\infty}\int_a^b g(x)\,(f(x)-I_n(f,x))\,dx=0, \tag{2}$$

wodurch (1) bewiesen ist.

[1] Satz III meiner ersten Mitteilung.

Dieser Satz wurde unter wesentlich engeren Voraussetzungen über $\varphi(\xi, x, n)$ bereits von H. Lebesgue bewiesen.[1]

Eine unmittelbare Folge aus Satz VIII ist folgende Bemerkung:

Sei $\omega_\nu(x)$ $(\nu = 1, 2, \ldots)$ ein vollständiges normiertes Orthogonalsystem des Intervalles $< a, b >$, und sei jedes einzelne $\omega_\nu(x)$ in $< a, b >$ geschränkt. Es existieren dann in bezug auf dieses Orthogonalsystem sowohl die Fourier'schen Konstanten f_ν von $f(x)$ als auch die Fourier'schen Konstanten $F_\nu(n)$ von $I_n(f, x)$ und zwar ist:

$$f_\nu = \lim_{n=\infty} F_\nu(n). \tag{3}$$

In der Tat, wir haben, um (3) zu erhalten, in (1) nur $g(x)$ durch $\omega_\nu(x)$ zu ersetzen. Dies legt den Gedanken nahe, daß man das gewünschte Summationsverfahren einfach erhält, indem man in der Reihe:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu g_\nu$$

immer f_ν durch $F_\nu(n)$ ersetzt und den Grenzwert $\lim_{n=\infty}$ bildet. Wir werden sehen, daß dies in der Tat, unter weiteren Einschränkungen über $\varphi(\xi, x, n)$ richtig ist, und zwar ohne jede Einschränkung bezüglich des Orthogonalsystems der $\omega_\nu(x)$.

IX. Es genüge $\varphi(\xi, x, n)$ für $a \leqq \xi \leqq b$, $a \leqq x \leqq b$ außer den Voraussetzungen 1., 2., 3., von Satz II noch folgender Voraussetzung:

4. Zu jedem n gibt es ein M_n, so daß im ganzen Quadrate: $a \leqq \xi \leqq b$, $a \leqq x \leqq b$ die Ungleichung gilt:

$$|\varphi(\xi, x, n)| < M_n.$$

Ist dann $\omega_\nu(x)$ ein vollständiges normiertes Orthogonalsystem in $< a, b >$, und wird gesetzt:

$$F_\nu(n) = \int_a^b \left(\int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)\, d\xi \right) \cdot \omega_\nu(x)\, dx,$$

so gilt für jedes in $< a, b >$ integrierbare f und jedes in $< a, b >$ geschränkte g die Formel:

$$\int_a^b f(x)\, g(x)\, dx = \lim_{n=\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} F_\nu(n) \cdot g_\nu. \tag{4}$$

Unter Berufung auf Satz VIII genügt es nachzuweisen, daß:

$$\int_a^b I_n(f, x)\, g(x)\, dx = \sum_{\nu=1}^{\infty} F_\nu(n) \cdot g_\nu. \tag{5}$$

ist. Wegen unserer Voraussetzung 4. ist nun aber:

$$|I_n(f, x)| \leqq \int_a^b |f(\xi)\, \varphi(\xi, x, n)|\, d\xi \leqq M_n \int_a^b |f(\xi)|\, d\xi,$$

das heißt für jedes einzelne n ist $I_n(f, x)$ in $< a, b >$ geschränkt. Da nun die $F_\nu(n)$ nichts anderes sind, als die Fourier'schen Konstanten von $I_n(f, x)$ und für jedes Paar geschränkter (und somit samt ihrem Quadrate integrierbarer) Funktionen das Parseval'sche Theorem gilt, ist (5), und damit Satz IX bewiesen.

[1] Ann. de Toul. Ser. 3, Bd. 1, p. 105.

Um aus Satz IX speziell Resultate über die Koeffizienten der Fourier'schen Reihe zu erhalten, haben wir für die $\omega_\nu(x)$ das trigonometrische Orthogonalsystem für das Intervall $<-\pi, \pi>$ zu nehmen:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \quad \frac{1}{\sqrt{\pi}}\cos \nu x, \quad \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin \nu x \quad (\nu = 1, 2, \ldots).$$

Wir setzen:

$$a_\nu = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\xi)\cos \nu\xi \, d\xi; \quad b_\nu = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\xi)\sin \nu\xi \, d\xi,$$

$$\alpha_\nu = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} g(\xi)\cos \nu\xi \, d\xi; \quad \beta_\nu = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} g(\xi)\sin \nu\xi \, d\xi.$$

Wir nehmen weiter an, der Kern $\varphi(\xi, x, n)$ habe die Gestalt:

$$\varphi(\xi, x, n) = \varphi(\xi - x, n),$$

wo $\varphi(u, n)$ für jedes n in $<-2\pi, 2\pi>$ definiert sei und den Relationen:

$$\varphi(-u) = \varphi(u); \quad \varphi(u+2\pi) = \varphi(u)$$

genüge. Setzen wir noch:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u, n)\cos \nu u \, du = \varphi_\nu(n),$$

so wird:

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\pi}^{\pi}\left(\int_{-\pi}^{\pi} f(\xi)\,\varphi(\xi - x, n)\, d\xi\right)\cos \nu x \, dx =$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\pi}^{\pi} f(\xi)\left(\int_{-\pi}^{\pi}\varphi(u, n)\cos \nu(\xi - u)\, du\right) d\xi = \sqrt{\pi}\cdot\varphi_\nu(n)\, a_\nu,$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\pi}^{\pi}\left(\int_{-\pi}^{\pi} f(\xi)\,\varphi(\xi - x, n)\, d\xi\right)\sin \nu x \, dx = \sqrt{\pi}\,\varphi_\nu(n)\cdot b_\nu,$$

und (4) geht über in:

$$(4a) \qquad \frac{1}{\pi}\int_a^b f(x)\, g(x)\, dx = \lim_{n=\infty}\left\{\varphi_0(n)\,\frac{a_0\alpha_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty}\varphi_\nu(n)\,(a_\nu\alpha_\nu + b_\nu\beta_\nu)\right\}.$$

Hier wird also die Parseval'sche Reihe summiert, indem ihre Glieder mit den Konvergenz erzeugenden Faktoren $\varphi_\nu(n)$ multipliziert werden.

Wählen wir dann für $\varphi(u, n)$ den Poisson'schen Kern:

$$\varphi(u, n) = \frac{1}{2\pi}\,\frac{1 - r_n^2}{1 - 2r_n\cos u + r_n^2} \quad (r_n < 1, \ \lim_{n=\infty} r_n = 1),$$

so wird:

$$\varphi_\nu(n) = r_n^\nu,$$

und Formel (4a) ergibt:

$$(6) \qquad \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, g(x)\, dx = \frac{1}{2}\, a_0\alpha_0 + \lim_{r=1-0}\sum_{\nu=1}^{\infty} r^\nu\,(a_\nu\alpha_\nu + b_\nu\beta_\nu)$$

für jedes Paar von Funktionen f, g, von denen in $<-\pi, \pi>$ die eine integrierbar, die andere geschränkt ist. Formel (6) wurde bewiesen von W. Groß.[1]

---

[1] Wien. Ber. Abt. II*a*, Bd. 124, p. 1025. Sie ergibt sich übrigens, ebenso wie die Formeln (7) und (8) auch als Spezialfall einer Überlegung von W. H. Young, Proc. Royal Soc. A., *85*, p. 401 ff.

Wählt man für $\varphi(u, n)$ den Fejér'schen Kern:

$$\varphi(u, n) = \frac{1}{2n\pi}\left\{\frac{\sin\frac{nu}{2}}{\sin\frac{u}{2}}\right\}^2,$$

so geht $(4a)$ über in:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,g(x)\,dx = \frac{1}{2}\,a_0\,\alpha_0 + \lim_{n=\infty}\sum_{\nu=1}^{n}\left(1-\frac{\nu}{n}\right)(a_\nu\alpha_\nu + b_\nu\beta_\nu). \tag{7}$$

Wählt man für $\varphi(u, n)$ den Kern von de la Vallée Poussin:

$$\varphi(u\,n) = \frac{1}{\pi}\,2^{2n-1}\,\frac{(n!)^2}{(2n)!}\left(\cos\frac{u}{2}\right)^{2n},$$

so geht $(4a)$ über in:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,g(x)\,dx = \frac{1}{2}\,a_0\,\alpha_0 + \lim_{n=\infty}\sum_{\nu=1}^{n}\frac{(n!)^2}{(n-\nu)!\,(n+\nu)!}(a_\nu\alpha_\nu + b_\nu\beta_\nu), \tag{8}$$

und die Formeln (7), (8) gelten für jedes Paar von Funktionen, von denen in $<-\pi, +\pi>$ die eine integrierbar, die andere geschränkt ist.

§ 6.

Der im letzten Paragraphen zur Summation der Parseval'schen Reihe verwendete Gedanke kann auch zur Summation der Reihenentwicklung:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu\,\omega_\nu(x)$$

einer gegebenen Funktion $f(x)$ nach den Funktionen $\omega_\nu(x)$ eines vollständigen normierten Orthogonalsystemes verwendet werden. Man erhält so augenblicklich folgendes Summationstheorem:

X. Ist $\varphi(\xi, x, n)$ für jedes n und jedes x von (a, b) nach ξ samt seinem Quadrate integrierbar in $<a, b>$, und wird gesetzt:

$$\Phi_\nu(x, n) = \int_a^b \varphi(\xi, x, n)\,\omega_\nu(\xi)\,d\xi, \tag{1}$$

so gilt, wenn $f(x)$ in $<a, b>$ samt seinem Quadrate integrierbar ist, die Formel:

$$f(x) = \lim_{n=\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu\,\Phi_\nu(x, n) \tag{2}$$

in jedem Punkte x von (a, b), in dem:

$$f(x) = \lim_{n=\infty}\int_a^b f(\xi)\,\varphi(\xi, x, n)\,d\xi; \tag{3}$$

sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von (a, b), in dem (3) gleichmäßig gilt.

Bedingungen für $\varphi(\xi, x, n)$ unter denen (3) in jedem Punkte von (a, b) gilt, in dem die Funktion f stetig, oder erste Ableitung ihres unbestimmten Integrales, oder m-te Ableitung ihres m-fach iterierten unbestimmten Integrales ist, sowie Bedingungen, unter denen (3) gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von (a, b) gilt, in dessen sämtlichen Punkten $f(x)$ stetig ist, findet man in der wiederholt zitierten,

für diese Theorie grundlegenden Abhandlung von H. Lebesgue,[1] sowie in meiner 1. Mitteilung über diesen Gegenstand.

Es handelt sich noch darum, uns von der Voraussetzung frei zu machen, daß auch das Quadrat von f in $<a, b>$ integrierbar sei. Damit die Fourier'sche Konstanten f_ν für jedes integrierbare f existieren, müssen wir dabei wieder voraussetzen, daß jedes einzelne $\omega_\nu(\xi)$ geschränkt ist in $<a, b>$.

Satz V liefert uns dann folgendes Summationstheorem:

XI. Sei $\varphi(\xi, x, n)$ für jedes einzelne n und jedes einzelne x von (a, b) eine in $<a, b>$ geschränkte Funktion von ξ. Ferner gebe es zu jedem n und jedem x von (a, b) ein M, so daß für die durch (1) definierten Funktionen $\Phi_\nu(x, n)$ die Ungleichung:

$$\left| \sum_{\nu=1}^{\mu} \Phi_\nu(x, n) \cdot \omega_\nu(\xi) \right| < M$$

gilt für alle μ und alle ξ von $<a, b>$.

Dann gilt für jedes in $<a, b>$ integrierbare f die Formel (2) in jedem Punkte x von (a, b) in dem (3) gilt; sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von (a, b), in dem (3) gleichmäßig gilt.

Besonders einfach gestaltet sich, wie M. Schechter bemerkte,[2] die Summationsformel (2) für den Fall des trigonometrischen Orthogonalsystemes im Intervalle $<-\pi, \pi>$, wenn $\varphi(\xi, x, n)$ die Form hat:

$$\varphi(\xi, x, n) = \varphi(\xi - x, n),$$

wo $\varphi(u, n)$ eine in $<-2\pi, 2\pi>$ definierte, gerade Funktion der Periode 2π ist.

Sind dann a_ν, b_ν die Koeffizienten der Fourier'schen Reihe von f, und wird wieder (wie in § 5) gesetzt:

$$\varphi_\nu(n) = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u, n) \cos \nu u \, du,$$

so nimmt (2) die Form an:

$$f(x) = \lim_{n=\infty} \left\{ \frac{1}{2} \varphi_0(n) \, a_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \varphi_\nu(n) (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x) \right\}. \tag{4}$$

Alle gebräuchlichen Summationsformeln der trigonometrischen Reihen sind Spezialfälle dieser Formel.

In meiner 1. Mitteilung habe ich Bedingungen für $\varphi(\xi, x, n)$ entwickelt, unter denen überall, wo die m-te Ableitung $f^{(m)}(x)$ von $f(x)$ existiert, die Relation gilt:

$$f^{(m)}(x) = \lim_{n=\infty} \int_a^b f(\xi) \, \varphi(\xi, x, n) \, d\xi, \tag{5}$$

sowie Bedingungen, unter denen diese Relation gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von (a, b) gilt, in dem $f(x)$ m-mal stetig differenzierbar ist. Und wir sehen:

XII. Gilt (5) in jedem Punkte x von (a, b), in dem $f^{(m)}(x)$ existiert, und zwar gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von (a, b), in dem $f(x)$ m-mal stetig differenzierbar ist, so gilt, vorausgesetzt, daß $\varphi(\xi, x, n)$ den Bedingungen von Satz XI (beziehungsweise Satz X) genügt, dasselbe von der Formel:

$$f^{(m)}(x) = \lim_{n=\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu \, \Phi_\nu(x, n) \tag{6}$$

[1] Sur les intégrales singulières, Ann. de Toul. Serie 3, Bd. 1, p. 25 ff.

[2] Monatsh. f. Math. Bd. 22, p. 224.

für jede in $< a, b >$ integrierbare (beziehungsweise samt ihrem Quadrate integrierbare) Funktion $f(x)$.

Handelt es sich um das trigonometrische Orthogonalsystem und hat $\varphi(\xi, x, n)$ die Form $\varphi(\xi - x, n)$, wo $\varphi(u, n)$ gerade und von der Periode 2π ist (dies kommt nur bei geradem m in Betracht), so reduziert sich (6) wieder auf:

$$(7) \qquad f^{(m)}(x) = \lim_{n=\infty} \left\{ \frac{1}{2} \varphi_0(n) a_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \varphi_\nu(n) (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x) \right\}.$$

Hat hingegen (was bei ungeradem m in Betracht kommt), $\varphi(\xi, x, n)$ die Form $\varphi(\xi - x, n)$, wo $\varphi(u, n)$ eine ungerade Funktion der Periode 2π ist, so reduziert sich (6) auf:

$$(7a) \qquad f^{(m)}(x) = \lim_{n=\infty} \left\{ \sum_{\nu=1}^{\infty} \bar{\varphi}_\nu(n) (-a_\nu \sin \nu x + b_\nu \cos \nu x) \right\},$$

worin gesetzt ist:

$$\varphi_\nu(n) = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u, n) \sin \nu u \, du.$$

Wohl der einfachste Kern eines singulären Integrales ist der folgende, wo h eine beliebige positive Zahl bedeutet:

$$(8) \qquad \varphi(\xi, x, h) = \begin{cases} \dfrac{1}{2h} & \text{in } (x-h, x+h) \\ 0 & \text{außerhalb } (x-h, x+h). \end{cases}$$

Setzt man:

$$F(x) = \int_a^x f(t) \, dt,$$

so wird:

$$\int_a^b f(\xi) \varphi(\xi, x, h) \, d\xi = \frac{F(x+h) - F(x-h)}{2h},$$

und somit gilt die Beziehung:

$$(9) \qquad f(x) = \lim_{h=0} \int_a^b f(\xi) \varphi(\xi, x, h) \, d\xi$$

in jedem Punkte x von (a, b), wo:

$$(10) \qquad f(x) = \lim_{h=0} \frac{F(x+h) - F(x-h)}{2h}$$

ist, insbesondere also dort, wo f Ableitung seines unbestimmten Integrales ist. Nach Satz XVIII meiner 1. Mitteilung gilt (9) gleichmäßig in jedem Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von (a, b), in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist. Aus X und XI haben wir also:

XIII. Für jedes normierte Orthogonalsystem von $< a, b >$ gilt die Formel:

$$(11) \qquad f(x) = \lim_{h=0} \frac{1}{2h} \sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu \int_{x-h}^{x+h} \omega_\nu(\xi) \, d\xi$$

für jede in $< a, b >$ samt ihrem Quadrate integrierbare Funktion f in jedem Punkte von (a, b), in dem (10) gilt; sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von (a, b), in dessen

sämtlichen Punkten f stetig ist. — Dies gilt für alle in $<a, b>$ integrierbaren Funktionen, falls es zu jedem Teilintervall $<\alpha, \beta>$ von (a, b) ein M gibt, so daß:

$$(12) \qquad \left| \sum_{\nu=1}^{\mu} \int_a^{\beta} \omega_\nu(\xi)\, d\xi \cdot \omega_\nu(x) \right| < M$$

für alle x von $<a, b>$ und alle μ.

Der einfachste Kern, der $f'(x)$ durch $f(x)$ darstellt, ist der folgende:

$$(13) \qquad \varphi(\xi, x, h) = \frac{1}{4h^2} \text{ in } (x, x+2h), \quad = -\frac{1}{4h^2} \text{ in } (x-2h, x), \quad \text{sonst} = 0.$$

Wir haben hier:

$$\int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x, h)\, d\xi = \frac{F(x+2h) - 2F(x) + F(x-2h)}{4h^2}$$

und es gilt die Beziehung:

$$f'(x) = \lim_{h=0} \int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x, h)\, d\xi$$

in jedem Punkte x von (a, b), in dem $f'(x)$ existiert. Sie gilt nach Satz XI meiner 1. Mitteilung gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von (a, b), in dem $f(x)$ stetig differenzierbar ist. Aus Satz XII haben wir also:

XIV. Für jedes normierte Orthogonalsystem von $<a, b>$ gilt die Formel:

$$(14) \qquad f'(x) = \lim_{h=0} \frac{1}{4h^2} \sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu \left\{ \int_x^{x+2h} \omega_\nu(\xi)\, d\xi - \int_{x-2h}^{x} \omega_\nu(\xi)\, d\xi \right\}$$

für jede in $<a, b>$ samt ihrem Quadrate integrierbare Funktion f, in jedem Punkte von (a, b), in dem $f'(x)$ existiert; sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von (a, b), in dem f stetig differenzierbar ist. — Ist Bedingung (12) erfüllt, so gilt dies auch für jede in $<a, b>$ integrierbare Funktion f.

Um zur Darstellung der höheren Ableitungen $f^{(m)}(x)$ zu gelangen, definieren wir $\varphi(\xi, x, h)$ für $h > 0$ durch die Vorschrift:

$$(15) \qquad \varphi(\xi, x, h) = (-1)^k \frac{1}{(2h)^{m+1}} \binom{m}{k} \text{ in } (x+(m-2k-1)h,\ x+(m-2k+1)h)\ (k = 0, 1, \ldots, m),$$

außerhalb aller dieser Intervalle sei $\varphi(\xi, x, h) = 0$.

Wie man sieht, wird dann, wenn h so klein ist, daß das Intervall $<x-(m+1)h, x+(m+1)h>$ in $<a, b>$ liegt:

$$(16) \qquad \begin{aligned} \int_a^b f(\xi)\, \varphi(\xi, x, h)\, d\xi &= \frac{1}{(2h)^{m+1}} \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \binom{m}{k} \{F(x+(m-2k+1)h) - F(x+(m-2k-1)h)\} \\ &= \frac{1}{(2h)^{m+1}} \sum_{k=0}^{m+1} (-1)^k \binom{m+1}{k} F(x+(m-2k+1)h). \end{aligned}$$

Wählen wir $f(x) = x^i$, so wird:

$$F(x) = \frac{(x-a)^{i+1}}{i+1}.$$

und da bekanntlich:

$$(17)\qquad \frac{1}{(2h)^{m+1}}\sum_{k=0}^{m+1}(-1)^k\binom{m+1}{k}F(x+(m-2k+1)h)=\begin{cases}0 \text{ für } F(x)=(x-a)^i\ (i=0,1,\ldots,m)\\ (m+1)! \text{ für } F(x)=(x-a)^{m+1}\end{cases}$$

ist, so sehen wir, daß der Kern (15) alle Voraussetzungen von Satz VII und Satz XI meiner 1. Mitteilung erfüllt. Das liefert den Satz:

XV. Für jedes normierte Orthogonalsystem von $<a,b>$ gilt die Formel:

$$(18)\qquad f^{(m)}(x)=\lim_{h=0}\frac{1}{(2h)^{m+1}}\sum_{\nu=1}^{\infty}f_\nu\cdot\left(\sum_{k=0}^{m}(-1)^k\binom{m}{k}\int_{x+(m-2k-1)h}^{x+(m-2k+1)h}\omega_\nu(\xi)\,d\xi\right)$$

für jede in $<a,b>$ samt ihrem Quadrate integrierbare Funktion f, in jedem Punkte von (a,b), in dem $f^{(m)}(x)$ existiert; sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha,\beta>$ von (a,b) in dem f m-mal stetig differenzierbar ist. — Ist Bedingung (12) erfüllt, so gilt dies für jede in $<a,b>$ integrierbare Funktion f.

Wir wollen nun die Formeln (11), (14), (18), speziell auf die trigonometrischen Reihen anwenden, für die Bedingung (12) bekanntlich erfüllt ist. Da der Kern (8) die für die Giltigkeit von (4) erforderliche Gestalt hat, kann (4) angewendet werden.[1] Dabei ist:

$$\varphi_\nu(u)=\frac{1}{2h}\int_{-h}^{h}\cos\nu u\,du=\frac{\sin\nu h}{\nu h},$$

so daß (11) hier lautet: In jedem Punkte x von $(-\pi,\pi)$ in dem f zu seinem unbestimmten Integrale F in der Beziehung steht:

$$f(x)=\lim_{h=0}\frac{F(x+h)-F(x-h)}{2h},$$

gilt für jedes in $<-\pi,\pi>$ integrierbare f die Formel:

$$(19)\qquad f(x)=\lim_{h=0}\left\{\frac{a_0}{2}+\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\sin\nu h}{\nu h}(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x)\right\};$$

sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha,\beta>$ von $(-\pi,\pi)$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Betrachten wir nun den Kern (13), so kann (7 a) für $m=1$ angewendet werden. Dabei ist:

$$\bar\varphi_\nu(u)=\frac{1}{4h^2}\int_0^{2h}\sin\nu u\,du-\frac{1}{4h^2}\int_{-2h}^{0}\sin\nu u\,du=\nu\cdot\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^2,$$

und wir erhalten: Für jedes in $<-\pi,\pi>$ integrierbare f gilt in jedem Punkte von $(-\pi,\pi)$, in dem die Ableitung f' existiert die Formel:

$$(20)\qquad f'(x)=\lim_{h=0}\sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^2(-\nu\cdot a_\nu\sin\nu x+\nu\cdot b_\nu\cos\nu x);$$

sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha,\beta>$ von $(-\pi,\pi)$, in dem f stetig differenzierbar ist.

Betrachten wir den Kern (15) für ungerades m, so können wir wieder (7 a) anwenden, und zwar erhalten wir nach (16):

$$\bar\varphi_\nu(u)=-\frac{1}{(2h)^{m+1}}\frac{1}{\nu}\sum_{k=0}^{m+1}(-1)^k\binom{m+1}{k}\cos(m-2k+1)\nu\cdot h.$$

[1] Vgl. M. Schechter a. a. O., p. 232.

Das ist der reelle Teil von:

$$\frac{1}{(2h)^{m+1}}\,\frac{1}{\nu}\sum_{k=0}^{m+1}(-1)^k\binom{m+1}{k}e^{(m+1-2k)\nu hi}=-\frac{1}{(2h)^{m+1}}\,\frac{1}{\nu}\,(e^{\nu hi}-e^{-\nu hi})^{m+1}=$$

$$=-i^{m+1}\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^{m+1}\nu^m,$$

und da m ungerade ist, so ist i^{m+1} reell, und es ist somit:

$$\bar{\varphi}_\nu(n)=-i^{m+1}\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^{m+1}\cdot\nu^m.$$

Betrachten wir den Kern (15) für gerades m, so können wir (7) anwenden, und zwar erhalten wir nach (16):

$$\varphi_\nu(n)=\frac{1}{(2h)^{m+1}}\,\frac{1}{\nu}\sum_{k=0}^{m+1}(-1)^k\binom{m+1}{k}\sin(m-2k+1)\nu h.$$

Das ist der imaginäre Teil von:

$$\frac{1}{(2h)^{m+1}}\,\frac{1}{\nu}\sum_{k=0}^{m+1}(-1)^k\binom{m+1}{k}e^{(m+1-2k)\nu hi}=i^{m+1}\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^{m+1}\nu^m,$$

und da m gerade ist, so ist i^{m+1} rein imaginär, und es ist somit:

$$\varphi_\nu(n)=i^m\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^{m+1}\cdot\nu^m.$$

Wir haben somit das Resultat: Für jedes in $<-\pi,\pi>$ integrierbare f gilt in jedem Punkte von $(-\pi,\pi)$, in dem die m-te Ableitung $f^{(m)}$ existiert bei ungeradem m:

$$(21)\qquad f^{(m)}(x)=-i^{m+1}\lim_{h=0}\sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^{m+1}(-\nu^m a_\nu\sin\nu x+\nu^m b_\nu\cos\nu x),$$

bei geradem m:

$$(21a)\qquad f^{(m)}(x)=i^m\lim_{h=0}\sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^{m+1}(\nu^m a_\nu\cos\nu x+\nu^m b_\nu\sin\nu x).$$

Diese Formeln gelten gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha,\beta>$ von $(-\pi,\pi)$, in dem f m-mal stetig differenzierbar ist.

Wie man sieht, erhält man die rechte Seite dieser Formeln, indem man die Fourier'sche Reihe von f gliedweise m-mal differenziert, jedes Glied multipliziert mit $\left(\frac{\sin\nu h}{\nu h}\right)^{m+1}$ und den $\lim_{h=0}$ bildet.

Bemerken wir zunächst, daß, wie die Herleitung der Formeln (21) und (21 a) zeigt, auf ihrer linken Seite $f^{(m)}(x)$ ersetzt werden kann durch den etwas allgemeineren Ausdruck:

$$\lim_{h=0}\frac{1}{(2h)^{m+1}}\sum_{k=0}^{m+1}(-1)^k\binom{m+1}{k}F(x+(m-2k+1)h),$$

in dem $F(x)$ das unbestimmte Integral von $f(x)$ bedeutet.

Setzen wir bei ungeradem m:

$$F_m^*(x)=-i^{m-1}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu^m}(-a_\nu\sin\nu x+b_\nu\cos\nu x),$$

bei geradem m:

$$F_m^*(x) = i^m \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^m}(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x),$$

so ist $F_m^*(x)$ ein m-fach iteriertes unbestimmtes Integral von $f(x) - \frac{a_0}{2}$. Wenden wir auf $F_{m-1}^*(x)$ die entsprechende der beiden Formeln (21), (21 a) an, so erhalten wir den Satz:

Für jedes in $<-\pi, \pi>$ integrierbare f gilt in jedem Punkte von $(-\pi, \pi)$, in dem f mit seinem m-fach iterierten unbestimmten Integrale $F_m(x)$ in der Beziehung steht:

$$f(x) = \lim_{h=0} \frac{1}{(2h)^m} \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \binom{m}{k} F_m(x+(m-2k)h), \tag{22}$$

insbesondere also überall dort, wo $f(x)$ m-te Ableitung von $F_m(x)$ ist, die Formel:[1]

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \lim_{h=0} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{\sin \nu h}{\nu h}\right)^m (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x). \tag{23}$$

Diese Formel gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $<\alpha, \beta>$ von $(-\pi, \pi)$, in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Ebenso wie die Formeln (21), (21 a) lediglich einen Spezialfall von (18) darstellen, ebenso ist (23) lediglich ein spezieller Fall eines allgemeinen Summationstheorems für Reihen nach Orthogonalfunktionen, das noch kurz erwähnt sei.

Wir bezeichnen den Kern (15) mit $\varphi^{(m)}(\xi, x, h)$:

$$\varphi^{(m)}(\xi, x, h) = (-1)^k \frac{1}{(2h)^{m+1}} \binom{m}{k} \quad \text{in } (x+(m-2k-1)h,\ x+(m-2k+1)h) \quad (k = 0, 1, \ldots, m) \tag{24}$$

$$\varphi^{(m)}(\xi, x, h) = 0 \quad \text{außerhalb dieser Intervalle,}$$

und führen die iterierten unbestimmten Integrale von $\varphi^{(m)}(\xi, x, h)$ ein durch:

$$\Phi_0^{(m)}(\xi, x, h) = \varphi^{(m)}(\xi, x, h); \quad \Phi_{i+1}^{(m)}(\xi, x, h) = \int_{x-(m+1)h}^{\xi} \Phi_i^{(m)}(\xi, x, h)\, d\xi. \tag{25}$$

Zunächst sehen wir, daß wir außerhalb $(x-(m+1)h,\ x+(m+1)h)$ haben:

$$\Phi_i^{(m)}(\xi, x, h) = 0 \quad (i = 0, 1, \ldots, m). \tag{26}$$

In der Tat, dies ist richtig für $i = 0$. Angenommen, es sei richtig für $i \leqq i_0$, so wird es auch für i_0+1 gelten, wenn:

$$\int_{x-(m+1)h}^{x+(m+1)h} \Phi_{i_0}^{(m)}(\xi, x, h)\, d\xi = 0 \tag{27}$$

ist. Durch mehrmalige partielle Integration finden wir aber:

$$\int_{x-(m+1)h}^{x+(m+1)h} \Phi_{i_0}^{(m)}(\xi, x, h)\, d\xi = \frac{(-1)^{i_0}}{i_0!} \int_{x-(m+1)h}^{x+(m+1)h} \varphi^{(m)}(\xi, x, h) \cdot \xi^{i_0}\, d\xi,$$

und wie wir in (17) gesehen haben, ist dies tatsächlich $= 0$ für $i_0 < m$, wodurch (27) bestätigt ist. Und damit ist (26) durch vollständige Induktion bewiesen.

---

[1] Für $m = 2$ ist dies die bekannte Riemann'sche Summationsmethode, vgl. M. Schechter a. a. O., p. 233.

Sei nun x ein Punkt von (a, b), und $h > 0$ so klein gewählt, daß $< x-(m+1)\,h,\ x+(m+1)\,h >$ in (a, b) liegt. Dann haben wir, unter Berücksichtigung von (26), durch partielle Integration (wobei mit $F_i(x)$ die iterierten unbestimmten Integrale[1] von $f(x)$ bezeichnet sind):

$$\int_a^b F_m(\xi)\,\varphi^{(m)}(\xi, x, h)\,d\xi = (-1)^m \int_a^b f(\xi)\,\Phi_m^{(m)}(\xi, x, h)\,d\xi.$$

Da nun, wie wir wissen:

$$f(x) = \lim_{h=0} \int_a^b F_m(\xi)\,\varphi^{(m)}(\xi, x, h)\,d\xi$$

ist in jedem Punkte von (a, b), in dem $f(x)$ die m-te Ableitung von $F_m(x)$ ist, oder allgemeiner, wo:

$$f(x) = \lim_{h=0} \frac{1}{(2h)^{m+1}} \sum_{k=0}^{m+1} (-1)^k \binom{m+1}{k} F_{m+1}(x+(m-2k+1)\,h) \tag{28}$$

ist, so ist in jedem solchen Punkte auch

$$f(x) = \lim_{h=0} (-1)^m \int_a^b f(\xi)\,\Phi_m^{(m)}(\xi, x, h)\,d\xi.$$

Wenden wir auf dieses Integral die Parseval'sche Formel an, so erhalten wir schließlich:

XVIII. Sei der Kern $\Phi_m^{(m)}(\xi, x, h)$ nach (25) aus dem Kerne (24) hergeleitet und es werde gesetzt:

$$(-1)^m \int_a^b \Phi_m^{(m)}(\xi, x, h)\,\omega_\nu(\xi)\,d\xi = \Omega_\nu^{(m)}(x, h).$$

Für jedes normierte Orthogonalsystem von $< a, b >$ gilt dann die Formel:

$$f(x) = \lim_{h=0} \sum_{\nu=1}^{\infty} f_\nu\,\Omega_\nu^{(m)}(x, h) \tag{29}$$

für jede in $< a, b >$ samt ihrem Quadrate integrierbare Funktion f, in jedem Punkte von (a, b), in dem (28) gilt, insbesondere also in jedem Punkte von (a, b), in dem $f(m+1)$te Ableitung seines $(m+1)$-fach iterierten unbestimmten Integrales ist; sie gilt gleichmäßig in jedem Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von (a, b), in dessen sämtlichen Punkten f stetig ist.

Dies gilt für alle in $< a, b >$ integrierbaren Funktionen f, falls es ein M gibt, so daß

$$\left| \sum_{\nu=1}^{\mu} \int_\alpha^\beta \omega_\nu(\xi)\,d\xi \cdot \omega_\nu(x) \right| < M \tag{30}$$

für alle Teilintervalle $< \alpha, \beta >$ von (a, b), alle x von $< a, b >$ und alle μ.

Eines Beweises bedarf nach dem Gesagten nur mehr der letzte Teil der Behauptung, und auch dieser Teil wird bewiesen sein, wenn wir zeigen, daß, wenn Voraussetzung (30) gilt, auf das Integral:

$$\int_a^b f(\xi)\,\Phi_m^{(m)}(\xi, x, h)\,d\xi$$

---

[1] Das heißt, es ist $F_0(x) = f(x)$; $F_{i+1}(x) = \int F_i(x)\,dx$

für jedes in $<a, b>$ integrierbare f das Parseval'sche Theorem angewendet werden kann. Dies aber wird, nach Satz V, der Fall sein, wenn es zu jedem $h > 0$ und jedem $\bar{x}$ von (a, b) ein N gibt, so daß:

$$\left| \sum_{\nu=1}^{\mu} \int_a^b \Phi_m^{(m)}(\xi, \bar{x}, h)\, \omega_\nu(\xi)\, d\xi \cdot \omega_\nu(x) \right| < N \tag{31}$$

für alle μ und alle x von $<a, b>$. Nun ist jedes $\Phi_m^{(m)}(\xi, x, h)$ in $<a, b>$ geschränkt und von geschränkter Variation. Bezeichnet $\Phi(\bar{x}, h)$ eine obere Schranke für $|\Phi_m^{(m)}(\xi, \bar{x}, h)|$ für alle ξ von $<a, b>$ und $V(\bar{x}, h)$ die Totalvariation von $\Phi_m^{(m)}(\xi, \bar{x}, h)$ in $<a, b>$, so liefert der zweite Mittelwertsatz der Integralrechnung, bei Berufung auf (30):

$$\left| \int_a^b \Phi_m^{(m)}(\xi, \bar{x}, h) \sum_{\nu=1}^{\mu} \omega_\nu(\xi)\, \omega_\nu(x)\, d\xi \right| \leqq (\Phi(\bar{x}, h) + V(\bar{x}, h)) \cdot M,$$

wodurch (31) bewiesen ist. Damit ist der Beweis von Satz XVIII beendet.

Die Berechnung der Ausdrücke $\Omega_\nu^{(m)}(x, h)$ in (29) ergibt für $m = 1$ und $m = 2$:

$$\Omega_\nu^{(1)}(x, h) = \frac{1}{(2h)^2} \int_{x-2h}^{x} (\xi - x + 2h)\, \omega_\nu(\xi)\, d\xi - \frac{1}{(2h)^2} \int_{x}^{x+2h} (\xi - x - 2h)\, \omega_\nu(\xi)\, d\xi.$$

$$\Omega_\nu^{(2)}(x, h) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2h)^3} \int_{x-3h}^{x-h} (\xi - x + 3h)^2\, \omega_\nu(\xi)\, d\xi - \frac{1}{(2h)^3} \int_{x-h}^{x+h} \{(\xi - x)^2 - 3h^2\}\, \omega_\nu(\xi)\, d\xi +$$
$$+ \frac{1}{2} \frac{1}{(2h)^3} \int_{x+h}^{x+3h} (\xi - x - 3h)^2\, \omega_\nu(\xi)\, d\xi.$$

Endlich sei noch erwähnt, daß wir, unter Berufung auf Satz II und auf Formel (4a) von § 5, die durch (23) gegebenen Summationsformeln der trigonometrischen Reihen ergänzen können durch die Theoreme:

Setzt man:

$$R^{(m)}(x, h) = \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{\sin \nu h}{\nu h} \right)^m (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x),$$

so gilt die Beziehung:

$$\lim_{h=0} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - R^{(m)}(x, h)|\, dx = 0.$$

Für jedes Paar von Funktionen f und g, von denen in $<-\pi, \pi>$ die eine integrierbar, die andere geschränkt ist, gilt:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, g(x)\, dx = \frac{a_0 \alpha_0}{2} + \lim_{h=0} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{\sin \nu h}{\nu h} \right)^m (a_\nu \alpha_\nu + b_\nu \beta_\nu).$$

DAS LICHTKLIMA IM ÖSTERREICHISCHEN KÜSTENLANDE

VON

Prof. Dr. JOHANNES FURLANI

MIT 10 TEXTFIGUREN UND 9 TABELLEN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 2. MÄRZ 1916

I. Vorbemerkung und Methode der Untersuchung.

Die Beobachtungen zu dieser Untersuchung wurden in der Zeit vom September 1909 bis September 1913 gemacht. v. Wiesner hat durch seine Untersuchungen über das Lichtklima in Wien, Buitenzorg, auf Spitzbergen und im Yellowstonegebiet auf die Bedeutung dieses meteorologischen Faktors für die Pflanzenwelt hingewiesen, Menke und Lindhard zeigten den Einfluß des Lichtes auf den tierischen Stoffwechsel und die Respiration. Seitdem Finsen das Licht als Heilmittel erkannt und in die Medizin eingeführt hat, ist eine reiche Literatur, vor allem über die Behandlung der Tuberkulose durch Sonnenlicht entstanden, in der auf die große Bedeutung weiterer photoklimatischer Untersuchungen hingewiesen wurde. Bei der hohen Zahl von Sonnenscheinstunden an der nördlichen Adria, 2430 pro Jahr, erschien es mir von Interesse, Untersuchungen über das Lichtklima im österreichischen Küstenlande durchzuführen. Die meisten Beobachtungen wurden in meinem damaligen Aufenthaltsorte Görz gemacht. Der Beobachtungsplatz war die meteorologische Warte der dortigen Staatsrealschule. Daneben wurden Lichtmessungen an verschiedenen anderen Orten im Litorale vorgenommen.

Die Messungen der chemischen Lichtstärke erfolgten nach der v. Wiesner'schen Methode. Verwendung fanden hiebei v. Wiesner's Handinsolator, Bunsen's Normalsilbernitratpapier, nach dem Eder'schen Verfahren haltbar gemacht. Die Brauchbarkeit dieses im Handel erhältlichen Papieres wurde durch frisch hergestelltes Silbernitratpapier kontrolliert. Es wurden mehr als 50.000 Lichtmessungen vorgenommen.[1] Die anfänglichen Schwankungen bei der Beurteilung des erreichten Farbentones verschwanden nach den ersten Wochen der Arbeit. Am empfindlichsten erschien das Auge bei geringeren Lichtintensitäten für Schwärzungsunterschiede, verglichen mit dem Ton 2·63, bei größerer Lichtstärke für den Vergleich mit dem Ton 5·53.

[1] Um die Fehler, die durch die subjektive, jeweilige Disposition des Auges entstehen, soweit als möglich zu vermeiden, wurden die erreichten Schwärzungen des photographischen Papieres meistens von zwei Beobachtern gleichzeitig betrachtet. Bei diesen Arbeiten wurde ich im Görzer Gebiete von meinen Schülern Adolf Kosiša, Josef Štolfa, Ivan Magušar, Boris Treo und Martin Pleschiutschnigg, in Südistrien von M. Pleschiutschnigg und Nicolò Craglietto in dankenswerter Weise unterstützt.

Die gleichzeitigen Messungen von Lichtintensitäten, die von verschiedenen Beobachtern anfänglich am selben Orte und dann an verschiedenen Orten unabhängig voneinander vorgenommen wurden und durch Übung des Auges zu gut übereinstimmenden Resultaten führten, überzeugten mich von der Brauchbarkeit dieser Methode, die wegen ihrer Einfachheit vom Biologen für die Untersuchungen auf kleinstem Raum anderen Methoden vorzuziehen ist. Die Wärmestrahlung wurde mit dem Vacuumthermometer, die Luftwärme mit dem Schleuderthermometer bestimmt. Der Luftdruck wurde in Görz vom Kapellerbarometer des Observatoriums abgelesen, im Freiland fand ein Aneroid, revidiert vom Meteorologischen Observatorium in Triest, Verwendung. Dampfdruck und relative Feuchtigkeit wurden in Görz nach dem Psychrometer des Observatoriums, im Freiland mit einem Fuess'schen Haarhygrometer bestimmt. Die Sonnenscheindauer wurde aus den Zeichnungen eines Campbell-Stockes'schen Sonnenscheinautographen ermittelt.

Zeichenschlüssel:

$S_0 - S_4$ . . . . Sichtbarkeit der Sonne,
$B_0 - B_{10}$ . . . Grad der Himmelsbedeckung,
B . . . . . Luftdruck,
D. D. . . . . Dampfdruck,
r. F. . . . . . relative Feuchtigkeit,
T^0 . . . . . Ablesung am Schwarzkugelthermometer,
t^0 . . . . . Ablesung am Schleuderthermometer,
$T^0 - t^0$ . . . . Größe der Wärmestrahlung (Differenz der Ablesungen vom Schwarzkugelthermometer und Schleuderthermometer),
t. I. . . . . . chemische Stärke der Gesamtstrahlung,
d. L. . . . . . chemische Stärke des Lichtes im Schatten einer geschwärzten Metallkugel,
S. L. . . . . . chemische Stärke des Sonnenlichtes (Differenz berechnet aus t. I. — d. L.).

II. Bodenform und Klima im Gebiete.

Das Görzer Becken erweitert sich gegen Süden und Südwesten zum Friauler Alluvialboden, bildet somit einen Ausläufer der oberitalienischen Tiefebene, mit der es gleiche klimatische Verhältnisse hat. Faunistisch und floristisch gehört es im wesentlichen auch zu derselben. Westlich und östlich von der Stadt (46° n. Br., 96·6 *m* Seehöhe) steigen die Flyschhügel auf 400 *m* an, die der Sandsteinzone, die ganz Istrien durchzieht, angehören. Südlich davon liegt das Kalkplateau des Karstes mit 300 — 400 *m*, das gegen die Adria steil abfällt. Im Norden ist das Görzer Becken von den Ausläufern des Hochkarstes (500 — 700 *m*) eingeschlossen, der sich nach Nordost zum Ternowaner Wald (900 — 1400 *m*) erhebt. Auch in Istrien erscheint das Karstplateau durch eine höhere Stufe von Ost nach Südost begrenzt. Es ist dies der Tschitschenboden mit seiner höchsten Erhebung, dem Mte. Maggiore, 1396 *m*.

Man hat also im Küstenlande außer der Friauler Ebene drei Bodenstufen zu unterscheiden: eine schmale vor dem Absturz des Karstsockels an der Küste gelegene Randzone auf Meeresniveau, die sich nach Westen an der Flachküste zur Lagune erweitert; den größten Raum im Küstenlande nimmt die zweite Stufe, das Karstplateau ein; einen geringeren das Gebirge, die dritte Stufe. Diese drei Höhenstufen des küstenländischen Bodens bedingen Verschiedenheiten in den klimatischen Verhältnissen, die wieder eine Mannigfaltigkeit in der Lebewelt auf diesem kleinen Raume mit sich bringen. In einer Entfernung von rund 25 *km* Luftlinie blühen hier Myrthe (bei Duino) und Edelweiß (Ternowaner Wald). Der norditalienische Formenkreis des Friauler Bodens macht an der Küste dem mediterranen, auf dem Karstplateau dem illyrischen Platz. Der Hochkarst trägt subalpine bis alpine Formen.

Aus diesem Grunde habe ich außer den Lichtmessungen in Görz, die das Lichtklima des norditalischen Bodens angeben, Beobachtungen an folgenden Orten angestellt: in der Lagune zwischen

Monfalcone und Grado (Halophyten); an der Steilküste am Lemekanal, in Rovigno und an der Westküste der Insel Cherso (Strandklippenformation, Macchie und Steinheide); auf dem Mte. Syss auf Cherso (600 *m*, Karstwald und Steinheide); auf dem Niederkarste bei St. Daniel (332 *m*) und Opcina (400 *m*, Karstwald und Karstheide); auf dem Hochkarste Mte. Valentin (535 *m*) und Mte. Santo (682 *m*, Karstheide, Bergheide, Strauchformation); Kucelj (1240 *m*, Edelweiß, in tieferer Lage Arnikawiesen und subalpiner Wald); auf dem Mte. Maggiore (1396 *m*, Felsen und Felsschuttformen, Steinheide, Bergwiesen, in tieferer Lage Buchenwald).

Die folgenden Daten die ein Bild der meteorologischen Verhältnisse in Görz zur Zeit meiner Untersuchungen geben sollen, sind aus den Aufzeichnungen der dortigen Meteorologischen Beobachtungsstation gerechnet. Die zum Vergleiche mit den Verhältnissen in Görz von anderen Orten des Küstenlandes angeführten Daten sind teilweise Hann's Klimatologie entnommen.

Von der größten Bedeutung für die Beurteilung der Lichtverhältnisse sind Bewölkung und Sonnenschein. Die Maxima des Sonnenscheins liegen im Sommer, im Juli und August, die Minima im Spätherbst, November—Dezember. Der Verlauf der Jahreskurve der totalen Lichtintensität und die Lichtsummen erscheinen dadurch beeinflußt. Die Jahressumme der Sonnenscheinsstunden in Pola an der Küste ist größer als die für Görz ermittelte, 2430 gegen 2061 Sonnenscheinstunden. Doch übertreffen beide Zahlen die für Davos, also fürs Hochgebirge von Dorno ermittelten 1803 Stunden. Ungünstiger sind in Görz die Monate November, Dezember und März hinsichtlich des Sonnenscheins, die übrigen Monate haben im adriatischen Gebiete mehr Sonnenschein als im alpinen. Nach Mazelle haben die größte Zahl heiterer Tage an der nördlichen Adria die Monate März und August, die größte Zahl trüber der Dezember. In den klimatischen Verhältnissen der norditalischen Tiefebene zeigen sich wesentliche Verschiedenheiten von denen im mediterranen Gebiete Istriens. Die Temperaturen sind im letzteren durchwegs höher, die Niederschlagsmenge ist bedeutend geringer und beträgt etwas mehr als den dritten Teil der Menge des Görzer Bodens. Görz hat zwei Regenmaxima: eines im Frühsommer, das andere im Spätherbst; Pola eines im Herbst. In Görz ist der Winter, in Pola der Sommer die trockenste Zeit. Auf dem Karste ist die Niederschlagsmenge geringer als im Friaul, auf dem Hochkarste ist sie jedoch die größte im Küstenlande. Maximum und Minimum rücken auf dem Karstplateau zeitlich näher zusammen, indem das Maximum im Herbste, das Minimum im Winter eintritt. Charakteristisch für das Klima im Küstenlande ist aber auch der mitunter jähe Wechsel kalter Trockenheit, bedingt durch den NO-Wind, die Bora, und feuchter Wärme zufolge des SO-Windes, des Sciroccos.

III. Dekaden und Monatsmittel sämtlicher Messungen von *t. I.* in Görz.

Zur Tabelle I *a*, *b*.

Ein Vergleich mit den von Schwab für Kremsmünster gefundenen Lichtintensitäten, die in gleicher Weise angeordnet sind, zeigt:

t. I. Jänner—April Görz < Kremsmünster,
April G. = K.,
Mai und Juni 7^h v. – 8^h v. G. < K., 8^h G. = K., 9^h v. – 5^h n. G. > K., 5^h n. G. = K.,
Juli 7^h v. G. = K., 8^h v.—5^h n. G. > K., 5^h n. G. ≷ K.,
August 7^h v.—5^h n. G. > K., 5^h n. G. = K.,
September 7^h v.—10^h v. G. < K., 10^h v. G. = K., ab 11^h v. G. > K.,
Oktober vorm. G. < K., nachm. bis 4^h G. > K., 4^h G. = K., dann G. < K.,
November vorm. G. < K., 12^h G. ≷ K., 12^h—2^h n. G. > K., 3^h n. G. < K.,
Dezember G. < K.

Im allgemeinen ist also *t. I.* im Görzer Gebiete im Winter kleiner, im Sommer größer als in Kremsmünster.

Sonnenscheindauer in Görz (1909—12 im Mittel).

Monat		4—5h	5—6h	6—7h	7—8h	8—9h	9—10h	10—11h	11—12h	12—1h	1—2h	2—3h	3—4h	4—5h	5—6h	6—7h	7—8h	Summe
Jänner	im Monat				0·6	9·5	18·7	21	21·1	21·7	21·4	19	9·8	0·3				143·10
	ein Tag				0·02	0·31	0·6	0·68	0·68	0·7	0·69	0·61	0·32	0·01				4·62
Februar	im Monat				4·2	11·5	14·0	15	14·7	14·6	16·1	13	11·7	3·6				118·4
	ein Tag				0·15	0·41	0·50	0·54	0·52	0·52	0·58	0·46	0·42	0·13				4·23
März	im Monat				5·8	13·3	14·3	14·8	13	14·4	13·6	11·4	8·2	6·3	0·4			115·50
	ein Tag				0·19	0·43	0·46	0·48	0·42	0·47	0·44	0·37	0·26	0·20	0·01			3·73
April	im Monat		0·3	7·6	14·9	16·3	17·4	18·2	16·6	18·7	18·3	18·9	14·8	14·7	10	0·9		187·50
	ein Tag		0·01	0·25	0·5	0·54	0·58	0·61	0·55	0·62	0·61	0·63	0·49	0·49	0·33	0·03		6·25
Mai	im Monat		4· 4	13	17·6	15·7	15·6	16·5	18·7	16·1	14·1	13·9	13	11·4	11·6	6·1		187·70
	ein Tag		0·14	0·42	0·57	0·51	0·53	0·53	0·60	0·52	0·46	0·45	0·42	0·37	0·37	0·2		6·06
Juni	im Monat		8· 8	13·8	14·5	15·8	20·4	19·9	20·8	18·9	17·5	15·3	14·7	15	11·2	5·3		211·90
	ein Tag		0·29	0·46	0·48	0·53	0·63	0·66	0·69	0·63	0·59	0·51	0·49	0·5	0·37	0·18		7·06
Juli	im Monat		4·85	17·45	19·35	22	22·5	23·55	23·2	23·25	22·2	22·35	19·6	18·25	14·75	19·5		261·90
	ein Tag		0·16	0·56	0·62	0·71	0·715	0·76	0·75	0·75	0·715	0·72	0·635	0·585	0·375	0·295		8·45
August	im Monat		1·35	15	20·35	21·3	22·6	22·2	21·3	21·1	20·75	19·35	17·9	14·65	15·45	2·8		238·60
	ein Tag		0·045	0·485	0·655	0·685	0·73	0·765	0·69	0·68	0·67	0·625	0·575	0·555	0·5	0·09		7·70
September	im Monat			3·9	10·5	12·6	13·4	13·2	13·6	14·1	15·5	13·7	13·4	11·5	1·1			136·51
	ein Tag			0·13	0·35	0·42	0·45	0·44	0·45	0·47	0·52	0·46	0·44	0·38	0·04			4·55
Oktober	im Monat			0·6	13·2	16·2	16·5	16·1	16·1	16·7	15·9	16·1	15·7	7·6				150·7
	ein Tag			0·02	0·43	0·52	0·53	0·52	0·52	0·54	0·51	0·52	0·50	0·52				4·86
November	im Monat				0·6	8·3	10·2	10·4	11·2	11·8	11·2	10·3	6·4	0·8				81·2
	ein Tag				0·02	0·28	0·34	0·35	0·37	0·39	0·37	0·34	0·21	0·03				2·70
Dezember	im Monat					1·4	5·8	6·9	7·2	6·6	6·9	5·4						40·2
	ein Tag					0·05	0·19	0·22	0·23	0·21	0·23	0·17						1·30
																Jahressumme .		2060·9

Die übrigen meteorologischen Verhältnisse in Görz (September 1909 September 1913 im Mittel).

Monat	Temperatur	Luftdruck	Dampfdruck	Relative Feuchtigkeit	Bewölkung	Summe des Niederschlages in *mm*	Zahl der Tage mit			Zahl der beobachteten Windrichtungen								Kalmen	Weg des Windes in *km*
							Schnee	Gewitter	Nebel	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW		
Jänner	3·0	756·13	3·7	64·7	4·2	95·4	1·3	0	3	4	4	9	7	0	2	0	6	60	1726
Februar	3·9	754·40	4·1	66·5	6·1	41·2	1·3	0	3	4	3	8	5	0	5	0	5	53	1590
März	8·5	751·49	5·6	68·4	6·4	120·5	1	1	1	5	3	6	7	4	6	1	4	58	1833
April	12·9	752·04	6·6	60·1	5·4	64·1	0	2	1	3	4	9	7	3	9	1	4	50	2132
Mai	17·0	751·22	9·1	64·9	5·9	135·2	0	5	0	3	3	6	6	3	6	2	5	60	1641
Juni	20·2	752·47	11·8	68·3	5·7	258·3	0	11	0	4	1	4	6	5	6	1	6	56	1592
Juli	22·8	752·72	12·9	65·9	4·3	130·8	0	11	0	2	1	5	7	3	5	1	3	66	1441
August	23·2	755·97	13	63·3	4·3	106	0	8	0	5	1	2	5	2	6	1	6	65	1357
September	18·8	753·74	10·7	68·6	4·9	197·2	0	5	0	4	2	4	7	0	4	1	4	64	1155
Oktober	14·3	755·05	9·3	76·3	4·9	98·7	0	2	0	3	2	3	6	1	1	1	3	73	778
November	8·7	750·94	6·5	74·2	5·8	165·7	1	1	3	5	3	5	5	2	2	0	4	65	1333
Dezember	7·3	752·58	6·3	80·3	6·8	297·4	0	1	6	3	3	6	6	1	0	0	3	71	1159

Vergleichende klimatologische Daten fürs Küstenland.

	Görz	Triest	Pola	Divača im Karst	Mte. Maggiore
Mittlere Jahrestemperatur	13·3°	14·2°	14·8°	10·9°	7·5°
Mittlere Temperatur des wärmsten Monats	August 23·2°	Juli 24·5°	Juli 24·8°	Juli 20·7°	Juli 16·7°
Mittlere Temperatur des kältesten Monats	Jänner 3°	Jänner 4·7°	Jänner 6°	Februar 1·1°	Jänner —1·1°
Jährliche Niederschlagsmenge	1710·5	1140	711	1068	1809
Monat der größten Niederschlagsmenge	Juni 258·3	Dezember 297·4	Oktober 166	Oktober 125	Oktober 146	—
Monat der kleinsten Niederschlagsmenge	Februar 41·2	Februar 62	Juli 46	Jänner 57	—

IV. Der mittlere tägliche Gang von *t. I.* in Görz, Maxima.

Zu den Figuren 1 und 2.

Die Tageskurven von *t. I.* zeigen einen gegen den Mittag unsymmetrischen Verlauf. Jene aus allen Beobachtungen geben für die Monate Jänner—September die größere Lichtstärke am Nachmittage an. In den Monaten September und Oktober nähern sie sich stark der symmetrischen Form, das Verhältnis der vormittägigen Lichtstärken zu den nachmittägigen kehrt sich nun um. Im Oktober ist um 11^h, im November bereits um 10^h die Lichtstärke größer als zur symmetrischen Nachmittagsstunde. Im Dezember tritt wieder das ursprüngliche Verhältnis ein. Die Kurven bei Sonnenschein geben im allgemeinen die größere Lichtstärke für den Nachmittag an. Eine starke Annäherung an die symmetrische Form zeigen die Kurven der Monate März und September. Die Oktoberkurve zeigt ein Überwiegen der Lichtintensität von 11^h—12^h gegen 12^h—1^h.

Im November ist *t. I.* des Vormittags im allgemeinen größer als das des Nachmittags. Auch hier kehrt sich das Verhältnis im Dezember wieder um. Charakteristisch ist für Görz mit Ausnahme des Monats November das langsame Abnehmen der Lichtstärke in den frühen Nachmittagsstunden, verglichen mit der raschen Zunahme in den Vormittagsstunden. Den größten Teil des Jahres — Winter, Frühjahr und Sommer—ist *t. I.* im Mittel am Nachmittage größer als am Vormittage. Fr. Exner hat für Luxor, Mache für Ceylon die Nachmittagsintensitäten größer gefunden als die vormittägigen.

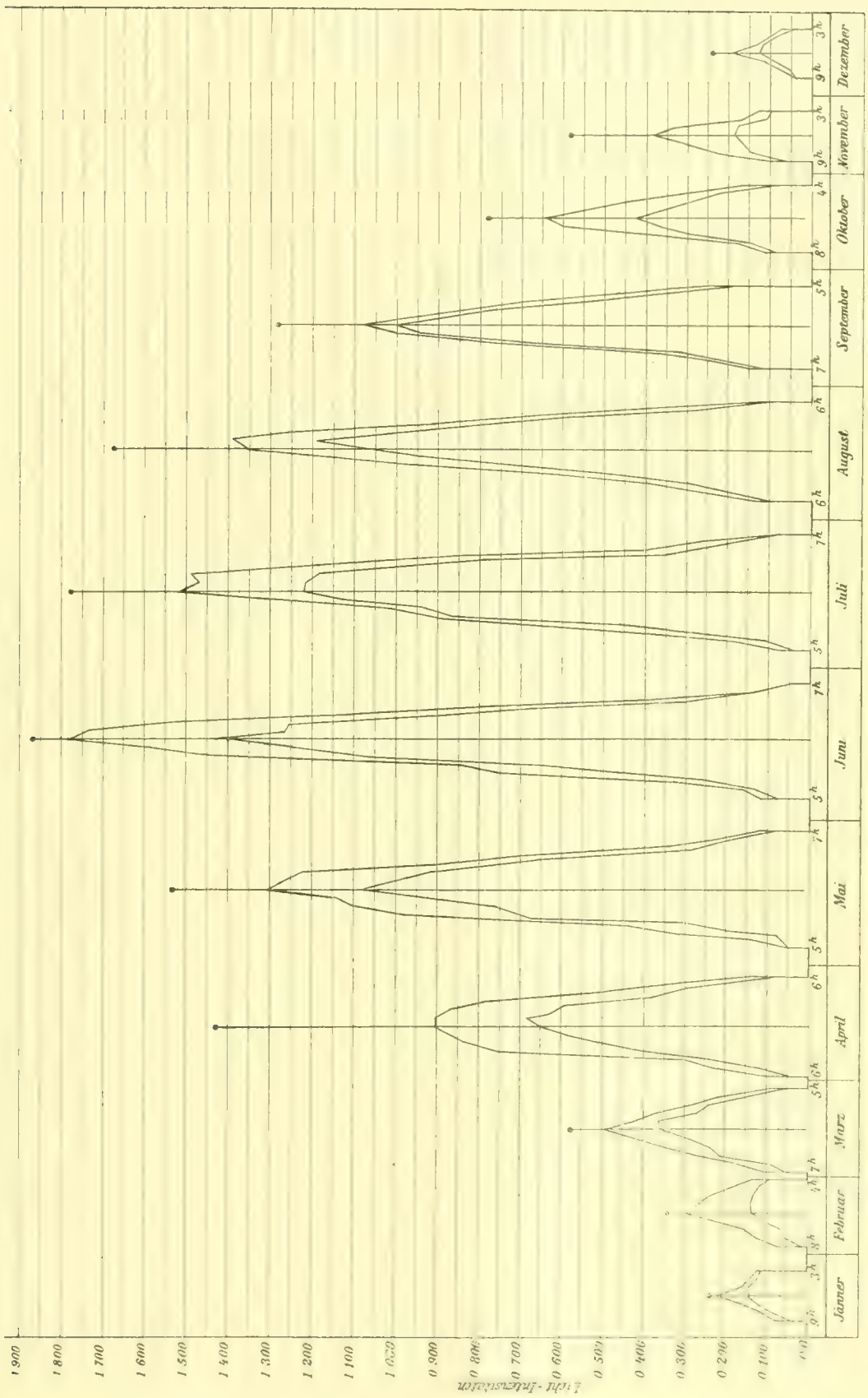
Hinsichtlich der Zu- und Abnahme der Lichtintensität im Tage konnte festgestellt werden, daß dieselbe in verschiedener Weise erfolgte: Entweder war die Zu- und Abnahme eine unausgesetzte, allmähliche oder sie blieb ein Intervall gleich und schnellte dann empor, um wieder eine Zeitlang gleich zu bleiben. Zu bestimmten Tagesstunden ließen sich Schwankungen der Lichtintensität feststellen, die sich in derselben Jahreszeit häufig wiederholten: im Oktober in den ersten Nachmittagsstunden, im April um die Mittagszeit, im Juli am Vormittage. Mazelle hat für das Gebiet der nördlichen Adria das Maximum der Zu- und Abnahme der Luftfeuchtigkeit für Jänner und Oktober in den ersten Nachmittagsstunden, für April um die Mittagszeit, im Sommer um 10^h vormittags gefunden.

Die größten Tagesmaxima (1·6—1·4 B. E.) fallen für Görz auf die 2.—3. Dekade des Juni, während in Kremsmünster (1·2 B. E.) und anderen Orten (Wien, Kew, Fécamp) *t. I.* erst im Juli die höchsten Werte erreicht; die kleinsten Maxima wurden für Görz in der ersten Dekade Dezember (0·09 B. E.), für Kremsmünster in der zweiten Dekade dieses Monats (0·13 B. E.) festgestellt. In Davos fand Dorno die höchsten Werte für die blauviolette Strahlung im Mai und August, für die ultraviolette im Juli; die kleinsten Werte erhielt er Dezember—Jänner. Von den folgenden absoluten Maximis der Monate, beobachtet von September 1909 bis September 1910, entfernt sich das des April mit 1·436 B. E. am meisten vom mittleren Maximalwert bei Sonnenschein, 0·900 B. E. Bei diesen absoluten Maximis ließ sich meist ein plötzliches Hinaufschnellen der Lichtintensität feststellen. Die Maxima des Februar und März 0·335 B. E., beziehungsweise 0·583 B. E. fallen in einer nach Sonnenhöhen angeordneten Tabelle von Lichtstärken unter den Werten wärmerer Monate gar nicht auf, sie haben also in Zuständen der Atmosphäre ihren Grund, worüber unten abgehandelt werden wird.

Absolute Monatsmaxima (September 1909—September 1910) in Görz.

Monat	Zeit	S.	B.	*t. I.*	Monat	Zeit	S.	B.	*t. I.*
13./I.	1^h	4	2	0·244	2./VII.	1^h	3	3	1·782
20./II.	$11^h\ 45^m$	3	3	0·335	2./VIII.	$12^h\ 30^m$	4	1	1·603
14./III.	12^h	4	3	0·583	8./IX.	12^h	4	0	1·280
29./IV.	$1^h\ 25^m$	4	3	1·436	15./X.	$12^h\ 30^m$	4	1	0·793
12./V.	12^h—$12^h\ 40^m$	3	2	1·526	12./XI.	$11^h\ 50^m$	4	2	0·579
15./VI.	$1^h\ 30^m$	4	2	1·855	6./XII.	12^h	4	0	0·231

Fig. 1.



Täglicher Gang von *t. I.* in Görz.

Die untere Kurve stellt die Mittel aller, die obere die Mittel der Beobachtungen bei Sonnenschein, die Linie über 12^h das beobachtete Maximum dar.

Die höchsten Lichtintensitäten im Jahre (1·7—1·8 B. E.) wurden in Görz in den Monaten Juni und Juli beobachtet, welche Werte Schwab nur vereinzelt für Kremsmünster fand, häufiger 1·5—1·6 B. E.; v. Wiesner hatte in Wien 1·5 B. E., in Buitenzorg 1·6 B. E. gefunden.

Größte und kleinste Maxima von *t. I.* in Görz.

		Juni			Juli			Dezember			Jänner		
		I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
Dekadenmittel der Tagesmaxima	S.	3	3·5	2·6	3·2	2·5	2·9	0·4	0·9	3	0·6	1·2	2·8
	B.	3·4	3	5	4·4	5	4·4	7·7	6·2	4·9	7	6·5	4·2
	t. I.	1·252	1·593	1·360	1·518	0·993	1·169	0·102	0·129	0·191	0·126	0·138	0·164
Dekadenmittel um 12^h	S.	3	3·5	2·6	3·2	2·6	3	0·2	0·6	3	0·6	1·2	2·8
	B.	3·4	3	5	4·4	4·9	4·1	8	6·5	4·9	7	6·7	4·2
	t. I.	1·252	1·593	1·360	1·518	0·982	1·157	0·087	0·112	0·191	0·126	0·135	0·164

Fig. 2.

Jahreskurve von *t. I.* in Görz.

Es tritt das tägliche Maximum in Görz in der Zeit zwischen 11^h und 1^h ein, das Eintreten erst nach 12^h ist kein seltenes. Für Wien hatte v. Wiesner als Zeit des eintretenden Maximums die Stunden zwischen 11^h—1^h, für Kremsmünster Schwab zwischen 10^h—2^h, meistens 12^h, häufiger vor 12^h, seltener nach 12^h gefunden. Übereinstimmend mit den Ergebnissen Roscoe's für Kew und Dorno's bezüglich der ultravioletten Strahlen in Davos zeigen auch für Görz die Tageskurven der Monate der zweiten Jahreshälfte die größeren Lichtintensitäten, als die symmetrischen Monate der ersten Jahreshälfte. Es steigt also im Frühjahr die Lichtintensität rascher, als sie im Herbste fällt. Von diesem Verhalten weichen nur die symmetrischen Monate Jänner—Dezember in geringem Maße und Juni—Juli stark ab, indem der Monat der ersten Jahreshälfte die größere Lichtintensität aufweist als der entsprechende der zweiten. Nun betrug die Sonnenscheindauer im Jänner 143, im Dezember bloß 40 Stunden; es ist also die Depression im Dezember auf Rechnung der stärkeren Bewölkung in diesem Monate, die durchschnittlich 7 ist, zu setzen. Hinsichtlich der Anomalie der Monate Juni—Juli scheint mir ein Vergleich der Niederschlagsmengen in diesen Monaten Aufschluß zu geben, indem dieselbe im Juni doppelt so groß ist als im Juli. Regen vermindert aber den Staubgehalt der Atmosphäre und erhöht ihre Durchlässigkeit für Strahlung.

V. Lichtsummen in Görz.

Zur Tabelle 2 und Figur 3.

Die Lichtsummen wurden nach dem Verfahren v. Wiesner's und Schwab's aus den stündlichen Messungen von *t. I.* berechnet. In den Monaten Jänner bis September fallen in Görz die größten stündlichen Lichtsummen auf die Zeit von 12^h-1^h. Im September tritt eine Änderung ein. Bei größerer Lichtintensität um 11^h gegen 1^h ist die größte Lichtsumme von 11^h-12^h. Oktober—November sind die vormittägigen Lichtsummen aus dem gleichen Grunde größer als die von 12^h-2^h. Dezember werden wieder die Summen 12^h-2^h größer als die der symmetrischen Stunden. Die größte Monatssumme 6288 B. E. für die Zeit von 10^h-2^h fällt auf den Juni, die kleinste 543 B. E. auf den Dezember. Für die Zeit von Sonnenauf- bis Sonnenuntergang fällt hingegen die größte Monatssumme 12.555 B. E. auf den Juli, die kleinste 930 B. E. wieder auf den Dezember. Der Julitag hat in Görz die größte (405 B. E.), der Dezembertag die kleinste (30 B. E.) Lichtsumme. Die Lichtsumme für einen Tag in Görz ist in allen Monaten größer als die Tagessumme im gleichen Monate in Wien; verglichen mit Kremsmünster in den Monaten Jänner—April kleiner April—Dezember größer als in Kremsmünster.

Lichtsumme für einen Tag von Sonnenauf- bis -untergang.

	Jänner	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
Wien 1893—94	**15**	40	62	145	171	217	**274**	253	151	60	26	16
Kremsmünster 1897	33	54	91	174	180	**341**	303	269	199	75	43	**28**
Görz 1910—14	32	46	87	192	269	398	**405**	320	258	112	48	**30**

Die größte Annäherung der wirklichen täglichen Lichtsumme an die ideale fand in den Monaten Juli, August, September statt, in welch letzterem das Verhältnis der Lichtsummen bei Sonnenschein zu denen aller Beobachtungen den Wert 1·1 erreicht; ungünstig liegen in dieser Hinsicht die Monate Februar und November mit einer Verhältniszahl von 1·9, beziehungsweise 1·8. Schwab hat für Kremsmünster in den ungünstigen Monaten April, Mai, November, Dezember Verhältniszahlen von 1·56—1·6, in den günstigen Juli, August, September 1·36—1·4 gefunden. Es ist in Kremsmünster das Verhältnis der wirklichen zur idealen Lichtsumme das Jahr über ein gleichmäßigeres als in Görz (1·36—1·6 gegen 1·1—1·9).

Im Durchschnitte wird die tägliche Lichtsumme in Görz durch atmosphärische Vorgänge weniger vermindert als in Kremsmünster, die Verhältniszahl der idealen zur wirklichen täglichen Lichtsumme liegt für Görz in 7 Monaten zwischen 1·27—1·37, für Kremsmünster in 8 Monaten zwischen 1·52—1·60.

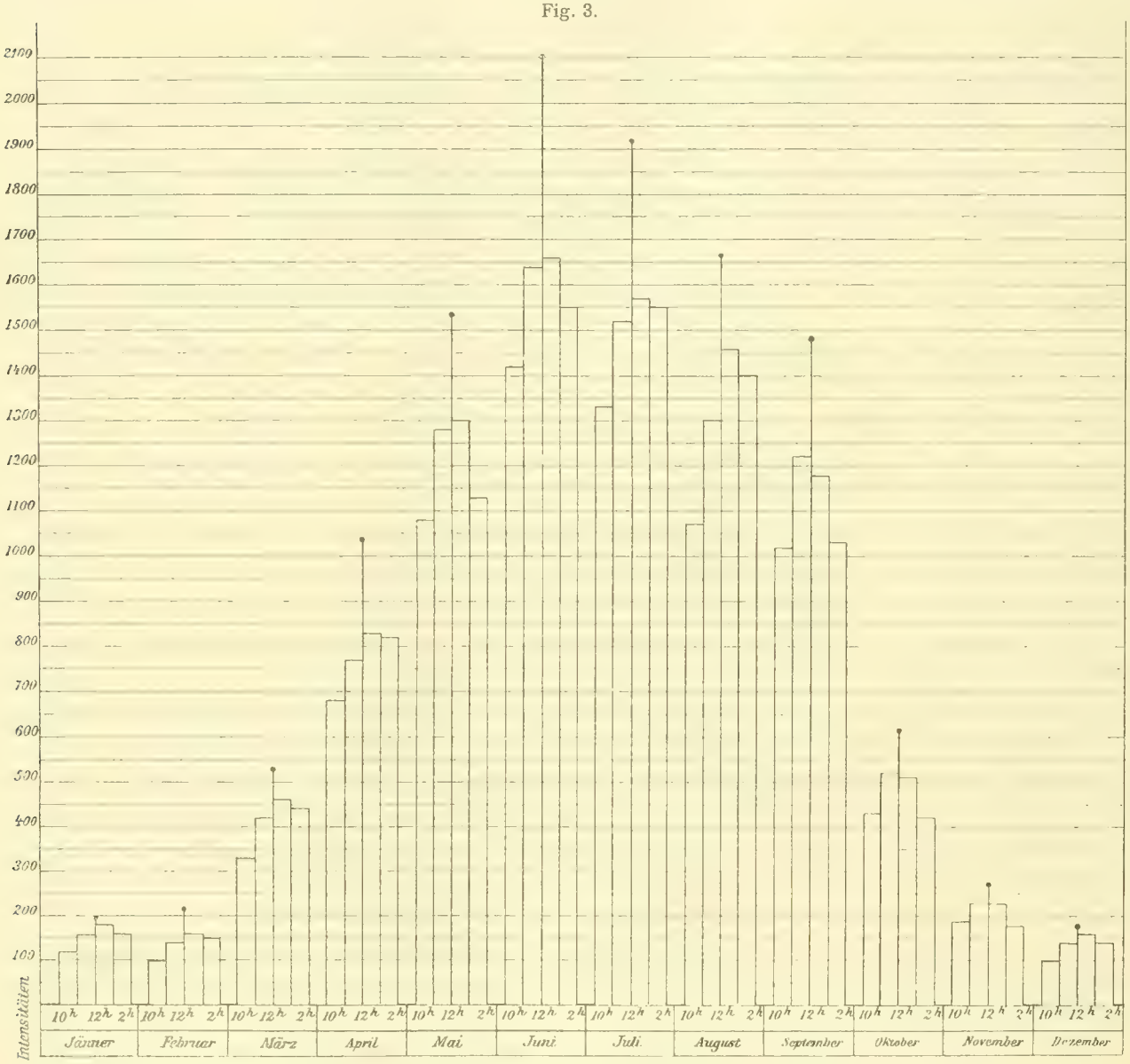
Tagesmittel der Lichtsummen von 10^h—2^h in Görz.

Lichtsummen	Jänner	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
a bei Sonnenschein	26	40	69	143	203	275	231	214	161	91	50	23
b aller Beobachtungen	20	21	53	104	154	210	193	169	148	61	28	18
a : *b*	1·3	**1·9**	1·3	1·37	1·32	1·31	1·2	1·27	**1·1**	1·5	1·8	1·3

Die Lichtsummen aus den ganztägigen Beobachtungen betragen für die astronomischen Jahreszeiten in Görz: Frühling 26.039, Sommer 30.216, Herbst 5844, Winter 4977; während die Sonne nördlich vom Äquator steht 56.255, während ihres südlichen Standes 10.821; nördlich : südlich = 5·1. Erstes Halbjahr Jänner—Juni 31.016, zweites Halbjahr Juli—Dezember 36.060; erste Hälfte der Vegetationsperiode März—Juni 28.736, zweite Hälfte Juli—Oktober 33.688. Jahressumme in Görz 67.076, in Kremsmünster 54.502. In

Görz sind die Lichtsummen aller Zeiträume größer als in Kremsmünster, nur im Winter ist die Görzer Summe die kleinere. Ebenso gibt der Zeitraum November—April für Görz eine kleinere Lichtsumme; sie ist um 145 kleiner als die von Kremsmünster. Im Zeitraume April—November übertrifft jedoch Görz um

Fig. 3.



Monatliche Lichtsummen von 10^h—2^h in Görz. Die Linie über 12^h gibt in 10facher Vergrößerung die mittleren täglichen Lichtsummen in den einzelnen Monaten an.

12.716 Kremsmünster. Die im Intervall November—April größere Lichtsumme von Kremsmünster ist wohl auf die häufigere Bedeckung des Erdbodens durch Schnee zurückzuführen, welche Erscheinung in Görz zu den großen Seltenheiten gehört. Das vom Schnee zurückgestrahlte Unterlicht vermehrt die gesamte Lichtmenge. Für das alpine Gebiet von Davos fand Dorno für die erste Jahreshälfte und die erste Hälfte der Vegetationsperiode eine größere Lichtsumme als in den entsprechenden zweiten Hälften.

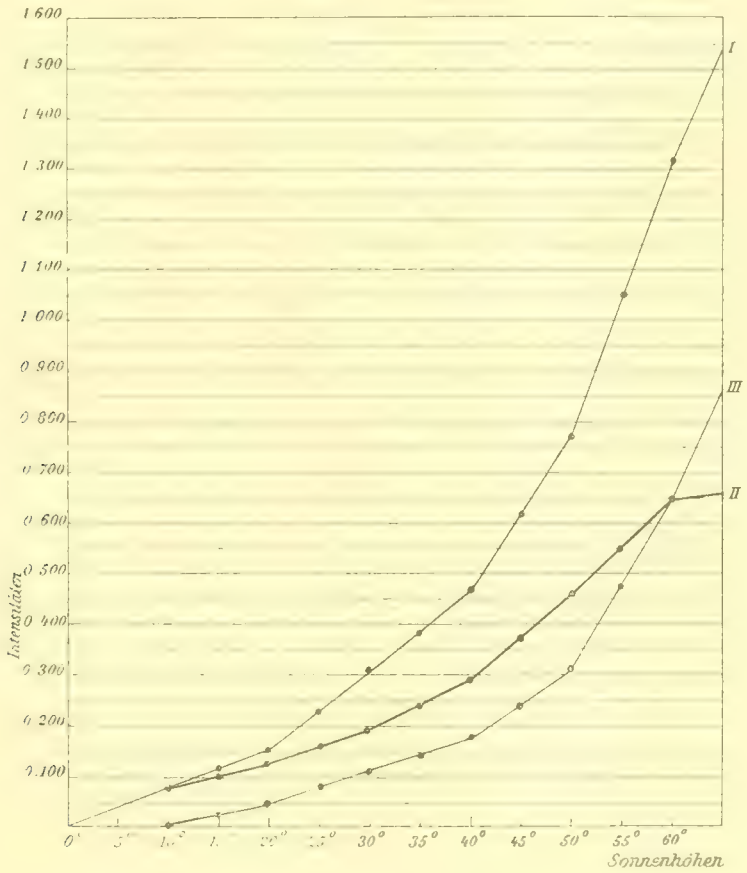
VI. Photochemische Intensität und Sonnenhöhe in Görz.

Zur Tabelle 3 und Figur 4.

Daß mit steigender Sonnenhöhe die Lichtintensität zunimmt, ist bekannt; in Görz tritt, wie aus Abschnitt II hervorging, das Maximum von t. I. zur Zeit des höchsten, das Minimum vor der Zeit des

niedrigsten Sonnenstandes im Laufe des Jahres ein. — Beobachtungen mit stärkerer Sonnenbedeckung als S_2 und größerer Bewölkung als B_5 kamen bei der Anlage der Tabelle 3 nicht in Betracht, da sie derartig große Schwankungen der Intensität des Lichtes zeigten, daß Mittelwerte kein richtiges Maß für das Wachsen der Lichtstärke mit zunehmender Sonnenhöhe mir zu geben schienen.

Fig. 4.



Intensitäten von *t. I.* (I), *d. L.* (II) und *S. L.* (III) nach Sonnenhöhen in Görz.

Die Kurve von t. I. Görz zeigt eine Abweichung von der Kremsmünsterer. Letztere zeigt das stärkste Wachsen von t. I. zwischen 20° und 40° Sonnenhöhe, also bei geringeren Sonnenhöhen. In Görz steigt dagegen mit zunehmender Sonnenhöhe auch t. I. in größerer Progression; erst bei 66° vermindert selbe sich wieder. Bis zur Sonnenhöhe von 50° ist t. I. in Kremsmünster größer, hier nähern sich die Werte von Kremsmünster und Görz, wobei t. I. Görz größer wird. Ähnlich hatte auch v. Wiesner bei größerer Sonnenhöhe in Wien und Buitenzorg eine Annäherung der Lichtwerte gefunden, wobei Buitenzorg, der Ort mit geringerer geographischer Breite, die höhere Intensität zeigte.

VII. Verhältnis zwischen direktem Sonnenlicht und diffusem Lichte in Görz.

A. Nach Sonnenhöhen.

Zur Tabelle 3, Figur 4.

In Görz ist von 0°—10° Sonnenhöhe $d.\ L. = t.\ I.$ Von da ab mehren sich die Fälle, wo $d.\ L. > S.\ L.$ wird, immer mehr; von 35°—55° ist das Verhältnis der beiden Komponenten ein schwankendes, oft bei den Maximis von t. J. ist $d.\ L. < S.\ L.$ Zwischen 55° und 60° wird $d.\ L. = S.\ L.$; von da aufwärts wird

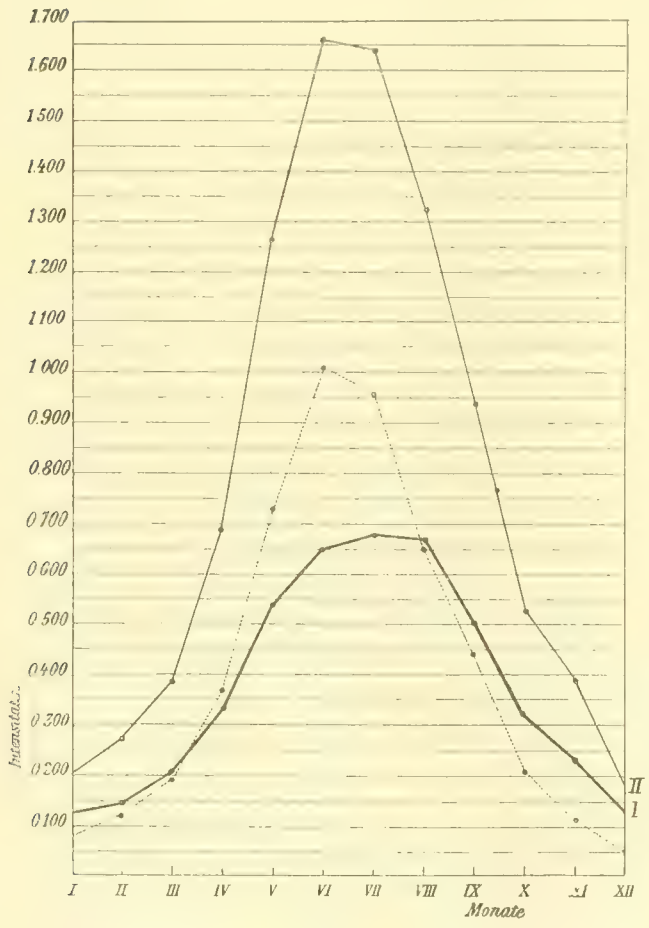
d. L. < *S. L.* Bei 65°—67° wird im Mittel $S.\ L. = 1\frac{1}{2}\ d.\ L.$, wie in Kremsmünster *d. L.* = *S. L.* für Kremsmünster bei 35°, Wien bei 57°, Lissabon bei 51°, Petersburg bei 50°, Berninahospiz bei 16°, Davos bei 19° Sonnenhöhe. In Davos wird bei 40° Sonnenhöhe *S. L.* = 3 *d. L.*, bisweilen bei 45°—60° 4 *d. L.* Ähnliche Verhältnisse fand v. Wiesner im Yellowstonegebiet in großer Seehöhe. Die Kurve für d. L. Görz steigt am steilsten zwischen 30° und 50° Sonnenhöhe. Bei 60° erreicht *d. L.* seine höchsten Werte. Dann tritt eine Depression ein, wie dies Bunsen und Roscoe für große Sonnenhöhen gefunden hatten. S. L. wächst am stärksten zwischen 40° und 60° Sonnenhöhe.

B. Nach Monaten.

(Figuren 5 und 6).

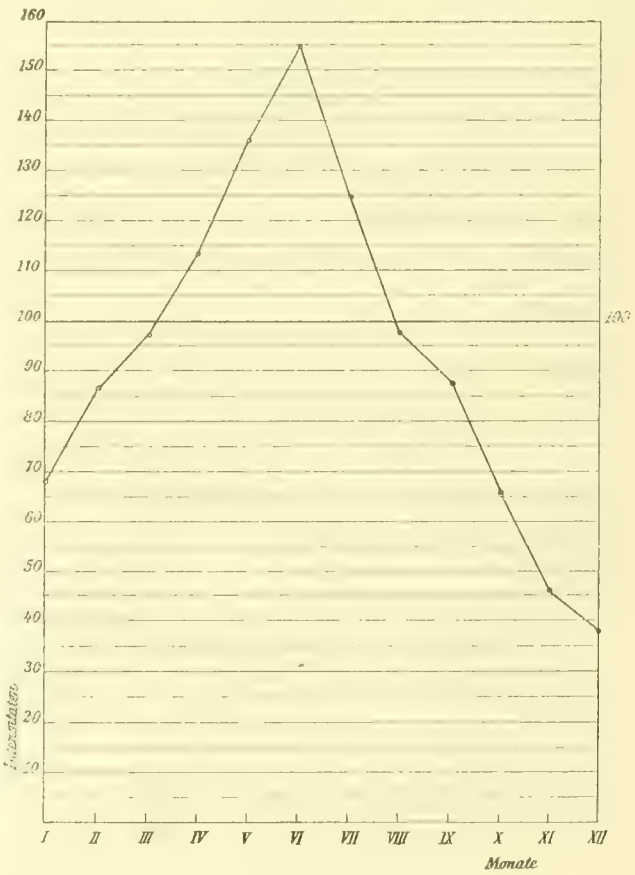
Während Minimum und Maximum von *S. L.* zur Zeit des niedrigsten, beziehungsweise höchsten Sonnenstandes, also im Dezember und Juni eintreten, erscheint Minimum und Maximum von *d. L.* um je einen Monat in gleicher Richtung verschoben; es tritt das Minimum *d. L.* im Jänner, das Maximum *d. L.* im Juli ein. *d. L.* = *S. L.* tritt in Görz Ende März und Anfang August ein. Der absteigende Kurvenast von

Fig. 5.



Verhalten von *t. I.* (I), *d. L.* (II) und *S. L.* (punktiert) nach Monaten in Görz. (11^h-1^h; $S_{2-4}\ B_{0-5}$).

Fig. 6.



Verhältnis von *d. L.* : *S. L.* nach Monaten; *d. L.* = 100, 11^h-1^h, S_{2-4}, B_{0-5}.

d. L. ist flacher als der aufsteigende, während umgekehrt für *S. L.* der absteigende Kurvenast der steilere ist. So kommt es, daß der Gleichpunkt für *d. L.* = *S. L.* der zweiten Jahreshälfte um einen Monat gegen die Jahresmitte näher liegt als der Punkt der ersten Jahreshälfte. Die Werte des Verhältnisses von

d. L. : *S. L.* zeigen, daß die Zerstreuung der Sonnenstrahlung in der zweiten Jahreshälfte größer ist als in der ersten.

Sowohl *D. D.* als *r. F.* sind nach der eingangs angeführten Tabelle in der zweiten Jahreshälfte, also zur Zeit der größeren Lichtzerstreuung, aber auch größerer Werte von *t. I.* größer als in der ersten. Das Verhältnis der Größe von *D. D.* der ersten Jahreshälfte zur Größe in der zweiten beträgt 1 : 1·45, der entsprechenden Größen von *r. F.* = 1 : 1·09.

Intensitäten von *t. I.*, *d. L.* und *S. L.* nach Monaten in Görz.

(Mittel von $11^h - 1^h$ bei S_{2-4}, B_{0-5}).

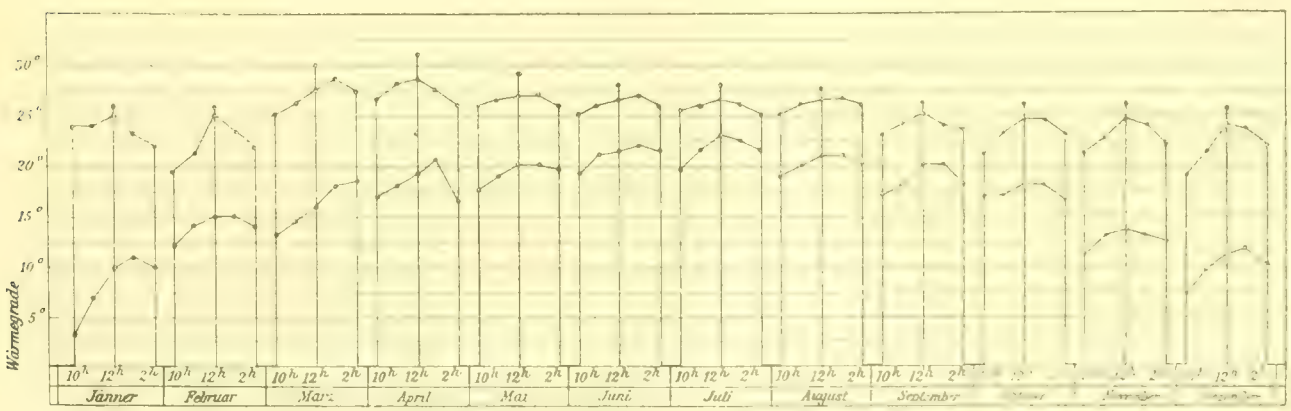
Monat	*t. I.*	*d. L.*	*S. L.*	*d. L.* : *S. L.*
Jänner	0·197	0·117	0·080	100 : 68
Februar	0·268	0·144	0·124	100 : 86
März	0·389	0·197	0·192	100 : 97
April	0·694	0·325	0·369	100 : 113
Mai	1·265	0·535	0·730	100 : 136
Juni	1·662	0·651	1·011	100 : 155
Juli	1·642	0·683	0·959	100 : 125
August	1·321	0·667	0·654	100 : 98
September	0·944	0·502	0·442	100 : 88
Oktober	0·534	0·322	0·212	100 : 66
November	0·338	0·231	0·107	100 : 46
Dezember	0·180	0·131	0·049	100 : 38

VIII. Thermische Strahlung in Görz.

Zur Tabelle 4 und Figur 7.

Übereinstimmend mit Kremsmünster tritt das Maximum der Insolationstemperatur (T) bei S_{3-4} häufiger um 1^h als um 12^h ein, das des Mittels aus allen Beobachtungen mit Ausnahme des Dezembers, wo $T(12^h) = T(1^h)$ stets um 1^h. Daß die T-Werte der Nachmittagsstunden größer sind als die der symmetrischen Vormittagsstunden erscheint im Hinblick auf die auch höhere Lufttemperatur (t) in den Nachmittagsstunden begreiflich. Es fällt T am Nachmittage meist etwas langsamer, als es am Vormittage

Fig. 7.



Täglicher Gang der Wärmestrahlung in Görz ($10^h - 2^h$). Untere Kurve, Mittel aller Beobachtungen. Obere Kurve, Mittel bei S_{3-4}.

steigt. Die Maxima von $T-t$ treten im Mittel aller Beobachtungen häufiger um 1^h, bei S_{3-4} häufiger um 12^h ein. Die $T-t$-Werte sind wie die Werte von t. I. der chemischen Strahlung in den Nachmittagsstunden größer als zur symmetrischen Zeit am Vormittage. Wie die chemische Strahlung wächst auch die Wärmestrahlung rascher, als sie abnimmt. Die Monatsmittel von $T-t$ sind für die zweite Jahreshälfte größer als die entsprechenden der ersten Jahreshälfte. Das Maximum von $T-t$ aller Beobachtungen tritt im Juli, das Minimum im Jänner ein. Es zeigen also die Kurven von $T-t$ aller Beobachtungen eine Zu- und Abnahme der Wärmestrahlung, entsprechend dem Verhalten der chemischen Strahlung im Laufe des Jahres. Bei S_{3-4} zeigt $T-t$ ein hievon abweichendes Verhalten. In den Monaten Mai—September ist im täglichen Gang der Wärmestrahlung die Zunahme derselben mit steigender Sonnenhöhe gering, in den von der Sommersonnenwende entfernteren Monaten größer. Wie in Davos tritt im Jahre das Maximum der Wärmestrahlung März—April (Kremsmünster Februar), das Minimum im Dezember (Kremsmünster Oktober—November) ein. Daß die Wärmestrahlung der Frühjahrssonne die stärkste ist, scheint mir für die Blütezeit der Frühjahrspflanzen von besonderer Bedeutung zu sein. $T-t$ ist in Görz etwas geringer als in Kremsmünster, 28·5° im Mittel gegen 30°. Nur ausnahmsweise wurde in Görz 30·8° (April) beobachtet. — Die Sonnenstrahlung wird im allgemeinen im Sommer am wenigsten, im Winter am meisten durch die Witterung geschwächt, wie dies schon Schwab gefunden hat und die folgende Zusammenstellung auch für Görz zeigt. Die Quotienten der Verhältnisse, sowohl der chemischen als auch der Wärmestrahlung, haben in den Sommermonaten die geringsten, in den Wintermonaten die größten Werte.

Quotienten der Verhältnisse der Mittel bei S_{3-4} zu den Mitteln aller Tagesmaxima.

	Jänner	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Mittel
Chemische Strahlung . .	1·43	2·04	1·36	1·32	1·10	1·27	1·15	1·16	1·19	1·51	1·94	1·56	1·42
Thermische Strahlung . .	1·38	1·67	1·54	1·39	1·33	1·23	1·17	1·25	1·23	1·34	1·82	1·36	1·39
S.	1·6	1·5	2·2	2·5	2·7	3	3·2	3·1	2·8	2·6	1·4	1·1	2·3

IX. Die chemischen Lichtintensitäten an den anderen Beobachtungsorten im nördlichen Küstenlande.

Beobachtungen in der Laguna di Grado zeigten eine Zunahme von *d. L.* gegenüber den zur gleichen Zeit und bei gleicher Sonnenhöhe beobachteten Intensitäten von Görz.[1] Dieses Ergebnis stimmt mit den zuerst von v. Wiesner auf seiner Reise nach dem Yellowstonegebiete, später über dem Ozean und Rübel und v. Schroetter auf Teneriffa, Orotava gemachten Beobachtungen überein, daß das diffuse Licht über dem Meere gegenüber dem Festlande zunehme. Da aber *t. I.* (Görz) > *t. I.* (Grado), so muß um so mehr *S. L.* (Görz) > *S. L.* (Grado) sein.

Nach Hann und v. Wiesner nimmt die Strahlung mit zunehmender Seehöhe zu. Die Intensität von *S. L.* nähert sich nach der oberen Grenze der Atmosphäre hin immer mehr der des gesamten Tageslichtes, während *d. L.* sich dem Nullwerte nähert. Auf dem Karste, in St. Daniel, auf dem Mte. Valentin und auf dem Mte. Santo sind *t. I.* und *S. L.* größer als in Görz, *d. L.* kleiner als in Görz. Die Leuchtkraft des Himmels von Opcina bei Triest ist geringer als die des nicht weit davon, nahezu auf gleicher Seehöhe liegenden St. Daniel, wohl eine Folge der Trübung durch den Rauch der am Fuße des Opcinaberges liegenden Stadt Triest. Auf dem niedrigeren, durch die Isonzofurche vom Mte. Santo getrennten Mte. Valentin ist *d. L.* kleiner als auf dem ersteren. Die Lichtzerstreuung ist über dem feuchteren, kühleren,

[1] Die Resultate der gleichzeitigen Beobachtungen von Görz und der übrigen Beobachtungsorte im Küstenlande konnten im zur Verfügung stehenden Raume nicht veröffentlicht werden; sie befinden sich wie sämtliche Aufzeichnungen über die vorgenommenen Messungen in der Verwahrung des Verfassers und kann hierin jederzeit Einsicht genommen werden.

gut bewachsenen Mte. Santo größer als über dem trockeneren, verkarsteten Mte. Valentin. Die größten Lichtintensitäten wurden auf der dritten Höhenstufe des Küstenlandes, im Ternowaner Wald beobachtet. Auf dem Kucelj erreichte t. I. die Werte von 2·028—2·163, *S. L.* = 1.093—1.483. v. Wiesner hatte in einer Seehöhe von 2245 *m* auf dem Old Faith Ful im Yellowstonegebiet *t. I.* = 2·08 beobachtet v. Schroetter fand auf dem Canadasplateau (2200 *m*) für t. I. den Wert von 2·24. Das Verhältnis von *d. L.* : *S. L.* betrug bei den Beobachtungen auf dem Kucelj im Juli 0·66, im September 0·50.

X. Die chemischen Lichtintensitäten im südlichen Küstenlande.

Zur Tabelle 5 und Figur 8.

Auf dem 45. Breitegrade befinden wir uns klimatisch im mediterranen Gebiete mit dem trockenen Sommer, dem tiefblauen, nur selten durch ein Wölkchen getrübten Himmel. Die einschlägigen Beobachtungen wurden in den Monaten April, Juli, August, Ende September, Dezember in Cul di Leme, Rovigno, Cherso angestellt. Daraus wurden Mittel für Sonnenhöhen von 5 zu 5 Graden gerechnet, die mit den für Görz ermittelten Werten verglichen wurden. Setzt man die jeweilige Lichtintensität in Görz = 1 so erhält man folgende Verhältniszahlen:

Vergleich der chemischen Lichtintensitäten in Görz (=1) und Südistrien bei gleichen Sonnenhöhen, S_{2-4}, B_{0-5}.

Sonnenhöhe	*t. I.*	*d. L.*	*S. L.*
0°— 5°	0·85	0·85	0
5 —10	0·60	0·60	0
10 —15	0·95	0·95	0·87
15 —20	1·07	1·04	1·15
20 —25	1·00	1·01	1·15
25 —30	1·19	1·21	1·15
30 —35	1·18	1·13	1·26
35 —40	1·27	1·19	1·46
40 —45	1·15	0·99	1·39
45 —50	1·02	0·92	1·21
50 —55	0·83	0·80	0·87
55 —60	0·83	0·92	0·85
60 —65	0·90	0·94	0·87

Hier an der Steilküste mußte *d. L.* stets aus dem in einen gleichseitigen Zylinder eingestrahlten Himmelslichte wegen der Ungleichheit des Beleuchtungsverhältnisses berechnet werden. Nach v. Wiesner ist *d. L.* = *I* (gleichseitiger Zylinder) × 3. Das absolute Maximum = 1·78 B. E. wurde in Cherso beobachtet und entspricht den für Görz bestimmten Werten.

Bei steigender Sonnenhöhe nimmt *d. L.* gleichmäßiger zu als in Görz. Die Kurven von *t. I.* und *S. L.* zeigen einen für das nördliche und südliche Küstenland gleichartigen Verlauf. t. J. ist bei niederen Sonnenhöhen an der Istrianer Küste kleiner als in Görz, was wohl auf eine stärkere Absorption der Strahlung in der Dunstschicht über dem Meere zurückzuführen ist. Von 20° Sonnenhöhe aufwärts sind an der südistrischen Küste die Intensitäten größer als in Görz. Da aber die Görzer Kurven in stärkerer Progression steigen, so erreichen die Görzer Intensitäten die südistrischen neuerdings zwischen 45° und 60° Sonnenhöhe. Im allgemeinen sind nach meinen Beobachtungen bei Sonnenhöhen über 50° die Intensitäten an der südistrischen Küste etwas kleiner als in Görz. Wie in Görz wird auch in Südistrien *d. L.* = *S. L.* zwischen 55°—60° Sonnenhöhe. Photometrische Beobachtungen auf Kreuzungsfahrten im Vallon di

Cherso sowie auf einer zweitägigen Fahrt von Rovigno aus in der Adria[1] ergaben folgende Resultate: Wie in der Laguna di Grado ist auch im Küstengewässer Südistriens und auf offener See *d. L.* größer als über dem Lande. Als Ursache der Vermehrung von *d. L.* über dem Meere sah v. Wiesner die diffuse Reflexion der Strahlen an der Oberfläche des Meeres an.

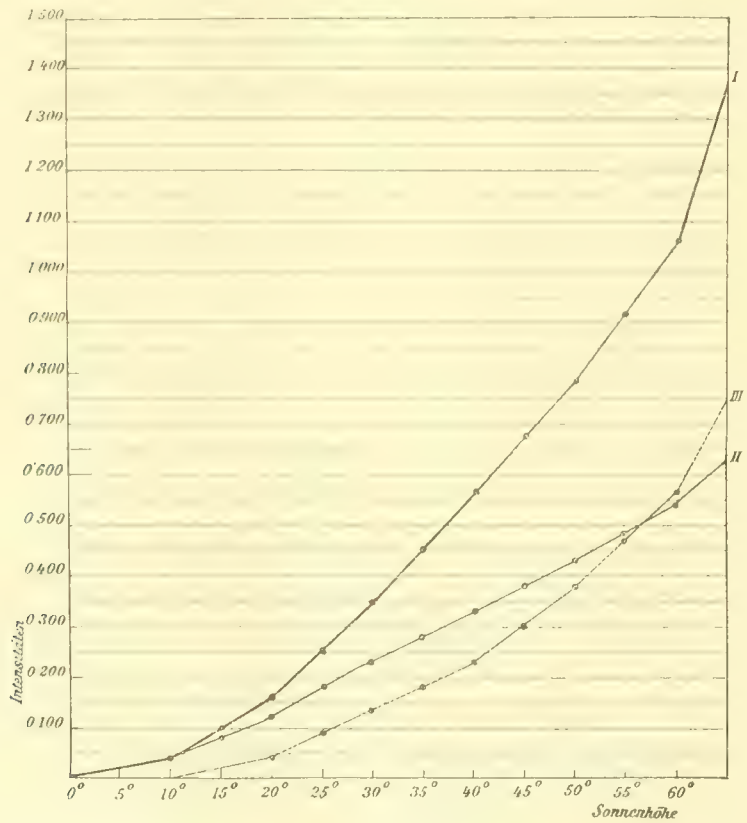
Nach meinen Beobachtungen beträgt das von der Meeresfläche reflektierte diffuse Licht $\frac{1}{10} - \frac{1}{6}$ der Werte des einstrahlenden. *t. I.* und *S. L.* sind auch hier, wie in Grado, kleiner als über dem Lande.

Vergleich der chemischen Intensitäten von Rovigno (= 1) und auf der See.

Sonnenhöhe	0°—30°	30°—60°	60°—67°	67°—57°	57°—27°
t. I.	0·99	0·91	0·81	0·81	0·67
d. L.	1	1·19	1·47	1·45	1·27
S. L.	0·74	0·48	0·49	0·45	0·68

Merkwürdig sind die Lichtverhältnisse auf dem Mte. Syss, einem schmalen, karstigen Bergrücken von Cherso, der gegen Ost und West steil zum Meere abfällt. *S. L.* ist etwa 3mal so groß als über dem Meere, *d. L.* auffallend klein, etwas größer als die Hälfte des Mittels über der See. Aus dem Verhalten von *S. L.* auf

Fig. 8.



Intensitäten von t. I. (I), d. L. (II) und S. L. (III) nach Sonnenhöhen in Südistrien.

[1] Diese Fahrt wurde an Bord des Dampfers »R. Virchow« von der Deutschen zoologischen Station in Rovigno unternommen. Für diese sowie die sonstige liebenswürdige Förderung meiner Arbeiten durch Ermöglichung des Besuches von Scoglien bei Rovigno mit Booten der Station bin ich Herrn Direktor Dr. Krumbach zu wärmstem Danke verpflichtet.

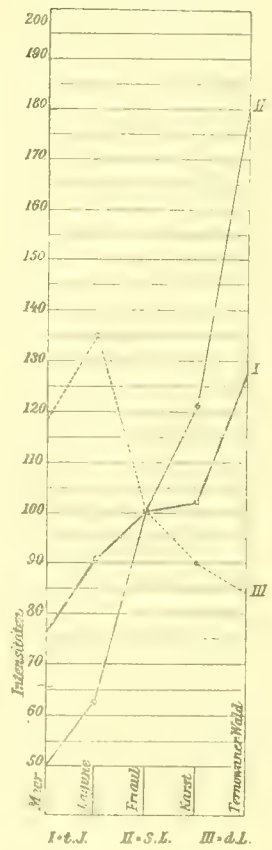
dem Syss scheint mir hervorzugehen, daß die über dem Meere statthabende Depression des Sonnenlichtes nur auf die untersten Luftschichten beschränkt ist.

Während der Monte Syss ein trockener, warmer Berg ist, kondensieren sich am kühlen Mte. Maggiore Istriens die vom Meere aufsteigenden Wasserdämpfe, so daß hier im Gegensatze zum Mte. Syss eine größere Zerstreuung der Strahlung, eine Vermehrung von *d. L.* statthat. Während der Bildung eines Gewitters wurde hier der größte Wert von *d. L.* = 0·822 beobachtet, zu einer Zeit, da der Himmel eine weiße Farbe hatte. Die höchste beobachtete Intensität von *t. I.* = 2·20 entspricht dem auf dem Kucelj beobachteten Werte = 2·16.

XI. Vergleich der chemischen Intensitäten an den verschiedenen Beobachtungsorten.

Zur Figur 9.

Fig. 9.



Verhältnis der chemischen Intensitäten im österreichischen Küstenlande vom Meer landeinwärts (Friaul = 100).

Der Vergleich der Lichtintensitäten an den verschiedenen Beobachtungsorten im Küstenlande ergibt Abweichungen vom Gesetze, daß *t. I.* und *S. L.* mit Zunahme der Seehöhe zunehmen. Diese Abweichungen scheinen dadurch bedingt zu sein, daß für Orte von nahezu gleicher Seehöhe *t. I.* dort größer ist, wo die Entfernung vom Meere die größere ist. *t. I.* ist im Binnenlande größer als an der Küste. So ist *t. I.* (Görz) > *t. I.* (Grado), *t. I.* (Mte. Santo > *t. I.* (Mte. Syss), *t. I.* (Kucelj > *t. I.* Mte. Maggiore).

Auch hinsichtlich der Zunahme von *S. L.* und Abnahme von *d. L.* mit steigender Seehöhe zeigen sich Abweichungen im Küstenlande. Orte mit größerer Luftfeuchtigkeit zeigen eine Vermehrung von *d. L.*, folglich Verminderung von *S. L.* gegenüber trockeneren Orten gleicher oder etwas geringerer Seehöhe, *d. L.* ist über dem Meere am größten und nimmt landeinwärts ab. *S. L.* südistrianische Küste > *S. L.* (Meer), *S. L.* (Valentin) > *S. L.* (Santo) *S. L.* (Kucelj) > *S. L.* (Maggiore). Daß *t. I.* trotz der starken Vermehrung von *d. L.* an der Adria etwas kleiner ist als im Binnenlande, weist auf eine starke Absorption von *S. L.* in der Seeluft hin. Worauf dieselbe beruht, ob es sich bloß um eine Trübung der Atmosphäre durch Wasserdampf handelt, darüber können erst weitere und feinere Untersuchungen, die ich durchzuführen gedenke, Aufschluß geben. Daß *t. I.* am Meere kleiner sei als im Binnenlande, konnte ich auch an der italienischen Ostküste in der Gegend von Cattolica und Fano (Romagna und Le Marche) beobachten. An den Ozeanen wurde diese Beobachtung nicht gemacht. Da aber die jährliche Summe der Sonnenscheinstunden, wie oben auseinandergesetzt worden ist, in Pola um rund 400 größer ist als in Görz, so dürften trotz der Verminderung von *t. I.* die jährlichen Lichtsummen an der Küste größer sein als im Binnenlande, was leider bisher nicht ermittelt werden konnte.

Verhältnis der chemischen Intensitäten von Görz zu denen der anderen Beobachtungsorte. (Aus den Mitteln von 11^h—1^h.)

	Görz 93·6 *m*	Grado	Südistrische Küste	Auf der See	St. Daniel 300 *m*	Opcina 400 *m*	Monte Valentin 535 *m*	Mte. Santo 682 *m*	Mte. Syss 600 *m*	Kucelj 1240 *m*	Monte Maggiore 1400 *m*
t. I.	1	0·91	0·86	0·76	1·01	0·98	1·02	1·02	0·92	1·28	1·16
d. L.	1	1·35	0·86	1·19	0·97	0·90	0·90	0·94	0·69	0·84	0·99
S. L.	1	0·63	0·86	0·48	1·02	1·02	1·22	1·17	1·26	1·81	1·12

XII. Thermische Strahlung an den verschiedenen Beobachtungsorten.

Wie die chemische, so nimmt auch die thermische Strahlung mit Zunahme der Seehöhe zu. Dorno hat für Davos einen um 10% größeren Wert gefunden als Marten für Potsdam. Bei der Besprechung der thermischen Strahlung in Görz wurde bereits dargelegt, daß sich dieselbe nur wenig mit der Sonnenhöhe ändere. Weitaus größer ist ihre Abhängigkeit von den anderen meteorologischen Faktoren. Dorno weist auf die hohe Wärmestrahlung in der trockenen Hochgebirgsluft hin. Nach Hann geht beim Anstieg von 0 *m* auf 1600 *m* der Wassergehalt der Atmosphäre von 1 auf 0·6 zurück. Die Wärmestrahlen werden vor allem durch den Wasserdampf der Atmosphäre absorbiert.

Beobachtungen von *T—t* (Mittel von 9h—3h).

Beobachtungsort	*T—t*	Beobachtungsort	*T—t*	Beobachtungszeit
Görz	29 °	Grado	11·6°	Gleichzeitige Beobachtungen
	27	Opcina	26·6	»
»	24·6	St. Daniel	26·2	»
»	24·1	Mte. Santo	29·6	
	23·6	Kucelj	24·6	
Cherso	20·1	Vallon di Cherso	19·4	
»	24·6	Mte. Syss	22·6	
	24·6	Mte. Maggiore	26·9	
Rovigno	23·6	Offene See	12·7	Beobachtungen an aufeinanderfolgenden Tagen

Mit Ausnahme des Verhaltens von *T—t* in Opcina zeigen diese Daten die Zunahme der Wärmestrahlung im Küstenlande mit Zunahme der Seehöhe. Viel bedeutender als die Zunahme der Wärmestrahlung mit der Erhebung des Erdbodens über das Meeresniveau im Küstenlande ist aber die Zunahme derselben von der See landeinwärts. Entsprechend dem Verhalten von t. *I.*, der chemischen Strahlung, ist *T—t* an der Küste größer als auf der See, im Binnenlande größer als an der Küste. — Von besonderem Interesse waren die Beobachtungen mit dem Insolationsthermometer in der Steinheide auf dem Mte. Syss. Es zeigten sich deutliche Schwankungen von T, sobald eine Luftbewegung eintrat. Daß *T—t* auf diesem Standorte kleiner war als am Strande von Cherso, hat vielleicht seinen Grund in der Anreicherung der Luft mit ätherischen Ölen. Nach Tyndall ist eine solche Luft für Wärmestrahlen weniger durchlässig.

XIII. Vorderlicht und Unterlicht im Gebiete.

Während mit dem Vakuumthermometer die gesamte im Raume einem Körper zukommende Strahlung gemessen wird, geben die Messungen mit dem Insolator nur die auf eine Fläche fallende Strahlung an. v. Wiesner hat darum, um die gesamte chemische Wirkung der Strahlung im Raume zu bestimmen, außer den Messungen der auf eine horizontale Fläche fallenden Strahlung Messungen des auf eine vertikale Fläche fallenden und des vom Boden reflektierten, das ist des Vorder- und des Unterlichtes in die Photometrie eingeführt. Er stellte so die große Bedeutung des Vorderlichtes in hohen Breiten (Adventbai, Spitzbergen) gerade zur Vegetationszeit fest. Meine Beobachtungen in Görz ergaben, daß die Verhältnisse hier denen von Wien und Kremsmünster entsprechen, indem in der Zeit des Maximums der Lichtstärke sich Oberlicht zu Vorderlicht verhalten wie 4 : 1, zur Zeit des Minimums wie 1·2 : 1. Verschieden hievon waren die Resultate der Beobachtungen auf Cherso Ende Juli 1910. Die Verhältniszahlen betrugen hier 2·72 : 1, auf dem Mte. Syss 2·54 : 1. Daß das Vorderlicht an der Küste größer ist als im Binnenlande, wo der Horizont durch die Unebenheiten des Erdbodens begrenzt ist, erscheint verständlich.

Aus dem gleichen Grunde ist das Vorderlicht auf dem Kamme der Insel Cherso (Mte. Syss) größer als auf dem Strande der Insel.

Die chemische Intensität des Unterlichtes ist über dem Alluvialboden und in der Flyschzone eine so geringe, daß ihre Wirkung hier nicht in Betracht kommt. Anders liegen die Verhältnisse über dem Kalkboden. Das auf diesen hellen Boden einstrahlende Licht erfährt eine diffuse Reflexion. Nach meinen Beobachtungen in der Arabia petrea, einer kleinen Steinwüste auf der Insel Cherso, betrug im Monate Juli bei Sonnenhöhen von 40°—65°, S_4, B_0 das Unterlicht im Mittel 44% des diffusen Oberlichtes, über der *Helichrysum-Salvia* Heide im gleichen Monat bei gleicher Sonnenhöhe auf dem Mte. Syss 41%, über der Edelweißheide auf dem Kucelj 38%. Verschieden davon sind wieder die Lichtverhältnisse an der Küste. Der Betrag des von der Meeresfläche reflektierten, diffusen Lichtes ist ein geringerer als der vom Kalkboden zurückgestrahlte, bei bewegter See ein größerer als bei ruhiger.

Nach den bei Cherso angestellten Beobachtungen beträgt das diffuse Unterlicht bei Sonnenhöhen von 40°—65°, S_4, B_0, über ruhiger See 15%, über der Halophytenzone der Kalkküste kann es bei bewegter See auf 36% des diffusen Oberlichtes steigen. An der Küste kommt aber außerdem zufolge der Spiegelung an der Meeresoberfläche reflektiertes, direktes Licht zur Wirkung. Dieses Unterlicht beträgt nach W. Schmidt bei Sonnenhöhen von 10°—40° 34·79—3·36%, bei Sonnenhöhen von 40°—65° 3·36—2·10% des direkten Oberlichtes. Für Cherso betragen bei Sonnenhöhen von 20°—65° die absoluten Werte des reflektierten Sonnenlichtes 0·007—0·016 B. E. im Mittel. Dufour hat das für den Pflanzenwuchs besonders günstige Klima der Hänge des Westufers des Genfer Sees durch Reflexion der Strahlung an der Seefläche erklärt. Im Binnenlande ist der Standort auf dem Karstkalke von dem Standorte auf dem Alluvial- und Flyschboden durch starkes, diffuses Unterlicht verschieden, welches über letzteren Böden fehlt. Die Standorte an der Küste sind außer durch das stärkere Vorderlicht gegenüber dem Binnenlande auch noch durch parallelstrahliges und zerstreutes Unterlicht charakterisiert.

Der chemische Effekt des Lichtes auf einem Flächenelement in einer der horizontalen sich nähernden Lage muß im Binnenlande größer als an der Küste, in einer der vertikalen sich nähernden Lage an der Küste größer als im Binnenlande sein. Der Gesamteffekt des Lichtes auf einem Raumelement kann an der Küste größer als im Binnenlande sein.

Ober- und Unterlicht (Mittel aus allen Beobachtugen).

Standort	Wahre Sonnenhöhe	Oberlicht			Unterlicht		
		S. L.	*d. L.*	*t. I.*	*S. L.*	*d. L.*	*t. I.*
Alluvial- und Flyschboden . . .	60°—65°	0·866	0·659	1·525	0	0	0
Kalkboden mit *Helichrysum*-Heide	»	0·750	0·621	1·371	0	0·255	0·255
Kalkboden mit Edelweißheide .	»	1·399	0·553	1·952	0	0·210	0·210
Strand mit Halophyten	»	0·750	0·621	1·371	0·016	0·093—0·224	0·109—0·240

Standort	Wahre Sonnenhöhe	Unterlicht in % des Oberlichtes			Oberlicht + Unterlicht		
		S. L.	*d. L.*	*t. I.*	*S. L.*	*d. L.*	*t. I.*
Alluvial- und Flyschboden . . .	60°—65°	0	0	0	0·866	0·659	1·525
Kalkboden mit *Helichrysum*-Heide	»	0	41	18·6	0·750	0·876	1·626
Kalkboden mit Edelweißheide .	»	0	38	10·8	1·399	0·763	2·162
Strand mit Halophyten	»	2·14	15—36	8—17·5	0·766	0·714—0·845	1·480—1·611

XIV. Abhängigkeit der Strahlungsenergie von den übrigen meteorologischen Faktoren.

Zu den Tabellen 6, 7*a*, 7*b* und Figur 10.

Die Untersuchungen Roscoe's, v. Wiesner's und Schwab's haben gezeigt, daß bei der Trübung der Atmosphäre durch Wasserdampf, durch die Bewölkung, im allgemeinen *t. I.* abnimmt, in dem Wasserdampf 70 mal so viel Licht als Luft von gleicher Dichte absorbiert. Der Befund Roscoe's in Kew, daß die Lichtintensitäten der zweiten Jahreshälfte größer sind als die der ersten, wurde anderseits von ihm dahin gedeutet, daß zufolge der größeren Luftfeuchtigkeit im Herbste, insolange keine Kondensation eintritt, die Atmosphäre nicht nur für die schwächer brechbaren, sondern auch für die chemisch wirksamen Strahlen durchlässiger werde.

Bunsen und Roscoe fanden aber auch eine Beziehung von Lichtintensität zum Luftdrucke: Die Beleuchtung steige um 0·4 Lichtgrade, wenn das Barometer um 30 *mm* sinke. Das Verhältnis der Intensitäten von *t. I.*, *d. L.* und *S. L.* zueinander hängt ausschließlich von den anderen meteorologischen Faktoren ab. *d. L.* erreicht die höchsten Werte zumeist bei bewölktem Himmel und S_{0-1}, wo es *t. I.* gleich wird. Die absoluten Maxima von *d. L.* kommen zumeist durch Reflexion an Wolken zustande. Es können auch bei S_4, B_0, also ohne sichtbare Trübung des Himmels Maxima von *d. L.* eintreten, doch war an solchen Tagen die Himmelsfarbe eine weißliche, was die Anwesenheit von Wasserdampfmassen beweist. Ein gleichzeitiges Fallen von *T* und Steigen von *d. L.* konnte mitunter beobachtet werden, offenbar hervorgerufen durch das Vorbeiziehen für das Auge unsichtbarer Dampfmassen, welche Erscheinung auf den Bergen Kucelj und Mte. Maggiore besonders deutlich war. Bewölkungsgrade unter B_6 zeigen keine unbedingte Verminderung der Lichtintensität bei S_{3-4}. Das direkte Sonnenlicht erscheint bei geringerer Helligkeit als S_3 vermindert.

Die Einzelbeobachtungen zeigen eine Abhängigkeit der chemischen Strahlungsenergie von der Luftwärme. Bei gleicher Sonnenhöhe und unter sonst gleichen Umständen ist die Lichtintensität im Monat mit größerer Luftwärme die größere. Diese Erscheinung steht im Einklang mit dem Wien'schen Verschiebungsgesetze, daß das Energiemaximum im Spektrum mit steigender Temperatur vom Ultrarot sich gegen das Ultraviolett verschiebe. Wenn das Produkt aus der jeweiligen Wellenlänge der Strahlung und der zugehörigen Temperatur konstant ist, so muß mit zunehmender Temperatur die Wellenlänge, in unserem Falle der diffusen Strahlung, kleiner werden. Dorno hatte in Davos das gleiche Ergebnis; allerdings hält er es für eine Folge der größeren Feuchtigkeit des Sommers. Andererseits erscheint es so verständlich, daß das Maximum der Wärmestrahlung, wie oben ausgeführt worden ist, nicht in den Sommer fallt.

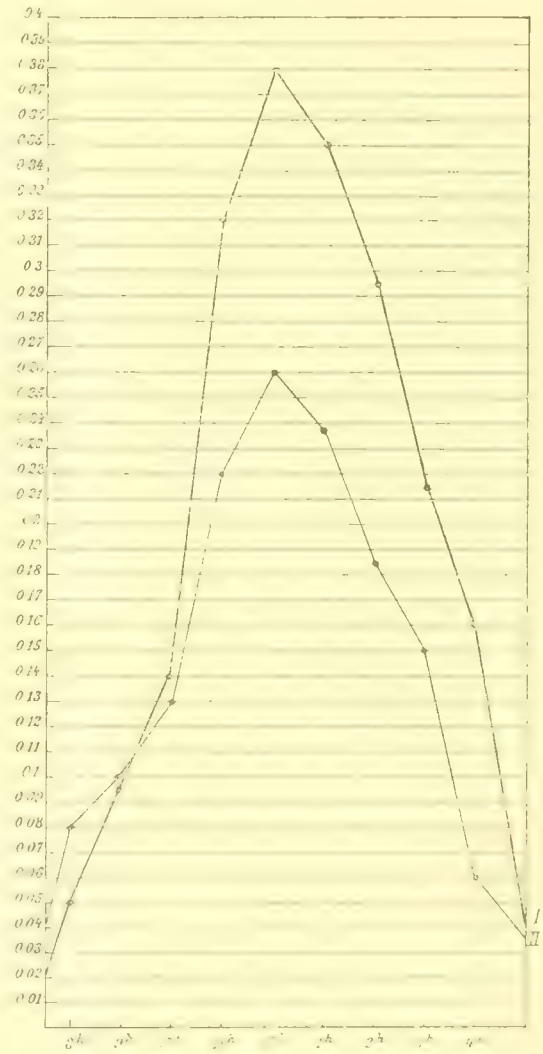
Im Laufe meiner Untersuchungen hat sich immer wieder der große Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Lichtintensität gezeigt: 1. Die Lichtintensitäten der zweiten Jahreshälfte sind größer als die der ersten; sowohl Dampfdruck als relative Feuchtigkeit sind, wie aus den eingangs zitierten Daten über die meteorologischen Verhältnisse in Görz hervorgeht, größer. 2. Die Maxima der Schwankungen der Lichtintensität fallen mit Mazelle'schen Maximis der Schwankungen der Luftfeuchtigkeit zusammen. 3. An Orten mit größerer Luftfeuchtigkeit ist die Zerstreuung des Sonnenlichtes eine größere.

Um die Wirkung der anderen meteorologischen Faktoren auf die Strahlungsintensität fallweise zu studieren, habe ich zu den photometrischen Beobachtungen gleichzeitige Ablesungen am Thermometer, Barometer, Hygrometer, Verdunstungsthermometer und an der Windfahne gemacht. Bei der Zusammenwirkung so vieler Komponenten und da obendrein die Wetterlage in hohen Luftschichten von der an den Instrumenten abgelesenen abweicht, war es recht schwer, Beobachtungsmaterial zu erhalten, das Beziehungen der Lichtintensität zu einzelnen meteorologischen Faktoren zeigt. Die wenigen Beobachtungen, bei denen solche Beziehungen sichtbar werden, sind in den Tabellen 6 und 7*a*, 7*b* zusammengestellt. Es zeigt sich da neuerdings, daß die chemische Lichtintensität mit der Zunahme der Luftwärme wächst, die thermische abnimmt. In gleicher Weise wirkt die Erhöhung des Dampfdruckes.

Hann hat nachgewiesen, daß mit steigender Temperatur der absolute Wassergehalt der Atmosphäre zunimmt. Elster und Geitel fanden, daß mit Zunahme des Dampfdruckes die ultraviolette Strahlungsintensität steigt. Andererseits wies Dorno für Luft von geringem Dampfdrucke im Hochgebirge eine hohe Wärmestrahlung nach. Es gilt also wohl auch für den Dampfdruck das Wien'sche Verschiebungsgesetz. Daß thermische und chemische Strahlung mit Abnahme des Luftdruckes zunehmen, ist begreiflich. Absorption und Zerstreuung der Strahlung sind im dünneren Medium geringer, was sich besonders in der Vermehrung von *S. L.* zeigt.

Je nach Verteilung, Lage und Dicke der Schicht wirkt nun in der Atmosphäre der kondensierte Wasserdampf modifizierend auf diese Verhältnisse, entweder als Spiegel, Linsen oder Lichtschirme für den Beobachtungsort. Hinsichtlich der Wirkung der Windrichtung auf die Strahlungsintensitäten zeigt sich bei SO-, S-, SW- und W-Winden eine Vermehrung, bei O-, NO-, N-, NW-Winden eine Verminderung der chemischen Lichtintensität auch gegenüber jener bei Windstille. Am deutlichsten ist die Beeinflussung von t. *I.* und d. L. Die thermische Strahlung zeigte sich auch bei diesen Beobachtungen im wesentlichen von der Luftwärme beeinflußt und zeigt ein dem oben beschriebenen gleiches Verhalten. Meine Beobachtungsmethode mit Hilfe des Insolationsthermometers ließ keine Beziehungen zur Windrichtung erkennen und werden diesbezüglich feinere Messungen notwendig sein. Dorno findet in Davos, daß, bei anhaltenden, allmählich von Tag zu Tag sich verschlechternden Schönwetterperioden, bei denen der Himmel, obwohl wolkenlos verbleibend, eine blauweiße bis schließlich weißliche Farbe annimmt, ein allmähliches Ansteigen der ultravioletten Strahlung bei gleichzeitigem kleinem Sinken der Wärmestrahlung von Tag zu Tag statthat.

Fig. 10.



Tageskurve von t. *I.* bei Scirocco (I), 17./II. 1911.
» » » » Bora (II), 19./II. 1911.

Fünfmal traten nach besonders hohen Werten am gleichen oder folgenden Tage Gewitter ein. Auch in Görz konnte ich den Scirocco, 1—2 Tage bevor eine Veränderung der Wetterlage an den meteorologischen Instrumenten und an der Himmelsfarbe beobachtet werden konnte, mit dem Insolator feststellen. Fig. 10 zeigt die Wirkung des Wechsels der Windrichtung, vom Scirocco auf Bora, auf die chemische Lichtintensität, die ich in Rovigno innerhalb zweier Tage beobachten konnte. An beiden Beobachtungstagen war bei S_4 der Himmel noch vollkommen wolkenlos und blau. Der Barometerstand betrug am 17./II. 757·6, am 19./II. 763. Die Lichtintensität war am Morgen des Sciroccotages noch eine kleinere als am Boratage, dann stieg aber die Sciroccokurve in steilerem Anstieg über die Intensitäten bei Bora hinaus und blieb bis zum Abend größer. Am 18./II. zeigte der Himmel am Vormittage eine weißliche Farbe und die *t. I.* Intensitäten waren größer als am Vortage. Am Nachmittage trat stärkere Trübung des Himmels und hiemit rasches Sinken der Lichtintensität ein. Die in der folgenden Nacht einsetzende Bora fegte den Himmel wieder rein. Die das sciroccale Wetter bedingenden meteorologischen Verhältnisse sind bekanntlich große Luftwärme und Luftfeuchtigkeit bei geringem Luftdruck, gegenüber dem Borawetter mit kalter, trockener Luft und hohem Luftdruck. Es treten also beim Scirocco die chemische Lichtintensität erhöhende, bei Bora die Intensität vermindernde Verhältnisse

ein. Nach Hann ist die Atmosphäre bei ruhigem Wetter zufolge der Temperaturschichtung als optisch heterogenes Medium zu betrachten. Durch südliche, warme, aufsteigende Luftströme wird sie bis in hohe Schichten homogener, die diffuse Reflexion, die am meisten die stärker brechbaren Strahlen schwächt, wird vermindert. Eine derartige homogenisierende Wirkung haben nördliche Winde nicht, indem über den hinabstürzenden, kalten, dichten Luftmassen sich wärmere und weniger dichte befinden. Ich konnte an Tagen, wo der besonders zur Mittagszeit stärker einsetzende Seewind (Maestro) schwächer war oder ausblieb, mittägliche Depressionen der Lichtintensität konstatieren. Ich glaube, daß es sich da um Schichtenbildung in der Atmosphäre, hervorgerufen durch die starke mittägliche Erwärmung über dem Erdboden, gehandelt habe.

Zusammenfassung.

1. In Görz treten die größten chemischen Lichtintensitäten zur Zeit der höchsten Sonnenstände, Ende Juni, die kleinsten Intensitäten Anfang Dezember ein. Die Lichtintensitäten der zweiten Jahreshälfte sind größer als die der ersten, die nachmittägigen Intensitäten im allgemeinen größer als die vormittägigen. Das Tagesmaximum tritt zwischen 12^h und 1^h ein. Die Lichtsummen der zweiten Jahreshälfte und der zweiten Hälfte der Vegetationsperiode sind größer als die der ersten Hälften. Der Julitag hat die größte, der Dezembertag die kleinste tägliche Lichtsumme. Die größte stündliche Lichtsumme fällt im allgemeinen auf die Zeit von $12^h - 1^h$. Das Sonnenlicht erreicht die Intensität des Himmelslichtes bei $55° - 60°$ Sonnenhöhe, bei $65° - 67°$ ist es anderthalbmal so groß. Das diffuse Licht hat seine größte Intensität bei 60° Sonnenhöhe. Nach Monaten ist es im Juli am größten, im Jänner am kleinsten. Die Lichtzerstreuung ist in der zweiten Jahreshälfte größer als in der ersten. Die Wärmestrahlung zeigt im Mittel aller Beobachtungen ein der chemischen Strahlung entsprechendes Verhalten. Maximum und Minimum treten ungefähr einen Monat später als bei der chemischen Strahlung, also im Juli, beziehungsweise Jänner ein. Jedoch ist die Wärmestrahlung der Frühjahrssonne (März und April) die größte, die der Spätherbstsonne (Dezember) die kleinste. Die Sonnenstrahlung wird im allgemeinen im Sommer am wenigsten, im Winter am meisten durch die Witterung geschwächt.

2. In Südistrien sind bei Sonnenhöhen unter 50° die Lichtintensitäten größer, bei Sonnenhöhen über 50° etwas geringer als in Görz.

3. Mit der zunehmenden Erhebung des Erdbodens im österreichischen Küstenlande von der Westküste gegen das Binnenland hin nimmt auch die chemische und thermische Intensität der Gesamtstrahlung und des Sonnenlichtes zu. Vom Minimum über der Adria steigt sie auf den waldfreien Bergspitzen des Ternowaner Waldes und auf dem Mte. Maggiore des Tschitschenbodens zum Maximum an. Umgekehrt nimmt das Himmelslicht vom Binnenlande gegen die Westküste des Litorale hin zu. Über dem Meere ist es größer als über dem Festlande, in der Lagune erreicht es das Maximum.

4. Das Vorderlicht ist an der Westküste Istriens größer als im Binnenlande. Der Standort auf dem Alluvialboden und auf dem Flysch im Binnenlande ist lichtklimatisch durch das Oberlicht bestimmt, auf dem Kalkboden ist außer dem Oberlicht diffuses Unterlicht wirksam. Die Küstenzone ist durch reflektiertes Sonnenlicht charakterisiert, das reflektierte diffuse Licht ist hier geringer als im Binnenlande. Der Gesamteffekt der Strahlung (Ober- + Vorder- + Unterlicht) auf einen Körper kann an der Küste größer als im Binnenlande sein.

5. Mit Abnahme des Luftdruckes nehmen thermische und chemische Strahlung zu. Mit Zunahme der Lufttemperatur und des Dampfdruckes nimmt die chemische Strahlung zu, die thermische ab. Warme und feuchte Winde (Scirocco) erhöhen, kalte und trockene Winde (Bora) vermindern die chemische Strahlungsenergie.

Literaturnachweis.

Brennand, Photometric observations of the sun and the sky. Proc. Roy. Soc. London, XLIX, 1891.

Bunsen and Roscoe, On the direct measurement of the chemical action of sunlight. Phil. Transact., 1863.

— Photochemische Untersuchungen. Poggend. Ann., Bd. 117 (1862).

Dorno, Studie über Licht und Luft im Hochgebirge. Vieweg, Braunschweig 1912.

Dufour, Sur la réflexion de la chaleur solaire. Bulletin de la Soc. Vaudoise, 1873, XII.

Elster und Geitel, Beobachtungen betreffend die Absorption des ultravioletten Sonnenlichtes in der Atmosphäre. Sitzber. d. Akad. Wien, Bd. 101, II*a*, 1892.

Exner Fr., Photometrische Beobachtungen in Luxor und Ceylon. Sitzber. d. Akad. Wien, Bd. 108, II*a*, 1899.

Hann, Handbuch der Klimatologie. Stuttgart 1904.

— Lehrbuch der Meteorologie. Leipzig 1901.

Kraus, Boden und Klima auf kleinstem Raum. Jena, Fischer, 1911.

Mache, Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität. Sitzber. d. Akad. Wien, Bd. 109, II*a*, 1900.

Mazelle, Zur täglichen Periode und Veränderlichkeit der relativen Feuchtigkeit. Sitzber. d. Akad. Wien, Bd. 108, II*a*, 1899.

Römer, Zur Theorie der Wärmestrahlung. Jahresber. Realsch., Wien VI, 1912.

Roscoe and Baxendell, On the relative chemical intensities of rect sunlight and diffuse daylight at different altitudes of the sun. Proc. of Roy. Soc., vol. 15, 1860—1867.

Roscoe, On the chemical intensity of total daylight at Kew and Pará. Phil. Trans., 1867.

Roscoe and Thorpe, On te relation between the suns altitude and the chemical intensity of total daylight in a cloudless sky. Phil. Transact., 1870.

Rübel, Das photochemische Klima des Berninahospizes. Natf. Gesellsch. Zürich, Jahrg. 53, 1908.

Schmidt, Die Reflexion der Strahlung an Wasserflächen. Sitzber. d. Akad. Wien, Bd. 117, II*a*, 1908.

Schrötter, Der gegenwärtige Stand der Heliotherapie der Tuberkulose. Berlin-Charlottenburg 1912.

Schwab, Das photochemische Klima von Kremsmünster. Denkschr. d. Akad. Wien, LXXIV, 1904.

Stelling, Photochemische Beobachtungen der Intensität des gesamten Tageslichtes in St. Petersburg. Repertorium f. Meteorologie, T. VI, St. Petersburg 1878.

Weber, Resultate der Tageslichtmessungen in Kiel. Schr. d. Natwiss. Ver. f. Schleswig-Holstein, X, 1893.

Wiener, Über die Helligkeit des klaren Himmels und die Beleuchtung durch Sonne, Himmel und Rückstrahlung. Abh. d. k. Leop. Carol. Deutschen Akad. d. Naturforscher, Bd. 73, 1900.

Wiesner, Untersuchungen über das photochemische Klima:

I. Untersuchungen über das photochemische Klima von Wien, Cairo, Buitenzorg. Denkschr. d. Akad. Wien, Bd. 64, 1896.

II. Untersuchungen über das photochemische Klima im arktischen Gebiete. Ebenda, Bd. 67, 1898.

III. Untersuchungen über das photochemische Klima im Yellowstonegebiete. Ebenda, Bd. 80, 1906.

— Der Lichtgenuß der Pflanzen. Leipzig, Engelmann, 1907.

Tabelle 1 *a.* **Dekaden und Monatsmittel sämtlicher Messungen von *t. I.* in Görz.**

Monat	Stunde	1.—10.			10.—20.			21.—letzten			Monatsmittel		
		S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*
Jänner	9h	0·3	7·0	0·029	0·4	6·4	0·034	1·0	5·6	0·060	0·6	6·0	0·041
	10	0·7	5·1	0·062	0·9	5·0	0·071	2·1	4·0	0·093	1·2	4·8	0·075
	11	0·6	5·4	0·089	0·9	5·1	0·100	2·7	3·2	0·160	1·4	4·5	0·116
	12	0·6	5·7	0·126	1·2	5·7	0·135	2·8	3·3	0·164	1·5	5·0	0·142
	1	0·9	6·0	0·125	1·2	5·5	0·138	3·1	4·0	0·162	1·7	5·1	0·142
	2	0·9	6·0	0·111	1·0	5·0	0·116	2·8	4·1	0·117	1·6	5·0	0·115
	3	0·8	6·64	0·104	0·9	5·0	0·109	3·0	4·0	0·119	1·6	5·1	0·111
Februar	9	0·9	7·0	0·056	0·7	8·1	0·049	0·6	8·3	0·065	0·7	7·8	0·057
	10	1·3	5·9	0·070	0·7	8·4	0·061	0·7	8·2	0·082	0·9	7·5	0·071
	11	1·6	5·2	0·101	0·9	8·0	0·092	1·0	6·9	0·125	1·2	6·7	0·106
	12	1·9	4·6	0·149	1·0	7·7	0·111	1·2	6·1	0·157	1·4	6·1	0·139
	1	2·3	4·1	0·153	1·1	7·4	0·118	1·2	5·9	0·157	1·5	5·8	0·143
	2	2·4	4·0	0·150	1·3	7·0	0·110	1·5	5·4	0·151	1·7	5·5	0·137
	3	2·4	4·1	0·139	1·0	7·5	0·097	1·3	6·8	0·127	1·6	6·2	0·121
März	8	2·0	6·0	0·080	1·0	8·0	0·076	2·4	4·8	0·110	1·8	6·3	0·089
	9	2·0	5·2	0·191	1·1	8·0	0·162	2·4	4·6	0·280	1·8	5·9	0·211
	10	1·6	6·5	0·196	1·3	7·6	0·184	2·7	4·0	0·349	1·9	6·0	0·243
	11	1·7	6·1	0·210	1·5	7·1	0·201	2·9	4·0	0·468	2·0	5·7	0·293
	12	1·7	5·8	0·266	1·8	6·8	0·300	3·0	4·0	0·487	2·2	5·5	0·351
	1	1·9	5·4	0·272	2·1	6·3	0·349	3·0	4·2	0·469	2·3	5·3	0·363
	2	1·9	5·5	0·241	2·0	6·5	0·287	2·8	4·5	0·301	2·2	5·5	0·276
	3	1·7	5·8	0·208	1·8	6·5	0·248	2·7	4·7	0·271	2·1	5·7	0·242
	4	1·4	6·4	0·130	1·8	6·8	0·136	2·5	5·0	0·169	1·9	6·0	0·145
April	7	1·8	7·3	0·098	1·5	6·0	0·112	2·4	4·3	0·144	1·9	5·9	0·118
	8	2·0	7·0	0·211	1·8	4·8	0·260	2·4	4·3	0·279	2·1	5·4	0·250
	9	2·2	4·5	0·309	1·9	4·9	0·378	2·0	4·0	0·502	2·0	4·5	0·396
	10	0·4	8·0	0·264	2·0	5·0	0·412	3·5	3·0	0·846	2·0	5·3	0·507
	11	1·6	7·6	0·454	2·3	5·0	0·466	3·0	5·2	0·842	2·3	5·9	0·587
	12	1·8	7·5	0·477	3·0	3·0	0·646	2·0	7·4	0·822	2·3	6·0	0·648
	1	1·9	7·0	0·489	2·8	3·7	0·639	3·4	4·5	0·912	2·7	5·1	0·680
	2	1·7	7·2	0·438	2·8	4·0	0·605	3·4	4·8	0·860	2·6	5·3	0·634
	3	1·2	7·6	0·409	2·6	4·6	0·577	3·0	4·8	0·782	2·3	5·7	0·589
	4	1·2	6·9	0·299	2·2	4·7	0·369	2·9	5·0	0·476	2·1	5·5	0·381
	5	1·2	6·8	0·146	2·2	5·0	0·170	2·7	4·9	0·215	2·0	5·5	0·177
Mai	7	2·8	5·5	0·170	2·0	6·2	0·161	2·8	6·0	0·194	2·5	5·9	0·175
	8	3·0	4·8	0·361	2·1	6·2	0·207	2·9	5·4	0·371	2·7	5·5	0·313
	9	3·5	4·0	0·812	2·4	5·3	0·561	2·4	5·9	0·607	2·8	5·7	0·660
	10	3·3	4·4	0·965	2·2	5·9	0·667	2·0	6·3	0·658	2·5	5·5	0·763
	11	3·5	3·8	0·995	2·1	6·0	0·800	2·3	6·0	0·921	2·6	5·3	0·905
	12	3·0	4·0	1·095	2·0	6·2	0·812	3·0	5·0	1·343	2·7	5·1	1·083
	1	2·9	5·0	0.912	1·8	6·6	0·799	3·0	3·8	1·269	2·6	5·1	0·993
	2	3·2	4·6	0·912	1·7	6·8	0·789	3·4	4·0	1·026	2·8	5·1	0·909
	3	1·8	5·0	0·697	1·5	7·0	0·722	3·0	4·5	0·881	2·1	5·5	0·767
	4	1·7	5·0	0·506	1·8	6·4	0·529	3·1	4·3	0·600	2·2	5·1	0·545
	5	1·9	5·2	0·201	2·0	6·0	0·239	3·1	4·4	0·307	2·3	5·1	0·282

Monat	Stunde	1.—10.			10.—20.			21.—letzten			Monatsmittel		
		S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*
Juni	7h	2·6	5·8	0·216	3·0	3·5	0·269	1·2	8·0	0·221	2·3	5·8	0·235
	8	2·9	4·7	0·407	3·0	3·1	0·486	1·6	7·2	0·425	2·5	5·0	0·439
	9	3·0	5·0	0·651	3·3	3·2	0·716	1·6	6·8	0·597	2·6	5·0	0·654
	10	2·8	3·9	0·972	3·6	3·0	1·228	1·8	6·5	0·985	2·7	4·5	1·061
	11	3·1	3·6	1·186	3·6	2·8	1·369	2·5	5·2	1·093	3·1	3·9	1·216
	12	3·0	3·4	1·252	3·5	3·0	1·593	2·6	5·0	1·360	3·0	3·8	1·401
	1	3·0	3·7	1·179	3·5	3·4	1·370	2·8	5·4	1·219	3·1	4·2	1·256
	2	2·8	4·0	1·179	3·4	3·6	1·360	2·8	5·5	1·221	3·0	4·4	1·253
	3	2·5	4·8	0·812	3·3	3·8	0·900	1·9	6·4	0·723	2·6	5·0	0·811
	4	2·2	5·1	0·696	3·3	4·0	0·730	1·6	6·6	0·702	2·4	5·3	0·709
	5	2·0	6·0	0·291	3·1	4·0	0·325	1·5	7·0	0·288	2·2	5·7	0·301
Juli	7	3·2	4·2	0·364	2·9	3·6	0·289	3·0	3·0	0·269	3·0	3·6	0·307
	8	3·0	4·2	0·693	3·1	4·0	0·618	2·9	3·4	0·655	3·0	3·8	0·455
	9	3·2	3·9	0·889	3·0	4·1	0·797	3·3	3·2	0·901	3·1	3·6	0·862
	10	3·0	3·6	0·998	3·2	4·0	0·832	3·4	3·0	0·980	3·2	3·8	0·933
	11	3·1	3·6	1·304	3·2	4·6	0·976	3·3	3·8	1·125	3·2	4·2	1·133
	12	3·4	3·5	1·518	2·8	3·9	0·982	3·4	4·1	1·157	3·2	3·9	1·219
	1	3·4	3·6	1·469	2·8	4·5	0·993	3·0	4·0	1·169	3·1	4·0	1·210
	2	3·4	3·4	1·487	2·8	4·5	0·919	3·0	4·0	1·147	3·1	4·0	1·184
	3	3·1	3·8	1·148	2·5	4·5	0·877	3·2	4·4	1·003	2·9	4·2	1·009
	4	3·2	3·8	0·838	2·5	4·4	0·734	3·2	4·5	0·782	2·9	4·2	0·785
	5	2·9	4·5	0·387	2·4	4·6	0·326	2·7	4·5	0·359	2·5	4·5	0·357
August	7	2·0	6·0	0·141	3·3	3·7	0·237	2·4	4·0	0·206	2·6	4·5	0·195
	8	1·6	6·4	0·124	3·3	3·8	0·375	2·8	4·0	0·401	2·8	4·7	0·300
	9	1·7	6·4	0·238	3·5	3·4	0·624	3·0	4·2	0·599	2·4	4·8	0·487
	10	1·9	6·0	0·476	3·2	3·1	0·956	2·8	4·3	0·720	2·6	4·5	0·717
	11	1·9	6·0	0·636	3·1	3·1	1·094	3·1	4·2	1·102	2·7	4·4	0·944
	12	2·2	6·0	0·789	3·4	3·2	1·056	3·5	3·3	1·359	3·0	4·1	1·068
	1	2·6	6·0	0·812	3·6	2·7	1·363	3·6	2·5	1·391	3·3	3·7	1·189
	2	2·6	6·6	0·816	2·8	3·4	0·912	3·7	3·0	1·216	3·0	4·3	0·981
	3	2·3	6·1	0·535	2·9	3·2	0·886	3·6	3·4	0·903	2·9	4·2	0·775
	4	2·6	6·3	0·530	2·9	4·0	0·552	3·4	3·6	0·590	2·9	4·6	0·557
	5	2·4	6·3	0·184	2·9	4·0	0·373	3·1	3·6	0·292	2·8	4·6	0·283
September	7	2·1	4·8	0·168	0·9	5·4	0·099	3·0	4·5	0·116	2·0	4·9	0·128
	8	1·9	4·9	0·192	1·7	5·3	0·225	2·9	4·5	0·237	2·2	4·9	0·218
	9	2·5	4·6	0·321	2·4	4·9	0·305	3·1	4·1	0·370	2·7	4·5	0·332
	10	2·9	4·0	0·780	2·7	4·4	0·685	3·3	4·2	0·579	3·0	4·2	0·681
	11	3·0	3·0	1·095	2·7	4·0	0·958	2·9	4·3	0·782	2·9	3·9	0·945
	12	3·0	2·6	1·140	2·6	4·3	0·949	3·0	4·0	0·922	2·9	3·6	1·004
	1	2·7	4·1	0·842	2·7	4·2	0·967	3·1	3·6	0·843	2·8	4·0	0·884
	2	2·9	4·0	0·802	1·9	5·7	0·782	3·0	3·4	0·720	2·6	4·4	0·768
	3	3·3	3·7	0·684	2·0	5·9	0·547	2·7	4·0	0·396	2·7	4·5	0·542
	4	3·2	3·5	0·438	2·4	5·0	0·401	2·9	3·7	0·306	2·8	4·07	0·382
	5	3·0	4·0	0·235	2·2	5·4	0·196	2·6	4·1	0·149	2·6	4·5	0·193
Oktober	8	1·0	9·0	0·111	2·0	5·2	0·084	1·6	6·2	0·070	1·5	6·8	0·088
	9	0·5	6·8	0·162	1·9	5·5	0·179	1·8	5·7	0·106	1·4	6·7	0·149
	10	2·1	6·1	0·255	3·0	4·6	0·377	2·5	4·9	0·234	2·2	5·2	0·288

Monat	Stunde	1.—10.			10.—20.			21.—letzten			Monatsmittel		
		S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*	S.	*B*	*t. I.*
Oktober	11h	2·6	5·0	0·386	3·1	4·3	0·414	2·9	4·8	0·302	2·8	4·7	0·367
	12	3·0	4·8	0·571	2·6	4·9	0·355	3·0	4·5	0·367	2·9	4·7	0·431
	1	2·5	5·3	0·463	2·6	4·7	0·383	2·4	4·9	0·234	2·4	5·0	0·360
	2	3·0	3·0	0·436	2·4	5·1	0·238	2·2	5·0	0·200	2·5	4·4	0·291
	3	3·0	3·4	0·290	2·5	5·1	0·232	1·7	5·6	0·123	2·4	4·7	0·215
	4	3·2	3·1	0·120	2·6	4·8	0·108	1·6	5·9	0·070	2·5	4·6	0·099
November	9	2·7	3·3	0·103	0·2	7·4	0·057	0·9	7·0	0·042	1·3	5·9	0·067
	10	3·0	3·4	0·234	0·4	7·0	0·083	0·8	7·3	0·089	1·4	5·9	0·135
	11	3·0	3·2	0·309	0·8	7·2	0·100	0·6	7·1	0·104	1·5	6·0	0·171
	12	3·2	2·9	0·341	0·6	7·6	0·116	0·7	6·8	0·123	1·5	5·7	0·196
	1	3·0	3·0	0·333	0·5	7·9	0·100	0·7	7·3	0·096	1·4	6·1	0·176
	2	3·0	4·3	0·157	0·6	7·4	0·079	0·5	7·0	0·099	1·0	6·2	0·111
	3	3·2	3·9	0·134	0·4	7·7	0·072	0·7	6·8	0·082	1·4	6·1	0·096
Dezember	9	0·2	8·4	0·028	0·5	7·1	0·040	2·4	5·3	0·053	1·0	6·9	0·040
	10	0·3	8·5	0·043	0·5	7·0	0·059	2·7	5·2	0·068	1·2	6·9	0·056
	11	0·2	8·3	0·068	0·7	6·8	0·088	2·9	5·0	0·119	1·3	6·7	0·091
	12	0·2	8·0	0·087	0·6	6·5	0·112	3·0	4·9	0·191	1·3	6·5	0·130
	1	0·4	7·7	0·102	0·9	6·2	0·129	2·0	6·5	0·140	1·0	6·8	0·123
	2	0·4	7·7	0·077	0·9	6·0	0·098	1·8	6·1	0·102	1·0	6·6	0·092
	3	0·3	7·9	0·049	0·6	7·1	0·050	1·8	6·0	0·059	0·9	7·0	0·052

Tabelle 1*b*. **Monatsmittel von *t. I.* bei S_{2-4} in Görz.**

Stunde	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember	Stunde
5h					0·050	0·122	0·072						5h
6				0·090	0·143	0·161	0·183	0·130					6
7			0·100	0·221	0·319	0·330	0·361	0·252	0·149				7
8		0·073	0·183	0·304	0·447	0·751	0·704	0·404	0·250	0·112			8
9	0·066	0·120	0·282	0·753	0·979	0·848	0·888	0·619	0·373	0·183	0·100	0·040	9
10	0·112	0·151	0·350	0·829	1·100	1·450	1·010	0·963	0·780	0·379	0·226	0·082	10
11	0·150	0·219	0·398	0·883	1·142	1·595	1·300	1·207	1·000	0·614	0·313	0·124	11
12	0·216	0·287	0·489	0·900	1·301	1·775	1·522	1·360	1·095	0·644	0·368	0·192	12
1	0·154	0·266	0·420	0·897	1·224	1·737	1·468	1·386	0·963	0·532	0·330	0·137	1
2	0·143	0·241	0·374	0·861	0·900	1·520	1·489	1·222	0·824	0·438	0·172	0·100	2
3	0·121	0·200	0·288	0·784	0·703	1·100	1·203	0·900	0·681	0·300	0·134	0·070	3
4		0·192	0·220	0·547	0·505	0·802	0·837	0·651	0·463	0·168			4
5			0·094	0·354	0·338	0·381	0·404	0·372	0·251				5
6				0·146	0·241	0·136	0·278	0·119					6
7					0·137	0·050	0·066						7

Tabelle 2. **Stündliche Lichtsummen im Monat für Görz.**

Jänner			Februar			März			April			Mai			Juni			Juli			August			September			Oktober			November			Dezember			Stunde
S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	S.	B	I.	
									2	5·6	230	2·6	5·7	316	2·4	5·4	423	3	3·9	493	1·8	5·7	319	2·1	5·4	216										7–8h
						1·8	6·1	194	2	5	402	2·7	5·6	629	2·5	5	684	3	4	849	2	5·5	508	2·4	4·7	342	1·5	6·8	153							8–9
0·9	6·7	74	0·8	7·6	76	1·8	5·9	291	2·1	4·9	564	2·7	5·6	921	2·6	4·8	1074	3·1	3·9	1159	2·1	5·4	778	2·8	4·4	633	1·8	6·7	283	1·3	5·9	126	1·1	6·9	62	9–10
1·3	6·1	120	1	7·1	104	1·9	5·9	347	2·1	5·6	684	2·5	5·4	1076	2·9	4·2	1422	3	4	1333	2·2	5·3	1073	3	4·1	1017	2·5	5	425	1·3	5·9	192	1·2	6·8	96	10–11
1·4	6·2	164	1·3	6·4	143	2·1	5·6	415	2·3	5·8	774	2·6	5·2	1283	3·1	3·9	1635	3	4·3	1519	2·5	5·2	1299	2·9	3·8	1218	2·8	4·7	516	1·4	5·9	231	1·3	6·6	143	11–12
1·6	5·6	182	1·4	5·9	165	2·2	5·4	459	2·5	5·4	831	2·7	5·1	1296	3	4	1662	2·9	4·6	1569	2·6	5·1	1457	2·9	3·5	1179	2·7	4·6	512	1·5	5·9	231	1·2	6·7	164	12–1
1·6	5·6	164	1·6	5·7	162	2·3	5·4	412	2·7	5·2	819	2·7	5·1	1128	3	4·3	1569	2·9	4·7	1547	2·6	4·8	1401	2·7	4·3	1032	2·4	4·7	422	1·2	6·1	180	1	6·7	140	1–2
1·6	5·8	146	1·7	5·8	151	2·3	5·6	335	2·5	5·5	765	2·5	5·3	1088	2·8	4·7	1290	2·7	4·8	1417	2·4	5·1	1135	2·6	4·6	819	2·5	4·5	329	1·2	6·2	130	0·9	6·8	93	2–3
						2	5·9	251	2·2	5·6	606	2·1	5·3	846	2·5	5·2	951	2·6	4·9	1159	2·3	5·5	862	2·7	4·6	576	2·4	4·7	205							3–4
									2	5·5	349	2·2	5·1	536	2·3	5·3	630	2·6	5	768	2·1	6·2	543	2·7	4·6	360										4–5
1·5	5·9	630	1·3	6·3	574	2·1	5·6	1633	2·4	5·5	3113	2·6	5·2	4783	3	4·1	6288	2·9	4·4	5968	2·5	5·1	5230	2·6	3·9	4446	2·6	4·7	1875	1·4	6	834	1·2	6·7	543	10^h-2^h Monatssumme
		20			21			53			104			154			210			193			169			148			61			28			18	10^h-2^h für den Tag
1·4	6·2	32	0·8	7·2	46	1·6	6	87	1·9	5·8	192	2·2	5·6	269	2·5	4·9	398	2·8	4·5	405	2·4	5·4	320	2·5	4	258	2·3	5·2	112	1·3	5·9	48	1·1	6·7	30	Summe für einen Tag von Sonnen-auf- bis- untergang
1·1	6·2	992	0·8	7·2	1288	1·6	6	2697	1·9	5·8	5760	2·2	5·6	8339	2·5	4·9	11940	2·8	4·5	12555	2·4	5·4	9920	2·5	4	7740	2·3	5·2	3472	1·3	5·9	1442	1·1	6·7	930	Summe für den Monat

Tabelle 3. **Strahlende Wärme und photochemische Intensitäten bei verschiedener Sonnenhöhe in Görz.**

Sonnenhöhe		S.	*B*	*T*	*d. L.*	*S. L.*	*t. I.*
0— 5°	Min.	0	0	16°	0·012	0	0·012
	Max.	0	1	12	0·090	0	0·090
	Mittel	0	2	14	0·036	0	0·036
5—10	Min.	0	0	18	0·033	0	0·033
	Max.	0	0	17·5	0·152	0·008	0·160
	Mittel	0	3	14·5	0·066	0	0·066
10—15	Min.	4	0	17	0·039	0·011	0·050
	Max.	4	2	28	0·201	0·072	0·273
	Mittel	3	2·5	23·3	0·080	0·026	0·106
15—20	Min.	4	0	24	0·078	0·005	0·083
	Max.	4	0	35	0·219	0·087	0·306
	Mittel	2	4	24·3	0·115	0·036	0·151
20—25	Min.	4	2	21·7	0·078	0·062	0·140
	Max.	4	2	41	0·357	0·144	0·501
	Mittel	3	3·5	30·2	0·172	0·074	0·246
25—30	Min.	4	0	30	0·084	0·150	0·234
	Max.	4	2	33·5	0·360	0·219	0·579
	Mittel	3	2·5	34·4	0·191	0·109	0·300
30—35	Min.	4	0	43	0·167	0·100	0·267
	Max.	4	2	42	0·405	0·328	0·733
	Mittel	3	3	35	0·248	0·150	0·398
35—40	Min.	4	1	35·5	0·160	0·164	0·324
	Max.	4	4	43·	0·336	0·458	0·794
	Mittel	3	3	35·8	0·284	0·173	0·457
40—45	Min.	4	1	48	0·195	0·191	0·386
	Max.	4	0	42·5	0·498	0·526	1·024
	Mittel	3	2·5	37·3	0·371	0·229	0·600
45—50	Min.	4	2	27	0·243	0·109	0·352
	Max.	3	4	52	0·840	0·391	1·231
	Mittel	3	3	41	0·454	0·311	0·765
50—55	Min.	4	4	49·5	0·822	0·304	1·026
	Max.	4	3	46·	0·684	0·752	1·436
	Mittel	3	4	45·3	0·584	0·530	1·114
55—60	Min.	4	2	49	0·609	0·547	1·156
	Max.	4	0	48	0·657	1·043	1·700
	Mittel	3	3	46	0·656	0·657	1·313
60—65	Min.	4	3	53	0·396	0·972	1·368
	Max.	4	2	47	0·747	1·108	1·855
	Mittel	4	3	48·8	0·659	0·866	1·525
65—67·4	Min.	4	0	48	0·588	0·930	1·518
	Max.	4	0	52	0·714	1·166	1·880
	Mittel	3	3	48·9	0·635	0·992	1·627

Tabelle 4. **Thermische Strahlung in Görz.**

Monat	Stunde	Mittel aller Beobachtungen		Bei S_3-S_4		Maximum	
		T	$T-t$	T	$T-t$	T	$T-t$
Jänner	10^h	8·2°	3·3°	29 °	23·8°	32 °	26 °
	11	11	6·8	30	24		
	12	16	10°	31·5	24·5		
	1	17·8	10·8	30	22·5		
	2	17	10·2	29	22		
	3	15·5	9	28	21		
Februar	10	20·5	12	27·5	19·5	33·3	25·6
	11	20·5	12·5	29·2	20·8		
	12	23	14·5	32	25·2		
	1	23·5	15	33	23·5		
	2	23	13	31·5	22		
	3	20·5	11·5	29	20·5		
März	10	23·5	13	37	25	42·7	30·2
	11	25	14·5	38·5	26		
	12	25·5	16·2	41	27·5		
	1	28	18	41·5	28·5		
	2	29	18·5	39·6	27·5		
	3	26·5	17	38	26		
April	10	2·6	17·2	41·3	26·8	51·8	30·8
	11	29·5	18	47	28		
	12	33·5	19	48	28·5		
	1	35	20·5	47·5	27·5		
	2	33·6	16·8	45·8	26		
	3	30·2	16·6	44·2	24·4		
Mai	10	29·7	17·6	44·5	26·2	52·1	29
	11	32·8	19	45·7	26·6		
	12	36·9	20·3	50	27		
	1	38	20	51	27		
	2	37	19·5	49·3	26·4		
	3	32·2	16·2	47	25·8		
Juni	10	39	19·2	47·2	25	53	28·8
	11	40·5	21·	50	26·3		
	12	41	21·5	50·4	26·8		
	1	41·7	22·	50·8	27		
	2	40·9	21·5	48	26		
	3	39·8	19·7	46·6	24·3		

Monat	Stunde	Mittel aller Beobachtungen		Bei S_3-S_4		Maximum	
		T	$T-t$	T	$T-t$	T	$T-t$
Juli	10^h	37 °	19·6°	44·1°	25·5°	57·2	28·2
	11	44·2	21·5	46·7	25·7		
	12	45·1	22·8	50·8	26·6		
	1	45	22·7	52	26·2		
	2	43·8	21·7	51·6	25·4		
	3	42·9	20·5	50	24·6		
August	10	39·8	18·9	47·6	25·2	56	27·3
	11	43·2	20	50	26·1		
	12	45·5	21·2	51·1	26·5		
	1	45·7	21	49·7	26·6		
	2	44	19·8	48·2	25·8		
	3	41·3	18·5	47·1	25		
September	10	34	17·3	40·8	22·8	48	26
	11	36·2	18·1	42·7	23·8		
	12	40	19·8	46·5	24·6		
	1	40·2	20	46	24·4		
	2	39·4	18·3	44·5	23·8		
	3	35·8	17·5	43	23		
Oktober	10	26	16·6	30	21·3	45	26·3
	11	26·8	17·3	36	23		
	12	29	18·3	40·4	24·5		
	1	28·7	18	41·2	24·5		
	2	25·5	16·5	38·2	23		
	3	24·2	15·5	34·5	21·7		
November	10	17·9	11	27·6	21	37·5	26
	11	20	12·7	29·5	22·6		
	12	22	13·5	33	24·6		
	1	23·2	13·2	34·5	24		
	2	19·5	12·5	31·7	22·3		
	3	17	11·1	30·1	21·6		
Dezember	10	10·8	7·2	23	18·9	32·6	25·5
	11	14·6	9·7	26	20·8		
	12	17·5	11·4	30·5	24		
	1	17·5	11·7	29·3	23·5		
	2	16	10	27·6	22·2		
	3	13·1	8	25·3	20·1		

Tabelle 5. **Strahlende Wärme und chemische Lichtintensitäten in Südistrien.**

Sonnenhöhe		S.	*B*	*T*	*t. I.*	*d. L.*	*S. L.*
0— 5°	Min,	0	3	31 °	0·002	0·002	0
	Max.	4	0	28	0·077	0·077	0
	Mittel	4	1	22·3	0·031	0·031	0
5—10	Min.	4	0	3	0·011	0·011	0
	Max.	0	4	16	0·080	0·080	0
	Mittel	3	2	9·6	0·040	0·040	0
10—15	Min.	3	1	17	0·065	0·037	0·028
	Max.	4	0	—	0·137	0·113	0·024
	Mittel	3	3	22·3	0·100	0·086	0·014
15—20	Min.	4	0	26	0·103	0·090	0·013
	Max.	3	0	34	0·203	0·105	0·098
	Mittel	3	2	29·3	0·162	0·120	0·042
20—25	Min.	4	0	29	0·155	0·097	0·058
	Max.	4	0	46	0·498	0·282	0·216
	Mittel	3	3	31·6	0·248	0·179	0·085
25—30	Min.	3	2	41	0·240	0·139	0·101
	Max.	4	0	46	0·689	0·347	0·342
	Mittel	3	2	35·1	0·357	0·232	0·125
30—35	Min.	4	0	23	0·277	0·231	0·046
	Max.	3	2	48·5	0·519	0·348	0·171
	Mittel	3	2·5	32·6	0·470	0·280	0·190
35—40	Min.	3	0	37	0·416	0·366	0·050
	Max.	3	0	38	0·743	0·453	0·290
	Mittel	3	2	41·3	0·560	0·337	0·223
40—45	Min.	3	0	39·5	0·461	0·402	0·059
	Max.	4	0	51	1·010	0·327	0·683
	Mittel	3	2	41·7	0·689	0·370	0·319
45—50	Min.	4	0	39·5	0·547	0·378	0.169
	Max.	3	4	46	1·315	0·526	0·789
	Mittel	2·5	4	39·3	0·783	0·419	0·374
50—55	Min.	3	0	38	0·874	0·708	0·166
	Max.	4	0	40·5	1·426	0·729	0·697
	Mittel	3	2	43·6	0·928	0·468	0·460
55—60	Min.	4	0	56	1·144	0·300	0·844
	Max.	4	0	54	1·369	0·608	0·761
	Mittel	3	2	49·4	1·093	0·535	0·558
60—65	Min.	3	0	38·3	1·092	0·729	0·363
	Max.	4	0	54	1·778	0·563	1·215
	Mittel	3·5	1	50·9	1·371	0·621	0·750

Tabelle 6. **Strahlungsintensitäten, Luftwärme, Luftfeuchtigkeit und Luftdruck in Görz.**

Wahre Sonnenhöhe	Stunde	Datum	S.	B.	*T*	*t*	*T—t*	*D. D.*	*t. F.*	*B*	*d. L.*	*S. L.*	*t. I.*
0·4°	4h 30m n.	22./I. 11	0	0	8°	7°	1°	5·4	66	758	0·034	0	0·034
0·6	4 30	12./XI. 10	0	4	11·2	11·2	0	4·5	45	750	0·016	0	0·016
3·3	6	11./IX. 11	0	0	20·5	18·8	1·7	8·2	51	757·7	0·039	0	0·039
3·3	6 v.	12./IX. 11	0	0	12·5	12	0·5	7·9	58	758·6	0·027	0	0·027
5·2	6 n.	9./IV. 11	3	4	11	9	2	5·8	52	749	0·035	0	0·035
5·3	7 15 v.	27./X. 10	4	0	17	10	7	5·9	84	759·4	0·030	0·003	0·033
6	7 45	12. XI. 10	4	1	12	3·5	8·5	5·1	93	745·6	0·090	0·004	0·094
6·1	7 n.	12./VII. 11	4	0	23	20	3	14·6	79	754·5	0·039	0·012	0·051
9·3	4 25	13./X. 10	3	2	—	22	—	14·2	62	749	0·100	0·012	0·112
9·7	7 45 v.	28./X. 10	3	1	–	13·2	.	9·4	71	758·9	0·069	0·015	0·084
11·9	4 n.	21./II. 11	3	1	21	8	13·	5·7	70	754·4	0·081	0·035	0·116
12·1	3	24./XI. 12	4	1	20	7·1	12·9	3 4	46	755	0·052	0·031	0·083
12·6	2 45	12./I. 11	4	1	19	2·8	16·2	2·8	50	746·8	0·084	0·027	0·111
12·6	3	22./I. 11	4	0	21	7·5	13·5	5·4	66	758	0·095	0·019	0·114
16·2	3 45	11./X. 10	4	1	33	17·5	15·5	10·3	50	756·3	0·151	0·054	0·205
16·2	4 45	12./IX. 10	4	0	35	23	12	12·4	61	748·9	0·219	0·087	0·306
21·2	11 v.	15./I. 11	4	0	26	3	23	1·9	39	760·8	0·117	0·045	0·162
21·2	5 30 n	8./VI. 11	3	2	30	23	7	13·8	61	755	0·117	0·070	0·187
21·3	4 15	12./IX. 10	4	0	—	23·8	—	13·2	67	748·8	0·288	0·150	0·438
21·5	6 30 v.	13./VI. 11	4	0	31	13·7	17·3	9·1	76	750·9	0·129	0·072	0·201
26·5	10	27./X. 10	4	0	30	10	20	5·9	69	759	0·084	0·150	0·234
26·6	7	13./VI. 11	3	0	38	18	20	9·1	76	750·9	0·195	0·074	0·269
31·1	12 30	26./X. 10	4	0	39	13	26	6·1	58	759·4	0·450	0·244	0·694
31·2	4 30	11./VII. 11	4	0	39·5	22	17·5	8	42	757·8	0·387	0·529	0·916
31·7	12 10	26./X. 10	4	0	38	14·3	23·7	6·1	50	759·3	0·132	0·170	0·302
31·9	12 15	25./X. 10	4	0	40	15·8	24·2	6·8	51	757·1	0·114	0·269	0·383
34·7	12	18./X. 10	4	0	—	—	—	7	55	756·2	0·167	0·100	0·267
34·91	3 30	25./IV. 11	4	2	43	24·3	18·7	7	40	751	0·321	0·287	0·608

37·1	10	30	13./III.	11	4	1	35·5	7·8	27·7	3·8	51	749	0·160	0·164	0·324
37·1 [1]	4	n.	16./VI.	11	4	4	43	18·5	24·5	8·3	55	759·3	0·336	0·158	0·494
46·5	9		12./VII.	11	4	0	44·5	22·5	22	9·9	51	757·7	0·498	0·510	1·008
46·5	11		12./IX.	11	4	0	45	23	22	8·3	42	758·4	0·438	0·344	0·782
48·1	10	15	16./IV.	11	4	0	39·5	13·4	26·1	5·3	46	750·9	0·342	0·753	1·095
48·1	2	30	3./VIII.	11	3	4	52	32	20	13·4	36	753	0·840	0·391	1·231
49·7 [1]	12		9./IX.	11	3	2	48·5	28·8	19·7	10·9	42	752·3	0·657	0·457	1·114
49·8 [2]	12		5./IV.	11	4	2	29	10·5	19·5	3	41	743·5	0·312	0·109	0·421
53·2	1	25	29./IV.	11	4	3	46	19·5	26·5	—	—	748·5	0·684	0·752	1·436
53·8	9	45	12./VII.	11	4	0	46	22·7	23·3	9·7	55	757·5	0·477	0·574	1·051
56·3	10		7./VI.	12	4	0	49·5	22	27·5	9·6	49	759·6	0·609	0·837	1·446
56·4	2		8./VI.	12	4	1	48·5	27·3	21·2	13·6	50	755·7	0·657	0·820	1·477
59	12		13./VIII.	11	4	3	51·1	27·4	23·7	10·8	46	754·6	0·630	0·574	1·204
59·3	12		12./VIII.	11	4	0	48·5	28·5	20·6	11·5	47	753·5	0·714	0·645	1·359
60·4	10	30	16./VI.	11	4	0	48	18·6	29·4	7·6	49	758·5	0·567	0·771	1·338
60·4	1	30	15./VI.	11	4	2	47	18·4	28·6	8·7	55	752·8	0·747	1·108	1·855
64·1 [3]	11		2./VII.	11	4	0	51	28·8	22·2	13	48	750·5	0·657	0·978	1·635
64·2	11		15./VI.	11	4	0	44	16·8	27·2	8·6	62	752·3	0·468	1·219	1·687
66·4	12	20	8./VI.	11	4	0	52	26	26	13·6	58	755·7	0·714	1·066	1·780
66·7	12		7./VI.	11	4	0	55	25·8	29·2	9·6	43	758·9	0·630	0·949	1·579
67·3	12		15./VI.	11	4	1	49	17·9	31·1	8·7	60	752·7	0·609	1·024	1·633
67·4	12		18./VI.	11	4	1	51·5	22·6	28·9	11·5	57	755·5	0·608	0·956	1·564

[1] SW-Wind.

[2] NO-Wind.

[3] O-Wind.

Tabelle 7 *a.* **Strahlung, Luftwärme und Windrichtung in Görz.**

Wahre Sonnenhöhe	Stunde	Tag	S.	B.	*t*	*T*	*T*−*t*	*W.*	*d. L.*	*S. L.*	*t*
21·9°	9h 15m	27./X. 10	4	0	9°	—	—	SE	0·096	0·066	0·162
22	10 40	15./I. 11	4	0	3	31°	28°	SE	0·105	0·057	0·162
23·1	7 v.	12./V. 11	4	0	13·7	35	21°3	NW	0·156	0·038	0·194
23·2	2 15 n.	27./X. 10	3	4	—	—	—	SE	0·186	0·024	0·210
24·7	8 v.	5./IV. 11	4	1	—	—	—	NE	0·123	0·087	0·210
24·8	4 30 n.	25./IV. 11	4	2	13·5	41°	27°5	SW	0·357	0·144	0·501
26·4	11 30	12./XI. 10	4	2	11	33·5	21·5	W	0·360	0·219	0·579
26·5	10	27./X. 10	4	0	14	30	16	NE	0·084	0·150	0·234
26·5	11 50	12./XI. 10	4	2	11	33·5	21·5	SW	0·169	0·410	0·579
30·7	10	14./X. 11	4	0	18	36	18	N	0·162	0·284	0·446
30·8	12 45	25./X. 11	4	3	15	41	26	SE	0·258	0·443	0·701
31·4	11 15	26./X.	4	2	12	39	27	SE	0·252	0·282	0·534
31·5	7 30	8./VI.	4	0	19·6	42	23·4	NE	0·204	0·217	0·421
34·3	12 15	17./X. 10	4	2	16	42	28	WNW	0·167	0·100	0·267
34·9	3 30	25./IV. 11	4	2	19	43	24	—	0·321	0·287	0·608
35·2	2 45	11./IX. 10	4	0	22	41·5	19·5	—	0·369	0·292	0·661
35·4	12 30	16./X. 10	4	0	15	41	26	E	0·191	0·335	0·526
47·7	11	5./IV. 11	4	2	7·2	32	24·8	ENE	0·312	0·146	0·458
48·1	11	6./IV. 11	1	4	7·4	26	18·6	SE	0·387	0·089	0·476
48·1	2 30	3./IX. 10	4	4	32	52	20	SW	0·840	0·391	1·231
48·5	12	12./IX. 10	4	0	23	46·5	23·5	NW	0·468	0·456	0·924
49·7	12	9./IX.	3	2	28·8	48·5	19·7	SW	0·657	0·457	1·114
49·8	12	5./IV.	4	2	6·5	29	22·5	NE	0·312	0·109	0·421
53·2	1 25	29./IV.	4	3	19·5	46	26·5	SW	0·684	0·752	1·436
53·8	9 45	12./VII	4	0	22·7	46	23·3	NE	0·477	0·574	1·051
56·6	11	13./VIII. 11	4	2	27	49	22	—	0·600	0·547	1·156
56·6	1	13./VIII. 11	4	3	29	46	17	SE	0·714	0·849	1·563
62·3	1 15	8./VI.	4	0	—	—	—	SE	0·684	1·024	1·708
63·7	11	7./VI.	4	0	—	—	—	NW	0·630	0·963	1·593
64·7	10 45	12./VII. 11	4	0	27·9	47·5	19·6	—	0·831	0·883	1·714
65·3	11 30	12./VII. 11	4	0	28	48	20	NE	0·588	0·930	1·518

Tabelle 7*b*. **Strahlung, Luftwärme und Windrichtung außerhalb Görz.**

Wahre Sonnenhöhe	Stunde	Ort und Tag	S.	B.	*t*	*T*	*T*−*t*	*W.*	*d. L.*	*S. L.*	*t*
16 °	3h 45m	Rovigno 15./II. 13	4	0	−1°	17°	18°	NE	0·130	0·018 0·013	0·148 0·143
16·2	5	Rovigno 11./IV. 13	4	3	11	27	16	NE	0·159	0·040	0·199
18·2	7 10 v.	Cherso 12./IV. 11	4	0	8·5	26	17·5	E	0·090	0·013	0·103
19	6 40 v.	Cherso 25./VII. 11	2—3	4	26	36	10	W	0·141	0·202	0·343
21·8	3	Rovigno 15./II. 13	4	0	6	20	14	NE	0·160	0·038	0·198
23·6	5 15 n.	Rovigno 24./VII. 12	4	0	28	46	18	—	0·282	0·216	0·498
26·9	8 v.	Cherso 12./IV. 11	4	0	13	35	22	E	0·201	0·088	0·289
27	7 15 v.	Cul di Leme 25./VII. 11	4	0	22	39	17	NE	0·175	0·114	0·289
27·1	4 45 n.	Cul di Leme 24./VII. 11	4	0	28	46	18	—	0·347	0·342	0·689
34·2	8 v.	Cherso 30./VII. 11	3	2	26	48·5	22·5	SE	0·348	0·171	0·519
34·5	8 v.	Rovigno 11./VII.11	3	0	25·5	35·5	10	—	0·312	0·066	0·378
38·3	4 n.	Quarnero 12./VII. 12	3	0	26	38	12	SW	0·453	0·290	0·743
38·4	8 30 v.	Quarnero 11./VII. 12	3	0	25·5	37	11·5	NW	0·366	0·050	0·416
39·7	10	Opcina 29./III. 11	4	0	15·1	38	22·9	—	0·126	0·223	0·349
39·9	11 30	Opcina 19./III. 11	4	0	11	38	27	SE	0·191	0·160	0·351
48·2	9 30 v.	Cherso 26./VII. 12	3—4	4	32	46	14	W	0·526	0·789	1·315
48·3	9 20 v.	Quarnero 12./VII. 12	4	0	24·5	39·5	15	NE	0·378	0·169	0·547
48·5	9 30 v.	Cherso 25./VII. 12	3—4	4	37	51	24	E	0·415	0·571	0·986
55·6	11 30	Cherso 23./IV. 10	4	2	23	52	29	SE	0·582	0·859	1·441

Wahre Sonnenhöhe	Stunde	Ort und Tag	S.	B.	t	T	$T-t$	W.	d. L.	S. L.	t
56·2°	$10^h\ 25^m$	Cherso 28./VII. 10	4	0	35°	56°	21°	NE	0·300	0·844	1·144
58·9	10 30	Cul di Leme 24./VII. 11	4	0	31	54	23	—	0·608	0·761	1·369
59·3	12 30	Cul di Leme 4./V. 11	4	0	24	41	17	NE	0·525	0·621	1·146
61·6	11	Mte. Maggiore 27./VII. 10	4	0	25	50·5	25·5	—	0·684	0·928	1·612
61·6	1	Mte. Maggiore 27./VII. 10	4	3	25	51·5	26·5	S	0·762	0·851	1·613
62·8	11	Quarnero 12./VII. 12	4	0	25·5	37	11·5	SW	0·936	0·697	1·633
62·9	11	Quarnero 11./VII. 12	3	0	24·5	38·3	13·8	—	0·729	0·363	1·092
64·4	12	Mte. Maggiore 27./VII. 10	4	2	26	51·5	25·5	SE	0·714	1·141	1·855
64·7	12	Mte. Maggiore 26./VII. 10	4	0	27	49	22	—	0·650	1·550	2·200
65	1	Quarnero 11./VII. 12	3	3	26	41	15	SW	0·819	0·429	1·248
67	12	Quarnero 11./VII. 12	3	0	25·5	38	12·5	—	0·708	0·422	1·130

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01354 9522